ชื่อเรื่องวิทยานิพนธ์ ระเบียบวิธีกาเลอร์คินอันตะเชิงเส้นโดยการประมาณค่าในช่วงเชิงเส้นสำหรับการแก้สมการคลื่นยาวปรกติ

ผู้เขียน นายพนา ศิรประภา

ปริญญา วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต(คณิตศาสตร์ประยุกต์)

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ รศ. ทศพร จันทร์คง

บทคัดย่อ

สมการคลื่นยาวปรกติเป็นสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยที่ใช้อธิบายปรากฏการณ์ของคลื่นชนิดหนึ่งที่เรียกว่าโซลิตอน ซึ่งเป็นคลื่นเดี่ยวที่มีสมบัติพิเศษคือสามารถคงสภาพเดิมไว้ได้แม้ต้องเดินทางเป็นระยะไกล ซึ่งเขียนในรูป $u_t + u_x + \varepsilon uu_x - \mu u_{xxt} = 0$ โดยที่ $x \in [a,b]$, $t \in [0,\mathrm{T}]$ เมื่อ ε, μ เป็นค่าคงที่บวกภายใต้เงื่อนไขเริ่มต้น $u(x,0) = f(x)$ เมื่อ $f(x)$ เป็นฟังก์ชันที่ทราบค่าและเงื่อนไขขอบ $u(a,t) = u(b,t) = 0$

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เราจะแก้สมการคลื่นยาวปรกตินี้ด้วยวิธีแครงค์-นิโคลสัน กาเลอร์คินนสมาชิกอันตะ โดยใช้สมาชิกอันตะเชิงเส้นในการประมาณค่า และสำหรับพจน์ εuu_x ในสมการจะประมาณค่าด้วย วิธีที่ 1 $\varepsilon\hat{u}\tilde{u}_x$ โดยที่ $\hat{u}$ เป็นฟังก์ชันเชิงเส้นโดยจะใช้ค่า u ที่เวลา t_n ซึ่งจะทำให้ได้ระบบสมการที่เป็นสมการเชิงเส้น และ วิธีที่ 2 $\varepsilon\tilde{u}\tilde{u}_x$ โดยที่ $\tilde{u}$ เป็นฟังก์ชันเชิงเส้นโดยจะใช้ค่า u ที่เวลา t_{n+1} ซึ่งจะทำให้ได้สมการไม่เชิงเส้น นำผลเฉลยเชิงตัวเลขที่ได้มาคำนวณหาค่าคงที่ของการเคลื่อนที่สามค่า คือ มวล โมเมนตัมและพลังงาน และเปรียบเทียบกับวิธีอื่นๆ โดยการศึกษาจะศึกษาทั้งคลื่นเดี่ยวและคลื่นเดี่ยวสองลูกที่เกิดการซ้อนทับกัน

ผลการศึกษาพบว่า วิธีที่ศึกษาให้ผลเฉลยเชิงตัวเลขให้ค่าคงที่ของการเคลื่อนที่ที่มีความแม่นยำมากกว่าวิธีอื่นๆ สำหรับผลเฉลยเชิงตัวเลขที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีที่ 2 มีความแม่นยำกว่าวิธีที่ 1 ทั้งคลื่นเดี่ยว และ คลื่นเดี่ยวสองลูกที่เกิดการซ้อนทับกัน

Thesis Title Linear Finite Element Galerkin Method with Linear Interpolation for Solving Regularised Long Wave Equation

Author Mr. Pana Siraprapa

Degree Master of science (Applied Mathermatics)

Thesis Advisor Assoc. Prof. Totsaporn Chankong

ABSTRACT

Regularised long wave equation (RLW) is partial differential equation for explain the phenomenon of soliton wave. The wave is solitary wave that maintain its shape while it travel long distance. That can be written in the form $u_t + u_x + \varepsilon u u_x - \mu u_{xxt} = 0$ where $x \in [a,b]$, $t \in [0,T]$ and ε, μ are positive constant parameters, subject to the initial condition $u(x,0) = f(x)$ where $f(x)$ is known function and the boundary conditions $u(a,t) = u(b,t) = 0$

In this thesis the RLW equation will be solved by using Crank-Nicolson finite element Galerkin methods with linear element where the term $\varepsilon u u_x$ in the RLW equations can be approximate using two methods. The first method, the term $\varepsilon u u_x$ will be approximated by $\varepsilon \hat{u} \tilde{u}_x$ where $\hat{u}$ is linear function with u is a function at t_n which rise to the system of linear equations. The second one, the term $\varepsilon u u_x$ will be approximated by $\varepsilon \tilde{u} \tilde{u}_x$ where $\tilde{u}$ is linear function with u is a function at t_n which rise to the system of nonlinear equations. Compare three values of constants of motion; mass momentum and energy; from the numerical results with other methods for both solitary wave and the interaction of two solitary waves.

In conclusion, all three constants of motions obtained form these methods are more accurate than other methods. More over, the numerical results from the second methods give more accurate than the first method.