ชื่อเรื่องวิทยานิพนธ์ โคเซมิซิมเปิลมอดูลและมัลติพลิเคชันมอดูล

ชื่อผู้เขียน นางสาวพรรณิการ์ เหล็กสิงห์

วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

รศ. จินตนา แสนวงศ์	ประธานกรรมการ
ศ.ดร. สมพงษ์ ธรรมพงษา	กรรมการ
อ.ดร. ปิยะพงศ์ เนียมทรัพย์	กรรมการ

บทคัดย่อ

ให้ R เป็นริงสลับที่ ที่มีเอกลักษณ์ , M เป็น R-มอดูลทางขวา และ $S = \mathrm{End}(M)$ เป็นริงของเอนโดมอร์ฟิซึมของ M เรียกมอดูล M ว่าโคเซมิซิมเปิลมอดูล ถ้าทุกๆ ซิมเปิล R-มอดูลทางขวาเป็น M-อินเจคทีฟมอดูล และเรียกมอดูล M ว่า มัลติพลิเคชันมอดูล ถ้าทุกๆ มอดูลย่อย N ของ M เท่ากับ MI สำหรับบางไอดีล I ของ R

ผลงานที่สำคัญของวิทยานิพนธ์นี้คือ

1. ให้ M เป็น มัลติพลิเคชัน R-มอดูล จะได้ว่า
   - (1.1) ถ้า M เป็นกู๊ดมอดูลและ $J_1(M)$ [หรือ $J_2(M)$] $= 0$ แล้ว M เป็นโคเซมิซิมเปิลมอดูล
   - (1.2) ให้ R เป็นอาร์ทีเนียนริงและ $M \neq 0$ จะได้ว่า ถ้า M เป็นโคเซมิซิมเปิลมอดูล แล้ว M เป็นเอสไอมอดูล
   - (1.3) M เป็นโคเซมิซิมเปิลมอดูล ก็ต่อเมื่อ สำหรับแต่ละมอดูลย่อย K ของ M จะได้ว่า $K = M(\bigcap_{E \in \mathcal{A}} [E + ann(M)])$ เมื่อ $\mathcal{A} = \{E \leq R \mid E \in P_1(M)$ และ $K \leq ME\}$
2. ให้ M เป็นเฟรธฟูลมัลติพลิเคชัน R-มอดูล และทุกๆ แมกซิมัลไอดีลของ R เป็นผลบวกตรง จะได้ว่า เป็นโคเซมิซิมเปิลมอดูล ก็ต่อเมื่อ ทุกๆ แมกซิมัลสับมอดูลของ M เป็นโคเซมิซิมเปิลมอดูล

3. ให้ M เป็นมัลติพลิเคชัน R-มอดูลที่ก่อกำเนิดแบบจำกัด จะได้ว่า M เป็นโคเซมิซิมเปิลมอดูล ก็ต่อเมื่อ S เป็นโคเซมิซิมเปิลริง

4. ให้ M เป็นมัลติพลิเคชัน R-มอดูล ที่ก่อกำเนิดแบบจำกัด จะได้ว่าข้อความต่อไปนี้สมมูลกัน

   (1) M เป็นโคเซมิซิมเปิล R-มอดูล

   (2) $R/ann(M)$ เป็นโคเซมิซิมเปิลริง

   (3) S เป็นโคเซมิซิมเปิลริง

   (4) M เป็นโคเซมิซิมเปิล S-มอดูล

Thesis Title Co-Semisimple Modules and Multiplication Modules

Author Miss Phannika Leksing

M.S. Mathematics

Examining Committee Assoc. Prof. Jintana Sanwong Chairman
Prof. Dr. Sompong Dhompongsa Member
Lecturer Dr. Piyapong Niamsup Member

ABSTRACT

Let R be a commutative ring with identity, M a right R-module and $S = \mathrm{End}(M)$ the ring of endomorphisms of M. M is called *co-semisimple* if every simple R-module is M-injective. M is called *multiplication* if for every submodule N of M there exists an ideal I of R such that $N = MI$.

The main results of this thesis are :

1. Let M be a multiplication R-module. Then
   (1.1) If M is a good module and $J_1(M)$ [or $J_2(M)$] $= 0$, then M is a co-semisimple module.
   (1.2) Let R be an artinian ring and M a non-zero R-module. If M is co-semisimple, then M is an SI-module.
   (1.3) M is co-semisimple if and only if for each $K \leq M$, $K = M(\bigcap_{E \in \mathcal{A}} [E + ann(M)])$ where $\mathcal{A} = \{E \leq R \mid E \in P_1(M)$ and $K \leq ME\}$.

2. Let M be a faithful multiplication R-module and every maximal ideal of R is a direct summand. Then M is a co-semisimple module if and only if every maximal submodule of M is co-semisimple.
3. Let M be a finitely generated multiplication R-module. Then M is a co-semisimple module if and only if S is a co-semisimple ring.
4. Let M be a finitely generated multiplication R-module. Then the following statements are equivalent :

    (1) M is a co-semisimple R-module ;

    (2) $R/ann(M)$ is a co-semisimple ring ;

    (3) S is a co-semisimple ring ;

    (4) M is a co-semisimple S-module.