ชื่อเรื่องวิทยานิพนธ์	การวางนัยทั่วไปของมอดูลแบบคอนทินิวอัส และ มอดูลแบบดิสครีต
ชื่อผู้เขียน	นายหาญศึก ตาลศรี
วิทยาศาสตรดุษฎีบัณฑิต	สาขาวิชาคณิตศาสตร์

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

ศ.ดร. สมพงษ์ ธรรมพงษา	ประธานกรรมการ
รศ. จินตนา แสนวงศ์	กรรมการ
ดร. ปิยะพงศ์ เนียมทรัพย์	กรรมการ
Dr. Nguyen Van Sanh	กรรมการ
รศ.ดร. สมยศ พลับเที่ยง	กรรมการ

บทคัดย่อ

เจอร์มีและโมฮาหมัด ได้นิยามและแนะนำมอดูลแบบคอนทินิวอัส และมอดูลแบบดิสครีตตามลำดับ ต่อมามีนักคณิตศาสตร์หลายท่านได้วางนัยทั่วไปของมอดูลเหล่านั้นและศึกษาในรายละเอียด เช่น นิโคลสันได้นิยามมอดูลแบบไดเรค-อินเจคทีฟ และมอดูลแบบไดเรค-โปรเจคทีฟ หซุง ฮาราดา ฮินส์ โอชิโร สมิธ ริซวี และวิสบาวเออร์ได้ศึกษามอดูลแบบเอ็คเทนดิง โมฮาหมัด และมูลเลอร์ได้ศึกษามอดูลแบบควอซี-ดิสครีต

ในวิทยานิพนธ์นี้ จะศึกษาชั้นของมอดูลเหล่านี้ รวมทั้งการนิยามชั้นของมอดูลชนิดใหม่ที่เป็นนัยทั่วไปของชั้นของมอดูลแบบดิสครีต นอกจากนี้ยังพิจารณามอดูลบางชนิดที่มีความสำคัญเช่นมอดูลแบบนอร์เธอเรียน ขณะเดียวกันยังศึกษา "คุณสมบัติการแลกเปลี่ยน" ของมอดูล

ผลงานหลักของวิทยานิพนธ์มีดังต่อไปนี้

กำหนดให้ M เป็นมอดูล และ $S = End(M)$ เป็นริงของเอ็นโดมอร์ฟิซึมของ M

1. การวางนัยทั่วไปของมอดูลแบบคอนทินิวอัส

   1.1. ถ้า M เป็นตัวก่อกำเนิดด้วยตัวเอง แล้ว S จะเป็นฟอน นอยมันน์ เรกูลาร์ริง ก็ต่อเมื่อ M เป็นมอดูลแบบไดเรค-อินเจคทีฟ และ S เป็นพีพี-ริงทางขวา

   1.2. เงื่อนไขต่อไปนี้สมมูลกันสำหรับมอดูล M

1.2.1. M เป็นควอซี-คอนทินิวอัส

1.2.2. M มีคุณสมบัติแบบ (C_1) และแบบ (C_5)

1.2.3. M มีคุณสมบัติแบบ (C_1) และแบบ (C_0)

1.2.4. M มีคุณสมบัติแบบ (C_{11}) และแบบ (C_0)

1.2.5. M มีคุณสมบัติแบบ (C_{11}) และแบบ (C_5)

1.3. กำหนดให้ M เป็นมอดูลก่อกำเนิดแบบจำกัด ถ้าแต่ละมอดูลก่อกำเนิดแบบจำกัด ใน $\sigma[M]$ เป็นมอดูลแบบเอ็คเทนดิง หรือมอดูลแบบนอร์เธอเรียน อย่างใดอย่างหนึ่งแล้ว M จะเป็นมอดูลแบบนอร์เธอเรียน

1.4. ถ้า M เป็นมอดูลก่อกำเนิดแบบจำกัด ซึ่งสำหรับแต่ละ มอดูล ก่อกำเนิดแบบจำกัด ใน $\sigma[M]$ อยู่ในรูปผลบวกตรงของมอดูลแบบโปรเจคทีฟและมอดูล Q โดยที่ Q เป็นมอดูลแบบเอ็คเทนดิง หรือมอดูลแบบนอร์เธอเรียน อย่างใดอย่างหนึ่งแล้ว M จะเป็นมอดูลแบบนอร์เธอเรียน

2. การวางนัยทั่วไปของมอดูลแบบดิสครีต

2.1. ถ้า M เป็นมอดูลแบบเซมิ-โปรเจคทีฟ อาทิเนียน แล้ว S จะเป็นเพอร์เฟคริงทางซ้าย

2.2. กำหนดให้ M เป็นมอดูลแบบเซมิ-โปรเจคทีฟ ถ้า S เป็นไดเรค-อินเจคทีฟริงทางขวา แล้ว M จะเป็นมอดูลแบบไดเรค-อินเจคทีฟ บทกลับเป็นจริงถ้าสมมุติว่า $Ker(s)$ ถูกก่อกำเนิดโดย M สำหรับทุกๆ $s \in S$ ที่ $r_S(s) \subset^{\oplus} S$

2.3. ถ้า M เป็นเซลฟ์-โคเจเนอเรเตอร์ แล้ว S จะเป็นฟอน นอยมันน์ เรกูลาร์ริง ก็ต่อเมื่อ Mเป็นมอดูลแบบไดเรค-โปรเจคทีฟ และ S เป็นพีพี-ริงทางซ้าย

2.4. คุณสมบัติการแลกเปลี่ยนแบบจำกัดของมอดูลแบบสแควร์ฟรี ไดเรค-โปรเจคทีฟบนเอสไอ-ริงทางขวา จะสมมูลกับคุณสมบัติแลกเปลี่ยนแบบทั่วๆไป

2.5. เงื่อนไขต่อไปนี้สมมูลกันสำหรับมอดูล M

2.5.1. M เป็นมอดูลแบบควอซี-ดิสครีต

2.5.2. M เป็นมอดูลแบบลิฟต์ทิง และมีคุณสมบัติ (D_0)

2.5.3. M เป็นมอดูลแบบเอช-สัพพลีเมนต์ และมีคุณสมบัติ (D_0)

2.5.4. M เป็นมอดูลแบบโอพลัส-สัพพลีเมนต์ และมีคุณสมบัติ (D_0)

Thesis Title	Generalizations of Continuous and Discrete Modules
Author	Mr. Hansuk Tansee
Ph.D.	Mathematics

Examining Committee

Prof. Dr. Sompong Dhompongsa	Chairman
Assoc. Prof. Jintana Sanwong	Member
Dr. Piyapong Niamsup	Member
Dr. Nguyen Van Sanh	Member
Assoc. Prof. Dr. Somyot Plubtieng	Member

ABSTRACT

Continuous modules and discrete modules were originally introduced by Jeremy and Mohamed, respectively. These classes of modules have been generalized and studied by many authors such as Nicholson (direct-injective modules and direct-projective modules), Dung, Harada, Huynh, Oshiro, Smith, Rizvi and Wisbauer (extending modules), and Mohamed and Müller (quasi-discrete modules).

In this study, we investigate modules of these larger classes and introduce a new class of modules which generalizes the class of discrete modules. Some important modules such as noetherian modules as well as the concept of "exchange property" are considered.

Our main results, among many others, are listed as follow : Let M be a module and $S = End(M)$ its ring of endomorphisms.

1. Generalizations of continuous modules :

   1.1. If M is a self-generator, then S is von Neumann regular if and only if M is direct-injective and S is a right PP-ring.

1.2. The following conditions are equivalent for a module M :

1.2.1. M is quasi-continuous;

1.2.2. M has (C_1) and (C_5);

1.2.3. M has (C_1) and (C_0);

1.2.4. M has (C_{11}) and (C_0);

1.2.5. M has (C_{11}) and (C_5).

1.3. Let M be a finitely generated module. If every finitely generated module in $\sigma[M]$ is either extending or noetherian, then M is noetherian.

1.4. If M is a finitely generated module such that every finitely generated module in $\sigma[M]$ is a direct sum of a projective module and a module Q, where Q is either extending or noetherian, then M is noetherian.

2. Generalizations of discrete modules :

2.1. If M is a semi-projective artinian module, then S is a left perfect ring.

2.2. Let M be a semi-projective module. If S is a right direct-injective ring, then M is a direct-injective module. The converse is true, if we assume in addition, that $Ker(s)$ is M-generated for all $s \in S$ with $r_S(s) \subset^{\oplus} S$.

2.3. If M is a self-cogenerator, then S is a von Neumann regular ring if and only if M is direct-projective and S is a left PP-ring.

2.4. The finite exchange property of a squarefree direct-projective module over a right SI-ring implies the full exchange property.

2.5. The following statements are equivalent for a module M:

2.5.1. M is quasi-discrete;

2.5.2. M is a lifting module satisfying (D_0);

2.5.3. M is an H-supplemented module satisfying (D_0);

2.5.4. M is a $\oplus$-supplemented module satisfying (D_0).