บทที่ 3

ระเบียบวิธีวิจัย

3.1 แบบจำลอง

การศึกษาครั้งนี้ใช้แบบจำลองนิวเคนส์เซี่ยนดีเอสจีอี (New Keynesian DSGE) ซึ่งมีพื้นฐานมาจาก Radde (2009) ประกอบด้วยตัวแทนในระบบเศรษฐกิจ ดังนี้

ครัวเรือน (Household)

สมมติฟังก์ชันอรรถประโยชน์ของครัวเรือน คือ

$$U_t = E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{N_t^{1+\eta}}{1+\eta} \right] \tag{3.1}$$

U_t คือ อรรถประโยชน์ E_t คือ การคาดการณ์โดยอาศัยข้อมูล ณ เวลาที่ t β คือ อัตราคิดลด โดย $0<\beta<1$ C_t คือ การบริโภค σ คือ ส่วนกลับของความยืดหยุ่นการทดแทนกันของการบริโภคระหว่างช่วงเวลา (Inverse elasticity of intertemporal substitution) โดย $\sigma>0$ N_t คือ ชั่วโมงการทำงาน และ η คือ ส่วนกลับของความยืดหยุ่นอุปทานแรงงานต่อค่าจ้าง (Inverse elasticity of labour supply) โดย $\eta>0$ อย่างไรก็ตาม จากสินค้าที่ครัวเรือนบริโภคเป็นสินค้าของผู้ผลิตในตลาดกึ่งแข่งขันกึ่งผูกขาด (monopolistic competition) ดังนั้น สมการการบริโภคของครัวเรือนจึงกำหนดให้อยู่ในรูป

$$C_t = \left[\int_0^1 C(j)_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}} \tag{3.2}$$

$C(j)_t$ คือ จำนวนสินค้าชนิดที่ j ที่ครัวเรือนบริโภคในคาบเวลา t ขณะที่ θ คือ ความยืดหยุ่นของการทดแทนกันระหว่างสินค้าของผู้ผลิตในตลาด โดยปัญหาของครัวเรือนในแบบจำลอง คือ การเลือกสัดส่วนสินค้าเพื่อการบริโภคที่ทำให้เสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด

$$\underset{c_t(j)}{Min} \int_0^1 P_t(j) C_t(j) dj$$

ภายใต้ข้อจำกัดสมการการบริโภค

$$C_t = \left[\int_0^1 C(j)_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}}$$

โดย $P_t(j)$ คือ ราคาสินค้าชนิดที่ j

ได้สมการอุปสงค์สำหรับสินค้าชนิดที่ j (วิธีหาผลลัพธ์แสดงในภาคผนวก ข)

$$C_t(j) = \left(\frac{P_t(j)}{P_t} \right)^{-\theta} C_t \tag{3.3}$$

การเลือกระดับการบริโภคและการพักผ่อนที่ให้อรรถประโยชน์สูงสุด

$$\underset{C_t, N_t}{Max}\, E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{N_t^{1+\eta}}{1+\eta} \right]$$

ภายใต้ข้อจำกัดด้านงบประมาณ ดังนี้

$$P_t C_t + \frac{B_t}{b_t} = W_t N_t + (1+i_{t-1}) B_{t-1} \tag{3.4}$$

สมการที่ 3.4 แสดงงบประมาณถูกใช้ไปในการบริโภค และการถือพันธบัตร โดยที่ P_t คือ ดัชนีราคาสินค้าโดยรวม B_t คือ พันธบัตร และ b_t คือ ส่วนชดเชยความเสี่ยงจากภายนอก (Exogenous premium) ของผลตอบแทนจากการถือพันธบัตรที่มีความเสี่ยงซึ่งสะท้อนให้เห็นถึงความไม่มีประสิทธิภาพของภาคการเงินจนทำให้เกิดส่วนเกินของอัตราดอกเบี้ยในตลาดพันธบัตรเทียบกับอัตราดอกเบี้ยที่ไม่มีความเสี่ยง (Risk free rate) ที่กำหนดโดยธนาคารกลาง ขณะที่ที่มาของงบประมาณมาจากรายได้จากการทำงาน และการถือพันธบัตรจากคาบเวลาก่อนหน้า โดยที่ W_t คือ ค่าจ้าง และ i_t คือ อัตราดอกเบี้ยตามมูลค่าตัวเงิน

ได้สมการเงื่อนไขการตัดสินใจที่เหมาะสมที่สุดดังนี้ (วิธีหาผลลัพธ์แสดงในภาคผนวก ข)

$$\beta b_t (1+i_t) E_t \left[\left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\sigma} \frac{P_t}{P_{t+1}} \right] = 1 \tag{3.5}$$

$$C_t^{-\sigma} \frac{W_t}{P_t} = N_t^{\eta} \tag{3.6}$$

สมการที่ 3.5 คือ สมการการจัดสรรการบริโภคข้ามช่วงเวลา (optimal inter – temporal choice of consumption) ขณะที่สมการที่ 3.6 คือ สมการการอุปทานแรงงาน

ผู้ผลิต (Firms)

สมมติฟังก์ชันการผลิตของผู้ผลิต คือ

$$Y_t(j) = A_t N_t(j)^{1-\alpha} O_t(j)^{\alpha} \tag{3.7}$$

สมการที่ 3.7 แสดงการผลิตสินค้า Y_t ต้องอาศัยปัจจัยการผลิต 2 ชนิด ประกอบด้วย แรงงาน (N_t) และน้ำมัน (O_t) ขณะที่ A_t คือ ระดับเทคโนโลยี และ α คือ สัดส่วนน้ำมันในกระบวนการผลิต โดยปัญหาของผู้ผลิตในแบบจำลอง คือ การหาต้นทุนส่วนเพิ่มหน่วยสุดท้ายจากการเลือกระดับปัจจัยการผลิตที่ต้นทุนการผลิตต่ำที่สุด

$$\underset{N_t(j),E_t(j)}{Min}\left[\left(\frac{W_t}{P_t}\right)N_t(j)+\left(\frac{P_t^o}{P_t}\right)O_t(j)\right]$$

ภายใต้ข้อจำกัดฟังก์ชันการผลิต

$$Y_t(j) = A_t N_t(j)^{1-\alpha} O_t(j)^{\alpha}$$

$\frac{P_t^o}{P_t}$ คือ ราคาน้ำมันโดยเปรียบเทียบ โดยถูกกำหนดให้เป็นตัวแปรภายนอก เนื่องจากแบบจำลองเป็นแบบจำลองเศรษฐกิจแบบปิด

สมการต้นทุนส่วนเพิ่มหน่วยสุดท้ายจากการเลือกระดับปัจจัยการผลิตที่ต้นทุนการผลิตต่ำที่สุด (วิธีหาผลลัพธ์แสดงในภาคผนวก ข)

$$MC_t = \frac{1}{A_t}\frac{\left(\frac{W_t}{P_t}\right)^{1-\alpha}\left(\frac{P_t^o}{P_t}\right)^{\alpha}}{\alpha^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}} \tag{3.8}$$

จากแนวคิดนิวเคนส์เซี่ยนกำหนดให้ผู้ผลิตอยู่ในตลาดกึ่งแข่งขันกึ่งผูกขาด ทำให้ผู้ผลิตสามารถกำหนดราคาสินค้าได้ อย่างไรก็ตาม แบบจำลองนี้ได้เพิ่มสมมติฐานการกำหนดราคาเหลื่อมกัน (Stagger pricing) ของผู้ผลิตตามแนวทางของ Calvo ซึ่งกำหนดให้มีผู้ผลิตบางรายไม่สามารถกำหนดราคาสินค้าที่เหมาะสมได้ทัน ทำให้เกิดภาวะความหนืดของตัวแปรตามมูลค่าตัวเงิน (Nominal rigidity) ในแบบจำลอง โดยสมการพลวัตรของราคาสินค้าโดยรวมตามเงื่อนไขดังกล่าว คือ

$$P_t = \left[(1-\psi)P_t^{*1-\theta} + \psi P_{t-1}^{1-\theta}\right]^{\frac{1}{1-\theta}} \tag{3.9}$$

สมการที่ 3.9 แสดง ระดับราคาสินค้าโดยรวม (P_t) อยู่ในรูปค่าเฉลี่ยระหว่างระดับราคาที่เหมาะสมที่สุด (P_t^*) และระดับราคาโดยรวมจากช่วงเวลาก่อนหน้า โดยแต่ละช่วงเวลา t มีความเป็นไปได้ที่จะมีผู้ผลิตที่สามารถตั้งราคาสินค้าเพื่อให้ได้กำไรสูงสุดหรือระดับราคาที่เหมาะสมที่สุดได้ทัน คือ $1-\psi$ โดย $0 \le \psi \le 1$ ส่วนความเป็นไปได้ที่ผู้ผลิตไม่สามารถปรับราคาสินค้าให้เหมาะสมได้ทัน คือ ψ และ ในกรณีผู้ผลิตไม่สามารถปรับราคาสินค้าให้เหมาะสมได้ทัน ราคาสินค้าจึงเป็นราคาสินค้าโดยรวมในคาบเวลาก่อนหน้า สำหรับกรณีของผู้ผลิตที่สามารถกำหนดราคาสินค้าได้ทันจะกำหนดราคาสินค้าโดยพิจารณาเลือกระดับราคาที่ทำให้ผลรวมของกำไรที่คาดว่าจะได้รับสูงที่สุด ภายใต้ข้อจำกัดด้านอุปสงค์ในตลาดสินค้า (วิธีการหาผลลัพธ์แสดงในภาคผนวก ข) โดยสมการราคาที่เหมาะสมที่สุดของผู้ผลิต คือ

$$P_t^* = \frac{\theta}{\theta-1}\frac{E_t \sum_{i=0}^{\infty} A'_{i,t+i} P_t^{\theta} MC_{t+i}}{E_t \sum_{i=0}^{\infty} A'_{i,t+i} P_t^{\theta-1}} \quad \text{โดย } A'_{i,t+i} = \psi^i \beta^i (C_{t+i})^{1-\sigma} \qquad (3.10)$$

จากสมการเงื่อนไขลำดับที่หนึ่ง (First order condition) ที่ได้จากแบบจำลอง และเงื่อนไขดุลยภาพของแบบจำลองที่ผลผลิตทั้งหมดถูกใช้ไปในการบริโภค ($Y_t = C_t$) เนื่องจากเป็นแบบจำลองระบบเศรษฐกิจแบบปิดที่ไม่มีภาครัฐ และไม่มีการลงทุน สมการต่างๆเหล่านี้จะต้องถูกแปลงเป็นสมการเส้นตรงโดยประมาณ (Approximate linear equation)ในรูปล็อก (Log) เพื่อให้เหมาะสำหรับการแก้แบบจำลองด้วยวิธีการคาดการณ์เชิงเส้นตรงอย่างมีเหตุผล (Linear Rational Expectation) ตามแนวทางของ Sim (2002) สำหรับตัวแปรในสมการที่แปลงรูปนี้จะแสดงในหน่วยของส่วนที่เบี่ยงเบนไปจากสถานะคงที่ โดยตัวแปรดังกล่าวแสดงด้วยตัวพิมพ์เล็กที่มีสัญลักษณ์ “^” ปรากฏ

พิจารณาสมการการบริโภคข้ามช่วงเวลา (3.5) ในรูปสมการเส้นตรงโดยประมาณในรูปล็อก

$$\hat{c}_t = E_t \hat{c}_{t+1} - \frac{1}{\sigma} E_t \left(\hat{i}_t - \hat{\pi}_{t+1} + \hat{b}_t \right) \qquad (3.11)$$

เงื่อนไขดุลยภาพ $Y_t = C_t$ ดังนั้น สมการที่ 3.11 สามารถแสดงในรูปของผลผลิต

$$\hat{y}_t = E_t \hat{y}_{t+1} - \frac{1}{\sigma} E_t \left(\hat{i}_t - \hat{\pi}_{t+1} + \hat{b}_t \right) \qquad (3.12)$$

พิจารณาสมการการอุปทานแรงงาน (3.6) ในรูปสมการเส้นตรงโดยประมาณในรูปล็อก

$$\hat{w}_t - \hat{p}_t = \eta \hat{n}_t + \sigma \hat{c}_t \qquad (3.13)$$

พิจารณาสมการการผลิต (3.7) ในรูปสมการเส้นตรงโดยประมาณในรูปล็อก

$$\hat{y}_t = (1-\alpha)\hat{n}_t + \alpha \hat{o}_t + \hat{a}_t \qquad (3.14)$$

จัดรูปได้สมการอุปสงค์แรงงานของผู้ผลิต

$$\hat{n}_t = \frac{\hat{y}_t - \alpha\hat{o}_t - \hat{a}_t}{1-\alpha} \tag{3.15}$$

พิจารณาดุลยภาพในตลาดแรงงาน โดยการนำสมการอุปสงค์แรงงานของผู้ผลิต (3.15) แทนลงในสมการอุปทานแรงงาน (3.13)

$$\hat{w}_t - \hat{p}_t = \eta\left(\frac{\hat{y}_t - \alpha\hat{o}_t - a_t}{1-\alpha}\right) + \sigma\hat{y}_t \tag{3.16}$$

พิจารณาสมการเงื่อนไขลำดับที่หนึ่งจากการเลือกระดับน้ำมันที่ทำให้ผู้ผลิตเสียต้นทุนต่ำที่สุด (สมการที่ ข.17 ในภาคผนวก ข) ในรูปสมการเส้นโดยประมาณในรูปล็อก

$$\hat{o}_t = m\hat{c}_t + \hat{y}_t - \left(\hat{p}_t^e - \hat{p}_t\right) \tag{3.17}$$

เมื่อนำสมการที่ 3.17 แทนลงในสมการที่ 3.16 จะได้สมการค่าจ้างแท้จริง

$$\hat{w}_t - \hat{p}_t = (\eta+\sigma)\hat{y}_t + \frac{\eta\alpha}{1-\alpha}\left[\left(\hat{p}_t^o - \hat{p}_t\right) - m\hat{c}_t - (1/\alpha)\hat{a}_t\right] \tag{3.18}$$

พิจารณาสมการต้นทุนส่วนเพิ่มหน่วยสุดท้ายในรูปเส้นตรงโดยประมาณในรูปล็อก

$$m\hat{c}_t = \alpha\left(\hat{p}_t^o - \hat{p}_t\right) + (1-\alpha)\left(\hat{w}_t - \hat{p}_t\right) - \hat{a}_t \tag{3.19}$$

จากสมการค่าจ้างแท้จริง (3.18) นำมาแทนลงในสมการที่ 3.19 จะได้

$$m\hat{c}_t = \frac{\alpha(1+\eta)}{(1+\eta\alpha)}\left(\hat{p}_t^o - \hat{p}_t\right) + \frac{(1-\alpha)(\eta+\sigma)}{(1+\eta\alpha)}\hat{y} - \frac{(1+\eta)}{(1+\eta\alpha)}\hat{a}_t \tag{3.20}$$

จากสมการต้นทุนส่วนเพิ่มหน่วยสุดท้าย (3.20) สามารถนำมาหาสมการผลผลิตตามศักยภาพ (Potential output: $\hat{y}_t^f$) ภายใต้สมมติฐานราคายืดหยุ่นสมบูรณ์ (Flexible Price) ซึ่งต้นทุนส่วนเพิ่มที่แท้จริงมีค่าเท่ากับค่าที่สถานะคงที่ หรือไม่มีการเบี่ยงเบนไปจากสถานะคงที่ ($m\hat{c}_t^f = 0$) ดังนั้น

$$\hat{y}_t^f = \frac{(1+\eta)}{(1-\alpha)(\eta+\sigma)}\hat{a}_t - \frac{\alpha(1+\eta)}{(1-\alpha)(\eta+\sigma)}\left(\hat{p}_t^o - \hat{p}_t\right) \tag{3.21}$$

สมการช่องว่างการผลิต (Output gap) ซึ่งแสดงความแตกต่างระหว่างผลผลิตจริงกับผลผลิตตามศักยภาพ

$$\hat{x}_t = \hat{y}_t - \hat{y}_t^f \tag{3.22}$$

นอกจากนี้ภายใต้เงื่อนไข $m\hat{c}_t^f = 0$ สามารถแสดงต้นทุนส่วนในรูปช่องว่างการผลิต โดยนำต้นทุนส่วนเพิ่มหน่วยสุดท้ายภายใต้สมมติฐานราคามีความหนืด (Stricky price) ลบด้วยต้นทุนส่วนเพิ่มหน่วยสุดท้ายภายใต้สมมุติฐานราคายืดหยุ่นสมบูรณ์ (Flexible Price)

$$m\hat{c}_t = \left[\frac{(1-\alpha)(\eta+\sigma)}{(1+\eta\alpha)}\right]\hat{x}_t \tag{3.23}$$

สมการเส้นโค้งฟิลิปส์ตามแนวคิดนิวเคนส์เซี่ยน (New Keynsian Phillip Curve) สำหรับสินค้าขั้นสุดท้าย (วิธีหาผลลัพธ์แสดงในภาคผนวก ข)

$$\hat{\pi}_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \lambda m\hat{c}_t \tag{3.24}$$

โดย $\hat{\pi}_t = \hat{p}_t - \hat{p}_{t-1}$ และ $\lambda = \dfrac{(1-\psi)(1-\psi\beta)}{\psi}$

จากสมการที่ 3.24 แสดง ต้นทุนส่วนเพิ่มขึ้นอยู่กับช่องว่างการผลิต (Output gap) ดังนั้น สมการเส้นโค้งฟิลิปส์ตามแนวคิดนิวเคนส์เซี่ยน สามารถแสดงให้อยู่ในรูปการคาดการณ์อัตราเงินเฟ้อและช่องว่างการผลิต (Output gap) ดังนี้

$$\hat{\pi}_t = \beta E_t \hat{\pi}_{t+1} + \kappa \hat{x}_t \tag{3.25}$$

โดย $\kappa = \left[\dfrac{(1-\psi)(1-\psi\beta)}{\psi}\right]\left[\dfrac{(1-\alpha)(\eta+\sigma)}{(1+\eta\alpha)}\right]$

สมการราคาน้ำมันโดยเปรียบเทียบ

$$\hat{p}_t^o - \hat{p}_t = \rho_{p^o}\left(\hat{p}_{t-1}^o - \hat{p}_{t-1}\right) + \varepsilon_{p^o,t} \tag{3.26}$$

โดย ρ_{p^o} คือ พารามิเตอร์แสดงการปรับตัวจากราคาน้ำมันในอดีต

$\varepsilon_{p^o,t}$ คือ ตัวรบกวนเชิงสุ่มในราคาน้ำมัน ซึ่ง $\varepsilon_{p^o,t} \sim N\left(0,\sigma_{p^o}\right)$

สมการเทคโนโลยี

$$\hat{a}_t = \rho_a \hat{a}_{t-1} + \varepsilon_{a,t} \tag{3.27}$$

โดย ρ_a คือ พารามิเตอร์แสดงการปรับตัวจากระดับเทคโนโลยีในอดีต

$\varepsilon_{a,t}$ คือ ตัวรบกวนเชิงสุ่มในเทคโนโลยี ซึ่ง $\varepsilon_{a,t} \sim N(0,\sigma_a)$

สมการส่วนชดเชยความเสี่ยงจากภายนอก

$$\hat{b}_t = \rho_b \hat{b}_{t-1} + \varepsilon_{b,t} \tag{3.28}$$

โดย ρ_b คือ พารามิเตอร์แสดงการปรับตัวจากส่วนชดเชยความเสี่ยงในอดีต

$\varepsilon_{b,t}$ คือ ตัวรบกวนเชิงสุ่มในส่วนชดเชยความเสี่ยง ซึ่ง $\varepsilon_{b,t} \sim N(0,\sigma_b)$

สุดท้ายสมการการดำเนินนโยบายการเงินตามหลักการของเทเลอร์ (Taylor rule) ซึ่งเป็นการดำเนินนโยบายการเงินโดยใช้อัตราดอกเบี้ยเป็นเครื่องมือในการตอบสนองต่อการเปลี่ยนแปลงในอัตราเงินเฟ้อและช่องว่างการผลิต

$$\hat{i}_t = i_{lag}\hat{i}_{t-1} + \left(1-\hat{i}_{lag}\right)\left(\phi_\pi E_{t+1}\hat{\pi}_{t+1} + \phi_x \hat{x}_t\right) + \varepsilon_{r,t} \tag{3.29}$$

โดย i_{lag} คือ พารามิเตอร์แสดงน้ำหนักการตอบสนองของนโยบายการเงินต่ออัตราดอกเบี้ยในอดีต โดย $0 \le i_{lag} \le 1$ ขณะที่ ϕ_π และ ϕ_x คือ พารามิเตอร์แสดงน้ำหนักการตอบสนองการดำเนินนโยบายการเงินต่อการคาดการณ์อัตราเงินเฟ้อและช่องว่างการผลิตตามลำดับ โดย $\phi_\pi, \phi_x \ge 0$ และ $\varepsilon_{r,t}$ คือ ตัวรบกวนเชิงสุ่มในนโยบายการเงิน โดย $\varepsilon_{r,t} \sim N(0,\sigma_r)$

3.2 ข้อมูลที่ใช้ในการศึกษา

การประมาณค่าพารามิเตอร์ในแบบจำลอง จะใช้ข้อมูลอนุกรมเวลารายไตรมาสตั้งแต่ไตรมาสที่ 1 ปี พ.ศ. 2544 จนถึงไตรมาสที่ 4 ปี พ.ศ. 2553 ประกอบด้วย

1. ข้อมูลอัตราดอกเบี้ยธุรกรรมซื้อคืนพันธบัตร 1 วันรายเดือนนำมาเฉลี่ยเป็นรายไตรมาส จากธนาคารแห่งประเทศไทย (หน่วย: ร้อยละ)
2. ข้อมูลดัชนีราคาน้ำมันดิบรายเดือนนำมาเฉลี่ยเป็นรายไตรมาส จากกองทุนการเงินระหว่างประเทศ (หน่วย: ดัชนี)
3. ข้อมูลผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศแท้จริง จากฐานข้อมูลสำนักงานคณะกรรมการพัฒนาการเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ (หน่วย: ล้านบาท)
4. ข้อมูลดัชนีราคาผู้บริโภคพื้นฐาน จากกระทรวงพาณิชย์ (หน่วย: ดัชนี)

3.3 วิธีการศึกษา

สำหรับวิธีการศึกษา[1]นั้น แบ่งออกเป็น 3 ส่วน ดังนี้

3.3.1 การหาระบบสมการเพื่อใช้ในการศึกษา

3.3.2 การแก้แบบจำลองด้วยวิธีการคาดการณ์เชิงเส้นตรงอย่างมีเหตุผล (Linear Rational Expectation)

3.3.3 การประมาณค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองด้วยเทคนิคเบย์เซี่ยน (Bayesian)

3.3.1 การหาระบบสมการเพื่อใช้ในการศึกษา

การหาระบบสมการเพื่อใช้ในการศึกษา เริ่มจากการหาสมการเงื่อนไขลำดับที่หนึ่ง (First order condition) ของตัวแทนในระบบเศรษฐกิจและสมการเงื่อนไขดุลยภาพของแบบจำลอง จากนั้นทำการเปลี่ยนรูปสมการให้อยู่ในรูปเส้นตรงโดยประมาณในรูปล็อก ด้วยวิธีการล็อก ลิเนียร์ (Log – linear) ซึ่งขั้นตอนดังกล่าวนี้ ได้ดำเนินการไว้แล้วในหัวข้อแบบจำลอง โดยระบบสมการที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้ประกอบไปด้วย 10 สมการ คือ (3.12) (3.18) (3.21) (3.22) (3.23) (3.25) (3.26) (3.27) (3.28) และ (3.29) ตัวแปรภายในแบบจำลอง 10 ตัว ประกอบด้วย $\hat{x}_t, \hat{y}_t, \hat{y}_t^f, m\hat{c}_t, \hat{w}_t - \hat{p}_t,$ $\hat{p}_t^o - \hat{p}_t, \hat{i}_t\ \hat{\pi}_t, \hat{b}_t$ และ $\hat{a}_t$ ตัวรบกวนจากภายนอกระบบ 4 ตัว ประกอบด้วย $\varepsilon_{a,t},\ \varepsilon_{p^o,t}, \varepsilon_{r,t}$ และ $\varepsilon_{b,t}$ พารามิเตอร์ในแบบจำลองมี 11 ตัว คือ $\beta, \sigma, \eta, \alpha, \psi, i_{lag}, \rho_{p^o}, \rho_a, \rho_b, \phi_\pi$ และ ϕ_y

3.3.2 การแก้แบบจำลองด้วยวิธีการคาดการณ์เชิงเส้นตรงอย่างมีเหตุผล (Linear Rational Expectation[2])

สมการเส้นตรงโดยประมาณในรูปล็อกที่ได้จากขั้นตอนข้างต้น นำมาจัดอยู่ในรูประบบสมการการคาดการณ์เชิงเส้นตรงอย่างมีเหตุผล (Linear Rational Expectation)

$$\Gamma_0 x_t = \Gamma_1 x_{t-1} + \Psi e_t + \Pi \eta_t \qquad t \geq 0 \tag{3.30}$$

โดย x_t คือ เวกเตอร์ $n \times 1$ ของตัวแปรภายใน ณ เวลาที่ t Γ_0 และ Γ_1 คือ คือ เมทริกซ์สัมประสิทธิ์ $n \times n$ e_t คือ เวกเตอร์ $k \times 1$ ของตัวรบกวนเชิงสุ่มจากภายนอก (Exogenous random disturbance) Ψ คือ เมทริกซ์สัมประสิทธิ์ $n \times k$ η_t คือ เวกเตอร์ $r \times 1$ ของความคลาด

[1] การหาผลลัพธ์ในส่วนที่สอง และสามของวิธีการศึกษา ใช้ชุดคำสั่ง Dynare 4.1.2

[2] วิธีการดังกล่าวถูกพัฒนาขึ้นโดย Sim (2002)

เคลื่อนจากการคาดการณ์[3] (Expectation errors) และ Π คือ เมทริกซ์สัมประสิทธิ์ $n\times r$ ภายใต้สมมติฐานการคาดการณ์อย่างมีเหตุผล (Rational Expectation) $\eta_t\,'s$ จะเป็นตัวแปรภายใน ขณะที่ e_t ซึ่งเป็นตัวรบกวนจากภายนอกสมมติให้มีคุณสมบัติเป็น White noise คือ $e_t \overset{iid}{\sim} (0,\Sigma)$

สมมติฐานดังกล่าวนี้ไม่มีข้อจำกัดในการวิเคราะห์ เนื่องจาก โครงสร้างแบบจำลองสามารถจับกระบวนการนิ่งจากภายนอก (Exogenous stationary Process) ได้ โดยกำหนดให้เป็นสมาชิกใน x_t เช่น การรวมเอา $z_t = \Phi z_{t-1} + e_t$ เข้าไปในแบบจำลองนั้น z_t จะถูกจัดรวมเป็นตัวแปรภายในใน x_t นอกจากนั้น ในเวกเตอร์ x_t ยังได้รวมตัวแปรคาดการณ์ในช่วงเวลา t+1 เอาไว้ด้วย นั่นคือ การคาดการณ์ถือเป็นส่วนหนึ่งของตัวแปรภายในของแบบจำลอง

วิธีการแก้แบบจำลอง

จากสมการที่ 3.30 สมมติ เมทริกซ์ Γ_0 สามารถหาเมทริกซ์ผกผันได้ (Invertible)

$$x_t = Ax_{t-1} + \Gamma_0^{-1}\left(\Psi e_t + \Pi\eta_t\right) \qquad t \geq 1 \qquad (3.31)$$

โดยที่ $A \equiv \Gamma_0^{-1}\Gamma_1$

สมมติ ทุกเวกเตอร์เฉพาะ (Eigenvector) ของ A มีความเป็นอิสระเชิงเส้น (Linearly independent) ดังนั้น สามารถแยกเมทริกซ์ A ได้เป็น $A = P\Lambda P^{-1}$ นิยามให้ $w_t = P^{-1}x_t$ และทำการคูณสมการที่ 3.31 ด้วย P^{-1} จะได้

$$w_t = \Lambda w_{t-1} + Q\left(\Psi e_t + \Pi\eta_t\right) \qquad t \geq 1 \qquad (3.32)$$

โดย $Q \equiv P^{-1}\Gamma_0^{-1}$

จาก Λ ทำการจัดเรียงค่าเฉพาะจากน้อยไปมาก จะได้

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \Lambda_s & 0 \\ 0 & \Lambda_e \end{bmatrix} \qquad (3.33)$$

โดย Λ_s คือ แนวทแยง (Diagonal) ที่สมาชิกทุกตัวมีค่าสัมบูรณ์ (Absolute value) น้อยกว่า 1 และ Λ_e คือ แนวทแยง (Diagonal) ที่สมาชิกทุกตัวมีค่าสัมบูรณ์มากกว่า 1 ดังนั้นจากสมการที่ 3.32 สามารถจัดเป็นสองเซตสมการ ดังนี้

$$\begin{bmatrix} w_{1,t} \\ w_{2,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Lambda_s & 0 \\ 0 & \Lambda_e \end{bmatrix}\begin{bmatrix} w_{1,t-1} \\ w_{2,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix}\left(\Psi e_t + \Pi\eta_t\right) \qquad t \geq 1 \qquad (3.34)$$

---

[3] ความคลาดเคลื่อนจากการคาดการณ์ คือ ส่วนเบี่ยงเบนของตัวแปรจากไปจากค่าคาดการณ์ของตัวแปรนั้นในช่วงเวลาก่อนหน้า $\eta_t = x_t - E_{t-1}\left(x_t\right)$

โดยบล๊อกบน (Upper block) คือ Stable block และบล๊อกล่าง (Lower block) คือ Explosive Block

พิจารณา Explosive Block

จัดเรียง Explosive Block จะได้

$$w_{2,t} = \Lambda_e^{-1} w_{2,t+1} - \Lambda_e^{-1} Q_2 \left(\Psi e_{t+1} + \Pi \eta_{t+1} \right) \quad (3.35)$$

ทำการทำซ้ำไปข้างหน้า (Iterating forward)

$$w_{2,t} = \lim_{T\to\infty} \Lambda_e^{-T} w_{2,t+T} - \sum_{s=1}^{\infty} \Lambda_e^{-1} Q_2 \left(\Psi e_{t+1} + \Pi \eta_{t+1} \right) \quad (3.36)$$

ทำการคาดการณ์จากข้อมูลในช่วงเวลา t

$$w_{2,t} = \lim_{T\to\infty} \Lambda_e^{-T} E_t \left(w_{2,t+T} \right) - \sum_{s=1}^{\infty} \Lambda_e^{-1} Q_2 E_t \left(\Psi e_{t+1} + \Pi \eta_{t+1} \right) \quad (3.37)$$

ในดุลยภาพที่มีเสถียรภาพ (Stationary equilibrium) $E_t \left(w_{2,t+T} \right)$ นั้นมีขอบเขต และจากสมาชิกทุกตัวใน Λ_s มีค่าสัมบูรณ์ (Absolute value) มากกว่า 1 $\lim_{T\to\infty} \Lambda_e^{-T} = 0$ ดังนั้น $\lim_{T\to\infty} \Lambda_e^{-T} E_t \left(w_{2,t+T} \right) = 0$ นอกจากนั้น จาก e_t มีคุณสมบัติเป็น White noise และภายใต้สมมติฐานการคาดการณ์อย่างมีเหตุผล ค่าเฉลี่ยของ η_t's จะเป็นศูนย์ ดังนั้น

$$w_{2,t} = 0 \quad (3.38)$$

การแก้ปัญหาความคลาดเคลื่อนจากการคาดการณ์ (Solving for Expectation Error)

ก่อนพิจารณา $w_{1,t}$ ต้องขจัดความความคลาดเคลื่อนจากการคาดการณ์ก่อน จากสมการที่ 3.35 และ 3.38 จะได้

$$Q_2 \left(\Psi e_t + \Pi \eta_t \right) = 0 \quad (3.39)$$

ภายใต้สมมติฐานการคาดการณ์อย่างมีเหตุผล ความคลาดเคลื่อนจากการคาดการณ์ขึ้นอยู่กับข้อมูลใหม่จากภายนอก (New exogenous information) และจากการสมมติให้ $Q_2\Pi$ สามารถหาเมทริกซ์ผกผันได้ (Invertible) ทำให้ η_t สามารถพิจารณาได้ผลลัพธ์เดียว (Uniquely) คือ

$$\eta_t = -\left(Q_2 \Pi \right)^{-1} Q_2 \Psi e_t \quad (3.40)$$

พิจารณา Stable Block

Stable Block ถูกกำหนดโดย

$$w_{1,t} = \Lambda_s w_{1,t-1} + Q_1\left(\Psi e_t + \Pi \eta_t\right) \tag{3.41}$$

แทน $\eta_t = -\left(Q_2\Pi\right)^{-1} Q_2 \Psi e_t$ ลงไป

$$w_{1,t} = \Lambda_s w_{1,t-1} + Q_1\left(\Psi - \Pi\left(Q_2\Pi\right)^{-1} Q_2\Psi\right)e_t \tag{3.42}$$

การหาผลลัพธ์ของ x_t

จากสมการที่ 3.39 และ 3.42

$$\begin{bmatrix} w_{1,t} \\ w_{2,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Lambda_s & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} w_{1,t-1} \\ w_{2,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Q_1\left(\Psi - \Pi\left(Q_2\Pi\right)^{-1} Q_2\Psi\right) \\ 0 \end{bmatrix} e_t \tag{3.43}$$

จาก $x_t = Pw_t$ ดังนั้นการหาผลลัพธ์ของ x_t หาได้โดยนำ P ไปคูณสมการ 3.43

$$x_t = P\begin{bmatrix} \Lambda_s & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} P^{-1} x_{t-1} + P\begin{bmatrix} Q_1\left(\Psi + \Pi\left(Q_2\Pi\right)^{-1} Q_2\Psi\right) \\ 0 \end{bmatrix} e_t$$

$$x_t = P\Lambda_s P^{-1} x_{t-1} + PQ_1\left(\Psi + \Pi\left(Q_2\Pi\right)^{-1} Q_2\Psi\right)e_t \tag{3.44}$$

ทำการจัดรูปเมทริกซ์สัมประสิทธิ์ทั้งสอง จะได้สมการผลลัพธ์ (Policy function)

$$x_t = \Theta_x x_{t-1} + \Theta_e e_t \tag{3.45}$$

จากสมการข้างต้นสามารถนำมาจัดรูปเพื่อหา Impulse responses ของ x_t ได้ ดังนี้

$$x_{t+s} - E_t x_{t+s} = \sum_{v=0}^{s-1} \Theta_x^v \Theta_e e_{t+s-v} \tag{3.46}$$

โดย $E_t x_{t+s} = \Theta_x^s x_{t-1}$

พิจารณาเงื่อนไข Existence และ Uniqueness

สำหรับเงื่อนไข Existence สามารถพิสูจน์ได้จากสมการที่ 3.39

$$Q_2\left(\Psi e_t + \Pi \eta_t\right) = 0$$

จากการเปลี่ยนแปลงฉับพลันจากภายนอก (e_t) และความคลาดเคลื่อนจากการคาดการณ์ (η_t) ปัญหา Existence จะเกิดขึ้น ถ้า η_t ไม่สามารถที่จะปรับตัวเพื่อชดเชย e_t ได้ และเหตุการณ์ดังกล่าวจะเกิดขึ้นเมื่อสมการที่ 3.39 ใส่ข้อจำกัด (Restriction) สำหรับความคลาดเคลื่อน

จากการคาดการณ์มากเกินความจำเป็น โดยเงื่อนไขที่จำเป็นสำหรับผลลัพธ์เดียวจะเกิดขึ้นได้ เมื่อสเปซหลัก (Column space) ของ $Q_2\Psi$ จะต้องถูกบรรจุอยู่ในสเปซหลักของ $Q_2\eta$

ส่วนในกรณีที่เกิด Multiple solution นั้นมีสาเหตุมาจากสมการที่ 3.39 ใส่ข้อจำกัดน้อยเกินไป ดังนั้นสมการที่ 3.39 อาจจะถูกตรึงไว้ (Pin down) กับ $Q_2\Pi\eta_t$ เพียงอย่างเดียว คือ ในการพิจารณา Stable block ซึ่งเป็นการรวมเอาผลรวมเชิงเส้นตรง (Linear combination) ที่แตกต่างกันของ $Q_2\Pi\eta_t$ ถ้า $Q_2\Pi\eta_t$ ไม่พอเพียงที่จะตรึงลงไปใน $Q_1\Pi\eta_t$ ก็อาจจะทำให้เกิด Multiple solution ในระบบได้ ดังนั้นเงื่อนไขที่จำเป็นและเพียงพอสำหรับผลลัพธ์เดียว (Unique solution) คือสเปสแถว (Row space) ของ $Q_1\Pi$ จะต้องมีอยู่ใน $Q_2\Pi$ นั่นคือ ผลลัพธ์เดียวจะเกิดขึ้น เมื่อเมทริกซ์ Φ มีอยู่จริง โดยที่ $Q_1\Pi = \Phi Q_2\Pi$

กรณีที่ไม่สามารถหาเมทริกซ์ผกผัน และเมทริกซ์ทแยงได้

กรณีข้างต้นที่พิจารณาไปเป็นกรณีที่เมทริกซ์ Γ_0 สามารถหาเมทริกซ์ผกผันได้และผลคูณ $\Gamma_0\Gamma_1$ นั้นเป็นเมทริกซ์ทแยง ทำให้สามารถแปลงแบบจำลองไปเป็นเซตของสมการสเกลาร์ (Scalar equation) ซึ่งทำให้ง่ายต่อการจัดการ อย่างไรก็ตาม สำหรับกรณีที่ไม่เป็นไปตามสมมติฐานข้างต้นและเพื่อให้ง่ายในการพิจารณา จะใช้แบบจำลองเชิงกำหนดได้ (Deterministic model) ในการพิจารณา

$$\Gamma_0 x_{t+1} = \Gamma_1 x_t \quad t \geq 0 \quad \text{โดย } x_0 \text{ กำหนดมาให้ และ } x_t \in \mathbb{R}^n \qquad (3.47)$$

พิจารณาเมทริกซ์ Γ_0 เป็นเมทริกซ์เอกฐาน (Singular matrix) เนื่องจากไม่สามารถหาเมทริกซ์ทแยงได้ ดังนั้นในกรณีนี้จะใช้เมทริกซ์สามเหลี่ยม (Triangular matrix) แทน โดยใช้วิธีการ QZ Decomposition หรือ Generalized Decomposition ในการแก้แบบจำลอง

นิยาม (QZ Decomposition) สำหรับเมทริกซ์จัตุรัส (Square Matrix) Γ_0 และ Γ_1 โดยพิจารณาเมทริกซ์ยูนิแทรี (Unitary matrix: $QQ' = ZZ' = I$) และเมทริกซ์สามเหลี่ยมบน (Upper triangular matrix) Ω และ Λ ดังนี้

$$\begin{aligned} \Gamma_0 &= Q'\Omega Z' \\ \Gamma_1 &= Q'\Lambda Z' \end{aligned} \qquad (3.48)$$

การรวมกลุ่มของค่าสัดส่วนสมาชิกแนวทแยงของ Λ และ Ω ($\frac{\lambda_{ii}}{w_{ii}}$) คือ เซตของค่าเฉพาะโดยทั่วไป (Generalized eigenvalue) ของ Γ_0 และ Γ_1 [4] จากนั้นทำการตรวจสอบเงื่อนไขของค่าเฉพาะโดยทั่วไปที่จะทำให้เกิดคุณสมบัติ Unique (เงื่อนไข Blanchard Kahn) ถ้าผ่าน ก็แสดงว่าแบบจำลองดังกล่าวสามารถหาผลลัพธ์ที่ต้องการได้ ในการแก้แบบจำลองจะพิจารณ เมทริกซ์ Q, Z, Ω และ Λ ซึ่งค่าเฉพาะโดยทั่วไปถูกเรียงลำดับตามค่าสัมบูรณ์จากน้อยไปมาก

แทนสมการที่ 3.48 ลงในสมการที่ 3.47 แล้วคูณสมการดังกล่าวด้วย Q จะได้

$$\Omega Z' x_{t+1} = \Lambda Z' x_t \tag{3.49}$$

ให้ $w_t \equiv Z' x_t$ จะได้

$$\Omega w_{t+1} = \Lambda w_t \tag{3.50}$$

เนื่องจาก Explosive roots หรือ $\left|\frac{\lambda_{ii}}{w_{ii}}\right| > 1$ รวมกันอยู่ด้านล่าง ดังนั้นจึงสามารถแบ่งระบบสมการดังกล่าวออกเป็น Stable block กับ Explosive block ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} \\ 0 & \Omega_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{1,t+1} \\ w_{2,t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Lambda_{11} & \Lambda_{12} \\ 0 & \Lambda_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{1,t} \\ w_{2,t} \end{bmatrix} \tag{3.51}$$

พิจารณา Explosive block

โดย Λ_{22} สามารถทำการผกผันได้ (Invertible) ดังนั้นคูณ Explosive block ด้วย Λ_{22}^{-1} และทำการทำซ้ำไปข้างหน้า (Iterating forward) จะได้

$$w_{2,t} = \lim_{T \to \infty} \left(\Lambda_{22}^{-1} \Omega_{22} \right)^T w_{2,t+T} \tag{3.52}$$

เนื่องจาก Λ และ Ω เป็นเมทริกซ์สามเหลี่ยมบน ขณะที่สมาชิกแนวทแยงของ $\Lambda_{22}^{-1}\Omega_{22}$ คือ $\frac{w_{ii}}{\lambda_{ii}}$ หรือ ส่วนกลับของค่าเฉพาะโดยทั่วไป จาก $\lim_{T \to \infty} \left(\frac{w_{ii}}{\lambda_{ii}} \right)^T = 0$ ประกอบกับสิ่งจำเป็นสำหรับความมีเสถียรภาพ คือ $w_{2,t+T}$ จะต้องเป็นศูนย์ ดังนั้นวิธีการหาผลลัพธ์ดังกล่าวจึงสามารถทำได้โดยใช้ขั้นตอนเดียวกับที่ทำไว้ในกรณีก่อนหน้า สุดท้ายจะได้ข้อสรุปที่ดุลยภาพที่มีเสถียรภาพใดๆ

---

[4] ปัญหาค่าเฉพาะโดยทั่วไป (Generalized eigenvalue problem) นั้นอยู่ในรูป $Ax = \lambda Bx$ โดย A และ B คือ เมทริกซ์ $n \times n$, $p \neq 0$ คือ เวกเตอร์เฉพาะ (Eigenvector), และ λ คือ ค่าเฉพาะ (Eigenvalue) ขณะที่ปัญหาค่าเฉพาะมาตรฐาน (Standard eigenvalue problem) นั้น $B = I$

$$w_{2,t+T} = 0 \tag{3.53}$$

พิจารณา Stable block

โดยโครงสร้าง Ω_{11} สามารถทำการผกผันได้ ดังนั้นทำการคูณ Stable block ด้วย Ω_{11}^{-1} และจาก $w_{2,t+T} = 0$ ทำการทำซ้ำย้อนกลับ (Iterating backward) Stable block จะได้

$$w_{1,t} = \left(\Omega_{11}^{-1}\Lambda_{11}\right)^{t} w_{1,t=0} \tag{3.54}$$

โดย $w_{1,t=0}$ สามารถหาได้จากเงื่อนไขตั้งต้นของ x_0

จากนั้นทำการหาผลลัพธ์ของ x_t โดยพิจารณาจากผลลัพธ์ที่ได้ของ w_t และจาก $w_t = Z'x_t$ โดยที่ Z เป็นเมทริกซ์ยูนิแทรี ดังนั้น

$$x_t = Zw_t \tag{3.55}$$

3.3.3 การประมาณค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองด้วยเทคนิคเบย์เซี่ยน (Bayesian)

การหาผลลัพธ์ของแบบจำลองจำเป็นจะต้องทราบค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองก่อน ในการศึกษาครั้งนี้ค่าพารามิเตอร์จะถูกประมาณค่าด้วยเทคนิคเบย์เซี่ยน โดยมีขั้นตอนดังนี้

1) การระบุการแจกแจงก่อนหน้า (Prior Distribution)

การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยเทคนิคเบย์เซี่ยน เริ่มต้นจากการระบุการแจกแจงก่อนหน้า (Prior distribution) ของพารามิเตอร์ซึ่งสามารถกำหนดขึ้นจากงานศึกษาในอดีตและความเข้าใจทางเศรษฐศาสตร์ของผู้ทำวิจัย โดยในการระบุการแจกแจงก่อนหน้าเริ่มจากการเลือกรูปแบบฟังก์ชั่นการแจกแจงที่เหมาะสมที่สุด โดยอาศัยเกณฑ์ในการพิจารณา เช่น Inverse gamma distribution สำหรับพารามิเตอร์ที่เป็นบวกเท่านั้น Beta distribution สำหรับพารามิเตอร์ที่มีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 เท่านั้น และ Normal distribution สำหรับพารามิเตอร์ที่ไม่มีขอบเขต เป็นต้น จากนั้นเลือกค่าที่จำเป็นสำหรับระบุการแจกแจงให้มีความชัดเจนขึ้น (เช่น ค่าฐานนิยม (Mode) ค่าเฉลี่ย (Mean) และค่าการกระจาย (Dispersion เช่น ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและช่วงความเป็นไปได้)) จากนั้นก็ทำการคำนวณการแจกแจงก่อนหน้า

การศึกษาครั้งนี้จะระบุการแจกแจงก่อนหน้าของพารามิเตอร์ตามงานศึกษาของ Smets และ Wouter (2003, 2007) ซึ่งเป็นแบบจำลองนิวเคนส์เซี่ยนดีเอสจีของระบบเศรษฐกิจแบบปิดเช่นเดียวกับแบบจำลองที่ใช้ในการศึกษา ยกเว้นในส่วนของอัตราคิดลด (β) กำหนดให้มีค่าเท่ากับ 0.99 พิจารณาภายใต้สมมติฐานอัตราดอกเบี้ยแท้จริงมีค่าเท่ากับร้อยละ 4 ที่สถานะคงที่

ขณะที่สัดส่วนน้ำมันในกระบวนการผลิต (α) กำหนดให้มีค่าเท่ากับ 0.07 พิจารณาจากการคำนวณค่าเฉลี่ยรายปีของสัดส่วนการนำเข้าน้ำมันดิบเทียบกับผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศตั้งแต่ปี พ.ศ.2543 ถึง 2553 สำหรับรายละเอียดการระบุการแจกแจงก่อนหน้าแสดงในตารางที่ 3.1

ตารางที่ 3.1 การระบุการแจกแจงก่อนหน้า

พารามิเตอร์	ข้อจำกัด	การแจกแจง	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
σ	□	Normal	1.50	0.37
η	□	Normal	2.00	0.75
ψ	$(0,1)$	Beta	0.75	0.05
i_{lag}	$(0,1)$	Beta	0.75	0.10
ρ_{p^o}	$(0,1)$	Beta	0.85	0.10
ρ_a	$(0,1)$	Beta	0.85	0.10
ρ_b	$(0,1)$	Beta	0.85	0.10
ϕ_π	$[0,\infty)$	Gamma	1.50	0.25
ϕ_y	$[0,\infty)$	Gamma	0.50	0.01
σ_{p^o}	$(0,\infty)$	Inv_Gamma	0.10	2.00
σ_a	$(0,\infty)$	Inv_Gamma	0.10	2.00
σ_b	$(0,\infty)$	Inv_Gamma	0.10	2.00
σ_r	$(0,\infty)$	Inv_Gamma	0.10	2.00

พิจารณาตารางที่ 3.1 แสดงรายละเอียดการระบุการแจกแจงก่อนหน้า เริ่มจากส่วนกลับของค่าความยืดหยุ่นของการทดแทนกันของการบริโภคระหว่างช่วงเวลา (Inverse elasticity of intertemporal substitution: σ) และส่วนกลับของความยืดหยุ่นอุปทานแรงงานต่อค่าจ้าง (Inverse elasticity of labour supply: η) ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ที่ไม่มีขอบเขตกำหนดให้มีการแจกแจงแบบ Normal โดยมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 1.5 และ 2 ตามลำดับ ขณะที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเท่ากับ 0.37 และ 0.75 ตามลำดับ

กรณีของพารามิเตอร์ที่มีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 เท่านั้นซึ่งประกอบด้วย ระดับความหนืดของราคาสินค้า (ψ) พารามิเตอร์แสดงน้ำหนักการตอบสนองของนโยบายการเงินต่ออัตราดอกเบี้ยในอดีต (i_{lag}) พารามิเตอร์แสดงการปรับตัวของราคาน้ำมัน (ρ_{p^o}) พารามิเตอร์แสดงการปรับตัวของระดับเทคโนโลยี (ρ_a) และพารามิเตอร์แสดงการปรับตัวของส่วนชดเชยความเสี่ยง

(ρ_b) กำหนดให้มีการแจกแจงแบบ Beta โดยมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0.75, 0.75, 0.85, 0.85 และ 0.85 ตามลำดับ และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.05, 0.1, 0.1, 0.1 และ 0.1 ตามลำดับ

สำหรับพารามิเตอร์แสดงการให้น้ำหนักการตอบสนองของการดำเนินนโยบายการเงินต่ออัตราเงินเฟ้อคาดการณ์ (ϕ_π) และพารามิเตอร์แสดงการให้น้ำหนักการตอบสนองของการดำเนินนโยบายการเงินต่อช่องว่างการผลิตคาดการณ์ (ϕ_y) ซึ่งค่าตั้งแต่ศูนย์ขึ้นไป กำหนดให้มีการแจกแจงแบบ Gamma โดยมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 1.5 และ 0.5 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.25 และ 0.01 ตามลำดับ

สุดท้ายในส่วนของความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน (Standard error) จากการเปลี่ยนแปลงฉับพลันในราคาน้ำมัน การเปลี่ยนแปลงฉับพลันในระดับเทคโนโลยี การเปลี่ยนแปลงฉับพลันในส่วนชดเชยความเสี่ยง และการเปลี่ยนแปลงฉับพลันในนโยบายการเงินซึ่งมีค่ามากกว่าศูนย์ขึ้นไปกำหนดให้มีการแจกแจงแบบ Inverse – gamma โดยมีค่าเท่ากับ 0.1 และระดับความเป็นอิสระ (Degree of freedom) เท่ากับ 2 เช่นเดียวกัน

2) การประมาณค่าฟังก์ชั่นความควรจะเป็น (Likelihood function)

การหาฟังก์ชั่นความควรจะเป็น เริ่มต้นจากการสร้างความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่สังเกตุ (Data) กับตัวแปรภายในแบบจำลอง โดยตัวแปรสังเกตุ (Observable variable) นั้นจะแสดงอยู่ในรูปฟังก์ชั่นพลวัตรของตัวแปรที่ไม่สามารถสังเกตุได้ หรือ ตัวแปรสถานะ (State variable) ดังนี้

$$x_t^* = Fx_t + Gu_t \tag{3.56}$$

โดย x_t^* คือ เวกเตอร์ของตัวแปรสังเกตุ, F คือ เมตริกซ์ที่สร้างความเชื่อมโยงระหว่างตัวแปรภายในแบบจำลองกับข้อมูลที่สังเกตุได้, u_t คือ เวกเตอร์ของความคลาดเคลื่อน (Error) และ G คือ เมตริกซ์ที่แสดงบทบาทของความคลาดเคลื่อนในแต่ละตัวแปรสังเกตุ โดยความคลาดเคลื่อนสมมุติให้เป็น Gaussian white noise processes คือ

$$E(u_t) = 0,\ E(u_t u_t') = \Sigma_u,\ E(u_t u_s') = 0,\ t \neq s \text{ และ } u_t \sim N(0, \Sigma_e) \tag{3.57}$$

ตัวแปรสังเกตุในการศึกษาครั้งนี้ ประกอบด้วย $\hat{y}_t, \hat{p}_t^o - \hat{p}_t, \hat{i}_t$ และ $\hat{\pi}_t$ ซึ่งได้มาจากการแปลงรูปข้อมูลให้อยู่ในรูปส่วนที่เบี่ยงเบนไปจากสถานะคงที่

จาก Θ_x และ Θ_e ในสมการที่ 3.45 ถูกแทนด้วย D และ E ตามลำดับ และจากสมการที่ 3.56 จะสามารถสร้างระบบสมการได้ดังนี้

$$x_t = Dx_{t-1} + Ee_t \tag{3.58}$$

$$x_t^* = Fx_t + Gu_t \tag{3.59}$$

จากการที่ตัวรบกวนในแบบจำลอง (e_t) เงื่อนไขตั้งต้น (x_0) และความคลาดเคลื่อน (u_t) นั้นกำหนดให้มีการแจกแจงแบบปกติ (Normal distribution) ดังนั้น x_t และ x_t^* จะต้องมีการแจกแจงแบบปกติด้วย กำหนดให้ x^* แสดง ข้อมูลที่สังเกตุได้ทั้งหมดจากกลุ่มตัวอย่าง

จากฟังก์ชั่นความควรจะเป็นในรูปล็อก (Log)

$$L\left(x^* \mid \bar{x}^*, \Sigma_{x^*}\right) = -\frac{Tn}{2}\log 2\pi - \frac{1}{2}\log\left|\Sigma_{x^*}\right| - \frac{1}{2}\left(x^* - \bar{x}^*\right)' \Sigma_{x^*}^{-1}\left(x^* - \bar{x}^*\right) \tag{3.60}$$

โดย n คือ จำนวนตัวแปรสังเกตุ T คือ จำนวนช่วงเวลาตัวอย่าง $\bar{X}^*$ คือ ค่าคาดหวังของ X^* และ Σ_{x^*} คือ เมตริกซ์ความแปรปรวนความแปรปรวนร่วม (Variance – covariance matrix)

ในการคำนวณสมการที่ 3.60 นั้นจำเป็นต้องใช้ข้อมูลทั้งหมดของตัวอย่างในการคำนวณทันที ซึ่งเป็นวิธีการที่ค่อนข้างซับซ้อน อีกวิธีหนึ่ง ที่มีความสะดวกในการคำนวณมากกว่า คือ การสร้างรูปแบบของฟังก์ชั่นความควรจะเป็นผ่านกระบวนการ Predictor error decomposition ดังนี้

$$L\left(x^* \mid \theta\right) = -\frac{Tn}{2}\log 2\pi - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\log\left|\Sigma_{x^*_{t|t-1}}\right| - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\left(x^* - \bar{x}^*_{t|t-1}\right)' \Sigma^{-1}_{x^*_{t|t-1}}\left(x^* - x^*_{t|t-1}\right) \tag{3.61}$$

โดย $x^*_{t|t-1}$ คือ ตัวพยากรณ์ของ x_t^* โดยใช้ข้อมูลที่ได้จากการคำนวนจนถึงช่วงเวลาที่ $t-1$ $\Sigma_{x^*_{t|t-1}}$ คือ ตัวพยากรณ์ของเมตริกซ์ความแปรปรวนความแปรปรวนร่วม x_t^* โดยใช้ข้อมูลที่ได้จากการคำนวนจนถึงช่วงเวลาที่ $t-1$ θ คือ เวกเตอร์ของพารามิเตอร์ขึ้นอยู่กับ $x^*_{t|t-1}$ และ $\Sigma_{x^*_{t|t-1}}$ โดยสมการที่ 3.61 ถูกคำนวณผ่านกระบวนการทำซ้ำขั้นตอน (Recursive) ใน Kalman Filter

โดยกระบวนการ Kalman Fliter เริ่มต้นจาก กำหนดให้แบบจำลอง State space ถูกอธิบายด้วยสมการที่ 3.58 และ 3.59 โดย สมการแรก คือ สมการสถานะ (State equation) สมการที่สองคือ สมการการสังเกตุ (Observation equation) จากนั้น Kalman filter จะทำการประเมินการแจกแจงแบบมีเงื่อนไขที่สอดคล้องกับข้อมูลที่สังเกตุในช่วงเวลา t จากการสังเกตุข้อมูลในอดีต และหา

ผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดของการพยากรณ์ล่วงหน้าหนึ่งช่วงเวลาของ $x^*_{t|t-1}$ และ $\Sigma_{x^*_{t|t-1}}$ ซึ่งสามารถสรุปเป็นขั้นตอน ดังนี้

1. สำหรับช่วงเวลาที่ $t=1$ กำหนดค่าตั้งต้นของการพยากรณ์ล่วงหน้าหนึ่งช่วงเวลาของสถานะ (States) ในช่วงเวลาที่ t ($x_{t|t-1}$) และเมตริกซ์ความแปรปรวนและความแปรปรวนร่วมของความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ ($\Sigma^x_{t|t-1}$) ตามลำดับ

2. คำนวณการพยากรณ์ล่วงหน้าของสถานะในช่วงเวลาที่ t จากข้อมูล ($x^*_{t|t-1}$) และหาเมตริกซ์ความแปรปรวนและความแปรปรวนร่วมของคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ ($\Sigma_{x^*_{t|t-1}}$) ตามลำดับ

$$x^*_{t|t-1} = E\left(x^*_t \mid t-1\right) = E\left(\left(Fx_t + Gu_t\right) \mid t-1\right) = Fx_{t|t-1} \tag{3.62}$$

$$\begin{aligned}
\Sigma_{x^*_{t|t-1}} &= E\left(x^*_t - x^*_{t|t-1}\right)\left(x^*_t - x^*_{t|t-1}\right)' \\
&= E\left(Fx_t + Gu_t - Fx_{t|t-1}\right)\left(Fx_t + Gu_t - Fx_{t|t-1}\right)' \\
&= E\left(F\left(x_t - x_{t|t-1}\right) + Gu_t\right)\left(\left(\left(x_t - x_{t|t-1}\right)' F' + u_t'G'\right)\right) \\
&= FE\left(x_t - x_{t|t-1}\right)\left(x_t - x_{t|t-1}\right)' F' + GE(u_t u_t')G' \\
&= F\sum\nolimits^x_{t|t-1} F' + G\Sigma_u G'
\end{aligned} \tag{3.63}$$

3. จากการสังเกตุข้อมูลในช่วงเวลา t ทำการคำนวณฟังก์ชั่นความควรจะเป็นที่สอดคล้อง (Corresponding likelihood)

$$L\left(x^*_t \mid \theta\right) = -\frac{n}{2}\log 2\pi - \frac{1}{2}\log\left|\Sigma_{x^*_{t|t-1}}\right| - \frac{1}{2}\left(x^* - \bar{x}^*_{t|t-1}\right)' \Sigma^{-1}_{x^*_{t|t-1}}\left(x^* - x^*_{t|t-1}\right) \tag{3.64}$$

4. ปรับปรุง (Update) ค่าการพยากรณ์สถานะในช่วงเวลา t ($x_{t|t}$) และ เมตริกซ์ความแปรปรวนและความแปรปรวนร่วมของความคลาดเลื่อนของการพยากรณ์ ($\Sigma^x_{t|t}$) ตามลำดับ

$$x_{t|t} = x_{t|t-1} + \Sigma^x_{t|t-1} F' \Sigma^{-1}_{x^*_{t|t-1}}\left(x^*_t - x^*_{t|t-1}\right) \tag{3.65}$$

$$\Sigma^x_{t|t} = \Sigma^x_{t|t-1} - \Sigma^x_{t|t-1} F' \Sigma^{-1}_{x^*_{t|t-1}} F \Sigma^x_{t|t-1} \tag{3.66}$$

5. คำนวณหาค่าการพยากรณ์ล่วงหน้าของสถานะในช่วงเวลา t ($x_{t+1|t}$) และเมตริกซ์ความแปรปรวนและความแปรปรวนร่วมของความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ ($\Sigma^x_{t+1|t}$) ตามลำดับ

$$x_{t+1|t} = E\left(x_{t+1} \mid t\right) = E\left(\left(Dx_t + Ee_{t+1}\right) \mid t\right) = Dx_{t|t} \tag{3.67}$$

$$
\begin{aligned}
\Sigma^x_{t+1|t} &= E\left(x_{t+1} - x_{t+1|t}\right)\left(x_{t+1} - x_{t+1|t}\right)' \\
&= E\left(Dx_t + Ee_{t+1} - Dx_{t|t}\right)\left(Dx_t + Ee_{t+1} - Dx_{t|t}\right)' \\
&= E\left(D\left(x_t - x_{t|t}\right) + Ee_{t+1}\right)\left(\left(\left(x_t - x_{t|t}\right)' D' + e'_{t+1}E'\right)\right) \\
&= DE\left(x_t - x_{t|t}\right)\left(x_t - x_{t|t}\right)' D' + EE(e_{t+1}e'_{t+1})E' \\
&= D\Sigma^x_{t|t-1}D' + E\Sigma_e E' \\
&= D\left(\Sigma^x_{t|t-1} - \Sigma^x_{t|t-1}F'\Sigma^{-1}_{x^*_{t|t-1}}F\Sigma^x_{t|t-1}\right)D' + E\Sigma_e E' \qquad (3.68)
\end{aligned}
$$

6. จากนั้นทำซ้ำขั้นตอนที่ 2-5 สำหรับช่วงเวลาที่ 2,3,4,…,T

จากการที่เงื่อนไขตั้งต้น (Initial condition) ตัวรบกวนในแบบจำลอง (Innovation), ค่าความคลาดเคลื่อน (Error) มีการแจกแจงแบบปกติทั้งหมด ค่า $x^*_{t|t-1}$ และ $\Sigma_{x^*_{t|t-1}}$ ที่ประมาณได้จะเป็นค่าพยากรณ์ที่เหมาะสมที่สุดของ x^*_t และ $\Sigma_{x^*_t}$ แนวทางนี้เป็นการแสดงกระบวนการทำซ้ำขั้นตอน (Recursive) ฟังก์ชั่นความควรจะเป็นของแต่ละการสังเกตุจากช่วงเวลาหนึ่งโดยช่วงเวลาหนึ่ง ซึ่งเมื่อแทนลงในสมการที่ 3.61 จะได้ฟังก์ชั่นความควรจะเป็น

3) การประมาณค่าการแจกแจงภายหลัง (Posterior distribution)

การแจกแจงก่อนหน้า และฟังก์ชั่นความควรจะเป็นที่ได้ในข้างต้น ขั้นตอนต่อไปจะเป็นการประมาณค่าการแจกแจงภายหลัง ตามทฤษฎีของเบย์ (Bayes theorem) ดังนี้

$$p\left(\theta \mid x^*\right) = \frac{p\left(x^* \mid \theta\right)p\left(\theta\right)}{p\left(x^*\right)} \qquad (3.69)$$

โดย $p\left(\theta \mid x^*\right)$ คือ การแจกแจงของพารามิเตอร์ภายใต้เงื่อนไขของข้อมูล (Posterior) $p\left(x^* \mid \theta\right)$ คือ การแจกแจงของข้อมูลภายใต้เงื่อนไขของพารามิเตอร์ (Likelihood) $p\left(\theta\right)$ คือ การแจกแจงแบบไม่มีเงื่อนไขของพารามิเตอร์ (Prior) และ $p\left(x^*\right)$ คือ การแจกแจงส่วนเพิ่ม (Marginal distribution) ของข้อมูล อย่างไรก็ตาม จาก $p\left(x^*\right)$ ไม่ได้ขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์ ดังนั้นในการประมาณค่าพารามิเตอร์จึงถือว่าเป็นค่าคงที่ ทำให้

$$p\left(\theta \mid x^*\right) \propto p\left(x^* \mid \theta\right)p\left(\theta\right) = K\left(\theta \mid x^*\right) \qquad (3.70)$$

โดย $K\left(\theta \mid x^*\right)$ คือ Posterior kernel จากนั้นทำการล็อก (Log) $K\left(\theta \mid x^*\right)$

$$\ln \mathrm{K}\left(\theta \mid X^*_T\right) = \ln p(x^* \mid \theta) + \ln p(\theta) = \ln L\left(x^* \mid \theta\right) + \ln p\left(\theta\right) \qquad (3.71)$$

สมมติให้การแจกแจงก่อนหน้ามีลักษณะการแจกแจงที่เป็นอิสระ ดังนั้น สมการข้างต้นนี้สามารถแสดงได้เป็น

$$\ln \mathrm{K}\left(\theta \mid x^{*}\right)=\ln L\left(x^{*} \mid \theta\right)+\sum_{y=1}^{\mathrm{I}} \ln p\left(\theta_{y}\right) \qquad (3.72)$$

I คือ จำนวนของพารามิเตอร์ที่ต้องทำการประมาณค่า และสมการดังกล่าวนี้จะถูกใช้ในการประมาณค่าการแจแจงภายหลัง อย่างไรก็ตามเนื่องจากฟังก์ชั่นของพารามิเตอร์มีความซับซ้อนและไม่เป็นเส้นตรง ดังนั้นในการประมาณค่าจำเป็นจะต้องใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ขั้นสูง โดยเริ่มจากหาค่า θ ที่ทำให้สมการที่ 3.72 มีค่าสูงสุด จะได้ค่าฐานนิยมของการแจกแจงภายหลัง (θ^{m}) และ Hessian matrix ที่ประเมินได้ ณ ค่าฐานนิยม ($H\left(\theta^{m}\right)$) จากนั้นใช้วิธีการเมโทรโปลิส – เฮสติ้ง (Metropolis – Hastings (MH) algorithm) ในการช่วยจำลองการแจกแจงภายหลัง ซึ่งมีขั้นตอนการทำงานสรุปได้ดังนี้

1. เลือกจุดเริ่มต้น θ^{0} ที่คำนวณจากค่าฐานนิยมที่ประมาณค่าได้ก่อนหน้า
2. สุ่มพารามิเตอร์ Candidate θ^{*} ใหม่จากการแจกแจง Jumping

$$J\left(\theta^{*} \mid \theta^{t-1}\right)=N\left(\theta^{t-1} \mid c \Sigma_{\theta^{m}}\right) \qquad (3.73)$$

โดย θ^{t-1} คือ ค่าเฉลี่ยการแจกแจง Jumping เริ่มต้นจากค่าฐานนิยมที่ประมาณค่าได้ก่อนหน้า, $\Sigma_{\theta^{m}}$ คือ ความแปรปรวน (Variance) ของการแจกแจงซึ่งคำนวณจาก inverse ของ Hessian matrix เริ่มต้นจากค่าที่ประมาณค่าได้ก่อนหน้า และ c คือ Scale factor

3. คำนวณหาค่า r คือ สัดส่วนของ Posterior kernel ได้มาจาก Candidate θ^{*} ที่ประมาณได้ใหม่หารด้วย Posterior kernel ได้มาจากพารามิเตอร์ที่ประมาณได้ในช่วงเวลาก่อนหน้า

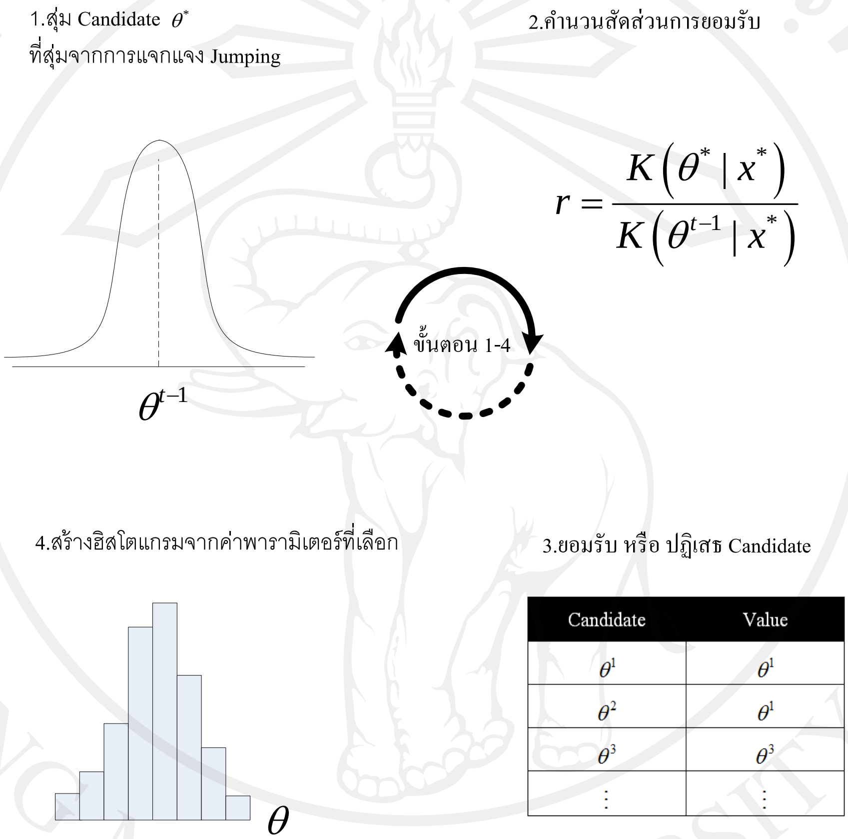
$$r=\frac{K\left(\theta^{*} \mid x^{*}\right)}{K\left(\theta^{t-1} \mid x^{*}\right)} \qquad (3.74)$$

4. พิจารณาเงื่อนไขการยอมรับและปฏิเสธ พารามิเตอร์ Candidate θ^{*} ดังนี้

$$\theta^{t}=\begin{cases}\theta^{*} & with \quad probability \quad \min(r,1) \\ \theta^{t-1} & otherwise\end{cases}$$

ถ้ายอมรับ θ^{*} เก็บ θ^{*} ดังกล่าว แต่ถ้าปฏิเสธ ต้องกลับไปใช้ค่าพารามิเตอร์ Candidate ในช่วงเวลาก่อนหน้า จากนั้นบันทึกค่าพารามิเตอร์ที่ได้เลือกเก็บไว้ และทำการปรับปรุงค่าเฉลี่ยของการแจกแจง

5. ทำซ้ำขั้นตอน 2 – 4 จากนั้นสร้างฮิสโตแกรมจากค่าพารามิเตอร์ที่เลือกเก็บไว้ ซึ่งในขั้นนี้ถ้าผ่านกระบวนการทำซ้ำที่มากพอจะทำให้แท่งฮิสโตแกรมแต่ละแท่งหดตัวจนเข้าใกล้ศูนย์ ทำให้กราฟฮิสโตแกรมที่ได้มีความเรียบเนียนจนได้รูปแบบการแจกแจงภายหลังในที่สุด โดยกระบวนการสร้างรูปแบบการแจกแจงภายหลังสามารถสรุปได้ดังรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 กระบวนการสร้างรูปแบบการแจกแจงภายหลัง

สรุปวิธีการศึกษา

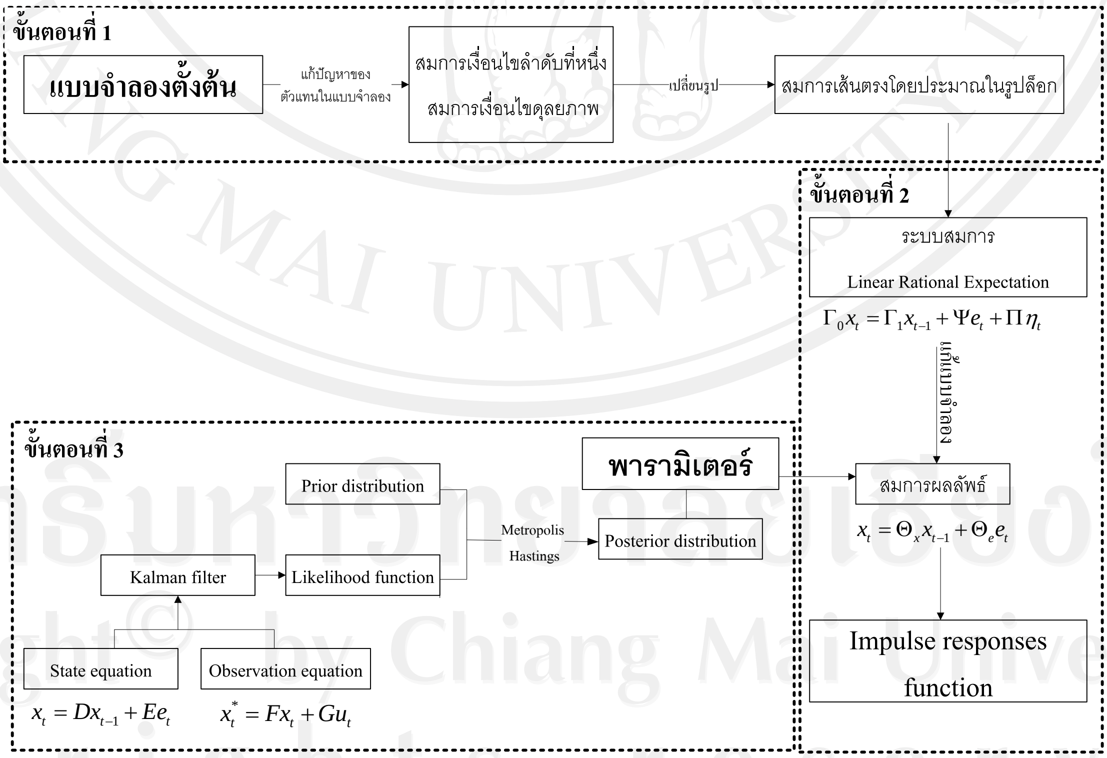
วิธีการศึกษาที่แสดงข้างต้นสามารถนำมาอธิบายเป็นขั้นตอนโดยสรุป ดังนี้

1. การหาระบบสมการเพื่อใช้ในการศึกษา เริ่มจากการหาสมการเงื่อนไขลำดับที่หนึ่งของตัวแทนในระบบเศรษฐกิจและเงื่อนไขดุลยภาพของแบบจำลอง จากนั้นทำการเปลี่ยนรูปสมการให้อยู่ในรูปเส้นตรงโดยประมาณในรูปล็อก

2. การแก้แบบจำลอง โดยการนำสมการเส้นตรงโดยประมาณในรูปล็อกที่ได้ไปเข้าสู่กระบวนการแก้แบบจำลองตามวิธีการคาดการณ์เชิงเส้นตรงอย่างมีเหตุผล (Linear Rational

Expectation) ได้สมการผลลัพธ์ (Policy function) ซึ่งสมการดังกล่าวสามารถนำไปหาฟังก์ชันการวิเคราะห์ปฏิกิริยาการตอบสนอง (Impulse Response Function)

3. การประมาณค่าพารามิเตอร์ในแบบจำลองด้วยเทคนิคเบย์เซี่ยน เริ่มจากพิจารณาองค์ประกอบ 3 ส่วนหลักตามทฤษฎีของเบย์ คือ การแจกแจงภายหลัง (Posterior distribution) การแจกแจงก่อนหน้า (Prior distribution) และ ฟังก์ชั่นความควรจะเป็น (Likelihood function) โดยการแจกแจงก่อนหน้า (Prior distribution) สามารถกำหนดขึ้นจากงานศึกษาในอดีตและความเข้าใจทางเศรษฐศาสตร์ของผู้ทำวิจัย ขณะที่ฟังก์ชันความควรจะเป็น (Likelihood function) คำนวณผ่าน Kalman Filter ที่อาศัยระบบสมการ 2 ระบบสมการ คือ สมการสถานะ (State equation) และสมการการสังเกตุ (Observation equation) โดยสมการสถานะพิจารณาจากสมการผลลัพธ์ (Policy function) ขณะที่ สมการการสังเกตุพิจารณาจากความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่สังเกตุ (Data) กับตัวแปรภายในแบบจำลอง สุดท้ายเมื่อทราบการแจกแจงก่อนหน้า (Prior distribution) และฟังก์ชั่นความควรจะเป็น (Likelihood function) แล้ว ต่อไปทำการหาการแจกแจงภายหลัง (Posterior distribution) ของค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีการเมโทรโปลิส – เฮสติ้ง (Metropolis – Hastings (MH) algorithm)



รูปที่ 3.2 สรุปวิธีการศึกษา