ชื่อเรื่องวิทยานิพนธ์ การสมนัยต่อเนื่อง

ชื่อผู้เขียน นายสรศักดิ์ ลี้รัตนาวลี

วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์

คณะกรรมการตรวจสอบวิทยานิพนธ์

รศ.ดร.สมพงษ์	ธรรมพงษา	ประธานกรรมการ
ผศ.จินตนา	แสนวงศ์	กรรมการ
อ.รุ่งนภา	ภักดีสู่สุข	กรรมการ

บทคัดย่อ

จุดมุ่งหมายของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เพื่อศึกษาคุณลักษณะของความต่อเนื่องแบบ u.h.c. และ l.h.c. ของการสมนัยในเทอมของโทโพโลยีบนปริภูมิเดิมและโทโพโลยีบนเซตกำลัง ต่อจากนั้นเป็นการศึกษาคุณลักษณะของพิสัยของเซตภายใต้การสมนัยต่อเนื่อง จากการศึกษาพบว่า

(1) ถ้า Γ เป็นการสมนัยจากปริภูมิเชิงโทโพโลยี (X, τ) ไปยังปริภูมิเชิงโทโพโลยี $(Y, \mathcal{U})$ จะได้ว่า

- Γ เป็น u.h.c. จาก X ไปยัง Y ก็ต่อเมื่อ
  $\Gamma^{-*}(Int(A)) \subset Int(\Gamma^{-*}(A))$ ทุก $A \subset Y$
- Γ เป็น u.h.c. จาก X ไปยัง Y ก็ต่อเมื่อ
  $\overline{\Gamma^{-1}(A)} \subset \Gamma^{-1}(\bar{A})$ ทุก $A \subset Y$
- Γ เป็น l.h.c. จาก X ไปยัง Y ก็ต่อเมื่อ
  $\Gamma^{-1}(Int(A)) \subset Int(\Gamma^{-1}(A))$ ทุก $A \subset Y$
- Γ เป็น l.h.c. จาก X ไปยัง Y ก็ต่อเมื่อ
  $\overline{\Gamma^{*}(A)} \subset \Gamma^{*}(\bar{A})$ ทุก $A \subset Y$

(2) การสมนัย Γ จากปริภูมิเชิงโทโพโลยี (X, τ) ไปยังปริภูมิเชิงโทโพโลยี $(Y, \mathcal{U})$ ที่มีค่าคอมแพกต์ จะเป็น u.h.c. ที่ x ใน X ก็ต่อเมื่อแต่ละเนท (x_d) ใน X ที่ (x_d) ลู่เข้าสู่ x และแต่ละเนท (y_d) ที่ $y_d \in \Gamma(x_d)$ ทุก ๆ $d \in D$ เนท (y_d) จะมีสับเนทที่ลู่เข้าสู่จุดใน $\Gamma(x)$

(3) ถ้าการสมนัย Γ จากปริภูมิเชิงโทโพโลยี (X, τ) ไปยังปริภูมิเชิงโทโพโลยี $(Y, \mathcal{U})$ มีค่าไม่ขาดตอนและเป็น u.h.c หรือ l.h.c. จะได้ว่า $\Gamma(A)$ เป็นเซตย่อยไม่ขาดตอนของ Y สำหรับทุก ๆ เซตย่อยไม่ขาดตอน A ของ X

(4) ถ้าการสมนัย Γ จากปริภูมิเชิงโทโพโลยี (X, τ) ไปยังปริภูมิเชิงโทโพโลยี $(Y, \mathcal{U})$ เป็น l.h.c. จะได้ว่า $\Gamma(D)$ เป็นเซตย่อยหนาแน่นของ $\Gamma(X)$ สำหรับทุกเซตย่อยหนาแน่น D ของ X

(5) การสมนัย Γ จากปริภูมิเชิงโทโพโลยี (X, τ) ไปยังปริภูมิเชิงโทโพโลยี $(Y, \mathcal{U})$ ต่อเนื่องก็ต่อเมื่อ Γ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องจาก (X, τ) ไปยัง $(P_o(Y), \tau^*)$

(6) ให้ (X, τ) เป็นปริภูมิเชิงโทโพโลยี และ $\{A_\alpha \mid \alpha \in \lambda\}$ เป็นเซตของเซตย่อย ของ X ที่ไม่เป็นเซตว่าง โดยที่ A_α เป็นเซตคอมแพกต์ สำหรับทุก $\alpha \in \lambda$ ถ้า $\{A_\alpha \mid \alpha \in \lambda\}$ คอมแพกต์ใน $(P_o(X), \tau_G)$ หรือ $(P_o(X), \tau^*)$ จะได้ว่า $\cup_{\alpha \in \lambda} A_\alpha$ คอมแพกต์ใน (X, τ)

(7) ให้ (X, τ) เป็นปริภูมิเชิงโทโพโลยี และ $\{A_\alpha \mid \alpha \in \lambda\}$ เป็นเซตของเซตย่อยของ X ที่ไม่เป็นเซตว่าง โดยที่ A_α เป็นเซตไม่ขาดตอน สำหรับทุก $\alpha \in \lambda$ ถ้า $\{A_\alpha \mid \alpha \in \lambda\}$ เป็นเซตย่อยไม่ขาดตอนใน $(P_o(X), \tau_G)$ หรือ $(P_o(X), \tau_F)$ หรือ $(P_o(X), \tau^*)$ จะได้ว่า $\cup_{\alpha \in \lambda} A_\alpha$ เป็นเซตย่อยไม่ขาดตอนใน (X, τ)

(8) ให้ (X, τ) เป็นปริภูมิเชิงโทโพโลยี และ $A_\alpha \subset X$ ทุก ๆ $\alpha \in \lambda$ ถ้า $\{A_\alpha \mid \alpha \in \lambda\}$ เป็นเซตย่อยหนาแน่นใน $(P_o(X), \tau_G)$ หรือ $(P_o(X), \tau_F)$ หรือ

$(P_o(X), \tau^*)$ จะได้ว่า $U_{\alpha \varepsilon \lambda} A_\alpha$ เป็นเซตย่อยหนาแน่นใน (X, τ)

(9) ให้ (X_1, U_1), (X_2, U_2) เป็นปริภูมิยูนิฟอร์ม (X_1, U_1) คอมแพกต์ และการสมนัย Γ จาก X_1 ไปยัง X_2 มีค่าคอมแพกต์ จะได้ว่า Γ ต่อเนื่องก็ต่อเมื่อ Γ ต่อเนื่องอย่างสม่ำเสมอ

Thesis Title	Continuous Correspondence
Author	Mr. Sorasak Leerattanavary
M.S.	Mathematics
Examining Committee	Assoc.Prof.Dr.Sompong Dhompongsa Chairman
	Assist.Jintana Saenwong Member
	Lecturer Roongnapa Pakdeesusuk Member

Abstract

The purpose of this thesis is to study the characterization of u.h.c. and l.h.c. of correspondences in terms of the topologies on the underlying spaces and of the topologies on the power set. Then, study the characterization of range of sets under a continuous correspondence.

The study shows that

(1) If Γ is a correspondence from a topological space (X, τ) to a topological space $(Y, \mathcal{U})$, then

- Γ is u.h.c. from X to Y iff $\Gamma^{-*}(\mathrm{Int}(A)) \subset \mathrm{Int}(\Gamma^{-*}(A))$ for all $A \subset Y$.

- Γ is u.h.c. from X to Y iff $\overline{\Gamma^{-1}(A)} \subset \Gamma^{-1}(\overline{A})$ for all $A \subset Y$.

- Γ is l.h.c. from X to Y iff $\Gamma^{-1}(\mathrm{Int}(A)) \subset \mathrm{Int}(\Gamma^{-1}(A))$ for all $A \subset Y$.

– Γ is l.h.c. from X to Y iff $\overline{\Gamma^{-*}(A)} \subset \Gamma^{-*}(\overline{A})$ for all $A \subset Y$.

(2) The compact-valued correspondence Γ from a topological space (X, τ) to a topological space $(Y, \mathcal{U})$ is u.h.c. at x iff for every net (x_d) in X converging to an $x \in X$ and every net (y_d) with $y_d \in \Gamma(x_d)$ for every d, there is a converging subnet of (y_d) whose limit begongs to $\Gamma(x)$.

(3) If the correspondence Γ from a topological space (X, τ) to a topological $(Y, \mathcal{U})$ is connected-valued and u.h.c. or l.h.c., then the image $\Gamma(A)$ of every connected set A is connected in Y.

(4) If the correspondence Γ from a topological space (X, τ) to a topological space $(Y, \mathcal{U})$ is l.h.c., then the image $\Gamma(D)$ of every dense set D is dense in $\Gamma(X)$.

(5) A correspondence Γ from a topological space (X, τ) to a topological space $(Y, \mathcal{U})$ is continuous iff Γ is a continuous function from (X, τ) into $(P_o(Y), \tau^*)$.

(6) If (X, τ) is a topological space and $\{A_\alpha \mid \alpha \in \lambda\}$ is a family of non-empty compact subsets of X and $\{A_\alpha \mid \alpha \in \lambda\}$ compact in $(P_o(X), \tau_G)$ or $(P_o(X), \tau^*)$, then $\bigcup_{\alpha \in \lambda} A_\alpha$ is compact in (X, τ).

(7) If (X, τ) is a topological space and $\{A_\alpha \mid \alpha \in \lambda\}$ is a family of non-empty connected subsets of X and $\{A_\alpha \mid \alpha \in \lambda\}$ is

connected subset of $(P_o(X), \tau_G)$ or $(P_o(X), \tau_F)$ or $(P_o(X), \tau^*)$, then $\bigcup_{\alpha \in \lambda} A_\alpha$ is connected in (X, τ).

(8) Let (X, τ) be a topological space and $A_\alpha \subset X$ for all $\alpha \in \lambda$. If $\{A_\alpha \mid \alpha \in \lambda\}$ is a dense subset of $(P_o(X), \tau_G)$ or $(P_o(X), \tau_F)$ or $(P_o(X), \tau^*)$, then $\bigcup_{\alpha \in \lambda} A_\alpha$ is dense in (X, τ).

(9) Let (X_1, U_1), (X_2, U_2) be uniform spaces (X_1, U_1) compact and a correspondence Γ from X_1 into X_2 be compact-valued, then Γ is continuous iff Γ is uniformly continuous.