บทที่ 2

กรอบแนวคิดทางทฤษฎีและเอกสารที่เกี่ยวข้อง

2.1 แนวคิดและทฤษฎีทางเศรษฐศาสตร์มหภาค

2.1.1 ความหมายของความเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ

ความเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ หมายถึง การขยายตัวของผลิตภัณฑ์ในประเทศที่แท้จริงเฉลี่ย หรือผลิตภัณฑ์ประชาชาติที่แท้จริงเฉลี่ย หรือรายได้ที่แท้จริงเฉลี่ยตลอดระยะเวลายาวนาน โดยไม่ว่าจะเป็นมูลค่าผลิตภัณฑ์ภายในประเทศ ผลิตภัณฑ์ประชาชาติ หรือรายได้ก็ตาม จะต้องมีการปรับมูลค่าในราคาประจำปีให้เห็นมูลค่าที่แท้จริงก่อนเพื่อขจัดผลของการเปลี่ยนแปลงของราคาประจำปีต่างๆการเพิ่มขึ้นของมูลค่าที่แท้จริง จึงแสดงถึงการเพิ่มขึ้นของปริมาณผลผลิต

นอกจากนี้มูลค่าผลิตภัณฑ์ที่แท้จริงหรือรายได้ที่แท้จริงนั้นจะต้องนำมาหาค่าเฉลี่ย โดยหารด้วยจำนวนประชากรเพื่อขจัดผลของการเปลี่ยนแปลงของจำนวนประชากร (ซึ่งโดยปกติเมื่อเวลาผ่านไป ประเทศต่างๆส่วนใหญ่จะมีจำนวนประชากรเพิ่มขึ้น) ดังนั้น ค่าเฉลี่ยจึงแสดงว่าผลิตภัณฑ์ที่แท้จริงหรือรายได้ที่แท้จริงเฉลี่ยต่อประชาชน 1 คนมีจำนวนเท่าใด ไม่ว่าประชากรจะเปลี่ยนแปลงไปเท่าใดก็ตาม ผลิตภัณฑ์ประชาชาติที่แท้จริงเฉลี่ยจะสูงขึ้นได้หากผลิตภัณฑ์ประชาชาติที่แท้จริงเพิ่มขึ้นในอัตราที่สูงกว่าอัตราการเพิ่มขึ้นของจำนวนประชากร ประเทศที่มีความเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ ผลิตภัณฑ์ที่แท้จริงเฉลี่ยหรือรายได้ที่แท้จริงเฉลี่ยของประเทศจะต้องสูงขึ้น

การสูงขึ้นของผลิตภัณฑ์ที่แท้จริงเฉลี่ยหรือรายได้ที่แท้จริงเฉลี่ยนี้จะต้องสูงขึ้นเป็นระยะเวลายาวนาน(Long-term growth) ซึ่งอาจจะวัดอัตราการขยายตัวของผลิตภัณฑ์ที่แท้จริงเฉลี่ยหรือรายได้ที่แท้จริงเฉลี่ยในแต่ละงวดเวลา หรืออัตราการขยายตัวในช่วงเวลาหนึ่งได้

แนวคิดเกี่ยวกับการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของนักเศรษฐศาสตร์มีอย่างหลากหลายแตกต่างกันออกไปตามพื้นฐานการวิเคราะห์ เช่น แบบจำแบบจำลองการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของ Solow (The Solow growth model), แบบจำลองการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของ Ramsey (The Ramsey growth model) และแบบจำลองการเจริญเติบโตจากภายใน (Endogenous growth model)

2.1.2 แบบจำลองการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของ Solow

แบบจำลองการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของ Solow มีจุดกำเนิดจากการเสนอแบบจำลองของ Robert Solow และ Trevor Swan ในปี 1956 โดยใช้แนวคิดเรื่องสมการการผลิตที่มีผลตอบแทนต่อขนาดคงที่ (Constant returns to scale), ผลตอบแทนต่อการใช้ปัจจัยการผลิตมีลักษณะลดน้อยถอยลง (Diminishing returns to each input) และปัจจัยการผลิตสามารถทดแทนกันได้อย่างต่อเนื่องตามสมมติฐานของนักเศรษฐศาสตร์สำนักนีโอคลาสสิก ในแบบจำลองนี้ Solow แสดงให้เห็นว่าการเจริญเติบโตในทุน (Capital) แรงงาน (Labor) และความก้าวหน้าทางเทคโนโลยีส่งผลอย่างไรต่อผลผลิต

แบบจำลองนี้สมมติให้ระบบเศรษฐกิจเป็นแบบปิดไม่มีภาครัฐบาล หน่วยเศรษฐกิจประกอบด้วยภาคครัวเรือนและภาคธุรกิจ สินค้ามีเพียงชนิดเดียวที่สามารถนำไปบริโภค (Consumption: $C(t)$) และลงทุน (Investment: $I(t)$)

$$Y(t)=C(t)+I(t)=C(t)+S(t) \tag{2.1}$$

โดยที่ $Y(t)$ คือ ผลผลิตทั้งหมดที่ผลิตได้ ณ เวลา t

$C(t)$ คือ การบริโภคของครัวเรือน ณ เวลา t

$I(t)$ คือ การลงทุนของครัวเรือน ณ เวลา t

$S(t)$ คือ การออมของครัวเรือน ณ เวลา t

กำหนดให้การออม $S(t)$ เป็นส่วนหนึ่งของผลผลิตที่ถูกเก็บไว้เพื่อออมและอัตราการออมถูกกำหนดจากภายนอก และ $0 \le s \le 1$

$$S(t)=sY(t) \tag{2.2}$$

จากระบบเศรษฐกิจแบบปิด ที่มีส่วนที่รั่วไหลคือการออม และส่วนที่อัดฉีดคือการลงทุน ดังนั้นแล้วในภาวะดุลยภาพส่วนที่รั่วไหลเท่ากับส่วนที่อัดฉีดคือ การออมเท่ากับการลงทุน

$$I(t)=sY(t) \tag{2.3}$$

นอกจากนี้ทุนมีการเสื่อมสภาพที่อัตราคงที่ คือ $0<\delta<1$ คือ สินค้าทุนบางส่วนจะเสื่อมสภาพไป ดังนั้นการเพิ่มขึ้นสุทธิของสินค้าทุนจะเท่ากับ

$$\dot{K}(t)=I(t)-\delta K(t)=sF\left(K(t),L(t)\right)-\delta K(t) \tag{2.4}$$

โดยที่ $\dot{K}(t)=\frac{dK(t)}{dt}$ คือ การเพิ่มขึ้นสุทธิของสินค้าทุน ณ เวลา t

$K(t)$ คือ สินค้าทุน ณ เวลา t

δ คือ อัตราการเสื่อมสภาพของสินค้าทุน

นอกจากนี้จำนวนประชากรมีการเพิ่มขึ้นในอัตราคงที่ $\frac{\dot{L}(t)}{L(t)}=n \geq 0$ คือ

$$L(t)=e^{nt}L(0)$$

ฟังก์ชั่นการผลิตของ Solow คือ

$$Y(t)=F\left(K(t),L(t)\right)$$

โดยที่ $Y(t)$ คือ จำนวนสินค้าและปริมาณที่ผลิตได้ทั้งหมด

$K(t)$ คือ ทุน (Capital)

$L(t)$ คือ แรงงาน (Labor)

สำหรับแบบจำลองของ Solow กำหนดให้ฟังก์ชันการผลิตมีลักษณะตามนีโอคลาสสิกที่สำคัญ 4 ประการ คือ

1. การลดน้อยถอยลงของผลผลิตส่วนเพิ่ม (Positive and diminishing marginal products)

$$F_K\left(K(t),L(t)\right)\equiv\frac{\partial F\left(K(t),L(t)\right)}{\partial K(t)}>0 \qquad F_{KK}\left(K(t),L(t)\right)\equiv\frac{\partial^2 F\left(K(t),L(t)\right)}{\partial K(t)^2}<0$$

$$F_L\left(K(t),L(t)\right)\equiv\frac{\partial F\left(K(t),L(t)\right)}{\partial L(t)}>0 \qquad F_{LL}\left(K(t),L(t)\right)\equiv\frac{\partial^2 F\left(K(t),L(t)\right)}{\partial L(t)^2}<0$$

2. ผลได้ต่อขนาดคงที่ (Constant return to scale)

$$F\left(\lambda K(t),\lambda L(t)\right)=\lambda F\left(K(t),L(t)\right) \qquad ;\forall\lambda>0$$

3. Inada conditions คือผลผลิตส่วนเพิ่มของปัจจัยแรงงานหรือทุนจะเข้าใกล้ระยะอนันต์ (Infinity) ถ้าแรงงานหรือทุนเข้าใกล้ศูนย์ และผลผลิตส่วนเพิ่มของปัจจัยแรงงานหรือทุนจะเข้าใกล้ศูนย์ ถ้าแรงงานหรือทุนเข้าใกล้อนันต์ (Infinity)

$$\lim_{K\to\infty} F_K\left[K(t),L(t)\right]=0, \qquad \lim_{L\to\infty} F_L\left[K(t),L(t)\right]=0$$

$$\lim_{K\to 0} F_K\left[K(t),L(t)\right]=\infty, \qquad \lim_{L\to\infty} F_L\left[K(t),L(t)\right]=\infty$$

4. ปัจจัยแรงงาน (L) หรือทุน (K) มีความจำเป็นในกระบวนการผลิต

$$Y(t)=F\left[0,L(t)\right]=F\left[K(t),0\right]=f(0)=0$$

จากคุณสมบัติผลได้ต่อขนาดคงที่ นำสมการ 2.1/ $L(t)$ คูณฟังก์ชั่นการผลิตทั้งสองข้างจะได้

$$Y(t)=\frac{L(t)F\left(K(t),L(t),A(t)\right)}{L(t)}=L(t)\cdot\left[\frac{K(t)}{L(t)},1,A(t)\right]=L(t)\cdot f(k)$$

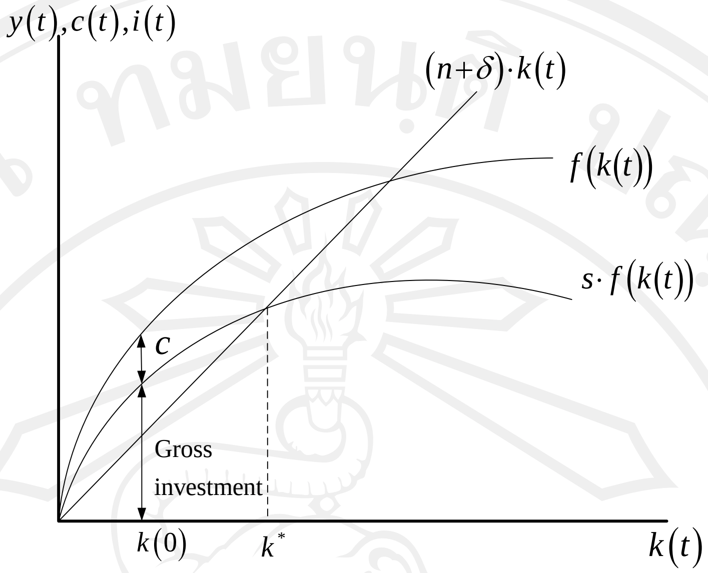
โดยที่ $k(t)=K(t)/L(t)$ คือ ทุนต่อประชากร

$y(t)=Y(t)/L(t)$ คือ ผลผลิตต่อประชากร

ทำการหาอนุพันธ์ $Y(t)=L(t)\cdot f(k)$ เทียบกับปัจจัยการผลิตทุนและแรงงานจะได้ผลผลิตส่วนเพิ่มของทุนและแรงงาน

$$\frac{\partial Y(t)}{\partial K(t)}=f'(k) \tag{2.5}$$

$$\frac{\partial Y(t)}{\partial L(t)}=f(k)-k\cdot f'(k) \tag{2.6}$$



รูปที่ 2.1 แสดงการกำหนดทุนต่อประชากรในสภาวะหยุดนิ่ง (Steady-State) ของ Solow
ที่มา: Barro and Sala-i-Martin, 2004

จากรูปที่ 2.1 การบริโภคของบุคคลจะเท่ากับระยะห่างระหว่างเส้นฟังก์ชั่นการผลิต $f(k(t))$ และเส้นสัดส่วนการลงทุนต่อฟังก์ชั่นการผลิต $s(t)\cdot f(k(t))$ โดยที่ค่าเสื่อมที่แท้จริงคือ $(n+\delta)k(t)$ ดังนั้นระดับ Steady state ของทุนคือจุดที่เส้น $s(t)\cdot f(k(t))$ ตัดกับเส้น $(n+\delta)k(t)$ (Barro and Sala-i-Martin, 2004)

แบบจำลองการเจริญเติบโตของ Solow กำหนดให้ครัวเรือนเป็นเจ้าของปัจจัยการผลิต ได้รับผลตอบแทนคืออัตราผลตอบแทนจากสินทรัพย์ $r(t)$ และอัตราค่าจ้าง $w(t)$ ดังนั้นรายได้รวมของครัวเรือนคือ $r(t)\cdot(\text{assets})/dt=\left[r(t)\cdot(\text{assets})+w(t)\cdot L(t)\right]-C(t)$ และครัวเรือนจะทำการสะสมสินทรัพย์

$$\dot{a}(t)=\big(r(t)\cdot a(t)+w(t)\big)-c(t)-na(t) \tag{2.7}$$

ให้ $R(t)$ คือค่าเช่า และทุนมีค่าเสื่อมที่อัตราคงที่ ดังนั้นอัตราสุทธิผลตอบแทนของทุนคือ ดังนั้น $R(t)=r(t)+\delta$ หรือ $r(t)=R(t)-\delta$ ธุรกิจจะทำกำไรสูงสุด

$$\pi=F\big(K(t),L(t)\big)-\big(r(t)+\delta\big)\cdot K(t)-w(t)L(t) \tag{2.8}$$

กำไรของธุรกิจในรูปต่อประชากร

$$\pi=L(t)\cdot\Big[f\big(k(t)\big)-\big(r(t)+\delta\big)\cdot k(t)-w(t)\Big] \tag{2.9}$$

ที่ตลาดแข่งขันสมบูรณ์กำไรจะเท่ากับศูนย์ ดังนั้นแล้วธุรกิจจะเลือกสัดส่วนของทุนต่อแรงงานที่ผลผลิตส่วนเพิ่มของทุนเท่ากับค่าเช่าและผลผลิตส่วนเพิ่มของแรงงานเท่ากับอัตราค่าจ้าง

$$f'\left(k(t)\right)=r(t)+\delta \tag{2.10}$$

$$\left[f\left(k(t)\right)-k(t)\cdot f'\left(k(t)\right)\right]=w(t) \tag{2.11}$$

ดุลยภาพตามแบบจำลองการเจริญเติบโตของ Solow สินทรัพย์จะเท่ากับทุน $\left(a(t)=k(t)\right)$ แทนสมการ (2.10) และ (2.11) ในสมการ (2.7) จะได้

$$\dot{k}(t)=f\left(k(t)\right)-c(t)-(n+\delta)\cdot k(t)$$

ครัวเรือนบริโภคที่สัดส่วนของรายได้เท่ากับ $c(t)=\left(1-s(t)\right)\cdot f\left(k(t)\right)$ จะได้สมการการเปลี่ยนแปลงของทุนดังนี้

$$\dot{k}(t)=s\cdot f\left(k(t)\right)-(n+\delta)\cdot k(t) \tag{2.12}$$

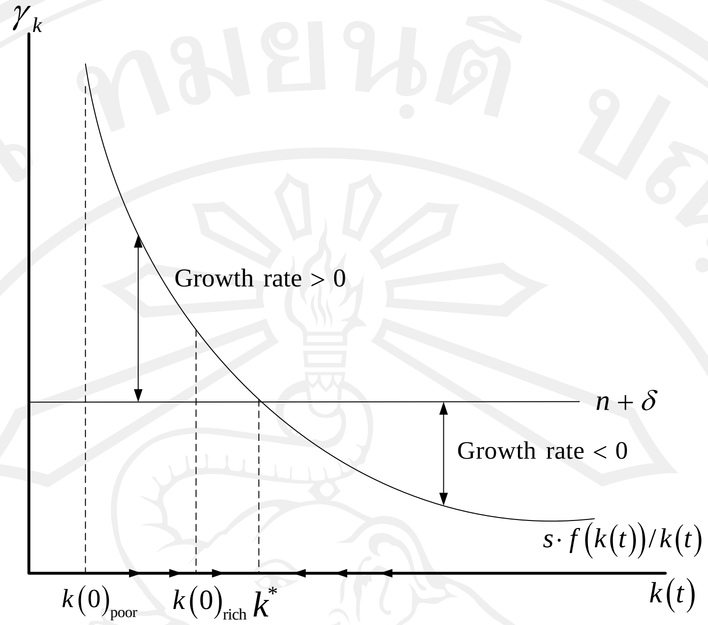
ที่สถานะคง (Steady state) ตัวของแบบจำลอง Solow คือ ทุนมีค่าคงที่ $\dot{k}(t)=0$ ในสมการ (2.12) $y(t)$ และ $c(t)$ มีค่าคงที่เท่ากับ $y^*=f\left(k^*\right)$ และ $c^*=(1-s)\cdot f\left(k^*\right)$ หรือที่จุดตัดของเส้น $s\cdot f\left(k(t)\right)$ และเส้น $(n+\delta)k(t)$ ในรูปที่ 2.1

แทนค่า $k(t)=k^*$

$$s\cdot f'\left(k^*\right)=(n+\delta)k^*$$

ดังนั้นอัตราการเจริญเติบโตในระยะยาวของแบบจำลอง Solow ที่ Steady state จะไม่ขึ้นอยู่กับอัตราการออม หรือระดับของเทคโนโลยี พิจารณาได้โดยหารสมการ (2.12) ด้วย $k(t)$ จะได้อัตราการเจริญเติบโตของ $k(t)$ หรือ $\left(\gamma_k\right)$

$$\gamma_k\equiv\dot{k}(t)/k(t)\equiv s\cdot f\left(k(t)\right)/k(t)-(n+\delta) \tag{2.13}$$



รูปที่ 2.2 แสดงพลวัตร (Dynamic) ของแบบจำลอง Solow

ที่มา: Barro and Sala-i-Martin, 2004

รูปที่ 2.2 แสดงอัตราการเจริญเติบโตของ $k(t)$ คือจุดตัดระหว่างเส้นออม $s \cdot f(k(t))/k(t)$ และเส้นค่าเสื่อม $n+\delta$ ถ้า $k(t) < k^*$ อัตราการเจริญเติบโตของ $k(t)$ จะมีค่าเป็นบวกและเพิ่มเข้าสู่ k^* แต่ถ้า $k(t) > k^*$ อัตราการเจริญเติบโตของ $k(t)$ จะมีค่าเป็นลบและลดลงเข้าสู่ k^* ดังนั้น Steady state ของทุนต่อบุคคล k^* นั้นจะไม่มีการเปลี่ยนแปลง (Barro and Sala-i-Martin, 2004)

แบบจำลอง Solow ที่มีทุนกายภาพและทุนมนุษย์ (An Extended Solow-Swan Model with Physical and Human Capital)

แบบจำลองนี้สมมุติให้ฟังก์ชันการผลิตเป็นแบบ Cobb-Douglas โดยเพิ่มตัวแปรทุนมนุษย์ H เข้าไปในแบบจำลอง

$$Y(t) = AK(t)^{\alpha} H(t)^{\eta} [T(t)L(t)]^{1-\alpha-\eta} \tag{2.14}$$

โดยที่ $Y(t)$ คือ ผลผลิตทั้งหมดที่ผลิตได้

$K(t)$ คือ ทุนกายภาพ (Physical Capital)

$H(t)$ คือ ทุนมนุษย์ (Human Capital)

$L(t)$ คือ แรงงาน (Labor)

$T(t)$ คือ ระดับเทคโนโลยี

A คือ ระดับเทคโนโลยีอัตราคงที่

โดยสมมุติให้ L(t) และ A(t) มีการเจริญเติบโตในอัตราคงที่และถูกกำหนดมาจากภายนอกโดยมีอัตรา n และ g ตามลำดับ ดังนั้น

$$L(t) = L(0)e^{nt} \tag{2.15}$$

$$A(t) = A(0)e^{gt} \tag{2.16}$$

เนื่องจาก T(t) เป็นอัตราการเจริญเติบโตที่ถูกกำหนดจากภายนอก ดังนั้นเมื่อนำ T(t)L(t) หารฟังก์ชั่นการผลิต จะได้ผลผลิตต่อหน่วยของประสิทธิภาพแรงงานคือ

$$\hat{y} = A\hat{k}^{\alpha}\hat{h}^{\eta} \tag{2.17}$$

การเสื่อมสภาพของทุนกายภาพและทุนมนุษย์ถูกกำหนดให้เป็นอัตราเดียวกัน ดังนั้นการเพิ่มขึ้นสุทธิของทุนกายภาพและทุนมนุษย์เท่ากับ

$$\dot{K}(t) = s_K Y(t) - \delta K(t) \tag{2.18}$$

$$\dot{H}(t) = s_H Y(t) - \delta H(t) \tag{2.19}$$

โดยที่ $\dot{K}(t)$ คือ การเพิ่มขึ้นสุทธิของทุนกายภาพ ณ เวลา t

$\dot{H}(t)$ คือ การเพิ่มขึ้นสุทธิของทุนมนุษย์ ณ เวลา t

s_K คือ สัดส่วนของผลผลิตที่เกิดจากทุนกายภาพ

s_H คือ สัดส่วนของผลผลิตที่เกิดจากทุนมนุษย์

δ คือ อัตราการเสื่อมสภาพของทุนกายภาพและทุนมนุษย์

อัตราสุทธิของผลตอบแทนปัจจัยทุนรวมคือ $R = r(t) + \delta$ โดยให้ R_K เป็นราคาของทุนกายภาพ R_H เป็นราคาของทุนมนุษย์ และ w เป็นค่าจ้างของแรงงาน ธุรกิจทำกำไรสูงสุดที่

$$\pi = AK^{\alpha}(t)H^{\beta}(t)\left[T(t)L(t)\right]^{1-\alpha-\beta} - R_K K - R_H H - wL \tag{2.20}$$

ที่ตลาดแข่งขันสมบูรณ์กำไรจะเท่ากับศูนย์ ดังนั้นแล้วธุรกิจจะเลือกสัดส่วนของทุนกายภาพต่อทุนมนุษย์ที่ผลผลิตส่วนเพิ่มของทุนกายภาพเท่ากับราคาของทุนกายภาพและผลผลิตส่วนเพิ่มของทุนมนุษย์เท่ากับราคาของทุนมนุษย์

ตามแบบจำลองของ Solow สินค้ามีเพียงชนิดเดียวสำหรับการบริโภคและการลงทุน โดยคนจะเลือกบริโภคในอัตราคงที่ $(1-s)$ ของรายได้ทั้งหมด ดังนั้นจะได้สมการการเปลี่ยนแปลงของทุนกายภาพและทุนมนุษย์ ดังนี้

$$\dot{\hat{k}} = s_K A\hat{k}^{\alpha}\hat{h}^{\eta} - (\delta + n + g)\hat{k}(t) \tag{2.21}$$

$$\dot{\hat{h}} = s_H A\hat{k}^{\alpha}\hat{h}^{\eta} - (\delta + n + g)\hat{h}(t) \tag{2.22}$$

สมมติให้ทุนกายภาพและทุนมนุษย์มีอัตราค่าเสื่อมสภาพในอัตราเดียวกัน จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างผลิตภาพส่วนเพิ่มหน่วยสุดท้ายของทุนกายภาพเท่ากับผลิตภาพส่วนเพิ่มหน่วยสุดท้ายของทุนมนุษย์แสดงในสมการ (2.23)

$$\alpha\frac{\hat{y}}{\hat{k}} - \delta = \eta\frac{\hat{y}}{\hat{h}} - \delta \tag{2.23}$$

ดังนั้นจะได้ความสัมพันธ์ระหว่างการเปลี่ยนแปลงทุนมนุษย์และทุนกายภาพดังนี้

$$\hat{h} = \frac{\eta}{\alpha}\hat{k} \tag{2.24}$$

จะได้สมการอัตราการเจริญเติบโตของทุนกายภาพและทุนมนุษย์ดังนี้

$$\frac{\dot{\hat{k}}}{\hat{k}} = s_K A\hat{k}^{\alpha-1}\hat{h}^{\eta} - (\delta + n + x) \tag{2.25}$$

$$\frac{\dot{\hat{h}}}{\hat{h}} = s_H A\hat{k}^{\alpha}\hat{h}^{\eta-1} - (\delta + n + x) \tag{2.26}$$

อัตราการเจริญเติบโตของผลผลิตคือค่าเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักของปัจจัยทุนกายภาพและทุนมนุษย์ดังนี้

$$\frac{\dot{\hat{y}}}{\hat{y}} = \alpha\left(\frac{\dot{\hat{k}}}{\hat{k}}\right) + \eta\left(\frac{\dot{\hat{h}}}{\hat{h}}\right) \tag{2.27}$$

ดังนั้นอัตราการเจริญเติบโตของผลผลิตขึ้นอยู่กับทุนกายภาพและทุนมนุษย์

2.1.3 แบบจำลองการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของ Ramsey

แบบจำลองการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจที่ครัวเรือนมีการเลือกการบริโภคที่เหมาะสม แบบจำลองของ Ramsey หรือ Ramsey-Cass-Koopmans model เป็นแบบจำลองตามแบบจำลองการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของนีโอคลาสสิกซึ่งมีการกำหนดการออมจากภายใน โดยที่ครัวเรือนจะแสวงหาอรรถประโยชน์สูงสุดข้ามห้วงเวลา (Maximize intertemporal utility) ภายใต้ข้อจำกัดทางด้านงบประมาณ (Budget constraint) และหน่วยธุรกิจจะทำกำไรสูงสุด (Maximize profit) ภายใต้เงื่อนไขการสะสมปัจจัยแบบจำลองนี้สมมติให้ครัวเรือนมีการบริโภคและสะสมโดยครัวเรือนจะได้ผลตอบแทนเป็นสินทรัพย์ โดยให้ครัวเรือนมีการเจริญเติบโตที่อัตรา n

อัตราการเพิ่มขึ้นของประชากรถูกกำหนดจากภายนอกและมีค่าคงที่

$$L(t)=e^{nt}L(0) \tag{2.28}$$

ครัวเรือนจะแสวงหาอรรถประโยชน์สูงสุด จากการบริโภค $C(t)$

$$U(t)=\int_0^\infty u\left[c(t)\right]e^{-\rho t}e^{nt}dt \tag{2.29}$$

โดยที่ $c(t)$ คือ การบริโภคของครัวเรือน ณ เวลา t

ρ คือ อัตราคิดลด (Discount rate)

n คือ อัตราการเจริญเติบโตของประชากร

ลักษณะฟังก์ชั่นความพอใจ (Utility function) ของ Ramsey มีลักษณะเป็นฟังก์ชันเพิ่ม คือ ถ้า $c(t)$ เพิ่มแล้ว $u(t)$ จะเพิ่มตาม และเป็นเส้นโค้งเว้าออกจากจุดกำเนิด คือ $c(t)$ จะเพิ่มในอัตราที่ลดลง

$$u'(c(t))>0, \qquad u''(c(t))<0$$

จากเงื่อนไขของการแข่งขันสมบูรณ์ TR=TC ครัวเรือนจะไม่สามารถกำหนดราคาปัจจัยทำให้ ในตลาดแรงงานครัวเรือนขายปัจจัยแรงงานเท่ากับความต้องการแรงงานของตลาด

รายรับรวม = $w(t)+a(t)r(t)$

ข้อจำกัดงบประมาณของครัวเรือนต่อประชากรคือ

$$\dot{a}(t)=w(t)+r(t)a(t)-c(t)-na(t) \tag{2.30}$$

$$r(t)=R(t)-\delta \tag{2.31}$$

โดยที่ $\dot{a}(t)=\dfrac{da(t)}{dt}$ คือ สินทรัพย์ที่เปลี่ยนแปลงไปเมื่อเวลาเปลี่ยนแปลง

$w(t)$ คือ ค่าจ้าง ณ เวลา t

$r(t)$ คือ อัตราดอกเบี้ยที่แท้จริง ณ เวลา t

$a(t)$ คือ สินทรัพย์สุทธิต่อบุคคล ณ เวลา t

δ คือ ค่าเสื่อมราคา

ดังนั้นครัวเรือนจะทำความพอใจสูงสุดภายใต้ ข้อจำกัดงบประมาณ โดยสร้างสมการ Hamiltonian

$$H = u\left(c(t)\right)e^{-(\rho-n)t} + v(t)\left[w(t) + \left(r(t)-n\right)a(t) - c(t)\right] \tag{2.32}$$

โดยที่ $v(t)$ คือ มูลค่าปัจจุบันของราคาเงาของรายได้ในหน่วยความพอใจ

$$\frac{\partial H}{\partial c(t)} = 0 \quad \Rightarrow \quad v(t) = u'\left(c(t)\right)e^{-(\rho-n)t} \tag{2.33}$$

$$\frac{\partial H}{\partial a(t)} = -\dot{v}(t) \quad \Rightarrow \quad \dot{v}(t) = -\left[r(t)-n\right]v(t) \tag{2.34}$$

โดยที่ Transversality condition คือ

$$\lim_{t\to\infty}\left[v(t)\cdot a(t)\right] = 0 \tag{2.35}$$

แบบจำลองของ Ramsey มีการกำหนดให้หน่วยธุรกิจมีการผลิตสินค้าเพียงชนิดเดียว แต่ละหน่วยธุรกิจจะมีเทคโนโลยีการผลิต ซึ่งเป็นไปตามคุณสมบัติของนีโอคลาสสิก และให้ผลตอบแทนแรงงานและทุนเป็นค่าจ้าง $w(t)$ และดอกเบี้ย $r(t)$

ฟังก์ชั่นการผลิตของ Ramsey ที่มีความก้าวหน้าทางเทคโนโลยีเพิ่มในแรงงาน คือ

$$Y(t) = F\left(K(t), L(t), A(t)\right)$$

โดยที่ $A(t)$ คือ ความก้าวหน้าทางเทคโนโลยี ณ เวลา t

$$A(t) = A(0)e^{xt} \quad , A(0) = 1 \tag{2.36}$$

โดยที่แต่ละหน่วยธุรกิจจะทำการเลือก ทุนและแรงงานที่ทำให้เกิดกำไรสูงสุด

$$\pi = \left(K(t), L(t)\right) - \left(r(t)+\delta\right)K(t) - w(t)L(t) \tag{2.37}$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial K(t)} = 0 \quad \Rightarrow \quad f'\left(k(t)\right) = r(t) + \delta \tag{2.38}$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial K(t)} = 0 \quad \Rightarrow \quad f\left(k(t)\right) - k(t)\,f'\left(k(t)\right) = w(t) \tag{2.39}$$

คือ ผลผลิตส่วนเพิ่มของทุนจะเท่ากับผลตอบแทนของทุน $R(t)$ ผลผลิตส่วนเพิ่มของแรงงานจะเท่ากับผลตอบแทนของแรงงาน $w(t)$ ดุลยภาพในแบบจำลองของ Ramsey ที่กำหนดพฤติกรรมการให้ครัวเรือนมีการแข่งขันสมบูรณ์ ที่อัตราดอกเบี้ย $r(t)$ และอัตราค่าจ้าง $w(t)$ สามารถรวมพฤติกรรมของครัวเรือนและหน่วยธุรกิจเพื่อจะวิเคราะห์โครงสร้างดุลยภาพในตลาดที่มีการแข่งขันสมบูรณ์ เมื่อเป็นระบบเศรษฐกิจแบบปิด หนี้สินในเศรษฐกิจจะเท่ากับศูนย์ ดังนั้นแล้วสินทรัพย์ต่อบุคคลจะเท่ากับทุนต่อแรงงาน $x+n$ (Barro and Sala-i-Martin, 2004) คือ สินทรัพย์จะเท่ากับทุน $(a(t)=k(t))$ ดังนั้นครัวเรือนที่พิจารณาตามข้อจำกัดงบประมาณในสมการ (2.30)

$$\dot{k}(t)=f\left(k(t)\right)-(n+\delta)k(t)-c(t) \tag{2.40}$$

โดยที่ $\hat{c}(t)=C(t)/L(t)A(t)=c(t)e^{-xt}$ เมื่อ $\hat{k}(0)$ จากสมการ (2.40) การเปลี่ยนแปลงในสต็อกทุนจะเท่ากับ ผลผลิตลบการบริโภคและการเสื่อมค่า และการเปลี่ยนแปลงใน $\hat{k}(t)\equiv K(t)/\hat{L}(t)$ จะทำให้เกิดการเจริญเติบโต $\hat{L}(t)$ ที่อัตรา $x+n$ สมการ (2.40) เป็นตัวกำหนดการขยายตัวของ $\hat{k}(t)$ ดังนั้นแล้ว $\hat{y}(t)=f\left(\hat{k}(t)\right)$ อย่างไรก็ตามจะสามารถกำหนดค่า $\hat{c}(t)$ ได้ถ้าเราทราบความสัมพันธ์ของ $\hat{c}(t)$ และ $\hat{k}(t)$ (หรือ $\hat{y}(t)$) จากเงื่อนไข $r(t)=f'\left(\hat{k}(t)\right)-\delta$ และ $\hat{c}(t)=c(t)e^{-xt}$ จะได้

$$\frac{\dot{\hat{c}}(t)}{\hat{c}(t)}=\frac{\dot{c}(t)}{c(t)}-x=\frac{1}{\theta}\cdot\left[f'\left(\hat{k}(t)\right)-\delta-\rho-\theta x\right] \tag{2.41}$$

สมการ (2.41) นี้เป็นการรวมสมการ Differential ของ $\hat{c}(t)$ และ $\hat{k}(t)$ ดังนั้นแล้วในรูปแบบนี้ทั้ง $\hat{k}(0)$ และ Transversality condition จะเป็นตัวกำหนด time path ของ $\hat{c}(t)$ และ $\hat{k}(t)$ จาก Transversality condition

$$\lim_{t\to\infty}\left\{a(t)\cdot\exp\left(-\int_0^t\left[r(v)-n\right]dv\right)\right\} \tag{2.42}$$

ใน Steady state พิจารณาเงื่อนไขดุลภาพตามสมการ (2.40), (2.41) และ (2.42) ที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงที่ Steady state ซึ่งตัวแปรต่าง ๆ มีการเติบโตที่อัตราคงที่ อัตราการเจริญเติบโตที่ Steady state ของ $\hat{k}(t)$ และ $\hat{c}(t)$ จะต้องเท่ากับศูนย์ เหมือนกับในแบบจำลองการเจริญเติบโตของ Solow

โดยที่ $(\gamma_{\hat{k}})^*$ คือ อัตราการเจริญเติบโตที่ Steady state ของ $\hat{k}(t)$

$(\gamma_{\hat{c}})^*$ คือ อัตราการเจริญเติบโตที่ Steady state ของ $\hat{c}$

สมการ (2.43) ที่ steady state คือ

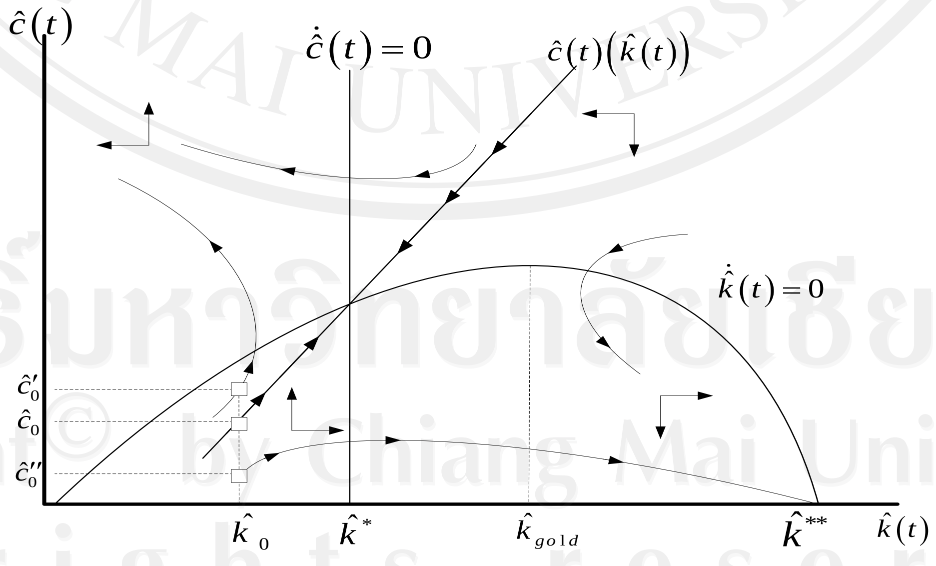
$$\hat{c}(t)= f\left(\hat{k}(t)\right)-(x+n+\delta)\cdot\hat{k}(t)-\hat{k}(t)\cdot\left(\gamma_{\hat{k}}\right)^{*} \tag{2.43}$$

ทำการ Differential สมการ (43) เทียบกับเวลา (t) จะได้

$$\dot{\hat{c}}(t)=\dot{\hat{k}}(t)\cdot\left[f'\left(k(t)\right)-\left[x+n+\delta+\left(\gamma_{\hat{k}}\right)^{*}\right]\right] \tag{2.44}$$

จาก Transversality condition ตามสมการ (42) ที่ $\left(\gamma_{\hat{k}}\right)^{*}$ และ $\left(\gamma_{\hat{c}}\right)^{*}$ จะต้องมีเครื่องหมายในทิศทางเดียวกัน ถ้า $\left(\gamma_{\hat{k}}\right)^{*}>0, \hat{k}(t)\rightarrow\infty$ และ $f'\left(\hat{k}(t)\right)\rightarrow 0$ ตามสมการ (2.41) แล้ว $\left(\gamma_{\hat{c}}\right)^{*}<0$ และถ้า $\left(\gamma_{\hat{k}}\right)^{*}<0,\hat{k}(t)\rightarrow 0$ และ $f'\left(\hat{k}(t)\right)\rightarrow\infty$ ตามสมการ (2.41) แล้ว $\left(\gamma_{\hat{c}}\right)^{*}>0$ ผลที่ได้มานั้นค้านกับผลที่ว่า $\left(\gamma_{\hat{k}}\right)^{*}$ และ $\left(\gamma_{\hat{c}}\right)^{*}$ จะต้องมีเครื่องหมายในทิศทางเดียวกัน ดังนั้นความเป็นไปได้อย่างเดียวที่ $\left(\gamma_{\hat{k}}\right)^{*}$ และ $\left(\gamma_{\hat{c}}\right)^{*}$ จะมีเครื่องหมายในทิศทางเดียวกันนั้น คือ $\left(\gamma_{\hat{k}}\right)^{*}=\left(\gamma_{\hat{c}}\right)^{*}=0$, $\left(\gamma_{\hat{k}}\right)^{*}=0$, $\left(\gamma_{\hat{c}}\right)^{*}=0$

ดังนั้นตัวแปรต่อหน่วยของประสิทธิภาพแรงงาน (Effective labour) $\hat{k}(t),\hat{c}(t),\hat{y}(t)$ จะมีค่าคงที่ ในขณะที่ตัวแปรต่อประชากร $k(t),c(t),y(t)$ ใน steady state จะมีอัตราการเจริญเติบโตเท่ากับ x และตัวแปร $K(t),X(t),Y(t)$ ใน Steady state จะมีอัตราการเจริญเติบโตเท่ากับ $x+n$ แสดงว่า อัตราการเจริญเติบโตในรูปแบบนี้จะเหมือนกับในแบบจำลองการเจริญเติบโตของ Solow ซึ่งกำหนดการออมจากภายนอกและคงที่



รูปที่ 2.3 แสดง Phase diagram ของแบบจำลองการเจริญเติบโต Ramsey

ที่มา: Barro and Sala-i-Martin, 2004

ค่า Steady state ของ $\hat{c}$ และ $\hat{k}$ กำหนดจากให้ สมการ (2.40) และ (2.41) เท่ากับศูนย์ จากรูปที่ 12 จะสอดคล้องกับ $\hat{c}(t) = f\left(\hat{k}(t)\right) - (x+n+\delta)\cdot k(t)$ ที่คู่อันดับ $\left(\hat{k}(t), \hat{c}(t)\right)$ ที่เป็นไปตาม $\dot{\hat{k}}(t) = 0$ ในสมการ (2.40)โดยที่จุดสูงสุดของเส้นโค้งเกิดขึ้นเมื่อ $f'\left(\hat{k}(t)\right) = x+n+\delta$ ดังนั้น อัตราดอกเบี้ย $f'\left(\hat{k}(t)\right) - \delta$ จะเท่ากับอัตราการเติบโตที่ Steady-state ของผลผลิต $x+n$ การเท่ากันระหว่างอัตราดอกเบี้ยและการเจริญเติบโตนั้นสอดคล้องกับระดับ The golden rule ของ $\hat{k}(t)$ เพราะจะทำให้เกิดการบริโภคสูงสุด ที่ Steady state แทน $\hat{k}(t)$ ด้วย $\hat{k}_{gold}$ ที่ golden rule (Barro and Sala-i-Martin, 2004)

2.1.4 แบบจำลองการเจริญเติบโตจากภายใน (Endogenous growth model)

แบบจำลองการเจริญเติบโตจากภายในเป็นแบบจำลองที่มีความแตกต่างจากแบบจำลองขั้นต้นคือ ไม่ปรากฏการลดน้อยถอยลงของทุน (Diminishing return to capital) ซึ่งเป็นคุณสมบัติหลักของแบบจำลองการเจริญเติบโตจากภายใน เพราะการผลิตที่มีทุนมนุษย์ (Human capital) เช่น การศึกษา เป็นปัจจัยในการผลิตอย่างหนึ่งด้วยนั้น ทำให้มนุษย์มีความรู้ความสามารถที่จะวิจัยและพัฒนาความรู้และวิทยาการใหม่ ๆ ขึ้นตลอดเวลา (เกิดเทคโนโลยีใหม่ขึ้น) ความรู้ใหม่ที่เกิดขึ้นนั้นทำให้เกิดการคิดค้นสิ่งใหม่ ๆ ขึ้นมีการถ่ายทอดกันอย่างแพร่หลาย นักเศรษฐศาสตร์มีสมมติฐานว่าผลดีภายนอก (External benefits) ของทุนมนุษย์นั้นเกิดขึ้นมากพอที่จะทำการพัฒนาในระยะยาว และไม่ปรากฏการลดน้อยถอยลงในผลผลิตส่วนเพิ่มของทุนมนุษย์ (Diminishing marginal product of human capital) ซึ่งถ้าเป็นจริง หมายความว่าในระยะยาวการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจจะอาศัยการเพิ่มทุนมนุษย์ การค้นคว้าวิจัยและพัฒนา ทำให้เศรษฐกิจเติบโตไปได้เรื่อยๆ (Barro and Sala-i-Martin, 2004)

แบบจำลองการเจริญเติบโตจากภายในมีข้อสมมติคือ เทคโนโลยีเข้าถึงได้ง่าย และทุกหน่วยธุรกิจสามารถเข้าถึงได้ และข้อสมมติ โดยมีปัจจัยการผลิต 2 ชนิด คือ ทุน (Capital) และแรงงาน (Labour) ดังนั้นแล้วจะได้ Homogeneity of degree 1 ในทุนและแรงงาน

$$F\left(\lambda K(t), \lambda L(t)\right) = \lambda F\left(K(t), L(t)\right)$$

และจาก “Euler’s theorem” จะได้

$$F\left(K(t), L(t)\right) = F_K K(t) + F_L L(t)$$

ลักษณะหลักของแบบจำลอง Endogenous growth คือไม่มีการลดน้อยถอยลงของทุนดังนั้นฟังก์ชั่นการผลิตคือ AK model

$$Y(t) = AK(t) \tag{2.45}$$

โดยที่ A คือ ระดับของเทคโนโลยี

จะได้ผลิตต่อประชากรคือ

$$y(t) = Ak(t) \tag{2.46}$$

และค่าเฉลี่ยและผลผลิตหน่วยสุดท้ายของทุนมีค่าคงที่ ที่ระดับ $A > 0$ โดยให้ครัวเรือนมีฟังก์ชั่นความพอใจอยู่ในรูปความยืดหยุ่นของการทดแทนกันข้ามห้วงเวลาคงที่ (Constant Intertemporal Elasticity of Substitution: CIES) ดังนี้

$$U = \int_0^\infty \left[\frac{c(t)^{(1-\theta)} - 1}{(1-\theta)} \right] dt \tag{2.47}$$

จากข้อสมมติให้ครัวเรือนเป็นเจ้าของปัจจัยการผลิตทุน (Capital) และแรงงาน (Labour) โดยได้รับอัตราผลตอบแทนจากสินทรัพย์ $r(t)$ และอัตราผลตอบแทนจากแรงงาน $w(t)$ จากการที่ทุนมีค่าเสื่อมที่อัตราคงที่ δ ดังนั้นแล้วอัตราค่าเช่าที่แท้จริงจะเท่ากับราคาค่าเช่าลบด้วยค่าเสื่อมของทุน $r(t) = R(t) - \delta$

ข้อจำกัดงบประมาณของครัวเรือนคือ

$$\dot{a}(t) = (r(t) - n)a(t) + w(t) - c(t) \tag{2.48}$$

โดยที่ $a(t)$ คือ สินทรัพย์สุทธิต่อบุคคล ณ เวลา t

$\dot{a}(t) = \frac{da(t)}{dt}$ คือ สินทรัพย์ที่เปลี่ยนแปลงไปเมื่อเวลาเปลี่ยนแปลง

$r(t)$ คือ ค่าเช่าที่แท้จริง ณ เวลา t

n คือ อัตราการเจริญเติบโตของประชากร

ครัวเรือนจะแสวงหาความพอใจสูงสุดภายใต้ข้อจำกัดงบประมาณโดยการสร้างสมการ Present value Hamiltonian ดังนี้

$$H = u(c(t))e^{-(\rho-n)t} + v(t)\left[w(t) + (r(t) - n)a(t) - c(t) \right] \tag{2.49}$$

โดยที่ $v(t)$ คือ มูลค่าปัจจุบันของราคาเงาของรายได้ในหน่วยความพอใจ

$$\frac{\partial H}{\partial c(t)}=0 \quad \Rightarrow \quad v(t)=u'(c(t))e^{-(\rho-n)t} \tag{2.50}$$

$$\frac{\partial H}{\partial a(t)}=-\dot{v}(t) \quad \Rightarrow \quad \dot{v}(t)=-[r(t)-n]v(t) \tag{2.51}$$

$$\lim_{t\to\infty}[v(t)\cdot a(t)]=0 \quad \Rightarrow \quad \lim_{t\to\infty}\left\{a(t)\exp\left[-\int_0^t [r(v)-n]dv\right]\right\}=0 \tag{2.52}$$

จากสมการ (2.47), (2.48) และ (2.49) จะได้เงื่อนสำหรับดุลยภาพคือ

$$\frac{\dot{c}(t)}{c(t)}=\frac{1}{\theta}(r(t)-\rho) \tag{2.53}$$

และ Transversality Condition ตามสมการ (2.49)

$$\lim_{t\to\infty}\left\{a(t)\exp\left[-\int_0^t [r(v)-n]dv\right]\right\}=0 \tag{2.54}$$

พฤติกรรมของหน่วยธุรกิจตามแบบจำลอง AK model คือหน่วยธุรกิจจะมีฟังก์ชั่นการผลิตคือ

$$y(t)=f(k(t))=Ak(t)$$

ซึ่ง $A>o$ และ $f'(k(t))=A$ จากข้อสมมติข้างต้นที่กำหนดให้ทุนมีค่าเสื่อมโดยที่อัตราค่าเช่าที่แท้จริงจะเท่ากับราคาค่าเช่าลบด้วยค่าเสื่อมของทุนดังนั้นหน่วยธุรกิจจะทำกำไรสูงสุดภายใต้เงื่อนไข

$$R(t)=r(t)+\delta \tag{2.55}$$

$$r(t)=A-\delta \tag{2.56}$$

ถ้าผลผลิตส่วนเพิ่มของแรงงาน (Marginal product of labour) เท่ากับศูนย์ แล้วอัตราค่าจ้าง $w(t)$ จะเท่ากับศูนย์ด้วย ดังนั้นจะได้ดุลยภาพโดยสมมติให้เป็นระบบเศรษฐกิจแบบปิด ที่สินทรัพย์จะเท่ากับทุน $(a(t)=k(t))$

แทนค่า $a(t)=k(t),\ r(t)=A-\delta,\ w(t)=0$ ไปในสมการ (2.48) จะได้

$$\dot{k}(t)=(A-\delta-n)k(t)-c(t) \tag{2.57}$$

$$\frac{\dot{c}(t)}{c(t)} = \frac{1}{\theta}(A-\delta-\rho) \tag{2.58}$$

$$\lim_{t\to\infty}\left\{k(t)e^{-(A-\delta-n)t}\right\} = 0 \tag{2.59}$$

สมการ (2.58) แสดงถึงการเจริญเติบโตของการบริโภคไม่ขึ้นอยู่กับการสะสมทุนต่อประชากร $(k(t))$ หรือที่ระดับการบริโภคต่อประชากร ณ เวลาศูนย์ $c(0)$ การบริโภคต่อประชากร ณ เวลา t $c(t)$ คือ

$$c(t) = c(0)e^{(1/\theta)\cdot(A-\delta-\rho)\cdot t}$$

การเจริญเติบโตของทุนและผลผลิตต่อประชากร สามารถหาได้โดยหารสมการ (2.57) ด้วย $(k(t))$ จะได้

$$c(t)/k(t) = (A-\delta-n) - \dot{k}(t)/k(t)$$

ที่ Steady state ตัวแปรทุกตัวมีอัตราการเจริญเติบโตคงที่ จะได้พจน์ด้านขวา $(A-\delta-n)-\dot{k}(t)/k(t)$ คงที่ เนื่องจาก ณ สถานะคงที่ปัจจัยทุนไม่เปลี่ยนแปลง ดังนั้น c/k จะคงที่ และอัตราการเจริญเติบโตของทุนต่อประชากรจะเท่ากับอัตราการเจริญเติบโตของการบริโภคต่อประชากรในสมการ (2.58)

ทฤษฎีการเจริญเติบโตจากภายใน (Endogenous Growth) เห็นว่าการลงทุนในทุนมนุษย์ ในด้านการศึกษา การพัฒนาฝีมือแรงงาน การวิจัยและพัฒนา ล้วนแต่เป็นปัจจัยสำคัญต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ คือเมื่อมีการลงทุนในทุนมนุษย์มากขึ้นก็จะส่งผลกระทบต่อสังคมในทางที่เป็นประโยชน์ (Positive externalities) โดยทำให้ประชากรและแรงงานในสังคมส่วนรวมสามารถพัฒนาประสิทธิภาพในการผลิตให้สูงมากขึ้นและสามารถผลิตสินค้าและบริการได้มากขึ้น แม้ในภาวะที่มีทรัพยากรจำกัด ทฤษฎีการเจริญเติบโตจากภายในยังเชื่อว่าผลกระทบต่อสังคมในทางที่เป็นประโยชน์จะยังคงมีสูงมาก ทำให้ประเทศที่มีการลงทุนในทุนมนุษย์สูงจะมีความเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจที่ยั่งยืนอย่างไม่วันสิ้นสุด (ชิดชล ตั้งสุขขีย์ศิริ, 2550)

การลงทุนในทุนมนุษย์จะส่งผลกระทบต่อสังคมในทางที่เป็นประโยชน์ โดยผ่านกระบวนการดังนี้

1. ผลของการล้นออก (Spill-over effects)
2. ผลของการเรียนรู้ท่ามกลางการปฏิบัติ (Learning-by-doing effects)

Spill-over effects จะเกิดขึ้นเมื่อมีการลงทุนมนุษย์ในด้านการศึกษา การพัฒนาฝีมือแรงงาน หรือ การวิจัยและพัฒนา คือ เมื่อผู้ใช้แรงงานได้รับการศึกษามากขึ้น ทำให้มีประสิทธิภาพในการผลิตสูงขึ้นสามารถผลิตสินค้าและบริการได้มากขึ้น คนเหล่านี้ยังมักจะมีปฏิสัมพันธ์แลกเปลี่ยนความรู้กับเพื่อนร่วมงาน ส่งผลให้ประสิทธิภาพในการผลิตของบุคคลอื่น ๆ เพิ่มมากขึ้นไปด้วย และการขยายตัวของการศึกษาของประชาชนโดยทั่วไปยังทำให้เกิดกระบวนการ Learning-by-doing ดังนั้นกระบวนการทั้งสองจึงเป็นกระบวนการที่สามารถเพิ่มประสิทธิภาพและศักยภาพของแรงงานให้สูงขึ้น และทำให้เศรษฐกิจสามารถขยายตัวได้ถึงแม้จะมีทรัพยากรและการลงทุนที่จำกัด (พรรณี ญานะตื้อ, 2551)

โดยสรุปทฤษฎีการเจริญเติบโตจากภายใน (Endogenous Growth) เป็นแนวความคิดที่แสดงให้เห็นว่า เศรษฐกิจจะเจริญเติบโตอย่างเข้มแข็งในระยะยาวได้นั้นต้องให้ความสำคัญกับการลงทุนในทุนกายภาพและทุนมนุษย์ควบคู่กันไป จึงจะทำให้เศรษฐกิจเจริญเติบโตอย่างยั่งยืน จึงเน้นให้รัฐบาลเข้ามามีบทบาทในการส่งเสริมการลงทุน ทั้งด้านทุนกายภาพ และทุนมนุษย์เพื่อแก้ปัญหาความล้มเหลวของกลไกตลาดกล่าวคือ ประเทศที่รัฐบาลให้ความสำคัญกับการลงทุนโดยเฉพาะในทุนมนุษย์

2.2. แนวคิดและทฤษฎีทางเศรษฐมิติ

2.2.1 ข้อมูลแพเนล (Panel Data)

ข้อมูลแพเนลเป็นข้อมูลที่มีลักษณะของข้อมูลภาคตัดขวาง (Cross-sectional data) ร่วมกับข้อมูลอนุกรมเวลา (Time series data) เกิดจากการเก็บหน่วยของตัวอย่างชุดเดิมซ้ำ ๆ หลายครั้ง เช่น บุคคล, ครัวเรือน และหน่วยธุรกิจ ภายในช่วงเวลาที่ทำการศึกษา

การประมาณการโดยแยกปัจจัยที่กระทบแต่ละประเทศข้ามช่วงเวลา เรียกอีกอย่างหนึ่งว่า Panel data estimation ซึ่งข้อดีของการประมาณการโดยใช้ Panel data estimation มีดังต่อไปนี้ (กรรณิการ์ ดวงเนตร, 2553) สามารถอธิบายข้อมูลเฉพาะหน่วยที่มีความสัมพันธ์กันแบบข้ามเวลาได้และแก้ปัญหาที่เกิดจากการขาดข้อมูลในบางช่วงเนื่องจากอาจมีข้อจำกัดทางด้านข้อมูล อันเนื่องมาจากปัญหาการจัดเก็บข้อมูลหรือแหล่งที่มาของข้อมูล

นอกจากนี้ Panel data estimation ให้ผลการประมาณค่าที่มีประสิทธิภาพมากกว่าเนื่องจากเป็นข้อมูลที่มีทั้งข้อมูลภาคตัดขวางและข้อมูลอนุกรมเวลา ไม่ว่าจะเป็นในเรื่องความละเอียด ความหลากหลายของข้อมูล ความแตกต่างระหว่างค่าความสัมพันธ์ของตัวแปรมีน้อย รวมทั้งมีค่าระดับความเป็นอิสระ (Degree of freedom) สูงกว่าและสามารถอธิบายการเปลี่ยนแปลงแบบพลวัตของข้อมูลที่เกิดจากการสังเกตซ้ำๆ ได้ดี วัดได้ง่ายและให้ค่าที่ใกล้เคียงความเป็นจริงมากกว่าการประมาณค่าโดยใช้ ข้อมูลภาคตัดขวาง และข้อมูลอนุกรมเวลา เพียงอย่างได้อย่างหนึ่ง ซึ่ง Panel data estimation สามารถใช้วิเคราะห์แบบจำลองที่มีความยุ่งยากซับซ้อนได้ดีกว่าโดยใช้ได้กับค่าสังเกตที่มีจำนวนมากๆ ได้ และเหตุผลสำคัญที่ทำให้การใช้ข้อมูลแพเนลในวิเคราะห์มีความเปรียบคือ ข้อมูลแพเนลไม่มีข้อจำกัดด้านสมมติฐาน และสามารถอธิบายการเปลี่ยนแปลงของข้อมูลแต่ละหน่วยข้ามช่วงเวลาได้

แบบจำลองข้อมูลแพเนลแบบทั่วไปในรูปเชิงเส้น สามารถเขียนได้ดังนี้ (Verbeek, 2004: 342)

$$y_{it} = \alpha_i + x_{it}'\beta_{it} + \varepsilon_{it} \tag{2.60}$$

โดยที่ i คือ ข้อมูลภาคตัดขวาง $i = 1, ..., N$

t คือ ข้อมูลอนุกรมเวลา $t = 1, ..., T$

y_{it} คือ เวกเตอร์ 1×1 ของตัวแปรตาม

α_i คือ จำนวนจริง (ค่าคงที่)

x_{it} คือ เวกเตอร์ $k \times 1$ ของตัวแปรอธิบาย

β_{it} คือ เวกเตอร์ $k \times 1$ ของค่าสัมประสิทธิ์

ε_{it} คือ ค่าความคลาดเคลื่อน

การประมาณค่าความสัมพันธ์ของแบบจำลองแพเนล ขึ้นอยู่กับข้อสมมติเบื้องต้นของค่าคงที่ (α_i) ค่าสัมประสิทธิ์ (β_{it}) และค่าความคลาดเคลื่อน (ε_{it})

ในกรณีทั่วไปนั้นจะสมมติให้ค่าความคลาดเคลื่อน (ε_{it}) มีการแจงแจงเหมือนกันในทุก ๆ หน่วยภาคตัดขวางและช่วงเวลา หมายความว่า ค่าความคลาดเคลื่อนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์และมีค่าความแปรปรวนเท่ากับ σ_ε^2 (Verbeek, 2004: 345)

2.2.2 การทดสอบแพเนลยูนิทรูท (Panel unit root test)

การใช้ข้อมูลแพเนลประมาณความสัมพันธ์ของแบบจำลองนั้น จะต้องมีการทดสอบความนิ่ง (Stationary) ของข้อมูลก่อน จากสมการ AR (1) ของข้อมูลแพเนล

$$y_{it} = \alpha_i + \rho_i y_{it-1} + \varepsilon_{it} \tag{2.61}$$

เปลี่ยนรูปสมการจะได้

$$y_{it} = \rho y_{it-1} + \varepsilon_{it} \tag{2.62}$$

โดยที่ i คือ ข้อมูลภาคตัดขวาง $i = 1, \ldots, N$

t คือ ข้อมูลอนุกรมเวลา $t = 1, \ldots, T$

y_{it} คือ ตัวแปรภายนอก

ρ คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของ Autoregressive

ε_{it} คือ ค่าความคลาดเคลื่อน

สมมติฐานที่ใช้ในการทดสอบ คือ

$H_o : \rho = 0$ (ข้อมูลแพเนลมียูนิทรูท)

$H_a : \rho < 0$ (ข้อมูลแพเนลไม่มียูนิทรูท)

ซึ่งการทดสอบแพเนลยูนิทรูทมีวิธีการทดสอบทั้งหมด 5 วิธี คือทดสอบแพเนลยูนิทรูทด้วยวิธี Levin, Lin and Chu (LLC) test , Breitung test, Hadri test, Im, Pesaran and Shin (IPS) test และ Fisher-Type Tests โดยใช้ Fisher-ADF และ Fisher-PP ดังนี้

1. วิธีการทดสอบของ Levin, Lin and Chu (LLC)

จากสมการ

$$\Delta y_{it} = \rho y_{i,t-1} + \sum_{L=1}^{p_i} \theta_{iL} \Delta y_{it-L} + \alpha_{mi} d_{mt} + \varepsilon_{it} \qquad m = 1,2,3 \qquad (2.63)$$

โดยที่ d_{1m} = เซ็ทว่าง, $d_{2m} = \{1\}$ และ $d_{3m} = \{1, t\}$

Δy_{it} คือ ผลต่างของ y_{it}

p_i คือ จำนวน Lag order สำหรับผลต่างของ y_{it}

α_{mi} คือ เวกเตอร์ค่าสัมประสิทธิ์

d_{mt} คือ เวกเตอร์ของ Deterministic variable

ε_{it} คือ ค่าความคลาดเคลื่อน

การทดสอบได้กำหนดสมมติฐาน คือ

$H_0 : \rho = 0$ (ข้อมูลแพเนลมียูนิทรูท)

$H_a : \rho < 0$ (ข้อมูลแพเนลไม่มียูนิทรูท)

วิธีการทดสอบมี 3 ขั้นตอน ดังนี้

<u>ขั้นตอนที่ 1</u> ถดถอยสมการ Augmented Dickey-Fuller (ADF) ในแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง

$$\Delta y_{it} = \rho_i y_{i,t-1} + \sum_{L=1}^{p_i} \theta_{iL} \Delta y_{it-L} + \alpha_{mi} d_{mt} + \varepsilon_{it} \qquad m = 1,2,3 \qquad (2.64)$$

ให้ Lag order ของ p_i มีการเปลี่ยนแปลงไปในแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง เลือกค่า Lag order ที่ $p_{\max}$ โดยใช้ค่าสถิติ t (t-statistic) ของ $\hat{\theta}_{iL}$ ในการตัดสิน จากนั้นถดถอย สมการเสริม (Auxiliary) ทั้งสองสมการเพื่อหาค่าส่วนที่เหลือโดย

ประมาณค่าสมการ Δy_{it} กับ $\Delta y_{i,t-L}\left(L=1,\ldots,p_i\right)$ และ d_{mt} ได้ค่า $\hat{e}_{it}$

ประมาณค่าสมการ $y_{i,t-1}$ กับ $\Delta y_{i,t-L}\left(L=1,\ldots,p_i\right)$ และ d_{mt} ได้ค่า $\hat{v}_{i,t-1}$

จากนั้นปรับค่าส่วนที่เหลือ (Residual) เพื่อควบคุมความแปรปรวนระหว่างข้อมูลภาคตัดขวางจะได้

$$\tilde{e}_{it}=\frac{\hat{e}_{it}}{\hat{\sigma}_{\varepsilon t}},\tilde{v}_{i,t-1}=\frac{\hat{v}_{it}}{\hat{\sigma}_{\varepsilon t}} \tag{2.65}$$

โดยที่ $\hat{\sigma}_{\varepsilon t}$ คือค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานจากการถดถอยสมการ ADF ในแต่ละหน่วยของข้อมูลภาคตัดขวาง

<u>ขั้นตอนที่ 2</u> คำนวณอัตราส่วนส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานระยะยาวกับระยะสั้น ภายใต้ข้อสมมติฐานหลักของยูนิทรูทการหาความแปรปรวนระยะยาวสามารถหาค่าได้จาก

$$\hat{\sigma}_{yi}^2=\frac{1}{T-1}\sum_{t=2}^{T}\Delta y_{it}^2+2\sum_{L=1}^{\bar{K}}w_{\bar{K}L}\left[\frac{1}{T-1}\sum_{t=2+L}^{T}\Delta y_{it}\Delta y_{i,t-L}\right] \tag{2.66}$$

โดยที่ $\bar{K}$ คือ Truncations lag และ $w_{\bar{K}L}=1-\left(L/\bar{K}+1\right)$ และในแต่ละหน่วยภาคตัดขวางค่าอัตราส่วนส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานระยะยาวคำนวณจาก $\hat{s}_i=\hat{\sigma}_{yi}/\hat{\sigma}_{\varepsilon i}$ ส่วนค่าเฉลี่ยของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานคำนวณจาก $\hat{S}_N=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\hat{s}_i$

<u>ขั้นตอนที่ 3</u> คำนวณค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบข้อมูลแพเนล โดยการถดถอยแบบ Pooled (The pooled regression)

$$\tilde{e}_{it}=\rho\tilde{v}_{i,t-1}+\tilde{\varepsilon}_{it} \tag{2.67}$$

จากค่าสังเกตจำนวน $N\tilde{T}$ โดยที่ $\tilde{T}=T-\bar{p}-1$ คือ ค่าเฉลี่ยของค่าสังเกตต่อหน่วยของข้อมูลแพเนล ซึ่ง $\bar{p}=\sum_{i=1}^{N}\frac{p_i}{N}$ คือค่าเฉลี่ยของ Lag order แต่ละหน่วยของ ADF

ค่าสถิติ t ที่ใช้ในการทดสอบคือ

$$t_\rho=\frac{\hat{\rho}}{\hat{\sigma}\left(\hat{\rho}\right)} \tag{2.68}$$

โดยที่

$$\hat{\rho}=\frac{\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=2+p_i}^{T}\tilde{v}_{i,t-1}\tilde{e}_{it}}{\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=2+p_i}^{T}\tilde{v}_{i,t-1}^2} \tag{2.69}$$

$$\hat{\sigma}(\hat{\rho}) = \frac{\hat{\sigma}_{\tilde{\varepsilon}}}{\left[\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=2+p_i}^{T}\tilde{v}_{i,t-1}^{2}\right]^{\frac{1}{2}}} \tag{2.70}$$

และค่าความแปรปรวนของ $\tilde{\varepsilon}_{it}$

$$\hat{\sigma}_{\tilde{\varepsilon}}^{2} = \frac{1}{N\tilde{T}}\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=2+p_i}^{T}\left(\tilde{e}_{it} - \hat{\rho}\tilde{v}_{it-1}\right)^{2} \tag{2.71}$$

คำนวณค่า Adjusted t-statistic จาก

$$t_{\rho}^{*} = \frac{t_{\rho} - N\tilde{T}\hat{S}_{N}\hat{\sigma}_{\tilde{\varepsilon}}^{-2}\hat{\sigma}(\hat{\rho})\mu_{m\tilde{T}}^{*}}{\sigma_{m\tilde{T}}^{*}} \tag{2.72}$$

โดย $\hat{\sigma}_{\tilde{\varepsilon}}^{-2}$ คือ ค่าความแปรปรวนของ $\tilde{\varepsilon}_{it}$

$\hat{\sigma}(\hat{\rho})$ คือ ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของ $(\hat{\rho})$

$\hat{S}_{N}$ คือ ค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน

$\mu_{m\tilde{T}*}$ และ $\sigma_{m\tilde{T}*}$ คือ Adjustment Term ของค่าเฉลี่ย (Mean) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard deviation)

ในการพิจารณาจะดูว่าค่าสถิติ t_{ρ}^{*} ที่ได้จากการประมาณมีค่ามากกว่าค่าวิกฤติ (Critical) แสดงว่าปฏิเสธสมมติฐานหลัก นั่นคือข้อมูลแพเนลไม่มียูนิทรูท แต่ถ้าค่าสถิติ t_{ρ}^{*} ที่ได้น้อยกว่าค่าวิกฤติแสดงว่ายอมรับสมมติฐานหลัก นั่นคือข้อมูลแพเนลมียูนิทรูท

2. วิธีการทดสอบของ Im, Pesaran and Shin (IPS)

เป็นการทดสอบโดยใช้ Augmented Dickey-Fuller (ADF)

$$\Delta y_{it} = \rho_i y_{i,t-1} + \sum_{L=1}^{p_i}\theta_{iL}\Delta y_{it-L} + \alpha_{mi}d_{mt} + \varepsilon_{it} \tag{2.73}$$

สมมติฐานการทดสอบคือ

$H_0 : \rho_i = 0 \quad for \quad ,\forall i$ (ข้อมูลแพเนลมียูนิทรูท)

$H_a : \begin{cases} \rho_i < 0 & for \quad i = 1,2,\ldots,N_1 \\ \rho_i = 0 & for \quad i = N_1+1,\ldots N \end{cases}$ (ข้อมูลแพเนลไม่มียูนิทรูท)

ค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบคือ

$$\bar{t} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} t_{\rho_i} \tag{2.74}$$

โดยที่ $\bar{t} \sim N(0,1)$ และ $t_{\rho_i} \Rightarrow \left(\int_0^1 W_{iZ}dW_{iZ}\right) \Big/ \left[\int_0^1 W_{iZ}^2\right] = t_{iT}$ เมื่อ $T \to \infty$ จากข้อสมมติของ IPS ที่กำหนดให้ t_{iT} เป็น i.i.d ดังนั้นสามารถปรับสมการได้

$$\frac{\sqrt{N}\left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}t_{iT}-\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}E\left[t_{iT}\,|\rho_i=0\right]\right)}{\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\mathrm{var}\left[t_{iT}\,|\rho_i=0\right]}}\Rightarrow N(0,1) \tag{2.75}$$

เมื่อ $N\rightarrow\infty$ จากทฤษฎีลิมิตลู่เข้าสู่ศูนย์กลาง (Central limit theorem) สามารถเขียนสมการใหม่ได้

$$t_{IPS}=\frac{\sqrt{N}\left(\bar{t}-\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}E\left[t_{iT}\,|\rho_i=0\right]\right)}{\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\mathrm{var}\left[t_{iT}\,|\rho_i=0\right]}}\Rightarrow N(0,1) \tag{2.76}$$

การพิจารณาจะดูว่าค่าสถิติ t_{IPS} ที่ได้จากการประมาณมีค่ามากกว่าค่าวิกฤติ (Critical) แสดงว่าปฏิเสธสมมติฐานหลัก นั่นคือข้อมูลแพเนลไม่มียูนิทรูท แต่ถ้าค่าสถิติ t_{IPS} ที่ได้น้อยกว่าค่าวิกฤติแสดงว่ายอมรับสมมติฐานหลัก นั่นคือข้อมูลแพเนลมียูนิทรูท

3. วิธีการทดสอบของ Breitung

Breitung ทดสอบค่าสถิติโดยไม่พิจารณาการปรับค่าความเอนเอียง (Bias adjustment) ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

<u>ขั้นตอนที่ 1</u> วิธีหาค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบมีวิธีเหมือนกับวิธีของ LLC แต่แตกต่างกันตรงที่ค่า $\Delta y_{i,t-L}$ ที่ใช้ในการหาค่า $\hat{e}_{it}$ และ $\hat{v}_{i,t-1}$

<u>ขั้นตอนที่ 2</u> ค่าส่วนที่เหลือ (Residual) $\hat{e}_{it}$ ถูกปรับเปลี่ยนโดยการใช้ Forward orthogonalization transformation จะได้สมการ

$$e_{it}^{*}=\sqrt{\frac{T-t}{(T-t+1)}}\left(\tilde{e}_{it}-\frac{\tilde{e}_{i,t+1}+\ldots\tilde{e}_{i,T}}{T-t}\right) \tag{2.77}$$

และ $v_{i,t-1}^{*}=\tilde{v}_{i,t-1}-\tilde{v}_{i,1}-\frac{t-1}{T}\tilde{v}_{iT}$ มีค่าคงที่และแนวโน้ม

$v_{i,t-1}^{*}=\tilde{v}_{i,t-1}-\tilde{v}_{i,1}$ มีค่าคงที่

$v_{i,t-1}^{*}=\tilde{v}_{i,t-1}$ ไม่มีค่าคงที่และแนวโน้ม

<u>ขั้นตอนที่ 3</u> ประมาณค่า Pooled regression

$$e_{it}^{*}=\rho v_{i,t-1}^{*}+\varepsilon_{it}^{*} \tag{2.78}$$

ดังนั้นค่าสถิติที่ใช้ในการประมาณคือ

$$B_{nT}=\left[\left(\frac{\hat{\sigma}^2}{nT^2}\right)\sum_{i=1}^{n}\sum_{i=2}^{T-1}(v^{*}_{it-1})^2\right]^{-1/2}\left[\left(\frac{1}{\sqrt{nT}}\right)\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{i=2}^{T-1}(e^{*}_{it})(v^{*}_{it-1})\right)\right] \tag{2.79}$$

การทดสอบได้กำหนดสมมติฐานคือ

$H_0 : \rho = 0$ (ข้อมูลแพเนลมียูนิทรูท)

$H_a : \rho < 0$ (ข้อมูลแพเนลไม่มียูนิทรูท)

การพิจารณาจะดูว่าค่าสถิติ B_{nT} ที่ได้จากการประมาณมีค่ามากกว่าค่าวิกฤติ (Critical) แสดงว่าปฏิเสธสมมติฐานหลัก นั่นคือข้อมูลแพเนลไม่มียูนิทรูท แต่ถ้าค่าสถิติ B_{nT} ที่ได้น้อยกว่าค่าวิกฤติแสดงว่ายอมรับสมมติฐานหลัก นั่นคือข้อมูลแพเนลมียูนิทรูท

4. วิธีการทดสอบของ Fisher-type

จากสมการ Augmented Dickey-Fuller (ADF)

$$\Delta y_{it} = \rho y_{i,t-1} + \sum_{L=1}^{p_i} \theta_{iL} \Delta y_{it-L} + \alpha_{mi} d_{mt} + \varepsilon_{it} \qquad ; m = 1,2,3 \qquad (2.80)$$

โดยที่ d_{1m} เป็นเซ็ทว่าง, $d_{2m} = \{1\}$ และ $d_{3m} = \{1, t\}$

Δy_{it}	คือ	ผลต่างของ y_{it}
p_i	คือ	จำนวน Lag order สำหรับผลต่างของ y_{it}
α_{mi}	คือ	เวกเตอร์ค่าสัมประสิทธิ์
d_{mt}	คือ	เวกเตอร์ของ Deterministic variable
ε_{it}	คือ	ค่าความคลาดเคลื่อน

การทดสอบโดยการรวมค่า p-value ของค่าสถิติที่ทดสอบความนิ่งของข้อมูลแต่ละหน่วยภาคตัดขวางจากสมการ ADF มาใช้ในการทดสอบแพเนลยูนิทรูท

$$P = -2\sum_{i=1}^{N} \ln p_i \rightarrow \chi^2_{2N} \qquad (2.81)$$

โดย p คือค่าที่ใช้ทดสอบความนิ่งของข้อมูลแต่ละภาคตัดขวาง ค่า $-2\ln p_i$ มีการแจกแจงแบบ χ^2 มีระดับความเป็นอิสระเท่ากับ 2 ดังนั้น P จึงมีการแจกแจงแบบ χ^2 และมีระดับความเป็นอิสระเท่ากับ $2N$

Choi (2001) ได้เสนอวิธีการในการทดสอบคือ The inverse normal test (Z) และ The logit test (L) คือ

$$Z = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^{N} \Phi^{-1}(p_i) \qquad (2.82)$$

ซึ่ง $0 \le p_i \le 1$ และ $\Phi^{-1}(p_i) \sim N(0,1)$ ดังนั้นส่งผลให้ $Z \sim N(0,1)$ และ

$$L = \sum_{i=1}^{N} \ln\left(\frac{p_i}{1-p_i}\right) \qquad (2.83)$$

ซึ่ง $\ln\left(\frac{p_i}{1-p_i}\right)$ มีการแจกแจงแบบโลจิสติคที่ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ $\pi^2/3$

การทดสอบได้กำหนดสมมติฐาน คือ

H_0 : ข้อมูลแพเนลมียูนิทรูท

H_a : ข้อมูลแพเนลไม่มียูนิทรูท

ถ้าทั้ง Fisher's (P) Test และ Z - Statistic ที่ได้จากการประมาณมีค่ามากกว่าค่าวิกฤติ (Critical) แสดงว่าปฏิเสธสมมติฐานหลัก นั่นคือข้อมูลแพเนลไม่มียูนิทรูท แต่ถ้าทั้ง Fisher's (P) Test และ Z – Statistic ที่ได้น้อยกว่าค่าวิกฤติแสดงว่ายอมรับสมมติฐานหลัก นั่นคือข้อมูลแพเนลมียูนิทรูท

5. วิธีการทดสอบของ Hadri

ทดสอบโดยการประมาณค่าส่วนที่เหลือ (Residual) ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Ordinary least square: OLS) ประมาณค่าตัว y_{it} ที่มีค่าคงที่ (Constant) หรือมีทั้งค่าคงที่และแนวโน้ม (Trend) พิจารณาจาก 2 สมการคือ

$$y_{it} = r_{it} + \varepsilon_{it} \qquad i = 1,\ldots,N;\ t = 1,\ldots,T \tag{2.84}$$

และ

$$y_{it} = r_{it} + \beta_i t + \varepsilon_{it} \tag{2.85}$$

ซึ่ง $r_{it} = r_{i,t-1} + u_{it}$ คือ Random walk และ $\varepsilon_{it} \sim INN\left(0,\sigma_\varepsilon^2\right)$, $u_{it} \sim INN\left(0,\sigma_\mu^2\right)$ มีคุณสมบัติ i.i.d. ระหว่างข้อมูลภาคตัดขวางที่ i และช่วงเวลาที่ t ดังนั้นสามารถเขียนสมการใหม่ได้ดังนี้

$$y_{it} = r_{io} + \beta_i t + \sum_{s=1}^{t} u_{is} + \varepsilon_{it} \tag{2.86}$$

$$y_{it} = r_{io} + \beta_i t + v_{it} \tag{2.87}$$

โดยที่ $v_{it} = \sum_{s=1}^{t} u_{is} + \varepsilon_{it}$ จะได้ค่าสถิติ LM ที่ใช้ในการประมาณมีค่าดังนี้

$$LM_1 = \frac{1}{N}\left(\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{T^2}\sum_{t=1}^{T}S_{it}^2\right)\Big/\hat{\sigma}_\varepsilon^2 \tag{2.88}$$

โดยที่ $S_{it} = \sum_{s=1}^{t}\hat{\varepsilon}_{is}$ คือผลรวมของส่วนที่เหลือ $(\hat{\varepsilon}_{is})$ ด้วยวิธี OLS และ

$$\hat{\sigma}_{\varepsilon}^{2} = \frac{1}{NT}\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}\hat{\varepsilon}_{it}^{2}$$

ค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบสำหรับการเกิดปัญหาค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนไม่คงที่ (Heteroskedasticity) ระหว่างข้อมูลภาคตัดขวางที่ i , $\hat{\sigma}_{\varepsilon i}^{2}$ ดังนี้

$$LM_2 = \frac{1}{N}\left(\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{1}{T^2}\sum_{t=1}^{T}S_{it}^{2}/\hat{\sigma}_{\varepsilon i}^{2}\right)\right) \quad (2.89)$$

ดังนั้นจึงใช้ LM_1 ในกรณีเป็น Homoskedasticity และใช้ LM_2 ในกรณีที่เป็น Heteroskedasticity ค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐานคือ ค่าสถิติ Z ดังนี้

$$Z = \sqrt{N}\left(LM - \xi_1\right)/\zeta \rightarrow N\left(0,1\right) \quad (2.90)$$

โดยที่ ξ = 1/6 และ ζ = 1/45 ถ้าแบบจำลองประกอบด้วยค่าคงที่เพียงอย่างเดียว

ξ = 1/15 และ ζ = 11/6300 สำหรับกรณีอื่น

การทดสอบได้กำหนดสมมติฐาน คือ

H_0 : ข้อมูลแพเนลไม่มียูนิทรูท

H_a : ข้อมูลแพเนลมียูนิทรูท

ถ้าค่าสถิติ Z ที่ได้จากการประมาณมีค่ามากกว่าค่าวิกฤติ (Critical) แสดงว่าปฏิเสธสมมติฐานหลัก นั่นคือข้อมูลแพเนลมียูนิทรูท แต่ถ้าค่าสถิติ Z ที่ได้น้อยกว่าค่าวิกฤติแสดงว่ายอมรับสมมติฐานหลัก นั่นคือข้อมูลแพเนลไม่มียูนิทรูท

2.2.3. การประมาณค่าความสัมพันธ์ของแบบจำลองแพเนล

เป็นการประมาณค่าของข้อมูลแพเนล ที่พิจารณาแยกความแตกต่างระหว่างแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง (Individual) และช่วงเวลา (Time) โดยมีข้อสมมติว่าค่าคงที่และค่าสัมประสิทธิ์แตกต่างกัน แบ่งออกเป็นการประมาณค่าแบบจำลอง Fixed effect, แบบจำลอง Random effect และ Pooled estimator

1. แบบจำลอง Fixed effects

แบบจำลอง Fixed effect หรือแบบจำลองการถดถอย Least-Squares Dummy Variable (LSDV) เป็นแบบจำลองการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายที่ค่าคงที่ (Intercept term) มีการผันแปรตามแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง i นั้นคือเป็นไปตามสมการ (2.88)

$$y_{it} = \alpha_i + x_{it}'\beta + \varepsilon_{it} \qquad \varepsilon_{it} \sim IID(0,\sigma_{\varepsilon}^{2}) \quad (2.91)$$

มีข้อสมมติคือ x_{it} และ ε_{it} เป็นอิสระต่อกันทุกค่า สามารถเขียนรูปแบบการถดถอยที่รวมเอาตัวแปรหุ่น (Dummy variable) สำหรับแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง i ในแบบจำลองได้ดังนี้

$$y_{it} = \sum_{j=1}^{N} \alpha_i d_{ij} + x'_{it}\beta + \varepsilon_{it} \tag{2.92}$$

โดยที่ $d_{ij} = 1$ ถ้า $i = j$ และ $d_{ij} = 0$ ถ้า $i \neq j$

ดังนั้นเซตของตัวแปรจำนวน N ในแบบจำลอง, ค่าพารามิเตอร์ $\alpha_1,...,\alpha_N$ และค่า β สามารถประมาณค่าได้โดยทำการประมาณสมการ (92) โดยใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Ordinary least squares: OLS) โดยค่า β ที่คำนวณโดยใช้ (Least Squares Dummy Variable: LSDV) นี้มีการเบี่ยงเบน จึงต้องกำจัดผลกระทบแต่ละหน่วยของ α_{it} โดยการเปลี่ยนแปลงข้อมูลสามารถเขียนสมการได้เป็น

$$\bar{y}_i = \alpha_i + \bar{x}'_i\beta + \bar{\varepsilon}_i \tag{2.93}$$

โดยที่ $\bar{y}_i = T^{-1}\sum_t y_{it}$

$$y_{it} - \bar{y}_i = (x_{it} - \bar{x}_i)'\beta + (\varepsilon_{it} - \bar{\varepsilon}_i) \tag{2.94}$$

สมการ (2.94) เป็นแบบจำลองการถดถอยที่เบี่ยงเบนออกจากค่าเฉลี่ยของแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง และไม่รวมผลกระทบแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง α_{it} โดยการเปลี่ยนแปลงข้อมูลในสมการ (2.94) ที่มีการสร้างค่าสังเกตในรูปการเบี่ยงเบนจากค่าเฉลี่ยของแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง เรียกว่า "Within transformation" และตัวประมาณ OLS สำหรับค่า β ที่คำนวณได้จากแบบจำลองนี้เรียกว่า "Within estimator" หรือ "Fixed effect estimator" ซึ่งให้ผลที่ถูกต้องแม่นยำเช่นเดียวกับตัวประมาณแบบ LSDV (Verbeek, 2004: 346)

กำหนดโดย

$$\hat{\beta}_{FE} = \left(\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T} (x_{it} - \bar{x}_i)(x_{it} - \bar{x}_i)' \right)^{-1} \sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T} (x_{it} - \bar{x}_i)(y_{it} - \bar{y}_i)' \tag{2.95}$$

จากข้อสมมติให้ x_{it} เป็นอิสระจาก ε_{it} ทุกค่า ตัวประมาณ Fixed effect สามารถแสดงในรูปที่ค่า β ไม่มีการเบี่ยงเบน และถ้ากำหนดให้ ε_{it} มีการกระจายแบบปกติ ค่า $\hat{\beta}_{FE}$ จะมีการกระจายตัวแบบปกติคือ

$$E\{(x_{it} - \bar{x}_{it})\varepsilon_{it}\} = 0 \tag{2.96}$$

สมการ (2.96) แสดงข้อสมมติ x_{it} ไม่สัมพันธ์กับ ε_{it} และ $\bar{x}_i$ จะไม่สัมพันธ์กับค่าความคลาดเคลื่อน (Error term) ดังนี้

$$E\{x_{it}\varepsilon_{it}\} = 0 \quad \text{สำหรับทุก ๆ ค่าของ s, t} \tag{2.97}$$

ในกรณีนี้จะเรียก x_{it} ว่า "Strictly exogenous" ที่กำหนดให้ไม่มีความสัมพันธ์กับค่าปัจจุบัน อดีต และอนาคตของค่าความคลาดเคลื่อนที่ตัวแปรอธิบาย N เป็นอิสระต่อค่าความคลาดเคลื่อนทุกตัว ดังนั้นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงคือ

$$\hat{\alpha}_i = \bar{y}_i - \bar{x}_i \hat{\beta}_{FE}, \qquad i = 1,...,N \qquad (2.98)$$

ภายใต้ข้อสมมติตามสมการ (2.96) α_{it} ของ Fixed effects ไม่มีการเปลี่ยนแปลง เพราะที่ค่า T คงที่ค่าเฉลี่ยของแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง $\bar{y}_i$ และ x_{it} นั้นจะไม่เบนเข้าหาค่าใดเลย

เมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม (Covariance matrix) สำหรับตัวประมาณค่า Fixed effects $\left(\hat{\beta}_{FE}\right)$ ที่มีข้อสมมติให้ ε_{it} นั้นมีลักษณะ i.i.d. ระหว่างแต่ละหน่วยภาคตัดขวางและช่วงเวลา เมื่อค่าความแปรปรวน $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$ นั้นกำหนดโดย

$$\mathrm{V}\left\{\hat{\beta}_{FE}\right\} = \sigma_\varepsilon^2 \left(\sum_{i=1}^{N} \sum_{t=1}^{T} \left(x_{it} - \bar{x}_i\right)\left(x_{it} - \bar{x}_i\right)' \right)^{-1} \qquad (2.99)$$

ถ้าค่า T มีจำนวนมากจะใช้ OLS ในการประมาณเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม ภายใต้การถดถอยตามสมการ (94) จะได้ผลการประมาณที่ต่ำกว่าตัวแปรที่แท้จริง และค่าความแปรปรวนของ $\varepsilon_{it} - \bar{\varepsilon}_i$ คือ $(T-1)/T\sigma_\varepsilon^2$ จะมีค่าค่อนข้างมากกว่า σ_ε^2 โดยตัวประมาณค่าที่ไม่มีเปลี่ยนแปลง (Consistent) ของ σ_ε^2 สามารถหาได้จากค่าผลรวมผลต่างกำลังสอง (Residual sum of squares: RSS) หารด้วย $N(T-1)$ นั้นคือ

$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \frac{1}{N(T-1)} \sum_{i=1}^{N} \sum_{t=1}^{T} \left(y_{it} - \hat{\alpha}_{it} - x_{it}' \hat{\beta}_{FE} \right)^2$$
$$= \frac{1}{N(T-1)} \sum_{i=1}^{N} \sum_{t=1}^{T} \left(y_{it} - \bar{y}_i - \left(x_{it} - \bar{x}_{it}\right)' \hat{\beta}_{FE} \right)^2 \qquad (2.100)$$

ซึ่งสามารถนำไปประยุกต์ใช้เพื่อให้ค่าระดับความเป็นอิสระ (Degree of freedom) มีความถูกต้องมากขึ้น โดยการนำค่า K ไปลบที่ตัวหารในสมการ (100) เพราะค่าระดับความเป็นอิสระที่ถูกต้องนั้นจะทำให้ค่าพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่าสอดคล้องกับ Individual intercept term

ดังนั้นแบบจำลอง Fixed effect ได้รวบรวมข้อแตกต่างของ “ภายใน” แต่ละหน่วยภาคตัดขวาง คืออธิบายขนาดความแตกต่างของ y_{it} และ $\bar{y}_i$ แต่ไม่อธิบายว่าทำไม $\bar{y}_i$ ถึงแตกต่างจาก $\bar{y}_j$ (Verbeek, 2004: 347)

2. แบบจำลอง Random Effects

ในการวิเคราะห์การถดถอยโดยทั่วไปนั้นมีข้อสมมติว่าทุกตัวแปรมีอิทธิพลต่อตัวแปรตามซึ่งสามารถแสดงในรูปค่าความคลาดเคลื่อนเชิงสุ่ม (Random error term) โดยให้ α_i เป็นตัวแปรสุ่ม (Random Factors) ที่เป็นอิสระและมีการแจกแจงในแต่ละหน่วย ดังนั้นสามารถเขียนแบบจำลอง Random effects ดังนี้ (Verbeek, 2004: 347)

$$y_{it} = \mu + \beta x_{it}' + \alpha_i + \varepsilon_{it}, \qquad \varepsilon_{it} \sim IID(0, \sigma_\varepsilon^2);\ \alpha_i \sim IID(0, \sigma_\alpha^2) \qquad (2.101)$$

โดยที่ $\alpha_i + \varepsilon_{it}$ คือ ค่าความคลาดเคลื่อน (Error Term) ที่ประกอบด้วย ส่วนประกอบเฉพาะแต่ละหน่วยภาคตัดขวางที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา และส่วนที่เหลือ ซึ่งสมมติให้ไม่มีความสัมพันธ์กันตลอดช่วงเวลา

จากข้อสมมติที่ α_i และ ε_i สัมพันธ์กันอย่างอิสระแสดงว่า $\alpha_i + \varepsilon_{it}$ เป็นรูปแบบของอัตสหสัมพันธ์ (Autocorrelation) ดังนั้นการคำนวณค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานสำหรับตัวประมาณ OLS และตัวประมาณค่า GLS ซึ่งเป็นตัวประมาณค่าที่มีประสิทธิภาพ สามารถหาได้จาก Error covariance matrix

การหาตัวประมาณ GLS สำหรับทุก ๆความคลาดเคลื่อนของแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง i คือ $\alpha_i \iota_T + \varepsilon_i$ โดยที่ $\iota_T = (1,1,...,1)'$ มีขนาด (Dimension) เท่ากับ T และ $\varepsilon_i = (\varepsilon_{i1},...,\varepsilon_{iT})'$ เมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมของเวคเตอร์นี้คือ

$$V\{\alpha_i \iota_T + \varepsilon_i\} = \Omega = \sigma_\alpha^2 \iota_T \iota_T' + \sigma_\alpha^2 \iota_T \tag{2.102}$$

โดยที่ I_t คือ เมทริกซ์เอกลักษณ์ที่มีขนาดเท่ากับ T

สามารถหาค่าตัวประมาณ GLS สำหรับค่าพารามิเตอร์ในสมการ (101) โดยการแปลงข้อมูลแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง คือคูณเวคเตอร์ $y_i = (y_{i1},...,y_{iT})'$ ด้วย Ω^{-1}

กำหนดโดย

$$\Omega^{-1} = \sigma_\varepsilon^{-2}\left[I_T - \frac{\sigma_\alpha^2}{\sigma_\varepsilon^2 + T\sigma_\alpha^2}\iota_T \iota_T'\right] \tag{2.103}$$

หรือเขียนในรูป

$$\Omega^{-1} = \sigma_\varepsilon^{-2}\left[\left(I_T - \frac{1}{T}\iota_T \iota_T'\right) + \psi \frac{1}{T}\iota_T \iota_T'\right] \tag{2.104}$$

โดยที่ $\psi = \dfrac{\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_\varepsilon^2 + T\sigma_\alpha^2}$

ตัวประมาณ GLS สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\hat{\beta}_{GLS} = \left(\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}(x_{it} - \bar{x}_i)' + \psi T \sum_{i=1}^{N}(\bar{x}_i - \bar{x})(\bar{x}_i - \bar{x})'\right)^{-1} \times \left(\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}(x_{it} - \bar{x}_i)(y_{it} - \bar{y}_i) + \psi T \sum_{i=1}^{N}(\bar{x}_i - \bar{x})(\bar{y}_i - \bar{y})\right) \tag{2.105}$$

โดยที่ $\bar{x}$ คือค่าเฉลี่ยของ x_{it} ทั้งหมดที่ $\bar{x} = (1/(NT))\sum_{i,t} x_{it}$

ที่ $\psi = 0$ ตัวประมาณค่า Fixed effects จะเพิ่มขึ้น เพราะ $\psi \to 0$ ถ้า $T \to \infty$ นั้นเป็นไปตามที่ว่าตัวประมาณค่า Fixed effect และ Random effects จะมีค่าเท่ากันเมื่อค่า T มีจำนวนมาก แต่ถ้า $\psi = 1$ ตัวประมาณค่า GLS จะเท่ากับตัวประมาณ OLS (และ Ω เป็นเมทริกซ์ Diagonal)

จากสูตรการคำนวณตัวประมาณ GLS โดยทั่วไป คือ

$$\hat{\beta}_{GLS} = \Delta\hat{\beta}_B + \left(I_k - \Delta\right)\hat{\beta}_{FE} \tag{2.106}$$

โดยที่

$$\hat{\beta}_B = \left(\sum_{i=1}^{N}\left(\bar{x}_i - \bar{x}\right)\left(\bar{x}_i - \bar{x}\right)'\right)\sum_{i=1}^{N}\left(\bar{x}_i - \bar{x}\right)\left(\bar{y}_i - \bar{y}\right) \tag{2.107}$$

ดังนั้นจะเรียกค่า β ของตัวประมาณ OLS ในแบบจำลองสำหรับค่าเฉลี่ยของแต่ละหน่วยภาคตัดขวางว่า “Between estimator”

$$\bar{y}_i = \mu + \bar{x}_i'\beta + \alpha_i + \bar{\varepsilon}_i, \qquad i = 1,\dots,N \tag{2.108}$$

ซึ่งเมทริกซ์ Δ คือเมทริกซ์ที่มีการถ่วงน้ำหนัก ที่ตัวประมาณ GLS เป็นเมทริกซ์ค่าเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักของ Between estimator และ Within estimator โดยที่ตัวถ่วงน้ำหนักขึ้นอยู่กับค่าความสัมพันธ์ของความแปรปรวนระหว่างตัวประมาณค่าทั้งสอง

สำหรับตัวประมาณ GLS นั้นเป็นการรวมกันของตัวประมาณ Between estimator และ Within estimator ซึ่งโดยทั่วไปตัวประมาณ GLS จะมีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณ OLS ถ้าตัวแปรอธิบายเป็นอิสระต่อ ε_{it} และ α_i ทุกตัว และตัวประมาณ GLS จะไม่มีการเอนเอียง (Unbiased) และไม่เปลี่ยนแปลง (Consistent) ที่ค่า N หรือ T (หรือทั้ง N และ T) มีค่าเข้าสู่อนันต์ (Infinity) ภายใต้ $E\{\bar{x}_i\varepsilon_{it}\} = 0$ และ

$$E\{\bar{x}_i\alpha_i\} = 0 \tag{2.109}$$

โดยจะใช้เงื่อนไขดังกล่าวเพื่อทำให้ Between estimator ไม่มีการเปลี่ยนแปลง (Consistent) วิธีการคำนวณหาตัวประมาณ GLS จะมีการเปลี่ยนแปลงแบบจำลองดังนี้

$$\left(y_{it} - \vartheta\bar{y}_i\right) = \mu\left(1-\vartheta\right) + \left(x_{it} - \bar{x}_i'\right)'\beta + u_{it} \tag{2.110}$$

โดยที่ $\vartheta = 1 - \psi^{1/2}$ ซึ่งค่าความคลาดเคลื่อนในรูปแบบการเปลี่ยนแปลงนี้เป็น i.i.d ที่ค่า $\psi = 0$ นั้นจะสอดคล้องกับ Within estimator $\left(\vartheta = 1\right)$ และสัดส่วนที่คงที่ $\left(\vartheta\right)$ ของค่าเฉลี่ยแต่ละหน่วยภาคตัดขวางคือการลบข้อมูลที่ได้จากแบบจำลองที่มีการเปลี่ยนแปลงข้อมูล $\left(0 \le \vartheta \le 1\right)$ การใช้ตัวประมาณ GLS ที่มีความเหมาะสมจะต้องคำนวณหาค่าความแปรปรวนก่อน ซึ่งตัวประมาณ σ_ε^2 สามารถหาได้จากสมการ (2.100) ดังนั้นค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน $\sigma_\alpha^2 + \left(1/T\right)\sigma_\varepsilon^2$ สามารถประมาณค่าได้จาก

$$\hat{\sigma}_B^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\bar{y}_i - \hat{\mu}_B - \bar{x}_i'\hat{\beta}_B\right)^2 \qquad (2.111)$$

โดยที่ $\hat{\mu}_B$ คือ Between estimatior ของ μ

จากสมการ (2.111) ตัวแปรที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงของ σ_α^2 จะเป็นไปตาม

$$\hat{\sigma}_\alpha^2 = \hat{\sigma}_B^2 - \frac{1}{T}\hat{\sigma}_\varepsilon^2 \qquad (2.112)$$

ซึ่งสามารถปรับค่าตัวประมาณนี้โดยการปรับปรุงค่าระดับความเป็นอิสระ (Degree of freedom) ให้ถูกต้อง โดยนำ $K+1$ ลบกับตัวหารในสมการ (2.111) ผลของตัวประมาณ EGLS จะเป็นตัวประมาณ Random effect ของ β (และ μ) คือแทนค่า β เท่ากับ $\hat{\beta}_{RE}$ หรือที่รู้จักในชื่อของตัวประมาณ Balestra-Nerlove (Verbeek, 2004: 347-351)

3. การประมาณค่าแบบ Pooled Estimator

เป็นการวิเคราะห์ที่สมมติให้ค่าคงที่และสัมประสิทธิ์ของตัวแปรในสมการมีค่าเท่ากันทุกหน่วยภาคตัดขวาง (Individual) และช่วงเวลา (Time) ที่พิจารณา ซึ่งไม่ได้ประมาณค่าความแตกต่างระหว่างแต่ละหน่วยภาคตัดขวางและช่วงเวลาที่พิจารณา โดยมีแบบจำลองพื้นฐานตามสมการ

แบบจำลองของ Pooled OLS คือ

$$y_{it} = \alpha_i + x_{it}'\beta_{it} + \varepsilon_{it} \qquad (2.113)$$

โดยที่
- i คือ ข้อมูลภาคตัดขวาง $i = 1,\ldots,N$
- t คือ ข้อมูลอนุกรมเวลา $t = 1,\ldots,T$
- y_{it} คือ เวกเตอร์ 1×1 ของตัวแปรตาม
- α_i คือ จำนวนจริง (ค่าคงที่)
- x_{it} คือ เวกเตอร์ $k\times1$ ของตัวแปรอธิบาย
- β_{it} คือ เวกเตอร์ $k\times1$ ของค่าสัมประสิทธิ์
- ε_{it} คือ ค่าความคลาดเคลื่อน

สมมติฐานที่แตกต่างระหว่างแบบจำลอง Fixed effects, แบบจำลอง Random effects และ Pooled OLS แสดงได้ดังตารางที่ 1

ตารางที่ 2.1 แสดงความแตกต่างระหว่าง แบบจำลอง Fixed effects, แบบจำลอง Random effects และ Pooled OLS

วิธีการ	**สมมติฐานเกี่ยวกับค่า** β
Fixed Effects	$\beta_{it} = \beta_i$ โดยที่ $E(\beta_i, X_{it}) \neq 0$
Random Effects	$\beta_{it} = \beta + \varepsilon_i$ โดยที่ $E(\varepsilon_i, X_{it}) = 0$
Pooled OLS	$\beta_{it} = \beta$

2.2.4 การทดสอบสมการแพเนล (Panel equation testing)

การทดสอบสมการแพเนล เป็นการทดสอบว่าควรทำการประมาณแบบจำลอง Panel Cointegration ในรูปแบบใด ระหว่าง Pooled estimator, Fixed effects หรือ Random effects โดยทำการทดสอบ 3 วิธี คือ Lagrange multiplier test (LM-Test), Hausman test และ Redundant Fixed effects test ดังนี้

1. วิธีการทดสอบแบบ Lagrange multiplier (LM-test)

เป็นการทดสอบว่าควรประมาณแบบจำลองในรูปแบบใดระหว่าง Random effects และ Pooled estimator โดย Baltagi et al. (1992b) ได้เสนอการทดสอบเงื่อนไขผลกระทบแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง (Individual effects condition) เกี่ยวกับผลกระทบที่เกิดเฉพาะช่วงเวลา (Time-specific effects) ที่ $\sigma_\lambda^2 > 0$ (Baltagi, 2008)

สมมติฐานหลักในการทดสอบคือ

$$H_0^d : \sigma_\mu^2 = 0$$

ค่าสถิติการทดสอบด้วยวิธี Lagrange multiplier คือ

$$\mathrm{LM}_\mu = \frac{\sqrt{2}\tilde{\sigma}_2^2\tilde{\sigma}_2^2}{\sqrt{T(T-1)\left[\tilde{\sigma}_v^4 + (N-1)\tilde{\sigma}_v^4\right]}}\tilde{D}_\mu \tag{2.114}$$

และ

$$\tilde{D}_\mu = \frac{T}{2}\left\{\frac{1}{\tilde{\sigma}_2^2}\left[\frac{\tilde{u}'(\bar{J}_N \otimes \bar{J}_T)\tilde{u}}{\tilde{\sigma}_2^2} - 1\right] + \frac{(N-1)}{\tilde{\sigma}_v^2}\left[\frac{\tilde{u}'(E_N \otimes \bar{J}_T)\tilde{u}}{(N-1)\tilde{\sigma}_v^2} - 1\right]\right\} \tag{2.115}$$

โดยที่ $\tilde{\sigma}_2^2 = \tilde{u}'(\bar{J}_N \otimes I_T)\tilde{u}/T$ และ $\tilde{\sigma}_v^2 = \tilde{u}'(E_N \otimes I_T)\tilde{u}/T(N-1)$ ซึ่ง LM_μ มีการกระจายตัวแบบ Asymptotically $N(0,1)$ และการประมาณค่าตัวรบกวน $\tilde{u}$ หาได้จากส่วนที่เหลือจากการประมาณ GLS ในทิศทางเดียวโดยใช้ Maximum likelihood ประมาณ $\tilde{\sigma}_v^2$ และ $\tilde{\sigma}_2^2$

ในการทดสอบด้วยวิธี Lagrange multiplier ภายใต้สมมติฐาน $H_0^e : \sigma_\lambda^2 = 0$ ที่ $\sigma_\mu^2 > 0$ คือ

$$\mathrm{LM}_{\lambda}=\frac{\sqrt{2}\tilde{\sigma}_1^2\tilde{\sigma}_2^2}{\sqrt{N(N-1)\left[\tilde{\sigma}_v^4+(T-1)\tilde{\sigma}_1^4\right]}}\tilde{D}_{\lambda} \tag{2.116}$$

และ

$$\tilde{D}_{\lambda}=\frac{N}{2}\left\{\frac{1}{\tilde{\sigma}_2^2}\left[\frac{\tilde{u}'\left(\bar{J}_N\otimes\bar{J}_T\right)\tilde{u}}{\tilde{\sigma}_1^2}-1\right]+\frac{(T-1)}{\tilde{\sigma}_v^2}\left[\frac{\tilde{u}'\left(\bar{J}_N\otimes E_T\right)\tilde{u}}{(T-1)\tilde{\sigma}_v^2}-1\right]\right\} \tag{2.117}$$

โดยที่ $\tilde{\sigma}_1^2=\tilde{u}'\left(I_N\otimes\bar{J}_T\right)\tilde{u}/N$ และ $\tilde{\sigma}_v^2=\tilde{u}'\left(I_N\otimes E_T\right)\tilde{u}/N(T-1)$ ซึ่ง LM_{λ} มีการกระจายตัวแบบ Asymptotically distributed ภายใต้สมมติฐานหลัก H_0^e

ถ้าผลการทดสอบยอมรับสมมติฐานหลัก แสดงว่าควรทำการประมาณค่าแบบจำลองโดยใช้ Pooled Estimator แต่ถ้าปฏิเสธสมมติฐานหลักควรทำการประมาณโดยใช้ Random Effects

2. วิธีทดสอบแบบ Hausman

เป็นการทดสอบว่าควรทำการประมาณแบบจำลองในรูปแบบใดระหว่าง Fixed Effects หรือ Random Effects โดยมีสมมติฐานที่สำคัญคือ ส่วนประกอบของค่าความคลาดเคลื่อนในแบบจำลองการถดถอยไม่มีความสัมพันธ์กับ X_{it} คือ $E(u_{it}/X_{it})=0$ ที่มีการกำหนดให้พจน์รบกวน (μ_i) มีผลต่อแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง (Individual) ซึ่งไม่สามารถหาค่าได้และมีความสัมพันธ์กับ X_{it}

ในกรณีที่ $E(u_{it}/X_{it})\neq 0$ และตัวประมาณ GLS $\left(\hat{\beta}_{\mathrm{GLS}}\right)$ จะมีความเอนเอียง (Biased) และมีการเปลี่ยนแปลง (Inconsistent) สามารถกำจัดค่า μ_i ได้โดยใช้ Within estimator $\left(\tilde{\beta}_{\mathrm{Within}}\right)$ ที่ไม่เอนเอียง (Unbiased) และไม่มีการเปลี่ยนแปลง (Consistent) (Baltagi, 2008: 72-73)
Hausman (1978) ทำการเปรียบเทียบ $\hat{\beta}_{\mathrm{GLS}}$ และ $\tilde{\beta}_{\mathrm{Within}}$ ได้ผลว่าตัวประมาณทั้งสองมีความแตกต่างกันในข้อจำกัดของความน่าจะเป็นคือ $\tilde{\beta}_{\mathrm{Within}}$ จะไม่มีการเปลี่ยนแปลง (Consistent) ทั้งในกรณีที่ยอมรับสมมติฐานหลัก $H_0:E(u_{it}/X_{it})=0$ และปฏิเสธสมมติฐานหลัก แต่ $\hat{\beta}_{\mathrm{GLS}}$ ในกรณีที่ปฏิเสธสมมติฐานหลักตัวประมาณจะมีการเปลี่ยนแปลง (Unconsistent)

ดังนั้นการทดสอบโดยทั่วไปจะเป็นไปตาม $\hat{q}_1=\hat{\beta}_{\mathrm{GLS}}-\tilde{\beta}_{\mathrm{Within}}$ ซึ่ง $\mathrm{plim}\,\hat{q}_1=0$ ถ้า $\mathrm{cov}\left(\hat{q}_1,\hat{\beta}_{\mathrm{GLS}}\right)=0$ โดยที่ $\hat{\beta}_{\mathrm{GLS}}-\beta=\left(X'\Omega^{-1}X\right)^{-1}X'\Omega^{-1}u$

$\tilde{\beta}_{\mathrm{Within}}-\beta=\left(X'QX\right)^{-1}X'Qu$

จะได้ค่า $E(\hat{q}_1)=0$ และ

$$\begin{aligned}\operatorname{cov}\left(\hat{\beta}_{\mathrm{GLS}}, \hat{q}_1\right) &= \operatorname{var}\left(\hat{\beta}_{\mathrm{GLS}}\right) - \operatorname{cov}\left(\hat{\beta}_{\mathrm{GLS}}, \tilde{\beta}_{\mathrm{Within}}\right) \\ &= \left(X'\Omega^{-1}X\right)^{-1} - \left(X'\Omega^{-1}X\right)^{-1} X'\Omega^{-1}E(uu')QX\left(X'QX\right)^{-1} \\ &= \left(X'\Omega^{-1}X\right)^{-1} - \left(X'\Omega^{-1}X\right)^{-1} = 0\end{aligned} \tag{2.118}$$

จาก $\tilde{\beta}_{\mathrm{Within}} = \hat{\beta}_{\mathrm{GLS}} - \hat{q}_1$ และ $\operatorname{var}\left(\tilde{\beta}_{\mathrm{Within}}\right) = \operatorname{var}\left(\hat{\beta}_{\mathrm{GLS}}\right) + \operatorname{var}\left(\hat{q}_1\right)$ ที่ค่า $\operatorname{cov}\left(\hat{\beta}_{\mathrm{GLS}}, \hat{q}_1\right) = 0$ จะได้

$$\operatorname{var}\left(\hat{q}_1\right) = \operatorname{var}\left(\tilde{\beta}_{\mathrm{Within}}\right) - \operatorname{var}\left(\hat{\beta}_{\mathrm{GLS}}\right) = \sigma_v^2\left(X'QX\right)^{-1} - \left(X'\Omega^{-1}X\right)^{-1} \tag{2.119}$$

ดังนั้นค่าสถิติการทดสอบ Hausman คือ

$$m_1 = \hat{q}_1'\left[\operatorname{var}\left(\hat{q}_1\right)\right]^{-1}\hat{q}_1 \tag{2.120}$$

ถ้าผลการทดสอบยอมรับสมมติฐานหลัก แสดงว่าควรทำการประมาณค่าแบบจำลองโดยใช้ Random effects แต่ถ้าปฏิเสธสมมติฐานหลักควรทำการประมาณโดยใช้ Fixed effects

3. วิธีการทดสอบแบบ Redundant fixed effects

Moulton and Randolph (1989) ได้เสนอว่า Anova F-test ที่ใช้ทดสอบ Fixed Effects เหมาะสำหรับทดสอบแบบจำลอง One-way Error Component โดยมีสมมติฐานหลักในการทดสอบคือ

$$H_0^a : \sigma_\mu^2 = 0$$

ดังนั้นสมการในรูปทั่วไปคือ

$$F = \frac{y'MD\left(D'MD\right) - D'My/\left(p-r\right)}{y'Gy/\left[NT - \left(\tilde{k} + p - r\right)\right]} \tag{2.121}$$

ภายใต้สมมติฐานหลักที่มีการกระจายตัวแบบ F-distribution มีระดับความเป็นอิสระ $p-r$ และ $NT - \left(\tilde{k} + p - r\right)$ และ $D = I_N \otimes \iota_T$, $M = \bar{P}_Z$, $\tilde{k} = K'$, $p = N$, $r = K' + N - \operatorname{rank}(Z, D)$ และ $G = \bar{P}_{(Z,D)}$ โดยที่ $\bar{P}_Z = I - P_Z$ และ $P_Z = Z\left(Z'Z\right)^{-1}Z'$

การทดสอบ One-side likelihood ration (LR) จะมีการทดสอบดังนี้

$$LR = -2\log\frac{l(res)}{l(unres)} \tag{2.122}$$

โดยที่ $l(res)$ คือ ค่า Maximum likelihood ที่มีข้อจำกัด และ $l(unres)$ คือค่า Maximum likelihood ที่ไม่มีข้อจำกัด ภายใต้สมมติฐานหลักที่ทำการทดสอบ LR test มีการกระจายตัวแบบ Asymptotic distribution

2.2.5 การประมาณแบบจำลองแพเนล (Panel estimation)

1. วิธีการประมาณค่าแบบกำลังสองน้อยที่สุด (Ordinary Least Square: OLS)

เป็นการประมาณค่าเส้นถดถอยที่ได้จากการประมาณค่าด้วยวิธี OLS โดยการทำให้ผลบวกของกำลังสองของค่าความคลาดเคลื่อน (Error term) มีค่าน้อยที่สุด จากสมการ OLS

$$\hat{\beta}_{OLS} = \left[\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}\left(X_{it}-\bar{X}_{i}\right)^{2}\right]^{-1}\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}\left(X_{it}-\bar{X}_{i}\right)\left(Y_{it}-\bar{Y}_{i}\right) \qquad (2.123)$$

โดยที่ i คือ ข้อมูลภาคตัดขวาง $i=1,\dots,N$

t คือ ข้อมูลอนุกรมเวลา $t=1,\dots,T$

Y_{it} คือ ตัวแปรตาม

X_{it} คือ ตัวแปรอธิบาย

$\bar{Y}_{it}$ คือ ค่าเฉลี่ยของ Y_{it}

$\bar{X}_{i}$ คือ ค่าเฉลี่ยของ X_{it}

2. วิธีกำลังสองน้อยที่สุดเชิงพลวัตร (Dynamic Ordinary Least Square: DOLS)

เป็นการประมาณการแบบ OLS ที่มีการเพิ่มการประมาณแบบพลวัตรเข้าไปในสมการ OLS จึงเรียกว่าการประมาณค่าการเปลี่ยนแปลงเชิงพลวัตรแบบกำลังสองน้อยที่สุด (DOLS) จากสมการพื้นฐาน

$$y_{it} = x_{it}'\beta + \sum_{k=K_i}^{K_i}\gamma_{ik}\Delta x_{it-k} + \varepsilon_{it} \qquad (2.124)$$

สมการประมาณค่า จากวิธีกำลังสองน้อยที่สุดเชิงพลวัตร (DOLS) ได้จาก

$$\hat{\beta}_{OLS} = \left[N^{-1}\sum_{i=1}^{N}\left(\sum_{t=1}^{T}z_{it}z_{it}'\right)^{-1}\left(\sum_{t=1}^{T}z_{it}\tilde{y}_{it}\right)\right] \qquad (2.125)$$

โดยที่ $z_{it} = 2(K+1)x1$ และ $\tilde{y}_{it}' = y_{it} - \bar{y}_{it}$

3 วิธีการโมเมนต์ในรูปทั่วไป (Generalized method of moments: GMM)

วิธีนี้เสนอโดย Hansen (1982) เป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์โดยตรงจาก Moment condition ที่ใส่ในแบบจำลอง

จากสมการพื้นฐาน

$$y_{it} = x_{it}'\beta + z_{it}'\gamma + u_{it} \tag{2.126}$$

จากสมการ (2.126) สามารถเขียนได้เป็น

$$y_{it} - y_{it-1} = \beta'\left(x_{it} - x_{it-1}\right) + \gamma'\left(z_{it} - z_{it-1}\right) + \left(u_{it} - u_{it-1}\right) \tag{2.127}$$

โดยที่ $i = 1,...,n$ และ $t = 2,...,T_i$

สมการ (2.127) ถ้า $y_{it-1} - y_{it-2}$ มีความสัมพันธ์กับค่าความคลาดเคลื่อน $\left(u_{it} - u_{it-1}\right)$ จะทำให้การประมาณมีความเอนเอียงมากขึ้น ดังนั้นในกรณีนี้การประมาณค่าด้วยวิธี DOLS จะมีความเหมาะสมกว่า แต่ถ้ามีการใช้เครื่องมือ (Instrument) ที่ถูกต้องการประมาณด้วยวิธี GMM จะมีประสิทธิภาพกว่าในการประมาณค่าสมการ โดยทั่วไปจะมีการใส่ค่าความล่าช้า (Lag) ของตัวแปรตามสองช่วงเวลาที่ y_{it-2} นั้นจะไม่มีความสัมพันธ์กับ $\left(u_{it} - u_{it-1}\right)$ ดังนั้น ค่าของ y_{it-k} , $k \geq 2$ จึงเป็นเครื่องมือ ที่เหมาะสม

2.2.6 การทดสอบแพเนลโคอินทิเกรชัน (Panel Cointegration Test)

เป็นการทดสอบหาความสัมพันธ์ในระยะยาวของตัวแปรของตัวอธิบายและตัวแปรตาม โดยการทดสอบที่ใช้มีทั้งหมด 3 วิธีดังนี้

1. การทดสอบแพเนลโคอินทิเกรชันแบบ Residual-Based DF and ADF หรือการทดสอบพาแนบโคอินทิเกรชันแบบ Kao (Kao test)

จากสมการถดถอยแบบแพเนล

$$y_{it} = x_{it}'\beta + z_{it}'\gamma + e_{it} \tag{2.128}$$

โดยที่ y_{it} และ x_{it} เป็น $I(1)$ และ $z_{it} = \{\mu_i\}$ การทดสอบแบบ DF-type สามารถคำนวณได้จากส่วนที่เหลือของ Fixed effects

$$\hat{e}_{it} = \rho\hat{e}_{it-1} + v_{it} \tag{2.129}$$

โดยที่ $\hat{e}_{it} = \tilde{y}_{it} - \tilde{x}_{it}\hat{\beta}$ และ $\tilde{y}_{it} = y_{it} - \bar{y}_i$ ในการทดสอบนี้ใช้วิธีประมาณค่าด้วย OLS ประมาณค่าสัมประสิทธิ์ ρ และ t-statistic จากสมการ

$$\hat{\rho} = \frac{\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=2}^{T}\hat{e}_{it}\hat{e}_{it-1}}{\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=2}^{T}\hat{e}_{it}^{2}} \quad (2.130)$$

และ

$$t_{\rho} = \frac{(\hat{\rho}-1)\sqrt{\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=2}^{T}e_{it-1}^{2}}}{s_e} \quad (2.131)$$

ซึ่ง $s_e^2 = \frac{1}{NT}\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=2}^{T}\left(\hat{e}_{it} - \hat{\rho}\hat{e}_{it-1}\right)^2$

ค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบแบบ DF มีทั้งหมด 4 แบบ โดยสมมติฐานหลักของการทดสอบคือ $H_0 : \rho = 1$ (ไม่มีโคอินทิเกรชัน)

$$DF_{\rho} = \frac{\sqrt{N}T(\hat{\rho}-1)+3\sqrt{N}}{\sqrt{10.2}} \quad (2.132)$$

$$DF_{t} = \sqrt{1.25}t_{\rho} + \sqrt{1.875N} \quad (2.133)$$

$$DF_{\rho}^{*} = \frac{\sqrt{N}T(\hat{\rho}-1)+\frac{3\sqrt{N}\hat{\rho}_v^2}{\hat{\rho}_{0v}^2}}{\sqrt{3+\frac{36\hat{\rho}_v^4}{\hat{\rho}_{0v}^4}}} \quad (2.134)$$

$$DF_{t}^{*} = \frac{t_{\rho} + \frac{\sqrt{6N}\hat{\sigma}_v}{2\hat{\sigma}_{0v}}}{\sqrt{\frac{\hat{\sigma}_{0v}^2}{2\sigma_v^2} + \frac{3\hat{\sigma}_v^2}{10\sigma_{0v}^2}}} \quad (2.135)$$

โดยที่ $\hat{\sigma}_v^2 = \hat{\Sigma}_{yy} - \hat{\Sigma}_{yx}\Sigma_{xx}^{-1}$ และ $\sigma_{0v}^2 = \hat{\Omega}_{yy} - \hat{\Omega}_{yx}\hat{\Omega}_{xx}^{-1}$

ซึ่งค่าสถิติ DF_{ρ}, DF_t พิจารณาจากความสัมพันธ์จากภายนอกของตัวถดถอยกับค่าความคลาดเคลื่อนและค่าสถิติ DF_{ρ}^{*}, DF_t^{*} พิจารณาจากความสัมพันธ์ภายในของตัวถดถอยกับค่าความคลาดเคลื่อน สำหรับค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบแบบ ADF สามารถประมาณค่าได้จากการถดถอยดังนี้

$$\hat{e}_{it} = \rho\hat{e}_{it-1} + \sum_{j=1}^{p}\vartheta_j\Delta\hat{e}_{it-j} + v_{itp} \quad (2.136)$$

ดังนั้นค่าสถิติ ADF คือ

$$ADF = \frac{t_{ADF} + \dfrac{\sqrt{6N}\hat{\sigma}_v}{2\hat{\sigma}_{0v}}}{\sqrt{\dfrac{\hat{\sigma}_{0v}^2}{2\hat{\sigma}_v^2} + \dfrac{3\hat{\sigma}_v^2}{10\hat{\sigma}_{0v}^2}}} \quad (2.137)$$

โดยที่ t_{ADF} คือ t-statistic ของ ρ จากสมการ $\hat{e}_{it} = \rho\hat{e}_{it-1} + \sum_{j=1}^{p} \vartheta_j \Delta\hat{e}_{it-j} + v_{itp}$ โดยสมมติฐานหลักของการทดสอบคือ $H_0 : \rho = 1$ (ไม่มีโคอินทิเกรชัน)

2. การทดสอบแพเนลโคอินทิเกรชันแบบ Pedroni (Engle-Granger based)

การทดสอบโคอินทิเกรชันของ Engle-Granger จะทำการทดสอบจากส่วนที่เหลือ (Residual) ถ้าตัวแปรมีโคอินทิเกรชัน ส่วนที่เหลือที่ได้จะเป็น $I(0)$ แต่ถ้าตัวแปรไม่มีโคอินทิเกรชัน ส่วนที่เหลือที่ได้จะเป็น $I(1)$ Pedroni เสนอวิธีการทดสอบโคอินทิเกรชันที่สมมติให้ค่าคงที่ (Intercept) และค่าแนวโน้ม (Trend) มีความแตกต่างกันระหว่างข้อมูลแต่ละหน่วย จากสมการ

$$y_{it} = \alpha_i + \delta_i t + \beta_{1i}x_{1i,t} + \beta_{2i}x_{2i,t} + ... + \beta_{Mi}x_{Mi,t} + e_{i,t} \quad (2.138)$$

โดยที่ $t = 1,\dots,T$, $i = 1,\dots,N$, $m = 1,\dots M$ และกำหนดให้ x, y นิ่งที่ $I(1)$, ค่า α_i, δ_i คือค่าคงที่และค่าสัมประสิทธิ์ของแนวโน้ม (Intercept and Trend) ตามลำดับ เมื่อถดถอยสมการ (2.138) จะได้ส่วนที่เหลือ (Residual) จากนั้นทำการทดสอบส่วนที่เหลือดังกล่าวว่าเป็น $I(1)$ โดยการถดถอยจากสมการ

$$e_{it} = \rho_i e_{it-1} + u_{it} \quad (2.139)$$

หรือ

$$e_{it} = \rho_i e_{it-1} + \sum_{j=1}^{p_i} \psi_{it} \Delta e_{it-j} + \upsilon_{it} \quad (2.140)$$

ซึ่งในแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง มีการแบ่งสมมติฐานทางรอง (Alternative hypothesis) ออกเป็น 2 อย่างคือ

กรณีที่ข้อมูลภาคตัดขวางทุกหน่วยมีลักษณะเหมือนกัน (Homogeneous)

$H_0 : \rho_i = 1$ (ไม่มีโคอินทิเกรชัน)

$H_a : (\rho_i = \rho) < 1$ (มีโคอินทิเกรชัน)

กรณีที่ข้อมูลภาคตัดขวางแต่ละหน่วยมีลักษณะแตกต่างกัน (Heterogeneous)

$H_0 : \rho_i = 1$ (ไม่มีโคอินทิเกรชัน)

$H_a : \rho_i < 1$ (มีโคอินทิเกรชัน)

โดยค่าสถิติในการทดสอบแพเนลโคอินทิเกรชัน $\aleph_{N,T}$ คำนวณจากส่วนที่เหลือในสมการ (2.139) และ (2.140) Pedroni แสดงให้เห็นว่าค่าสถิติมีการแจกแจงแบบ Asymptotically ดังนี้

$$\frac{\aleph_{N,T}-\mu\sqrt{N}}{\sqrt{\upsilon}} \Rightarrow N(0,1) \tag{2.141}$$

โดยที่ μ และ υ คือ Adjustment term ที่สร้างโดย Monte Carlo

3. การทดสอบแพเนลโคอินทิเกรชันแบบ Fisher (Fisher test)

ได้อ้างอิงแนวคิดการทดสอบแพเนลโคอินทิเกรชันแบบ Johansen ซึ่ง Fisher (1932) ได้เสนอการทดสอบที่รวบรวมการทดสอบแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง (Individual) ต่อมา Maddala and Wu (1999) ได้พัฒนาการทดสอบของ Fisher (1932) ในการทดสอบแพเนลโคอินทิเกรชัน โดยการรวบรวมการทดสอบข้อมูลแต่ละหน่วยภาคตัดขวางเพื่อให้ได้การทดสอบทางสถิติแบบกลุ่ม (Full panel)

$$2\sum_{i=1}^{N}\log\left(\pi_i\right) \rightarrow \chi^2_{2n} \tag{2.142}$$

โดยที่ π_i คือ $p-value$ จากการทดสอบโคอินทิเกรชันแต่ละตัว สำหรับข้อมูลตัดขวาง i ภายใต้สมมติฐานหลักการทดสอบแพเนลโคอินทิเกรชัน

2.2.7 การหาความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพระยะสั้น (Error Correction Mechanism: ECM)

การทดสอบ ECM เป็นการทดสอบที่ใช้อย่างแพร่หลายในการวิเคราะห์ความผันผวนในระยะสั้น เมื่อตัวแปรมีลักษณะไม่นิ่ง และไม่มีปัญหาความสัมพันธ์ไม่แท้จริง (Spurious Regression) ซึ่งสามารถเขียนแบบจำลอง ECM โดยทั่วไปได้ดังนี้

$$\Delta Y_{it} = \alpha_1 + \alpha_2 u_{it-1} + \alpha_3 \Delta X_{it} + \alpha_4 \sum_{h=1}^{p} \Delta X_{it-h} + \alpha_5 \sum_{j=0}^{q} \Delta Y_{it-j} + \varepsilon_{it} \tag{2.143}$$

โดยที่ Δ คือ อนุพันธ์ลำดับที่ 1

ε_{it} คือ ตัวแปรความคลาดเคลื่อนแบบสุ่ม

$u_{it-1} = \left(Y_{it-1} - \beta_1 - \beta_2 X_{it-1}\right)$ คือ ตัวแปรความคลาดเคลื่อนของการถดถอยหนึ่งช่วงเวลาของ Panel cointegrating

จากสมการ (2.143) ΔY ขึ้นอยู่กับ ΔX และค่าความคลาดเคลื่อนดุลยภาพ ถ้าค่าความคลาดเคลื่อนดุลยภาพไม่เท่ากับศูนย์แบบจำลองก็จะออกจากดุลยภาพ ถ้าสมมติให้ ΔY เท่ากับศูนย์

และ u_{it-1} มีค่าเป็นบวก หมายความว่า Y_{it-1} จะมีค่ามากกว่าดุลยภาพ หลังจากนั้นถ้า α_2 มีค่าเป็นลบทำให้ตัวแปร $\alpha_2 u_{it-1}$ มีค่าเป็นลบด้วย จึงทำให้ ΔY_{it} มีค่าลดลงเพื่อกลับเข้าสู่ดุลยภาพ

ดังนั้นถ้า Y_{it} มีค่าสูงกว่าจุดดุลยภาพ ค่าความคลาดเคลื่อนก็จะถูกขจัดออกไปเพื่อให้ Y_{it} กลับเข้าสู่ดุลยภาพในระยะยาวต่อไป (ขจรพรรณ วณิชมหานนท์, 2553)

2.2.8 การทดสอบความเป็นเหตุเป็นผล (Granger causality test)

Granger causality (GC) test เป็นเครื่องมือทางเศรษฐมิติที่คิดค้นโดย Granger (1969) ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการ Cointegration ที่ใช้หาความสัมพันธ์การเป็นเหตุเป็นผลกัน โดยใช้ตัวแปรนั้น ๆ ในช่วงเวลาก่อนหน้ามาอธิบายความสัมพันธ์ทางเศรษฐศาสตร์ระหว่างตัวแปรสองตัว ว่าตัวแปรใดเป็นสาเหตุ และตัวแปรใดเป็นตัวที่เป็นผลกระทบที่เกิดจากตัวแปรนั้น

ในการทดสอบ Granger causality แบบแพเนลจะต้องมีการระบุความสัมพันธ์ของตัวแปรก่อน โดยมีสมมติฐานหลักคือไม่มีความเป็นเหตุเป็นผลกันระหว่างตัวแปร ดังนั้นจะได้สมการการทดสอบตามแบบจำลองเชิงเส้นดังนี้

$$y_{i,t} = \alpha_i + \sum_{j=1}^{J} \delta_i^j y_{i,t-1} + \sum_{j=1}^{J} \beta_i^j x_{i,t-j} + \varepsilon_{i,i} \qquad (2.144)$$

$$x_{i,t} = \alpha_i + \sum_{j=1}^{J} \delta_i^j x_{i,t-1} + \sum_{j=1}^{J} \beta_i^j y_{i,t-j} + \varepsilon_{i,i} \qquad (2.145)$$

โดยที่ $y_{i,t}$ และ $x_{i,t}$ คือ ตัวแปร Y และ X ที่ $i=1,\dots,N$ และ $t=1,\dots,N$ ซึ่ง $J \in N$ และ $\varepsilon_{i,i}$ มีลักษณะเป็น i.i.d $\left(0, \sigma_{\varepsilon,i}\right)$ (Caporale et al., 2009)

2.3 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การทบทวนงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษา ทุนมนุษย์ และการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ เริ่มจากการศึกษาของ Barro (1992) ที่รวมเอาการศึกษาและสุขภาพมารวมอยู่ในเรื่องของทุนมนุษย์ โดยได้ใช้ Endogenous Growth Model ซึ่งการศึกษาครั้งนั้นได้นำเรื่องของทุนมนุษย์และความก้าวหน้าทางเทคนิคมาพิจารณาด้วย ต่อมา Agiomirgiankis et.al (2002) ศึกษาบทบาทของทุนมนุษย์กับการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจโดยใช้ข้อมูลแพเนล ของ 93 ประเทศ ระยะเวลาตั้งแต่ปี 1960 ถึงปี 1987 โดยใช้แบบจำลองของ Solow (The Solow Model) และใช้วิธีการวิเคราะห์แบบ Dynamic Panel Data พบว่าการศึกษามีนัยสำคัญต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจและมีผลทางด้านบวกต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจในระยะยาว นอกจากนี้ยังพบว่าขนาดของผลกระทบของ

การศึกษาในระดับประถมศึกษา มัธยมศึกษาและอุดมศึกษามีผลต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจโดยตรง

Self และ Grabowski (2003) ศึกษาผลกระทบของการศึกษาที่มีผลต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของประเทศอินเดียในปี ค.ศ. 1966-1996 โดยใช้ข้อมูลแบบอนุกรมเวลา และใช้วิธีการ Granger Causality ซึ่งผลการศึกษาพบว่า การศึกษาระดับประถมศึกษามีผลต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจอย่างมาก และอีกประการหนึ่งพบว่าการศึกษาของเพศหญิงทุกระดับมีประสิทธิภาพต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ ในปีเดียวกันนั้น Brunello และ Comi (2003) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการศึกษากับการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ กรณี 11 ประเทศในกลุ่มสหภาพยุโรปโดยเลือกกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มคือ ประชากรที่เกิดในช่วงปี ค.ศ. 1959 และใช้ช่วงข้อมูลปี ค.ศ. 1980s-1990s เป็นข้อมูลแบบแพเนลและใช้ Random Effect Model ผลการศึกษาพบว่าการศึกษาส่งผลต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจให้เป็นไปอย่างรวดเร็ว

Kwabena (2005) ได้ศึกษาเรื่องการศึกษาระดับอุดมศึกษาและการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจในทวีปแอฟริกา โดยใช้ข้อมูลแพเนลจากประเทศในแอฟริกาในช่วงระยะเวลาตั้งแต่ปี 1960-2000 และใช้ Dynamic panel estimator เพื่อตรวจสอบผลกระทบของทุนมนุษย์ที่มีการศึกษาระดับสูงต่ออัตราการเติบโตของรายได้ต่อหัวในประเทศแถบแอฟริกา ใช้ Augmented neoclassical growth model ของ Mankiw, Romer and Weil (1992) ผลการศึกษา พบว่าทุนมนุษย์ที่มีการศึกษาระดับสูงมีผลกระทบที่ค่อนข้างมากและมีนัยสำคัญทางสถิติต่ออัตราการเติบโตของรายได้ต่อหัว พบความยืดหยุ่นของการเจริญเติบโตของทุนมนุษย์ที่มีการศึกษาระดับสูงประมาณ 0.09 หรือประมาณ 3 เท่าของการเจริญเติบโตของการลงทุนทางกายภาพ และ Oketeh (2005) ได้ศึกษาทุนมนุษย์สามารถที่จะพัฒนาผลิตภาพเศรษฐกิจของภูมิภาคในแอฟริกา โดยทำการศึกษาทั้งทางด้านทุนมนุษย์และทุนทางกายภาพที่ส่งผลต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของประเทศ โดยใช้ข้อมูลแบบแพเนลปี ค.ศ.1960-1998 ของ 47 ประเทศในภูมิภาคแอฟริกา ซึ่งมีพื้นฐานจาก Endogenous Growth Theory โดยเลือกใช้แบบจำลองของ Romer และฟังก์ชันการผลิตของ Lucas และใช้วิธีการ OLS ในการประมาณค่าแบบจำลอง ผลการศึกษาพบว่าทุนมนุษย์และทุนทางกายภาพเป็นสิ่งสำคัญในการกระตุ้นการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ

หลังจากนั้น Liberto (2006) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจกับทุนมนุษย์ โดยใช้ข้อมูลแบบแพเนล ในช่วงปี ค.ศ. 1963 ถึงปี ค.ศ. 1994 ของ 19 ประเทศในภูมิภาคอิตาลี โดยใช้วิธี Feasible Generalised Least Squares การศึกษาพบว่าการศึกษาของทุนมนุษย์มีส่วนกระตุ้นการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจเฉพาะในส่วนทางตอนใต้ พบว่ามีเพียงการศึกษาระดับ

ประถมศึกษาเท่านั้นที่มีความสำคัญต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ และการศึกษาระดับอุดมศึกษามีความสัมพันธ์เชิงลบต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ