บทที่ 2
กรอบแนวคิดทางทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การศึกษาครั้งนี้ต้องการทำการวิเคราะห์ความผันผวนของผลตอบแทนของราคาหลักทรัพย์ในกลุ่มธนาคารพาณิชย์ขนาดใหญ่ โดยใช้แบบจำลอง Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (GARCH) แบบจำลอง Exponential GARCH (EGARCH) แบบจำลอง Threshold GARCH (TGARCH) ดังต่อไปนี้

2.1 แบบจำลองในการตั้งราคาหลักทรัพย์

Sharpe(1964) ได้เสนอแนวคิดในการประมาณค่าอัตราผลตอบแทนและความเสี่ยงของหลักทรัพย์โดยเริ่มจากวิธี Single Factor Model และประยุกต์มาเป็น Capital Asset Pricing Model(CAPM) ดังนี้

2.1.1 Single Factor Model

แบบจำลองนี้เป็นการประมารค่าความเสี่ยงของหลักทรัพย์โดยนำมาเทียบกับตลาด ซึ่งจะพบว่าโดยทั่วไปแล้วราคาของหลักทรัพย์มักจะเปลี่ยนแปลงไปตามการเปลี่ยนแปลงของราคาตลาด ถึงแม้ว่าราคาหุ้นส่วนใหญ่จะเปลี่ยนแปลงไปในทิศทางเดียวกับตลาด แต่เนื่องจากคุณสมบัติเฉพาะตัวของแต่ละหลักทรัพย์จึงทำให้ลักษณะการเคลื่อนไหวของราคาที่เปลี่ยนแปลงไปตามสภาพตลาดเป็นไปในอัตราที่ไม่เท่ากัน ดังนั้น จึงได้พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของราคาหลักทรัพย์อันเนื่องมาจากการเปลี่ยนแปลงของราคาตลาดซึ่งเป็นเครื่องชี้นำเพียงตัวเดียวเท่านั้นจึงเรียกวิธีการศึกษาเช่นนี้ว่า Single factor Model รูปแบบสมการจะเป็นดังนี้

$$R_{it} = \alpha_i + \beta_i R_{mt} + \varepsilon_t \tag{2.1}$$

โดยที่

R_{it} = อัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์ i ในเวลา t

α_i = จุดตัดแกนตั้งแสดงถึง อัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์ i เมื่ออัตราผลตอบแทน

ของตลาดเป็นศูนย์

β_i = beta coefficient คือ ค่าความชันของเส้นสมการถดถอย ซึ่งเป็นการวัดค่าความอ่อนไหวของอัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์ i ที่มีการปรับตัวต่อการเปลี่ยนแปลงของอัตราผลตอบแทนของตลาด

R_{mt} = อัตราผลตอบแทนของตลาดในเวลา t

ε_t = ค่าความคลาดเคลื่อนในเวลา t

2.1.2 Capital Asset Pricing Model(CAPM)

เป็นแบบจำลองที่ใช้ในการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างอัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์ใดๆกับความเสี่ยงของหลักทรัพย์

$$R_i = \alpha + b\beta_i \tag{2.2}$$

โดยที่ R_i = อัตราผลตอบแทนที่คาดหวังจากการลงทุนในหลักทรัพย์ i

β_i = ความเสี่ยงที่เป็นระบบที่เกิดจากการลงทุนในหลักทรัพย์ i

α = ผลตอบแทนของหลักทรัพย์ที่ไม่มีความเสี่ยง

b = ค่าความชันของเส้นตลาดหลักทรัพย์ (Security Market Line: SML)

ถ้า $\beta_i = 0$ คือ หลักทรัพย์ที่ไม่มีความเสี่ยงจะได้ว่า $Ri = \alpha + b(0) = \alpha$ ดังนั้น α คือ ผลตอบแทนของหลักทรัพย์ที่ไม่มีความเสี่ยง (R_f) ดังนั้น $R_f = \alpha$

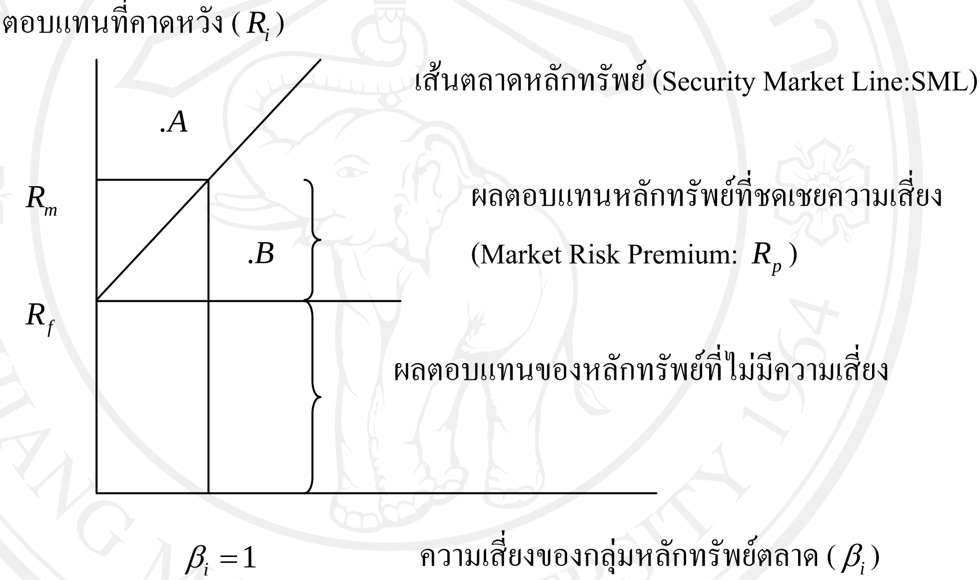
ถ้า $\beta_i = 1$ คือ ความเสี่ยงของหลักทรัพย์เท่ากับความเสี่ยงของตลาด และให้ R_m คือ อัตราผลตอบแทนตลาด จะได้ว่า $R_m = \alpha + b(1)$ แทนค่า $\alpha_i = R_f$ จะได้ว่า

$$R_i = R_f + \beta_i(R_m - R_f) \tag{2.3}$$

เส้นตลาดหลักทรัพย์(SLM)เป็นเส้นตรงที่ลากเชื่อมระหว่างจุดสองจุดบนแกนผลตอบแทนที่คาดหวังและแกนความเสี่ยงโดยจุดแรกได้มาจากความสัมพันธ์ของผลตอบแทนเฉลี่ยของหลักทรัพย์ที่ไม่มีความเสี่ยงกับความเสี่ยงของการลงทุนในตลาด $(\beta_i = 0)$ โดยหมายความว่าหากนักลงทุนเป็นผู้หลีกเลี่ยงความเสี่ยง และลงทุนในหลักทรัพย์ที่ไม่มีความเสี่ยงอัตราผลตอบแทนจากการลงทุนจะเท่ากับผลตอบแทนหลักทรัพย์ที่ไม่มีความเสี่ยงและจุดที่สองได้มาจากความสัมพันธ์

ของอัตราผลตอบแทนเฉลี่ยของหลักทรัพย์กับความเสี่ยงของการลงทุนในตลาดหมายความว่าหากนักลงทุนต้องการลงทุนในหลักทรัพย์ที่มีความเสี่ยงเท่ากับ 1 อัตราผลตอบแทนจากการลงทุนจะเท่ากับอัตราผลตอบแทนของตลาด ดังนั้นความสัมพันธ์ระหว่างความเสี่ยงและผลตอบแทนที่คาดหวัง แสดงโดยเส้นตลาดหลักทรัพย์(SML)ดังนี้

รูปที่ 2.1 ความสัมพันธ์ระหว่างผลตอบแทนที่คาดหวังกับความเสี่ยงในการลงทุนในหลักทรัพย์



จากรูปที่2.1 หลักทรัพย์ใดอยู่เหนือเส้นตลาดหลักทรัพย์(SLM) เช่น จุด A จะให้ผลตอบแทนสูงกว่าหลักทรัพย์อื่นบนเส้นตลาดหลักทรัพย์(SLM) ซึ่งแสดงว่า หลักทรัพย์มีราคาซื้อขายในตลาดต่ำกว่าราคาที่สมดุลควรเป็น และหลักทรัพย์ที่อยู่ใต้เส้นตลาดหลักทรัพย์ (SLM) เช่น จุด B คือ หลักทรัพย์ที่มีผลตอบแทนต่ำกว่าหลักทรัพย์อื่นที่อยู่บนเส้นตลาดหลักทรัพย์(SLM) กล่าวคือ ณ ระดับความเสี่ยงหนึ่งผู้ลงทุนจะพากันซื้อหลักทรัพย์ A มากขึ้น เมื่อมีอุปสงค์มากขึ้น จะทำให้ราคาหลักทรัพย์ A สูงขึ้น ทำให้อัตราผลตอบแทนลดลงจนสู่สมดุลบนเส้นตลาดหลักทรัพย์ (SLM) ส่วนหลักทรัพย์ B ผู้ลงทุนจะไม่ซื้อขายเนื่องจากผลตอบแทนที่ได้ต่ำกว่าผลตอบแทนที่ต้องการบนเส้นตลาดหลักทรัพย์(SLM) ทำให้ราคาของหลักทรัพย์ B ลดลง จนทำให้อัตราผลตอบแทนเพิ่มขึ้นสู่ภาวะสมดุลบนเส้นตลาดหลักทรัพย์ (SLM)

เมื่อเปรียบเทียบระหว่างสมการที่(2.1) และ (2.3) จะได้ว่า จาก (2.3)

$$R_i = R_f + \beta_i(R_m - R_f) = R_f + \beta_i R_m - \beta_i R_f = (1-\beta_i)R_f + \beta_i R_m$$

นั่นคือ ค่า α จากสมการที่ (2.1) ก็คือ $(1-\beta_i)R_f$ ของสมการ (2.3) นั่นเอง

ดังนั้นการระบุมูลค่าที่แท้จริงของหลักทรัพย์สามารถทำได้ดังนี้

1. ถ้า $\alpha = (1-\beta_i)R_f$ หมายความว่า อัตราผลตอบแทนจากการลงทุนในตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทยของหลักทรัพย์ใดหลักทรัพย์หนึ่ง มีค่าเท่ากับ อัตราผลตอบแทนจากการลงทุนในตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทยของทั้งตลาด

2. ถ้า $\alpha < (1-\beta_i)R_f$ หมายความว่า อัตราผลตอบแทนจากการลงทุนในตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทยของหลักทรัพย์ใดหลักทรัพย์หนึ่ง มีค่าน้อยกว่า อัตราผลตอบแทนจากการลงทุนในตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทยของทั้งตลาด นั่นคือ ผู้ลงทุนไม่ควรลงทุนในหลักทรัพย์นั้นเพราะให้ผลตอบแทนต่ำ

3. ถ้า $\alpha > (1-\beta_i)R_f$ หมายความว่า อัตราผลตอบแทนจากการลงทุนในตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทยของหลักทรัพย์ใดหลักทรัพย์หนึ่ง มีค่ามากกว่า อัตราผลตอบแทนจากการลงทุนในตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทยของทั้งตลาด นั่นคือ ผู้ลงทุนควรลงทุนในหลักทรัพย์นั้นเพราะให้ผลตอบแทนสูง

2.2 การวิเคราะห์อนุกรมเวลา (Time Series Analysis)

การวิเคราะห์อนุกรมเวลาเป็นวิธีที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลหรือค่าสังเกตที่มีการเปลี่ยนแปลงไปตามลำดับเวลาที่เกิดขึ้น หรือการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรในช่วงเวลาที่ผ่านไป ลักษณะของการเปลี่ยนแปลงอาจมีหรือไม่มีรูปแบบก็ได้ แต่ถ้าอนุกรมเวลาแสดงให้เห็นรูปแบบการเปลี่ยนแปลงในช่วงเวลาที่ผ่านมาในอดีตก็จะทำให้สามารถคาดการณ์ได้ว่าในอนาคตลักษณะการเปลี่ยนแปลงควรอยู่ในรูปแบบใด และสามารถพยากรณ์การเปลี่ยนแปลงข้อมูลในอนาคตได้ การวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลานี้จะขึ้นอยู่กับการเปลี่ยนแปลงของเวลาในอดีตเป็นพื้นฐาน (ศิริลักษณ์ เล็กสมบูรณ์, 2531)

2.3 การทดสอบความนิ่งของข้อมูล (Stationary) และการทดสอบ Unit Root

การทดสอบว่าข้อมูลที่นำมาศึกษามีความนิ่งหรือไม่ สามารถทำได้โดยการทดสอบ Unit Root ซึ่งทำได้โดยใช้การทดสอบ DF (Dickey – Fuller Test) ซึ่งเสนอโดย Dickey และ Fuller ในปี 1981 และวิธีการทดสอบ ADF (Augmented Dickey – Fuller Test) ซึ่งเสนอโดย Said และ Dickey ในปี 1984

ข้อมูลที่มีลักษณะนิ่ง (Stationary) หมายถึง ข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีค่าเฉลี่ย (Mean) และความแปรปรวน (Variance) เท่ากันตลอดระยะเวลาที่ศึกษา

ส่วนข้อมูลที่มีลักษณะไม่นิ่ง (Non Stationary) หมายถึง ข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีค่าเฉลี่ย (Mean) และความแปรปรวน (Variance) ไม่เท่ากันตลอดระยะเวลาที่ศึกษา

ทั้งนี้การวิเคราะห์ข้อมูลที่เป็นอนุกรมเวลา ส่วนมากจะพบปัญหาความไม่นิ่งของข้อมูล ซึ่งสามารถแก้ไขได้ด้วยการทำให้ข้อมูลมีความนิ่งเสียก่อน โดยอาจใช้วิธีการหาผลต่าง (Difference) ของข้อมูล การแปลงให้อยู่ในรูป Logarithm หรือการทดสอบหาความสัมพันธ์ของตัวแปรในระยะยาว (Cointegration) เป็นต้น

ข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่ง(Stationary) คือ ข้อมูลที่ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของกระบวนการเชิงสุ่มนั้นมีค่าคงที่เมื่อเวลาได้เปลี่ยนไป และค่าความแปรปรวนระหว่างสองคาบเวลาขึ้นอยู่กับความล่า Lag ระหว่างคาบเวลาทั้งสอง โดยสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้ (ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์ และ อารี วิบูลย์พงศ์, 2542)

ค่าเฉลี่ย (mean) : $E\left(X_t\right) = \mu$ (2.4)

ความแปรปรวน (variance) : $V\left(X_t\right) = E(X_t - \mu) = \sigma^2$ (2.5)

ความแปรปรวนร่วม (covariance) : $COV\left(X_{t,} X_{t+k}\right) = E\left(X_t - \mu\right)\left(X_{t+k} - \mu\right) = \sigma_k - \mu$ (2.6)

โดยที่ X_t แทนข้อมูลอนุกรมเวลาซึ่งเป็นกระบวนการเชิงสุ่ม

ในการวิเคราะห์ข้อมูลที่เป็นอนุกรมเวลานั้น ข้อมูลจะต้องมีลักษณะนิ่ง เนื่องจากข้อมูลอนุกรมเวลานั้นมาจากกระบวนการเชิงสุ่ม (random process) การนำข้อมูลอนุกรมเวลาไปใช้โดยไม่ได้ทำการตรวจสอบว่าข้อมูลมีลักษณะนิ่งนั้น ค่าสถิติที่เกิดขึ้นจะมีการแจกแจงไม่มาตรฐาน (standard distributions) ทำให้นำไปสู่การลงความเห็นที่ผิดพลาดและความสัมพันธ์ที่ไม่แน่จริง (spurious regression) กล่าวคือ R^2 มีค่าสูงมากและได้ค่าสถิติ t- test มีนัยสำคัญหรือสูงเกินกว่าความเป็นจริง

ในการใช้ข้อมูลอนุกรมเวลาต้องทำการดสอบว่าข้อมูลที่นำมาใช้มีลักษณะนิ่งหรือไม่ ซึ่งจะใช้การทดสอบ Unit Root โดยการศึกษาจะพิจารณาเฉพาะวิธีของ Dickey –Fuller โดยวิธี DF (Dickey –Fuller test) และ ADF (augmented Dickey – Fuller test) ดังมีรายละเอียดดังนี้

การทดสอบ DF (Dickey and Fuller test)

กรณีตัวแปรมีค่าไม่คงที่ $X_t = \rho X_{t-1} + \varepsilon_t$ (2.7)

โดยกำหนดสมมติฐานหลัก $H_0 : \rho = 1$

และ $H_1 : |\rho| < 1$

ถ้ายอมรับ $H_0 : \rho = 1$ แสดงว่าข้อมูลมีลักษณะไม่นิ่ง

แต่ถ้าปฏิเสธ $H_0 : \rho = 1$ หรือยอมรับ $H_1 : |\rho| < 1$ แสดงว่าข้อมูลนั้นมีลักษณะนิ่ง และการทดสอบนี้ยังสามารถแปลงสมการได้ดังนี้ คือ

กรณีไม่มีค่าคงที่และแนวโน้มเวลา $\Delta X_t = \theta X_{t-1} + \varepsilon_t$ (2.8)

กรณีมีเฉพาะค่าคงที่ $\Delta X_t = \alpha + \theta X_{t-1} + \varepsilon_t$ (2.9)

กรณีมีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลา $\Delta X_t = \alpha + \beta t + \theta X_{t-1} + \varepsilon_t$ (2.10)

โดยกำหนดสมมติฐานหลัก $H_0 : \theta = 0$

และสมมติฐานรอง $H_1 : \theta < 0$

การทดสอบ ADF (Augmented Dickey and Fuller test)

การทดสอบอนุกรมเวลาที่มีปัญหา Serial Correlation ในค่า Error term (ε_t) เป็นการทดสอบที่ DF–Test ไม่สามารถทำได้ ดังนั้น ADF จึงเพิ่มค่า Lagged Change $\left[\sum_{i=1}^{p} \lambda_i \Delta X_{t-i}\right]$ เข้าไป จะได้ดังนี้

กรณีไม่มีค่าคงที่และแนวโน้มเวลา $\Delta X_t = \theta X_{t-1} + \sum_{i=1}^{\rho} \phi_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t$ (2.11)

กรณีมีเฉพาะค่าคงที่ $\Delta X_t = \alpha + \theta X_{t-1} + \sum_{i=1}^{\rho} \phi_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t$ (2.12)

กรณีมีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลา $\Delta X_t = \alpha + \beta t + \theta X_{t-1} + \sum_{i=1}^{\rho} \phi_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t$ (2.13)

การใส่ค่า Lagged Term (p) ว่ามีจำนวนเท่าใดจึงจะเหมาะสมสำหรับแต่ละข้อมูล อนุกรมนั้นมีหลักในการเลือก lag length ที่เสนอโดย Enders (1995) ว่า ควรจะเริ่ม lag length ที่มีค่าที่มากพอ แล้วพิจารณาความมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับนัยสำคัญต่าง ๆ (σ = 0.01, 0.05 และ 0.1) เมื่อพบว่าที่ lag length ที่เลือกมีค่า t-statistic ที่ไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับนัยสำคัญ ร้อยละ 10 แล้วจึงทำการลด lag length ลงทีละ 1 ช่วง จนกระทั่งสามารถปฏิเสธสมมุติฐานว่าง

2.4 การเลือกแบบจำลองที่เหมาะสมจากการทดสอบ Unit Root โดยการทดสอบสัมประสิทธิ์ของการถดถอย (Deterministic Regressors)

เป็นการทดสอบว่า แบบจำลองใดเป็นแบบจำลองที่เหมาะสมที่สุดระหว่างกรณีของแบบจำลองที่ไม่มีค่าคงที่และแนวโน้มเวลา (None) แบบจำลองที่มีค่าคงที่ (Intercept) และแบบจำลองที่มีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลา (Trend and Intercept) โดยการทดสอบการมีนัยสำคัญทางสถิติของสัมประสิทธิ์ของตัวถดถอย (ค่าคงที่หรือค่าแนวโน้มเวลา) โดยขั้นตอนการทดสอบดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 เริ่มการทดสอบจากแบบจำลองกรณีที่มีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลาตามสมการ

$$\Delta Y_t = a_0 + \gamma Y_{t-1} + a_{2t} + \sum \beta_i \Delta Y_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (2.14)$$

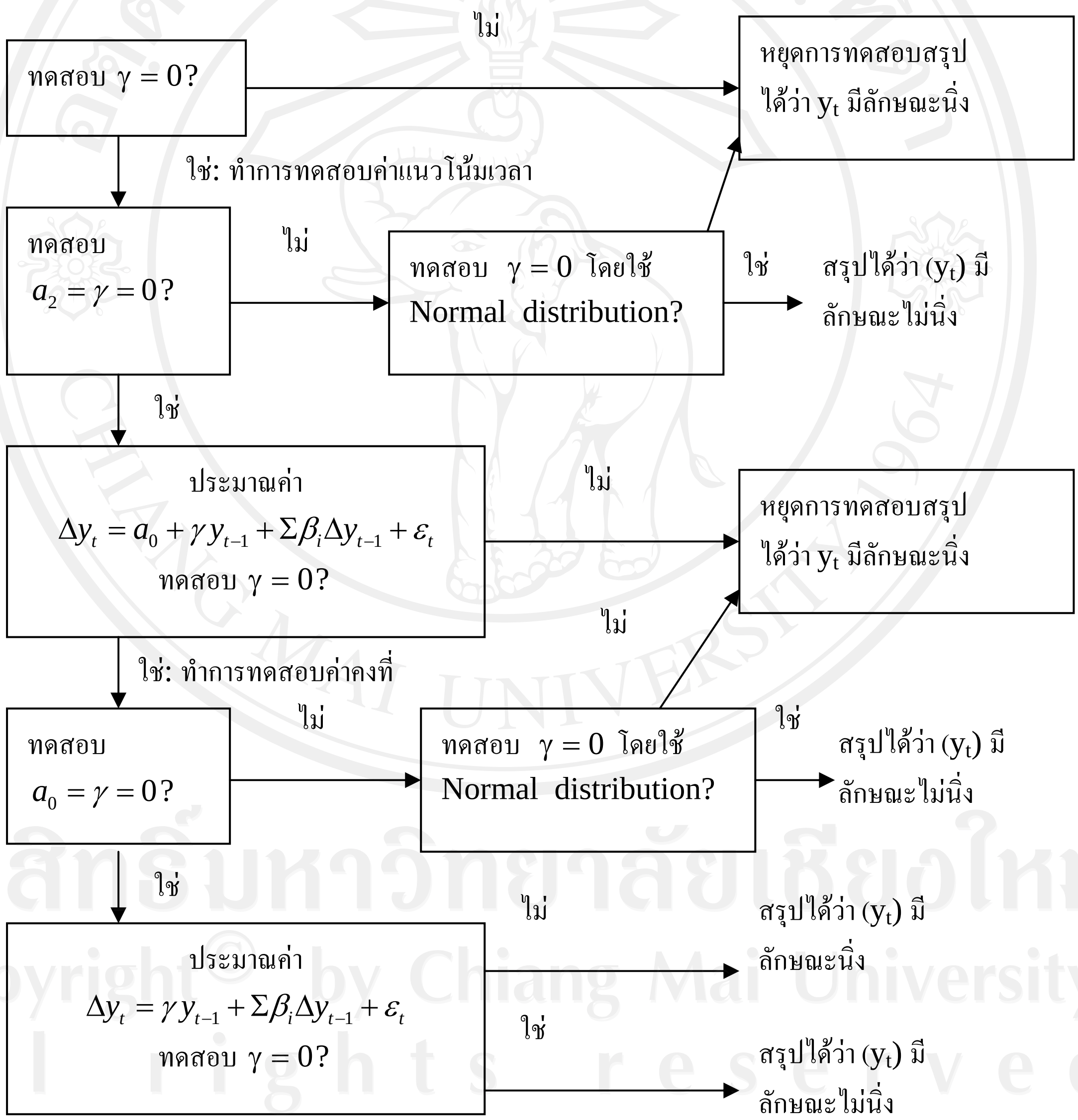
ทำการทดสอบสมมุติฐานว่าง $H_0 : \gamma = 0$ โดยใช้ τ_τ statistic ถ้าเกิดการปฏิเสธสมมุติฐานว่าง แสดงว่า ข้อมูล Y_t มีลักษณะนิ่งแล้ว และเลือกใช้แบบจำลองที่มีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลา

ขั้นตอนที่ 2 ถ้าเกิดการยอมรับสมมติฐานว่างในขั้นตอนที่ 1 แสดงว่าในแบบจำลองดังกล่าวมีตัวถดถอยที่ไม่จำเป็นอยู่ในสมการ ซึ่งอาจทำให้อำนาจการทดสอบของสมการลดลง ดังนั้น จึงต้องมีการทดสอบความมีนัยสำคัญทางสถิติของค่าแนวโน้ม a_{2t} ที่อยู่ในสมการ โดยการทดสอบสมมติฐานว่า $\mathrm{H}_0 : \mathrm{a}_2 = \gamma = 0$ โดยใช้ ϕ_3 statistic ถ้าค่าสัมประสิทธิ์ของค่าแนวโน้มไม่มีนัยสำคัญทางสถิติให้ข้ามไปขั้นตอนที่ 3 อย่างไรก็ตามถ้าค่าสัมประสิทธิ์ของค่าแนวโน้มมีนัยสำคัญทางสถิติให้ทำการทดสอบความไม่นิ่งของข้อมูลอีกครั้งโดยใช้ การแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน (standardized normal distribution) ถ้าเกิดการปฏิเสธสมมติฐานว่าแสดงว่า ข้อมูล y_t มีลักษณะนิ่งแล้วและเลือกใช้แบบจำลองที่มีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลาแต่ถ้าเกิดการยอมรับสมมติฐานว่างแสดงว่าข้อมูล y_t มีลักษณะไม่นิ่ง

ขั้นตอนที่ 3 ทำการประมาณค่าแบบจำลองตามสมการ (2.14) ที่ปราศจากค่าแนวโน้มเวลาและทดสอบ unit root โดยใช้ τ_μ statistic ถ้าเกิดการปฏิเสธสมมติฐานว่างแสดงว่าข้อมูล y_t มีลักษณะนิ่งแล้วและเลือกใช้แบบจำลองที่ปราศจากค่าแนวโน้มเวลา แต่ถ้าเกิดการยอมรับสมมติฐานว่างให้ทำการทดสอบความไม่นิ่งของข้อมูลอีกครั้งโดยใช้ การแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน (Standardized normal distribution) ถ้าเกิดการปฏิเสธสมมติฐานว่างแสดงว่า ข้อมูล y_t มีลักษณะนิ่งแล้วและเลือกใช้แบบจำลองที่มีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลาแต่ถ้าเกิดการยอมรับสมมติฐานว่าง แสดงว่าข้อมูล y_t มีลักษณะไม่นิ่ง

ขั้นตอนที่ 4 ทำการประมาณค่าแบบจำลองตามสมการ (2.14) ที่ปราศจากค่าแนวโน้มเวลาและค่าคงที่ และทดสอบUnit root โดยใช้ τ statistic ถ้าเกิดการปฏิเสธสมมติฐานว่าง แสดงว่าข้อมูล y_t มีลักษณะนิ่งแล้วและเลือกใช้แบบจำลองที่ปราศจากค่าแนวโน้มเวลาและค่าคงที่แต่ถ้าเกิดการยอมรับสมติฐานว่าง แสดงว่าข้อมูล y_t มีลักษณะไม่นิ่ง

รูปที่ 2.2 ขั้นตอนการเลือกแบบจำลองที่เหมาะสม



ที่มา : Enders (1995)

2.5 แบบจำลอง Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA)

แบบจำลอง Autoregressive Integrated Moving Average(ARIMA) ได้มีการศึกษาโดย Box and Jenkins (1976) แต่ Wold (1954) ได้เป็นผู้ให้พื้นฐานทางทฤษฎีของกระบวนการหรือระบบ ARIMA บนพื้นฐานของ Wold แบบจำลอง ARIMA ได้ถูกพัฒนาขึ้นในสามทิศทาง ซึ่งได้แก่ ขั้นตอบสนองการประมาณค่าและการบ่งชี้ที่มีประสิทธิภาพ (efficient identification and estimation procedures) (สำหรับกระบวนการหรือระบบ AR,MA และ ARMA) การคลอบคลุมไปถึงผลลัพธ์ที่ได้รวบรวมเอาอนุกรมเวลาเชิงฤดูกาล (seasonal time series) และการขยายของเขตไปเพื่อนรวมเอากระบวนการหรือระบบไม่นิ่ง (nonstationary process (ARIMA)) เข้าไว้ด้วย (ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์, 2547)

โดยทั่วไปแล้วข้อมูลอนุกรมเวลาส่วนใหญ่มีลักษณะไม่นิ่ง (nonstationary) เนื่องจากข้อมูลอนุกรมเวลานั้นมาจากกระบวนการเชิงสุ่ม (random process) แต่ด้วยทฤษฎีของ AR และ MA หมายถึงข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่ง (stationary) ดังนั้นเมื่อข้อมูลที่รวบรวมได้มีลักษณะไม่นิ่ง เราจึงต้องทำการหาผลต่าง (differencing)

ความนิ่งและความไม่นิ่ง (Stationarity and Nonstationarity)

เครื่องมือทางด้านสัญลักษณ์ที่มีประโยชน์มากก็คือ backward shift operator, B. หรือ lag operator, L.(ซึ่งบางครั้งเราก็อาจใช้สัญลักษณ์ B หรือสัญลักษณ์ L สลับกันไปมาได้มีความหมายเหมือนกัน) ซึ่งถูกนำมาใช้ดังนี้

$$BX_t = X_{t-1} \tag{2.15}$$

ซึ่งถ้า B อยู่หน้า X_t จะมีผลต่อการ shift ข้อมูลถอยหลังไปหนึ่งคาบเวลา และถ้าเรามี

$$B(BX_t) = B^2 X_t = X_{t-2} \tag{2.16}$$

ซึ่งหมายความว่า X_t ได้ถูก shift ถอยหลังไปสองคาบเวลา

ผลต่างที่หนึ่ง (first difference)

$$X_t' = X_t - X_{t-1} \tag{2.17}$$

ถ้าเราใช้ backward shift operator จะได้

$$X_t' = X_t - BX_t = (1-B)X_t \tag{2.18}$$

ผลต่างอันดับที่สอง (second-order difference)

$$\begin{aligned} &= X_t' - X_{t-1}' \\ &= (X_t - X_{t-1}) - (X_{t-1} - X_{t-2}) \\ X_t'' &= X_t - 2X_{t-1} + X_{t-2} \\ &= (1-2B+B^2)X_t \\ &= (1-B)^2 X_t \end{aligned} \tag{2.19}$$

$(1-B)^d X_t$ คือ ผลต่างอันดับที่ d

กระบวนการหรือระบบอัตตถดถอย (Autoregressive Processes)

กระบวนการหรือระบบ AR (p) ซึ่งคือกระบวนการหรือระบบ AR ที่มีอันดับที่ p เขียนในรูปของ ARIMA (p,d,q) ได้ดังนี้คือ

ARIMA (p,0,0) ดังนี้ $X_t = \mu' + \varphi_1 X_{t-1} + \varphi_2 X_{t-2} + ... + \varphi_p X_{t-p} + e_t$ (2.20)

โดยที่ μ' คือ พจน์คงที่หรือคงตัว (constant term)

φ_j คือ พารามิเตอร์อัตตถดถอยตัวที่ j

e_t คือ พจน์ความคลาดเคลื่อน ณ เวลา t

กระบวนการหรือระบบเฉลี่ยเคลื่อนที่ (Moving Average Processes)

กระบวนการหรือระบบ MA(q) ซึ่งก็คือกระบวนการหรือระบบ MA ที่มีอันดับ q เขียนในรูปของ ARIMA(p,d,q)ได้ดังนี้คือ

ARIMA (0,0,q) ดังนี้ $X_t = \mu' - e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - .... - \theta_q e_{t-q}$ (2.21)

โดยที่ μ' คือ พจน์คงที่หรือคงตัว (constant term)

θ_j คือ พารามิเตอร์เฉลี่ยเคลื่อนที่ตัวที่ j

e_t คือ พจน์ความคลาดเคลื่อน ณ เวลา t

ดังนั้นการผสมกันระหว่าง ARและMR ในรูปของกระบวนการ หรือระบบ ARIMA สำหรับข้อมูลที่มีลักษณะนิ่ง (stationary) จะมีรูปแบบเป็น ARIMA (p,0,q) สมมติให้ AR(1) และ MA(1) เราสามารถเขียนในรูป ARIMA ได้คือ ARIMA (1,0,1) ดังจะแสดงในสมการต่อไปนี้

$$X_t = \mu' + \theta_t X_{t-1} + e_t - \theta_t e_{t-1}$$

หรือ $$\underbrace{(1-\theta_1 B)}_{\text{AR(1)}} X_t = \mu' + \underbrace{(1-\theta_1 B)}_{\text{MA(1)}} e_t$$

แต่ถ้าข้อมูลมีลักษณะไม่นิ่ง (nonstationary) จะต้องหาผลต่าง(difference) d ครั้ง เพื่อให้ข้อมูลมีลักษณะนิ่ง ดังนี้

ARIMA (1,1,1)

$$\underbrace{(1-B)}_{\text{First difference}}\underbrace{(1-\varphi_1 B)}_{\text{AR(1)}} X_t = \mu' + \underbrace{(1-\theta_1 B)}_{\text{MA(1)}} e_t$$

หรือ $$\left[1 - B(1+\varphi_1) + \varphi_1 B^2\right] X_t = \mu' + e_t - \theta_1 e_{t-1}$$

$$X_t = (1+\varphi_1) X_{t-1} - \varphi_1 X_{t-2} + \mu' + e_t - \theta_1 e_{t-1}$$

2.6 แบบจำลอง Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (ARCH)

ในการวิเคราะห์อนุกรมเวลาส่วนใหญ่แล้วจะมีการกำหนด stochastic variable ให้มีความแปรปรวนคงที่ (homoscedastic) ซึ่งในการประยุกต์ใช้กับบางข้อมูลนั้นค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อน (error term) จะไม่ใช่ฟังก์ชั่นของตัวแปรอิสระแต่มีค่าเปลี่ยนแปลงไปตามช่วงเวลาขึ้นอยู่กับขนาดของความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นในอดีต และในบางงานศึกษา เช่น แบบจำลองของเงินเฟ้อ อัตราดอกเบี้ยหรือผลตอบแทนจากตลาดหลักทรัพย์ ในบางคาบเวลาจะมีค่าความผันผวน (volatility) สูง (และความคลาดเคลื่อนขนาดใหญ่) ตามด้วยคาบเวลาที่มีค่าความผันผวน (volatility) ต่ำ (และมีค่าความคลาดเคลื่อนที่มีขนาดเล็ก) สรุปได้ว่าค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อนจากการถดถอยจะขึ้นอยู่กับค่าความผันผวน (volatility) ของความคลาดเคลื่อนในอดีตที่ผ่านมา (ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์, 2547: 641)

ความเป็นไปได้ในการหาค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของอนุกรมเวลาไปพร้อมกันนั้น ในขั้นต้นการพยากรณ์อย่างมีเงื่อนไขจะมีความแม่นยำเหนือกว่าการพยากรณ์อย่างไม่มีเงื่อนไขมาก ซึ่งจากแบบจำลอง Autoregressive Moving Average (ARMA) ซึ่งแสดงได้ดังนี้

$$X_t = a_0 + a_1 X_{t-1} + \varepsilon_t \tag{2.22}$$

และการพยากรณ์อย่างมีเงื่อนไขของ X_{t+1} ดังนี้คือ

$$E_t X_{t+1} = a_0 + a_1 X_t \tag{2.23}$$

และค่าเฉลี่ยแบบมีเงื่อนไขในการพยากรณ์ X_{t+1} ค่าความคลาดเคลื่อนของความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขที่พยากรณ์ได้ดังนี้คือ

$$E_t\left[\left(X_{t+1} - a_0 - a_1 X_t\right)^2\right] = E_t \varepsilon_{t+1}^2 = \sigma^2 \tag{2.24}$$

ถ้าเปลี่ยนไปใช้การพยากรณ์อย่างไม่มีเงื่อนไขแล้ว ผลที่จะใช้เป็นค่าเฉลี่ยในช่วง Long-Run ของลำดับ $\{X_t\}$ ซึ่งเท่ากับ $\frac{a_0}{(1-a_1)}$ จะได้ค่าความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์อย่างไม่มีเงื่อนไขดังนี้

$$\mathrm{E}\left\{\left(X_{t+1}-\frac{a_0}{1-a_1}\right)^2\right\}=E\left[\left(\varepsilon_{t+1}+a_1\varepsilon_t+a_1^2\varepsilon_{t-1}+a_1^3\varepsilon_{t-2}+...\right)^2\right] \tag{2.25}$$

เนื่องจาก $\frac{1}{(1-\mathrm{a}_1)^2}>1$ เพราะฉะนั้นความแปรปรวน (variance) จากการพยากรณ์แบบไม่มีเงื่อนไข (unconditional variance) จึงมีค่าสูงกว่าความแปรปรวนของการพยากรณ์แบบมีเงื่อนไข ในลักษณะเดียวกันถ้าความแปรปรวนของ $\{\varepsilon_t\}$ ไม่เป็นค่าคงที่ จะสามารถประมาณค่าแนวโน้มของการเปลี่ยนแปลงความแปรปรวนโดยใช้ ARMA Model โดยให้ ε_t แทนส่วนที่เหลือที่ได้จากการประมาณจากสมการ(19) ดังนั้น ค่าความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไขของ X_{t+1} จะได้ดังนี้

$$Var\left(\mathrm{X}_{t+1}\middle|X_t\right)=E\left[\left(X_{t+1}-a_0-a_1X_t\right)^2\right]=E_t\varepsilon_{t+1}^2 \tag{2..26}$$

และจากที่ให้ $\mathrm{E}_t\varepsilon_{t+1}^2=\sigma_{t+1}^2$ จึงแสดงว่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขไม่ใช่ค่าคงที่และจะได้แบบจำลองในการประมาณค่าส่วนที่เหลือ (residuals) ออกมาดังนี้

$$\varepsilon_t^2=\alpha_0+\alpha_1\varepsilon_{t-1}^2+.....+\alpha_q\varepsilon_{t-q}^2+V_t \tag{2.27}$$

เมื่อ V_t =white noise process

ถ้าค่าของ $\alpha_1,\alpha_2,.....,\alpha_q$ มีค่าเท่ากับศูนย์ ความแปรปรวนที่ประมาณค่ามาได้ (estimated variance) จะมีค่าคงที่หรือคงตัว (constant variance) α_0 อีกนัยหนึ่ง คือ ค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของ X_t จะมีการเปลี่ยนแปลงสอดคล้องกับในสมการ (2.27) และค่าพยากรณ์สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\mathrm{E}_t\hat{\varepsilon}_{t+1}^2=\alpha_0+\alpha_1\hat{\varepsilon}_t^2+\alpha_2\hat{\varepsilon}_{t-1}^2+.....+\alpha_q\hat{\varepsilon}_{t+1-q}^2 \tag{2.28}$$

จากเหตุผลที่กล่าวมา สมการ (2.27) เรียกว่า Autoregressive Conditional Heteroscedastic (ARCH) Model และสมการ (2.28) เป็น ARCH(q) โดยค่า $\mathrm{E}_t\hat{\varepsilon}_{t+1}^2$ หรือ σ_{t+1}^2 จะประกอบด้วย 2 องค์ประกอบ คือ ค่าคงที่และความผันผวน (volatility) ในคาบเวลาที่ผ่านมา ซึ่งเขียนได้เป็นส่วนเหลือกำลังสองของคาบในอดีต (ARCH term) ส่วนค่าสัมประสิทธิ์ $(\alpha_0,\alpha_1,.....\alpha_q)$ สามารถหาค่าได้โดยใช้วิธี Maximum likelihood

2.7 แบบจำลอง Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity หรือ(GARCH)

แบบจำลอง ARCH ได้มีการพัฒนาต่อโดย Bollerslev ในปี 1986 ด้วยการให้ความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไข (conditional variance) มีลักษณะเป็น ARMA process โดยที่ให้ error process มีลักษณะดังนี้

$$\varepsilon_t = V_t \sqrt{\sigma_t^2} \tag{2.29}$$

โดยที่ความแปรปรวนของ $V_t = \sigma_v^2 = 1$ และ

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^{p} \beta_i \sigma_{t-i}^2 \tag{2.30}$$

เมื่อ $\{V_t\}$ คือ White noise process ที่เป็นค่าอิสระจากเหตุการณ์ในอดีต (ε_{t-1}) ค่าเฉลี่ยแบบมีเงื่อนไขของ ε_t จะเท่ากับศูนย์ ดังนี้

$$E\varepsilon_t = EV_t \sqrt{\sigma_t^2} = 0$$

ประเด็นสำคัญในการหาความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไขของ ε_t ถูกกำหนดโดย

$$E_{t-1}\varepsilon_t^2 = \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \varepsilon_{t-1}^2 + \sum_{i=1}^{p} \beta_i \sigma_{t-i}^2 \tag{2.31}$$

ดังนั้นความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไขของ ε_t ถูกกำหนดโดย σ_t^2 ในสมการ(28) แบบจำลองนี้จึงเรียกว่า Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (GARCH) หรือ GARCH (p,q) นั้นใช้กระบวนการ Autoregressive และ Moving Average ในการหาความแปรปรวนที่มีลักษณะ Heteroscedastic Variance จะเห็นว่า ถ้า p=0 และ q=1 เป็น GARCH (0,1) หรือคือ ARCH (1) นั่นเอง โดยสรุปว่าถ้า β_1 ทั้งหมดมีค่าเป็นศูนย์แบบจำลอง GARCH (p,q) จะเทียบเท่ากับแบบจำลอง ARCH (q) คุณสมบัติที่สำคัญของแบบจำลอง GARCH คือค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของ disturbances ของค่า X_t สร้างขึ้นมาจากกระบวนการ ARMA จึงสามารถคาดได้ว่าส่วนเหลือจากการทำ ARMA จะแสดงถึงรูปแบบคุณลักษณะเดียวกัน เช่น ถ้าการประมาณค่า $\{X_t\}$ ด้วยกระบวนการ ARMA ค่า Autocorrelation Function (ACF) ซึ่งเป็น

สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรสุ่มที่หน่วยเวลาห่างกันของกระบวนการเดียวกันและ Partial Autocorrelation Function (PACF) ของส่วนที่เหลือ (residuals) ควรจะบ่งถึงกระบวนการ white noise และ ACF ของกำลังสองของส่วนเหลือ (aquared residuals) นำมาช่วยในการระบุถึงลำดับ (order) ของกระบวนการ GARCH (ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์, 2547: 648)

โดยมีเงื่อนไข คือ $\sum_{i=1}^{q}\alpha_i + \sum_{j=1}^{p}\beta_j < 1$ และค่า ω มีค่าเป็นบวก

แบบจำลอง GARCH ต่างๆนอกจากใช้ได้ประสบผลสำเร็จ แต่ก็มีข้อเสียอยู่สองประการในการประยุกต์ใช้กับการตั้งหรือคำนวณค่าทรัพย์สินประเภททุน

ประการแรก คือ ในกระบวนการ GARCH แบบสมมาตรนั้น ถ้ามีความผิดปกติ หรือ SHOCK เกิดขึ้นไม่ว่าในทางบวกหรือทางลบ แต่อยู่ในระดับหรือขนาดเดียวกัน ซึ่งให้ระดับความไม่แน่นอนที่เท่ากันแล้ว ค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขก็จะเพิ่มขึ้นในทางบวกหรือทางลบอย่างมากจนน่าตกใจ (Booerslev, 1986) อย่างไรก็ตาม Black (1976) ได้พบความสัมพันธ์ที่เป็นลบหรือตรงกันข้ามกันระหว่างผลตอบแทนในปัจจุบันกับความไม่แน่นอนที่เกิดจากความผันผวน (Volatility)ในอนาคต เช่น ความไม่แน่นอนมักจะสูง เมื่อมีข่าวร้ายและลดลงเมื่อมีข่าวดี ลักษณะความไม่สมมาตรของความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไขนี้ เรียกว่า leverage effect คือ อิทธิพลจากค่ายกกำลัง ซึ่งแบบจำลอง GARCH แบบเส้นตรงไม่สามารถจับรูปแบบนี้ให้เห็นได้ เพราะค่าบวกหรือลบของผลตอบแทนในอดีตจะไม่มีส่วนมากำหนดความไม่แน่นอนที่ผันผวนในอนาคต หรือกล่าวว่า เฉพาะขนาดของค่าความคลาดเคลื่อนจากการประมาณการถดถอยโดยมีการทอดระยะเวลา (lagged residuals) เท่านั้นที่มีส่วนกำหนดค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไข แต่ความเป็นบวกหรือลบของค่าความคลาดเคลื่อนไม่มีส่วนเกี่ยวข้อง ซึ่งข้อจำกัดนี้เป็นจุดสำคัญประการแรกที่ก่อให้มีการพัฒนาแบบจำลอง EGARCH และ TGARCH

ประการที่สอง แบบจำลองGARCH ต่างๆกำหนดให้ตัวแปรต่างๆต้องไม่เป็นค่าลบ เพื่อบังคับค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขมีค่าเป็นบวกเสมอ อย่างไรก็ตามข้อกำหนดบังคับนี้มักถูกฝ่าฝืนจากค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้มาจากการคำนวณ

2.8 แบบจำลอง Exponential GARCH (EGARCH)

EGARCH หรือ Exponential GARCH model ถูกเสนอโดย Nelson (1991) EGARCH model ให้ความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขมีค่าดังสมการ

$$\log(\sigma_t^2) = \omega + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \log(\sigma_{t-j}^2) + \sum_{i=1}^{q} \left(\alpha_i \left| \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right| + \gamma_i \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right) \tag{2.32}$$

ด้านซ้ายมือของสมการ คือ ค่า Log ของค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไข หมายความว่า อิทธิพลจากค่ายกกำลัง (leverage effect) เป็นค่าเลขยกกำลังสูง (Exponencial) ดังนั้นการทำนายค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไข จะได้ค่าที่ไม่เป็นลบเสมอ โดยมีเงื่อนไข คือ $\sum_{j=1}^{p} \beta_j < 1$ และค่า ω ที่คำนวณจากโปรแกรม Eviews จะแตกต่างกันเท่ากับ $\alpha\sqrt{\frac{2}{\pi}}$

2.9 แบบจำลอง Threshold GARCH (TGARCH)

Threshold GARCH ถูกนำเสนอโดย Zakoïan and Glosten(1994), Jaganathan, and Runkle (1993) TGARCH model ให้ความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขมีค่าดังนี้

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \sigma_{t-j}^2 + \sum_{k=1}^{r} \gamma_k \varepsilon_{t-k}^2 d_{t-k} \tag{2.33}$$

โดย d_t เป็นตัวแปรหุ่น

เมื่อ $d_t = 1$, เมื่อ $\varepsilon_t < 0$

$d_t = 0$, เมื่อ $\varepsilon_t > 0$

ในแบบจำลองนี้ ข่าวดี คือ $\varepsilon_{t-i} > 0$ ข่าวร้าย คือ $\varepsilon_{t-i} < 0$ มีผลกระทบแตกต่างกันขึ้นกับความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไข ถ้าเป็นข่าวดีมีผลต่อ α_i ขณะที่เป็นข่าวร้ายมีผลต่อ $\alpha_i + \gamma_i$

ถ้า $\gamma_k > 0$ ข่าวร้ายจะทำให้ความผันผวนเพิ่มขึ้นสูง

ถ้า $\gamma_k < 0$ ข่าวดีจะทำให้ความผันผวนเพิ่มขึ้นแต่น้อยกว่าข่าวร้าย

ดังนั้นจึงเรียกว่า Leverage effect คือ ความไม่แน่นอนมักจะสูง เมื่อมีข่าวร้ายและลดลงเมื่อมีข่าวดี เป็นลักษณะความไม่สมมาตรของความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไขนี้

2.10 การตรวจสอบรูปแบบ (Diagnostic Checking)

การสร้างสมการพร้อมทั้งประมาณค่าพารามิเตอร์แล้วนั้น จะต้องทำการตรวจสอบรูปแบบว่าสมการที่ได้มามีความเหมาะสมหรือไม่ และรูปแบบใดของสมการที่ดีที่สุด โดยใช้การทดสอบต่างๆดังนี้

1) การทดสอบ Ljung-Box Q-Statistic

การทดสอบ Ljung-Box Q-Statistic เป็นการทดสอบว่าสหสัมพันธ์ในตัวเองในส่วนเหลือทุกช่วงเวลาที่ห่างกัน k มีความอิสระกันหรือไม่ โดยมีสมมติฐานดังนี้

$$\mathrm{H}_0 : \rho(a_t) = \rho(a_t) = \ldots = \rho(a_t) = 0$$
$$\mathrm{H}_1 : \rho(a_t) \neq \rho(a_t) \neq \ldots \neq \rho(a_t) \neq 0$$

คำนวณตามสมการที่ (2.22) คือ

$$Q_{LB} - stat = T(T+2)\sum\left(r_j^2 / T - j\right) \tag{2.34}$$

เมื่อ r_j คือสหสัมพันธ์ในตัวเองลำดับที่ j โดยที่ j=1,…,k

T คือจำนวนค่าสังเกต

ภายใต้ส่วนเหลือจากการประมาณด้วยแบบจำลอง ARIMA ค่า Q_{LB} มีการแจกแจงแบบไคสแควร์ (χ^2) ด้วยระดับความเป็นอิสระ (Degree of Freedom) เท่ากับจำนวนของสายสัมพันธ์ในตัวเองลบด้วยจำนวนของพารามิเตอร์ Autoregressive (AR) และ Moving Average (MA) ที่ได้มาจากการประมาณหรือ k-m

จะยอมรับสมมติฐานหลักเมื่อ $Q_{LB} \leq \chi^2_{\alpha,k-m}$ คือส่วนที่เหลือเป็นอิสระต่อกันที่ความล่า k และถ้าปฏิเสธสมมติฐานหลักเมื่อ $Q_{LB} \geq \chi^2_{\alpha,k-m}$ คือเกิดสหสัมพันธ์ในตัวเองอย่างน้อยหนึ่งค่าในส่วนเหลือที่ไม่เท่ากับศูนย์

2) เกณฑ์การเลือกรูปแบบของแบบจำลองที่ดีที่สุด (Information Criteria)

ในการหารูปแบบของแบบจำลอง เมื่อได้รูปแบบของแบบจำลองที่เหมาะสมหลายรูปแบบต้องมีแนวทางในการเลือกรูปแบบของแบบจำลองที่ดีที่สุด โดยพิจารณาจากค่า Akaike Information Criterion (AIC) และ Schwartz Criterion (SC) รูปแบบของแบบจำลองที่ให้ค่า AIC และ SC น้อยที่สุดจะเป็นรูปแบบที่ดีที่สุด โดย Akaike Information Criterion (AIC) และ Schwartz Criterion (SC) สามารถคำนวณได้ดังนี้

Akaike Information Criterion (AIC)	$-2\iota/\eta + 2k/\eta$	(2.35)
Schwartz Criterion (SC)	$-2\iota/\eta + k\log\eta/\eta$	(2.36)

โดยที่ k เป็นจำนวนของพารามิเตอร์ที่ทำการประมาณค่า

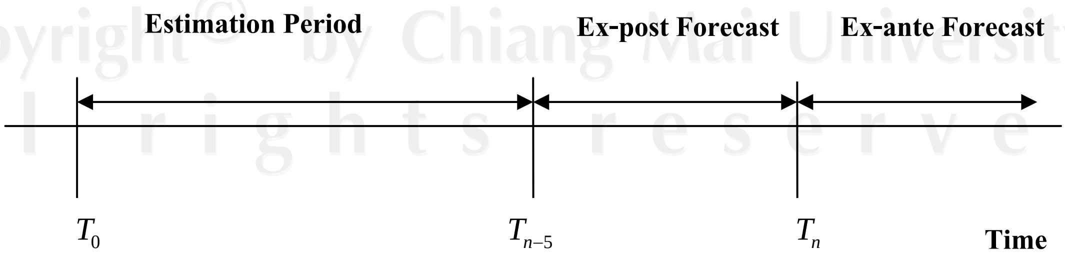
η เป็นจำนวนของค่าสังเกต

ι เป็นค่าของ log likelihood function ที่ใช้พารามิเตอร์ที่ถูกประมาณค่า k ตัว

2.11 การพยากรณ์ (Forecasting)

การศึกษานี้ได้แบ่งการพยากรณ์ออกเป็น 3 ช่วงคือ Historicsl Forecast Ex-post Forecast และ Ex-ante Forecast โดย Historicsl Forecast คือ การพยากรณ์ข้อมูลในอดีตจนถึงช่วงเวลาที่พิจารณา และเนื่องจากการพยากรณ์ข้อมูลล่วงหน้านั้นจะทำให้เกิดข้อจำกัดที่ว่าความแม่นยำของข้อมูลที่ได้จากการพยากรณ์นั้น มีความน่าเชื่อถือมากน้อยเพียงใด และแบบจำลองอารีมา เหมาะสำหรับการพยากรณ์ในระยะสั้น ดังนั้นเพื่อที่จะทราบว่าแบบจำลองที่ประมาณขึ้นมานั้นสามารถที่จะพยากรณ์ได้ถูกต้องแม่นยำเพียงใด จำได้ใช้การพยากรณ์แบบ Ex-post Forecast กล่าวคือ เป็นการพยากรณ์ข้อมูล ณ ช่วงเวลาที่มีข้อมูลจริงเกิดขึ้นแล้ว ยกตัวอย่างเช่น จะลดจำนวนค่าสังเกตการณ์ของอนุกรมเวลาลงจากข้อมูลที่มีทั้งหมด n ข้อมูล เหลือ n-5 ข้อมูล แล้วทำการถดถอยข้อมูลใหม่เพื่อดูค่า RMSE (Root Mean Squared Error) และทำการพยากรณ์ล่วงหน้า (Ex-post Forecast) จำนวน 5 ข้อมูล เพื่อเปรียบเทียบกับข้อมูลจริงที่มีอยู่ และก็จะได้ค่า RMSE แล้วใช้ค่าสถิติดังกล่าวประกอบการพิจารณาเลือกแบบจำลองที่มีความเหมาะสม เมื่อได้แบบจำลองที่เหมาะสมภายหลังจากการวิเคราะห์ความถูกต้องแล้ว ก็สามารถนำแบบจำลองดังกล่าวใช้ในการพยากรณ์

รูปที่ 2.3 แสดงช่วงเวลาที่ใช้ในการพยากรณ์



ที่มา: Pindyck and Robinfeld (1998)

ภายหลังจากที่เลือกแบบจำลองที่ใช้เป็นตัวแทนอนุกรมเวลาข้อมูลได้แล้ว จะทำการพยากรณ์ล่วงหน้า (Ex-ante Forecast) กล่าวคือเป็นการพยากรณ์ในช่วงเวลาที่ยังไม่มีข้อมูลจริงเกิดขึ้นต่อไป

2.12 การทดสอบความแม่นยำของผลการพยากรณ์ที่ได้

ในการศึกษาครั้งนี้จะทำการประเมินผลด้วย RMSE (Root Mean Squared Error) ซึ่งมีสูตรการคำนวณตามลำดับ ดังนี้

RMSE คือ การวัดค่าความแตกต่างระหว่างค่าจริง และค่าที่ประมาณได้จากแบบจำลอง หาก RMSE มีค่าน้อย แสดงว่าแบบจำลองสามารถประมาณค่าประมาณได้ใกล้เคียงกับค่าจริง (Pindyck, R and Rubinfeld, D, 1998) ดังนั้นหากมีค่านี้มีค่าเท่ากับศูนย์แล้ว จะหมายความว่า ไม่เกิดความคลาดเคลื่อนในแบบจำลองนี้เลย RMSE คำนวณได้ดังนี้

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}(Y_t^s - Y_t^a)^2} \qquad (2.37)$$

โดยกำหนด Y_t^s = ค่าประมาณจากแบบจำลอง

Y_t^a = ค่าที่แท้จริง

T = จำนวนคาบเวลาที่ใช้ในการประมาณแบบจำลอง

2.13 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ภัทร์ ตั้งตระกูล (2546) ศึกษาการวิเคราะห์ทางด้านเทคนิคด้วยแบบจำลองการ์ชเอ็มในหลักทรัพย์กลุ่มวัสดุก่อสร้างและตกแต่ง โดยในการศึกษานี้ได้แบ่งออกเป็นสองส่วน คือ ส่วนแรกทำการศึกษาถึงความสัมพันธ์ของการเคลื่อนไหวของราคาหลักทรัพย์ในปัจจุบันกับราคาปิดของหลักทรัพย์ในอดีตและความเสี่ยงซึ่งแทนด้วยความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของหลักทรัพย์ด้วยแบบจำลอง ARMA with GARCH-M ซึ่งผลการศึกษาพบว่าราคาหลักทรัพย์ทุกตัวในกลุ่มนี้จะถูกกำหนดด้วยราคาหลักทรัพย์ในอดีตอย่างมีนัยสำคัญ และข้อมูลหลักทรัพย์ทุกตัวยังปรากฏเทอม ARCH และ GARCH แสดงถึงการเกิดความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขที่เกิดขึ้นทุกข้อมูลหลักทรัพย์ ส่วนที่สองเป็นการประยุกต์แบบจำลอง ARMA with GARCH-M ในการวิเคราะห์หลักทรัพย์ทางด้านเทคนิค ซึ่งในการศึกษานี้ได้ทำการสร้างสัญญาณซื้อและขายหลักทรัพย์ด้วยช่วงความเชื่อมั่น ± 1.0 standard deviation จากแบบจำลอง ARMA with GARCH-M และเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ทางเทคนิคของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้กับดัชนีกำลังสัมพันธ์ (RSI) โดยจำลองสถานการณ์ข้อมูลสัญญาณซื้อและขายที่ได้ ผลการศึกษาพบว่าสัญญาณซื้อขายที่ได้จากสองวิธีให้ผลที่สอดคล้องกันแต่ช่วงความเชื่อมั่นจากแบบจำลองจะให้สัญญาณซื้อและขายถี่กว่าดัชนีกำลังสัมพันธ์ ในทุกหลักทรัพย์ ช่วงความเชื่อมั่นจากแบบจำลอง ARMA with GARCH-M และดัชนีกำลังสัมพันธ์ให้ผลตอบแทนต่อการลงทุนแล้วดัชนีกำลังสัมพันธ์จะให้ค่าสูง เหมาะสำหรับลงทุนในระยะยาว ผลตอบแทนต่อการลงทุนแล้วดัชนีกำลังสัมพัทธ์จะให้ค่าสูงกว่าช่วงความเชื่อมั่นซึ่งจะเหมาะสมกับนักลงทุนระยะยาว

ปิยนุช เรืองขจร (2550) ทำการประมาณค่าความผันผวนของผลตอบแทนของราคาน้ำมันดิบ ถ่านหิน และก๊าซธรรมชาติโดนวิธีอารีมาอีการ์ช รีมาการ์ชเอ็มและอารีมาการ์ช ซึ่งใช้ข้อมูลอนุกรมเวลาราคาปิดรายวันของราคาน้ำมันดิบเบรนท์ในตลาดซื้อขายล่วงหน้า NYMEX ของประเทศสหรัฐอเมริกา ตั้งแต่เดือนมกราคม 2546 ถึงเดือนภุมภาพันธ์ 2550 จำนวน 1,040 ข้อมูล ข้อมูลราคาปิดของราคาถ่านหินของตลาดประเทศสหรัฐอเมริกา ตั้งแต่เดือนสิงหาคม 2546 ถึงเดือนกุมภาพันธ์ 2550 จำนวน 876 ข้อมูล และข้อมูลปิดรายวันของตลาดประเทศสหรัฐอเมริกา ตั้งแต่เดือนสิงหาคม 2546 ถึงเดือนกุมภาพันธ์ 2550 จำนวน 881 ข้อมูล ผลการทดสอบ unit root โดยวิธี Augmented Dickey-Fuller test (ADF test) พบว่าข้อมูลผลตอบแทนของราคาพลังงานทั้ง 3 ชนิดมีลักษณะนิ่งที่ระดัง Level (I(0)) จากการพิจารณาผลคอเรลโลแกรม ได้ทำการเลือกแบบจำลองที่เหมาะสมเพียงรูปแบบเดียวสำหรับผลตอบแทนราคาพลังงานแต่ละชนิดโดยใช้ แบบจำลองอารีมา

อีการ์ช อารีมาการ์ชเอ็มและอารีมาการ์ช และเมื่อทำการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองทั้งหมดพบว่า มีลักษณะเป็น white noise ณ ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ 0.05 ผลการพยากรณ์ผลตอบแทนของราคาพลังงานแต่ละชนิดในช่วง historical forecast และ ex-post forecast พบว่าแบบจำลองที่ให้ค่า root mean square error ต่ำที่สุดสำหรับผลตอบแทนของราคาน้ำมันดิบ ถ่านหิน และก๊าซธรรมชาติคือ แบบจำลอง AR(1) AR(9) MA(1) MA(9) MA(14) และ E-GARCH(1,2) , แบบจำลอง AR(1) AR(10) MA(1) MA(10) และGARCH(1,1) และแบบจำลอง AR(2) AR(10) MA(2) MA(10) และ GARCH(1,1) ตามลำดับ ดังนั้นแบบจำลองดังกล่าวจึงมีความเหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์ผลตอบแทนล่วงหน้าในอนาคตของพลังงานแต่ละชนิด

Goyal (2000) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการพยากรณ์ความผันผวนของผลตอบแทนจากหลักทรัพย์จากแบบจำลอง GARCH เพื่อดูว่าประสิทธิภาพที่ได้จากการพยากรณ์ด้วยแบบจำลอง GARCH แบบต่างๆ มีความสามารถในการส่งผ่านความผันผวนจากข้อมูลผลตอบแทนรายวันและยังทำการทดสอบแบบ out-of-sample ของแบบจำลอง GARCH เทียบกับแบบจำลอง simple ARMA ถึงความสามารถในการพยากรณ์ของทั้งสองแบบจำลอง ผลการศึกษาพบว่า แบบจำลอง GARCH นั้นไม่สามารถที่จะจับความหลากหลายของความผันผวนทั้งหมดได้ การประมาณความผันผวน การประมาณความผันผวนด้วยวิธีถดถอยจากแบบจำลอง GARCH ส่วนใหญ่จะตกอยู่ในช่วงความเชื่อมั่นของกลุ่มตัวแทนของความผันผวนที่เกิดขึ้นจริง ความน่าสนใจของผลการศึกษาที่ได้อย่างหนึ่ง คือ การแก้ไขปัญหาของสหสัมพันธ์ระหว่างผลตอบแทนและความผันผวนนั้น จะพบเสมอว่าไม่เกิดนัยสำคัญเชิงบวกซึ่งขัดแย้งกับแบบจำลองของ Merton ที่ได้พยากรณ์ว่าเกิดสหสัมพันธ์เชิงบวกระหว่างความผันผวนที่คาดไว้และผลตอบแทนจากหลักทรัพย์และได้ยืนยันถึงสหสัมพันธ์เชิงลบระหว่างความผันผวนที่ไม่ได้คาดไว้กับผลตอบแทนของสินทรัพย์ ผลสรุปสุดท้ายการทดสอบกับกลุ่มตัวอย่างแบบ out-of-sample ได้บ่งบอกว่าแบบจำลอง ARMA ในการวัดความผันผวนนี้มีลักษณะที่ดีกว่าแบบจำลอง GARCH แม้ว่าไม่มีนัยสำคัญทางสถิติก็ตาม

Najand (2002) ได้ทำการศึกษาความสามารถของแบบจำลองทางเศรษฐศาสตร์ต่างๆในการพยากรณ์ความผันผวนของราคาซื้อขายล่วงหน้าของหลักทรัพย์ S&P 500 โดยใช้ราคาปิดของหลักทรัพย์ระหว่างเดือนมกราคม 1983 ถึงธันวาคม 1996 โดยเป็นการเปรียบเทียบความแม่นยำในการพยากรณ์ระหว่าง Linear model ซึ่งประกอบด้วย 1. random walk model 2. an autogressive model 3. amoving average model 4. an exponential smoothing model และ 5. a double exponential smoothing model และ nonlinear model ซึ่งประกอบด้วย GARCH-M (1,1)

EGARCH(!,1) และ ESTAR Model โดยใช้ RMSE (root mean squar error) และ MAPE (mean absolute percentage error) เป็นเกณฑ์ในการตัดสินความแม่นยำในการพยากรณ์ความผันผวนดีที่สุด คือ autogressive model ขณะที่ nonlinear model ที่ดีที่สุด คือ EGARCH