

## บทที่ 4

### ระเบียบวิธีวิจัย

#### 4.1 ทฤษฎีการเงิน

##### ทฤษฎีฐานเงิน (The Monetary Base Model or The Money Supply Multiplier Approach)

แต่เดิมแนวความคิดเกี่ยวกับอุปทานของเงินนั้นถือเป็นเรื่องของนโยบายของรัฐที่จะเป็นผู้กำหนดอุปทานของเงิน ดังนั้นจึงถือว่าอุปทานของเงินเป็นตัวแปรภายนอกของระบบเศรษฐกิจ แต่ในความเป็นจริงนโยบายของรัฐไม่ใช่ตัวแปรเดียวที่สามารถควบคุมปริมาณเงินได้อาจมีตัวแปรที่สำคัญอื่น เช่น คุณภาพเงินระหว่างประเทศว่าขาดดุล หรือเกินดุล ดังนั้นทฤษฎีเกี่ยวกับการกำหนดอุปทานของเงินจึงเป็นทฤษฎีที่อธิบายถึงปัจจัย หรือตัวแปรที่เป็นตัวกำหนดอุปทานของเงิน สำหรับทฤษฎีฐานเงินแบ่งออกเป็น 2 ประเภท

###### 1. ทฤษฎีฐานเงินสมัยเก่า (Naive version)

ทฤษฎีฐานเงินนี้เป็นการศึกษาเกี่ยวกับการกำหนดอุปทานของเงินโดยได้แนวความคิดจาก การสร้างเงินฝ่าของธนาคารพาณิชย์ เมื่อรัฐมีเงินสดสำรองก็จะนำไปลงทุน หรือขยายการให้กู้

สมมุติฐานเบื้องต้นสำหรับในการศึกษาทฤษฎีนี้ ให้ธนาคารพาณิชย์ดำเนินเงินสดสำรอง ( $R$ ) ต่อเงินฝากเพื่อเรียก ( $D$ ) โดยธนาคารกลางเป็นผู้กำหนดให้สำรองตามกฎหมาย ( $r$ ) ดังนั้นธนาคารพาณิชย์จะดำเนินเงินสดสำรองดังสมการ

$$R = r \cdot D \quad (4.1)$$

จากคำจำกัดความของฐานเงิน

$$B = R + C \quad (4.2)$$

เนื่องจากกฎหมายบังคับให้ธนาคารพาณิชย์ต้องดำเนินเงินสดสำรองเป็นสัดส่วนกับเงินฝากทั้งหมดที่เงินฝากประจำและเงินฝากเพื่อเรียก ( $T$ ) โดยที่สมมุติว่าประชาชนถือเงินสด และเงินฝากประจำและเงินฝากออมทรัพย์เป็นสัดส่วนคงที่กับเงินฝากกระแสรายวัน และพฤติกรรมการเลือกถือ

สินทรัพย์ของธนาคารพาณิชย์แสดงออกมาในรูปของอัตราเงินสำรองส่วนเกินต่อเงินฝากทั้งหมด (Excess-Reserve Ratio:R) และในรูปของสมการคือ

$$B = r_d \cdot D + r_t \cdot T + E + C \quad (4.3)$$

$$B = r_d \cdot D + r_t \cdot t \cdot D + e \cdot D + c \cdot D \quad (4.4)$$

ดังนั้น

$$D = \frac{1}{r_d + r_t \cdot t + e + c} \cdot B \quad (4.5)$$

เมื่อพิจารณาปริมาณเงินในความหมายแคบ ( $M_1$ ) ซึ่งประกอบด้วยเงินสดในมือประชาชน (C) และเงินฝากเพื่อเรียก (D)

$$M_1 = C + D \quad (4.6)$$

$$M_1 = c \cdot D + D = D(c+1)$$

แทนค่าสมการ (4.5) ในสมการ (4.6) จะได้

$$M_1 = \frac{(c+1)}{(r_d + r_t \cdot t + e + c)} \cdot B \quad (4.7)$$

ถ้าให้

$$m_1 = \frac{(c+1)}{(r_d + r_t \cdot t + e + c)}$$

จะได้ว่า

$$M_1 = m_1 \cdot B \quad (4.8)$$

โดยที่  $m_1$  คือตัวคูณทางการเงิน (Money Multiplier) ตามความหมายอย่างแคบ แต่ถ้าพิจารณาตามความหมายกว้าง ปริมาณเงินประกอบด้วยเงินสดในมือประชาชน (C) เงินฝากเพื่อเรียก (D) และเงินฝากประจำและเงินฝากออมทรัพย์ (T)

$$M_2 = C + D + T \quad (4.9)$$

$$M_2 = c \cdot D + D + t \cdot D = D(c+1+t)$$

แทนค่า (15) ใน (19)

$$M_2 = \frac{(c+1+t)}{(r_d + r_t \cdot t + e + c)} \cdot B \quad (4.10)$$

$$m_2 = \frac{(c+1+t)}{(r_d + r_t \cdot t + e + c)} \quad (4.11)$$

$m_2$  คือตัวทวีคูณตามความหมายกว้าง

$$M_2 = m_2 \cdot B \quad (4.12)$$

จากสมการ (4.8) และ (4.12) เป็น Money-Multiplier Model สำหรับ  $M_1$  และ  $M_2$  ตามลำดับ ดังนี้เปรียบเทียบตามแนวความคิดของฐานเงินนี้จะถูกกำหนดโดยสัดส่วนของเงินสดสำรองในมือประชาชนต่อเงินฝากเพื่อเรียก ( $c$ ) อัตราเงินสำรองตามกฎหมาย ( $r_d$ ) ฐานเงิน ( $B$ ) สัดส่วนของเงินฝากประจำ และเงินฝากออมทรัพย์ต่อเงินฝากเพื่อเรียก ( $t$ ) อัตราเงินสำรองตามกฎหมายสำหรับเงินฝากประจำ และเงินฝากออมทรัพย์ ( $r_t$ ) และสัดส่วนเงินสำรองส่วนเกินต่อเงินฝากเพื่อเรียกที่ธนาคารพาณิชย์ต้องการถือไว้ ( $e$ )

## 2. ทฤษฎีฐานเงินตามแนวคิดใหม่ (Elaborate Version)

ทฤษฎีนี้มีความเชื่อว่าความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณเงิน และฐานเงินไม่คงที่นักอันเนื่องจากพฤติกรรมของธนาคารพาณิชย์ที่แสวงหากำไรสูงสุด ซึ่งจะส่งผลกระทบต่อตัวแปร  $e$ ,  $c$ ,  $t$  และ  $m$  ถ้าธนาคารพาณิชย์เปลี่ยนแปลงพฤติกรรมจะทำให้ค่าของตัวทวีการเงินไม่คงที่ และไม่มีเสถียรภาพ

ดังนี้จึงมีแนวความคิดใหม่โดยการนำเอาแนวคิดเดิมมาปรับปรุงใหม่เพื่อชี้ให้เห็นว่าค่าของ  $e$ ,  $c$  และ  $t$  ไม่คงที่โดยมีปัจจัยกำหนดตัวแปรเหล่านี้

ค่า  $c$  สำหรับปัจจัยที่มากำหนดสัดส่วนการถือเงินสดต่อเงินฝากของประชาชนที่สำคัญได้แก่

$$\text{ระดับรายได้ที่แท้จริง} \left( \frac{Y}{P} \right) \text{ เชื่อว่าความต้องการถือเงินสดของประชาชน และ}$$

เงินฝากที่ธนาคารพาณิชย์จะเปลี่ยนแปลงในทิศทางเดียวกับรายได้ประชาชน แต่สัดส่วนการเปลี่ยนแปลงของเงินฝากที่ธนาคารพาณิชย์จะมากกว่าส่งผลให้ค่า  $c$  ลดลง เนื่องจากการฝากเงินในรูปเงินฝากเพื่อเรียกใช้เช็คในการซื้อขายซึ่งมีความคล่องตัวสูง

การเปลี่ยนแปลงในราคาน้ำมันที่ซื้อตัวยังเงินสดเมื่อเปรียบเทียบกับการเปลี่ยนแปลงในราคาน้ำมันที่ซื้อตัวเช็ค  $\frac{P_{ca}}{P_{ch}}$  โดย  $P_{ca}$  คือราคาน้ำมันที่ซื้อตัวยังเงินสด  $P_{ch}$  คือราคาน้ำมันที่ซื้อตัวเช็ค ถ้าราคาน้ำมันที่ซื้อตัวยังเงินสดเพิ่มขึ้นมากกว่าราคาน้ำมันที่ซื้อตัวเช็คแล้วค่าของ  $c$  จะสูงขึ้น

อัตราภาษีต่อรายได้  $\left( \frac{T}{Y} \right)$  โดยที่  $T$  คือภาษี และ  $Y$  คือรายได้ โดยมีความสัมพันธ์ในพิเศษเดียวกับค่า  $c$

อัตราดอกเบี้ยเงินฝากประจำ และเงินฝากออมทรัพย์ ( $i_d$ ) ถ้าอัตราการพัฒนาซึ่งจ่ายดอกเบี้ยเงินฝากประจำ และเงินฝากออมทรัพย์สูงขึ้น ส่งผลให้ประชาชนประหยัดและออมมากขึ้น ส่งผลให้ค่า  $c$  ลดลง

จากปัจจัยที่ 4 แสดงในรูปสมการคือ

$$c = f\left(\frac{Y}{P}, \frac{P_{ca}}{P_{ch}}, \frac{T}{Y}, i_d, u\right) \quad (4.13)$$

ค่า  $t$  ปัจจัยที่กำหนดสัดส่วนของเงินฝากประจำ และเงินฝากออมทรัพย์ต่อเงินฝากเพื่อเรียกคือ อัตราดอกเบี้ยที่ให้ผลตอบแทนแก่สินทรัพย์อื่น ( $i$ ) เช่นพันธบัตร และอัตราดอกเบี้ยที่ให้แก่เงินฝากประจำและเงินฝากออมทรัพย์ ( $i_d$ ) ถ้าอัตราดอกเบี้ยที่ให้ผลตอบแทนต่อสินทรัพย์อื่นมีค่าสูงขึ้น ส่งผลให้เงินฝากประจำ และเงินฝากออมทรัพย์ลงลดลงเนื่องจากมีการถือสินทรัพย์อื่นมากขึ้น ทำให้ค่า  $t$  ลดลง

$$t = f(i, i_d) \quad (4.14)$$

ค่า  $e$  หรือสัดส่วนการถือเงินสดสำรองส่วนเกินต่อเงินฝากเพื่อเรียกปัจจัยที่กำหนดให้แก่อัตราดอกเบี้ยที่ตอบแทนแก่สินทรัพย์อื่น เช่น พันธบัตร ( $i$ ) ถ้าอัตราดอกเบี้ยที่ให้แก่สินทรัพย์อื่นมากชนาการพัฒนาซึ่งจ่ายให้กู้เพื่อการลงทุนในสินทรัพย์อื่นมาก และถือเงินสำรองส่วนเกินน้อยลง นอกจากนี้ยังขึ้นกับอัตราดอกเบี้ยที่ธนาคารกลางคิดจากชนาการพัฒนาซึ่ง หรือ Bank Rate ( $b$ ) ถ้าอัตราชนาการสูงขึ้นชนาการพัฒนาซึ่งจะถือเงินสำรองไว้มากขึ้น

$$e = f(i, b) \quad (4.15)$$

สรุปแบบจำลองการกำหนดอุปทานของเงินตามทฤษฎีฐานเงินในแนวใหม่คือ

$$M_2 = \frac{c \left( \frac{Y}{P}, \frac{P_{ca}}{P_{ch}}, \frac{T}{Y}, i_d, u \right) + 1 + t(i, i_d)}{r_d + r_t \cdot t(i, i_d) + e(i, b) + c \left( \frac{Y}{P}, \frac{P_{ca}}{P_{ch}}, \frac{T}{Y}, i_d, u \right)} \quad (4.16)$$

#### 4.2 แนวคิดของ Co-integration และ Error Correction

เนื่องจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีวัตถุประสงค์ในการประมาณค่าแบบจำลองเศรษฐกิจมหภาคของประเทศไทยในภาคการเงิน ข้อมูลทางการเงินและเศรษฐกิจมหภาคที่ใช้เป็นข้อมูลอนุกรมเวลา (time series data) ซึ่งข้อมูลที่นำมาใช้เป็นตัวแปรเหล่านี้มักจะมีลักษณะ non-stationary กล่าวคือ ค่าเฉลี่ย (mean) และค่าความแปรปรวน (variances) จะมีค่าไม่คงที่เปลี่ยนแปลงไปตามกาลเวลา ทำให้ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรของสมการมีความสัมพันธ์ไม่แท้จริง (spurious regression) สังเกตได้จากค่าสถิติบางอย่างอาทิ ค่า  $R^2$  ที่สูง ในขณะที่ค่า Durbin-Watson (DW) statistic อยู่ในระดับต่ำแสดงให้เห็นถึง high level of autocorrelated residuals รวมทั้งค่าสถิติ ค่า t-statistic จะไม่เป็นการแจกแจงที่เป็นมาตรฐาน (nonstandard distribution) ทำให้การใช้ค่าตารางสถิติตามมาตรฐาน (standard tables) ต่างๆอาจนำไปสู่การลงความเห็นที่ผิด จึงเป็นการยากที่จะยอมรับได้ในทางเศรษฐศาสตร์ (Enders, 1995) และ (Johnston and DiNardo, 1997)

วิธีที่จัดการกับข้อมูลที่มีลักษณะเป็น non-stationary ที่ได้รับความนิยมแพร่หลาย คือ วิธี cointegration และ error correction mechanism (รังสรรค์ ท้ายเสรี, 2538) เนื่องจากเป็นเครื่องมือในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงคุณภาพระยะยาว (cointegrating relationship) และกลไกการปรับตัวระยะถัดนี้ระหว่างตัวแปรทางเศรษฐกิจต่างๆ วิธีดังกล่าวมีขั้นตอนในการศึกษาดังต่อไปนี้

1. ทดสอบความเป็น stationarity ของตัวแปรที่นำมาทำการศึกษาโดยวิธี ADF (Augmented Dickey-Fuller Test)
2. นำตัวแปรที่ทำการทดสอบโดยวิธี ADF แล้ว มาพิจารณาคุณภาพในระยะยาว ตามแนวทางของ Johansen ดังนี้
  - (1) พิจารณาความล่าช้าของตัวแปร(lag length) โดยวิธี LR (likelihood ratio test).
  - (2) เลือกรูปแบบแบบจำลองที่เหมาะสม
  - (3) คำนวณหาจำนวน cointegrating vectors โดยวิธี maximal eigenvalue Statistic ( $\lambda_{Max}$ ) หรือวิธี eigenvalue trace statistic ( $\lambda_{Trace}$ )

3. เมื่อพนว่าแบบจำลองมีความสัมพันธ์ในระยะยาวแล้ว ใช้ error correction mechanism (ECM) คำนวณหาลักษณะการปรับตัวในระยะสั้น  
จากที่กล่าวมาแล้วเป็นวิธีการศึกษาสังเขป ต่อไปนี้จะเป็นการนำเสนอขั้นตอนการศึกษาในส่วนต่างๆ อย่างละเอียด ซึ่งมีลำดับดังต่อไปนี้

#### 4.1 Unit Root Test

การทดสอบ Unit Root ถือเป็นขั้นตอนแรกในการศึกษาภายใต้วิธี cointegration and error correction mechanism ขั้นตอนนี้จะเป็นการทดสอบตัวแปรทางเศรษฐกิจต่างๆ ที่จะใช้ในสมการเพื่อถูกความเป็น stationary [I (0); integrated of order 0] หรือ non-stationary [I (d); d > 0, integrated of order d] การศึกษาส่วนใหญ่ที่ผ่านมาจะนิยมการทดสอบ unit root ที่เสนอโดย David Dickey และ Wayne Fuller (Pindyck and Rubinfeld, 1998) ซึ่งรู้จักกันดีในชื่อของ Dickey-Fuller test สามารถแบ่งออกได้เป็น 2 วิธี คือ

1) **Dickey-Fuller Test (DF)** ทำการทดสอบตัวแปรที่เคลื่อนไหวไปตามช่วงเวลา มีลักษณะเป็น autoregressive model โดยสามารถเขียนรูปแบบของสมการได้ออกเป็น 3 รูปแบบคือ

$$X_t = \rho X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4.17)$$

$$X_t = \alpha_0 + \rho X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4.18)$$

$$X_t = \alpha_0 + \alpha_1 t + \rho X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4.19)$$

โดยที่  $X_t$  คือตัวแปรที่เราทำการศึกษา  $\alpha$ ,  $\rho$  คือค่าคงที่  $t$  คือ time trend และ  $\varepsilon_t$  คือตัวแปรสุ่ม (random variables) มีการแยกแจงแบบปกติที่เมื่ອนกันและเป็นอิสระต่อกัน (independent and identical distribution) โดยมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และค่าความแปรปรวนคงที่ เกี่ยวนแทนด้วยสัญลักษณ์  $\varepsilon_t \sim iid(0, \sigma^2_\varepsilon)$  หรือเรียกว่า pure random walk model

สมการแรกจะเป็นสมการที่แสดงถึง กรณีรูปแบบของตัวแปรที่ไม่มีค่าคงที่ ขณะที่สมการที่สองจะเป็นรูปแบบของสมการที่ปราศค่าคงที่ pure random walk with drift term model และสมการสุดท้ายแสดงถึงรูปแบบของสมการที่มีทั้ง ค่าคงที่ และ time trend pure random walk with drift and linear time trend model

ในการทดสอบว่า  $X_t$  มีลักษณะเป็น stationary process ( $X_t \sim I(0)$ ) หรือไม่ ทำการทดสอบโดยการแปลงสมการทั้งสามรูปแบบให้อยู่ในรูปของ first differencing ( $\Delta X_t$ ) ได้ดังนี้

$$\Delta X_t = X_t - X_{t-1} = \gamma X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4.20)$$

$$\Delta X_t = X_t - X_{t-1} = \alpha_0 + \gamma X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4.21)$$

$$\Delta X_t = X_t - X_{t-1} = \alpha_0 + \alpha_2 t + \gamma X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4.22)$$

โดยที่  $\gamma = (\rho - 1)$

2) **Augmented Dickey-Fuller Test (ADF)** เป็นการทดสอบ unit root อิกริชีหนึ่งที่พัฒนามาจาก DF Test เนื่องจากวิธี DF ไม่สามารถทำการทดสอบตัวแปรในกรณีที่เป็น serial correlation ในค่า error term ( $\varepsilon_t$ ) ที่มีลักษณะความสัมพันธ์กันเองในระดับสูง โดยจะเพิ่ม lagged change  $\left[ \sum_{j=1}^p \lambda_j \Delta X_{t-j} \right]$  เข้าไปในสมการทางค้านข่าวมือ จะได้ว่า

$$\Delta X_t = X_t - X_{t-1} = \gamma X_{t-1} + \sum_{j=1}^p \lambda_j \Delta X_{t-j} + \varepsilon_t \quad (4.23)$$

$$\Delta X_t = X_t - X_{t-1} = \alpha_0 + \gamma X_{t-1} + \sum_{j=1}^p \lambda_j \Delta X_{t-j} + \varepsilon_t \quad (4.24)$$

$$\Delta X_t = X_t - X_{t-1} = \alpha_0 + \alpha_2 t + \gamma X_{t-1} + \sum_{j=1}^p \lambda_j \Delta X_{t-j} + \varepsilon_t \quad (4.25)$$

โดยจำนวน lagged term ( $p$ ) ที่เราใส่เข้าไปนี้ ก็ขึ้นอยู่กับความเหมาะสมของแต่ละงาน วิจัย (Pindyck and Rubinfeld, 1998) หรือสามารถที่จะใส่ส่วนถ้าเข้าไปจนกระทั่งไม่เกิดปัญหา autocorrelation ในส่วนของ error term (พิเชย์ พรหมพุย, 2540)

สำหรับการทดสอบสมมติฐานทั้งวิธี Dickey-Fuller test และวิธี Augmented Dickey-Fuller test ทดสอบว่าตัวแปรที่เราสนใจ ( $X_t$ ) นั้นมี unit root หรือไม่นั้นสามารถพิจารณาได้จากค่า  $\gamma$  ว่ามีค่าเท่ากับ 0 หรือหรือไม่  $\gamma$  ถ้ายอมรับสมมติฐานหลัก (null hypothesis) ว่าค่า  $\gamma$  มีค่าเท่ากับ 0 แสดงว่า  $X_t$  มีลักษณะเป็น nonstationary หรือมี unit root ดังนั้นสามารถเขียนสมมติฐานในการทดสอบได้ดังนี้

$$\begin{aligned} H_0 & : \gamma = 0 \\ H_1 & : |\gamma| < 1 \end{aligned}$$

จากการทดสอบสมมติฐานเปรียบเทียบค่า t-statistic ที่คำนวณได้กับค่าที่ในตาราง Dickey-Fuller tables (แสดงในภาคภาคผนวก ข.) ซึ่งค่า t-statistic ที่จะนำมาทำการทดสอบสมมติฐานในแต่ละรูปแบบนั้นจะต้องนำไปเปรียบเทียบกับตาราง Dickey-Fuller tables ที่ต่างกัน กล่าวคือใช้ค่า  $\tau$  ใช้สำหรับรูปแบบของสมการที่ (4.20) และ (4.23)  $\tau_\mu$  ใช้สำหรับรูปแบบของสมการที่ (4.20) และ (4.24) และ  $\tau_\gamma$  ใช้สำหรับรูปแบบของสมการที่ (4.22) และ (4.25) ถ้าสามารถปฏิเสธสมมติฐานได้แสดงว่าตัวแปรที่นำมาทดสอบเป็น Integrated of order 0 แทนได้ด้วย  $X_t \sim I(0)$  ถ้าต้องการทดสอบกรณีที่  $\gamma$  ร่วมกับ drift term หรือร่วมกับ time trend coefficient หรือทดสอบ  $\gamma$  ร่วมกับ drift term และ time trend coefficient ในขณะเดียวกัน สามารถทดสอบโดยใช้ค่า F-statistic ซึ่งเป็น joint hypothesis ( $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$  และ  $\Phi_3$ ) เป็นสถิติทดสอบทำการเปรียบเทียบกับค่า Dickey-Fuller Tables (Enders, 1995) ซึ่งในการทดสอบสมการที่ (4.21) และ (4.24) ทดสอบภายใต้สมมติฐานที่ว่า  $\gamma = \alpha_0 = 0$  จะใช้  $\Phi_1$  statistic

ขณะที่สมการที่ (4.22) และ (4.25) ทดสอบภายใต้สมมติฐาน  $\alpha_2 = \gamma = \alpha_0 = 0$  ใช้  $\Phi_2$  statistic สำหรับการทดสอบภายใต้สมมติฐาน  $\alpha_2 = \gamma = 0$  ใช้  $\Phi_3$  statistic ในการทดสอบ ซึ่งค่าสถิติดังกล่าวสามารถคำนวณได้ดังนี้

$$\Phi_i = \frac{(N-k)(SSR_R - SSR_{UR})}{r(SSR_{UR})}$$

โดยที่	$SSR_R$	=	the sum of square of residuals from the restricted model
	$SSR_{UR}$	=	the sum of square of residuals from the unrestricted model
	N	=	number of observations
	k	=	number of parameters estimated in the unrestricted model
	r	=	number of restrictions

กรณีที่ผลการทดสอบสมมติฐานพบว่า  $X_t$  มี unit root นั้นเราจะต้องนำค่า  $\Delta X_t$  มาทำ differencing ไปเรื่อยๆ จนสามารถปฏิเสธสมมติฐานที่ว่า  $X_t$  เป็น non-stationary process ได้ เพื่อทราบ order of integration (d) ว่าอยู่ในระดับใด ( $X_t \sim I(d); d > 0$ )

ถ้าหากพบว่าข้อมูลดังกล่าวเป็น non-stationary process และต้องการทราบว่ามีอันดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (order of integration) ที่มากกว่า 0 (ทดสอบว่า  $X_t \sim I(d)$ ) หรือไม่ จะทำการทดสอบดังรูปแบบสมการดังต่อไปนี้ (วิชิต ตั้งศักดิ์พร, 2540)

$$\Delta^{d+1} X_t = \alpha_0 + \alpha_2 t + (\rho - 1) \Delta^d X_{t-1} + \sum_{j=1}^p \lambda_j \Delta^{d+j} X_{t-j} + \varepsilon_t \quad (4.26)$$

เดิมที่ภายในหลังจากทราบค่า d (order of integration) แล้วเราจะต้องทำการ differencing ตัว แปร (เท่ากับ d+1 ครั้ง) ตามกระบวนการของ Box-Jenkin's method (1970) ก่อนที่จะนำตัวแปรดังกล่าวมาทำการถดถอย (regression) เพื่อหลีกเลี่ยงปัญหา spurious regression แม้ว่าวิธีนี้จะได้รับความนิยมใช้กันอย่างแพร่หลาย แต่การกระทำดังกล่าวจะทำให้แบบจำลองที่ได้จากการประมาณขาดข้อมูลในส่วนของการปรับตัวเพื่อเข้าสู่ดุลยภาพระยะยาว (loss of long-run economic information) ของตัวแปรต่างๆ (รังสรรค์ หทัยเสรี, 2535) และ (Hataiseree, 1996)

หลังจากนั้น ในปี 1987 Robert F. Engle และ Clive W. J. Granger ได้เสนอบทความทางวิชาการเรื่อง Cointegration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing ซึ่ง Cointegration and Error Correction เป็นเครื่องมือใหม่ที่ใช้กับข้อมูลอนุกรมเวลาในการหาดุลยภาพระยะยาวจากข้อมูล โดยไม่ต้องผ่านการทำ differencing

#### 4.2 Cointegration and Error Correction Mechanism

ขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนของการทดสอบตัวแปรต่างๆ ที่นำมาใช้ ว่ามีความสัมพันธ์ในระยะยาวตามที่ระบุไว้ในทฤษฎีหรือไม่ และพบว่าจะมีอยู่ 2 วิธีที่นิยมใช้ในการทดสอบตัวแปร คือ วิธีของ Johansen and Juselius (1990) และวิธี Two-step Approach ของ Engle-Granger (1987)

การทดสอบดุลยภาพระยะยาวนี้ วิธีของ Engle-Granger และวิธีของ Johansen-Juselius มีแนวการทดสอบที่แตกต่างกัน กล่าวคือตามกระบวนการของ Engle-Granger จะทำการทดสอบดุลยภาพระยะยาวจากค่า error term ว่า stationary หรือไม่ ขณะที่การทดสอบของ Johansen methodology จะพิจารณาจากค่า rank ของ  $\Pi$  (คูเพิ่มเติมในขั้นที่ 2 การประมาณแบบจำลอง และหาจำนวน Cointegrating Vectors) แม้ว่าวิธีการของ Engle-Granger จะเป็นที่นิยม แต่ยังมีความไม่เหมาะสมในกรณีที่ตัวแปรมากกว่า 2 ตัวเปรียบเทียบ (Gülen, 1996) คือ

วิธีของ Engle-Granger จะทำการระบุว่าตัวแปรใดเป็นตัวแปรตาม และตัวแปรใดเป็นตัวแปรอิสระซึ่งไม่สามารถแสดง multiple cointegrating vector ได้กรณีที่มีรูปแบบของความสัมพันธ์มากกว่า 1 รูปแบบ

แม้ว่าวิธี Johansen จะไม่ระบุว่า ตัวแปรใดเป็นตัวแปรอิสระ หรือตัวแปรใดเป็นตัวแปรตาม เรายังสามารถจะทดสอบว่าตัวแปรใดเป็นตัวแปรอิสระ ตัวแปรใดเป็นตัวแปรตามได้ตามวิธี Granger รวมทั้งพิจารณาให้สอดคล้องกับทฤษฎีและหลักการทางเศรษฐศาสตร์

ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงเลือกใช้ Johansen and Juselius (1990) ซึ่งมีพื้นฐานการวิเคราะห์บนรูปแบบของ vector autoregressive (VAR) model และเป็นกระบวนการทดสอบ cointegration ที่มีเป็นตัวแปรหลายตัว (Wolter, 1998) ในการทดสอบหาคุณภาพระยะยาวมีขั้นตอนการศึกษาดังนี้

### ขั้นที่ 1 ทดสอบหา order of integration และความยาวของ lag ของตัวแปร

เริ่มต้นจากการทดสอบหา Order of Integration ของตัวแปรทุกตัว และหากพบว่าตัวแปรแต่ละตัวมี order of integration ต่างกันด้วยวิธีของ Johansen จะไม่รวมตัวแปรเหล่านี้ไว้ด้วยกัน จากนั้นทำการทดสอบหาความยาวของ lag ของตัวแปร (lag length) ซึ่งมี 3 วิธีที่นิยมนำมาพิจารณาได้แก่ AIC: Akaike Information Criterion (Johnston and Dinardo, 1997) LR: Likelihood Ratio Test และ SBC: Schwartz Bayesian Criterion (Enders, 1995) สามารถคำนวณได้ดังต่อไปนี้

$$AIC = T * \text{Log} |\Sigma| + 2N \quad (4.27)$$

$$LR = (T - c)(\text{Log} |\Sigma_r| - \text{Log} |\Sigma_u|) \quad (4.28)$$

$$SBC = T * \text{Log} |\Sigma| + N * \text{Log}(T) \quad (4.29)$$

โดยที่  $T$  = number of observations

$c$  = number of parameters in the unrestricted system

$|\Sigma|$  = determinant of variance/covariance matrices of the residuals

$|\Sigma_r|$  = determinant of variance/covariance matrices of the restricted system

$|\Sigma_u|$  = determinant of variance/covariance matrices of the unrestricted system

$N$  = total number of parameters estimated in all equations

ทดสอบสมมุติฐานหลักโดยกำหนดจำนวน lagged term เท่ากับ  $r$  ในกรณีที่มีข้อจำกัดที่  $n$  เท่ากับจำนวน lagged term ทั้งหมดที่เป็นไปได้ (ซึ่งขึ้นอยู่กับลักษณะ และระยะเวลาของข้อมูลจากงานวิจัยแต่ละชิ้น) แล้วใช้การแจกแจงแบบ Chi-square ( $\chi^2$ ) ทดสอบสมมติฐานว่ามีจำนวน lagged

term เท่ากับ  $r$  โดยมีจำนวนระดับความเป็นอิสระเท่ากับจำนวนสัมประสิทธิ์ที่เป็นข้อจำกัด (coefficient restrictions) หรือไม่ ถ้าค่า  $\chi^2$  ที่คำนวณได้น้อยกว่าระดับ significance แสดงว่า ขอมรับ null hypothesis หรือทำการทดสอบโดยใช้ F-test ในแต่ละสมการก็จะได้ผลการทดสอบเช่นเดียวกับการทดสอบโดยใช้ Chi-square และหากพบว่าตัวแปรสามารถใช้ lagged term ได้หลายจำนวน ควรเลือกใช้เทอมที่ยาวที่สุด อย่างไรก็ตามเราควรคำนึงถึงระดับความเป็นอิสระด้วย เมื่อจากถ้า เราใช้จำนวน lagged term มากจนเกินความจำเป็นจะทำให้สูญเสียระดับความเป็นอิสระ (Enders, 1995) ส่งผลถึงค่าวิกฤติ (critical value) ทำให้การยอมรับหรือปฏิเสธสมมติฐานบิดเบือนไป ส่วนกรณีสมการที่เพิ่มตัวแปรหุ่น (dummy variables) เข้ามา จะทำให้ค่า  $c = np + 1 + \text{dummy variables}$  หมายถึงในแต่ละสมการจะมีตัวแปรทั้งหมดเท่ากับ จำนวน lagged term ( $p$ ) ของตัวแปร( $n$ ) รวมกับค่าคงที่และ ตัวแปรหุ่น

อย่างไรก็ดีความยาวของ lag length เป็นสิ่งแเปล่งได้นั้นขึ้นอยู่กับความเหมาะสม เนื่องจาก การเพิ่มหรือลดความยาวของ lag length อาจจะมีผลผลกระทบต่อเครื่องหมายของตัวแปรต่างๆ (เปลี่ยนจากเครื่องหมายบวก เป็นเครื่องหมายลบ หรือในทางกลับกันเปลี่ยนจากเครื่องหมายลบ เป็นเครื่องหมายบวก) ซึ่งส่งผลต่อการอธิบายความหลักการทดสอบภูมิทางเศรษฐศาสตร์

#### ขั้นที่ 2 ประมาณแบบจำลองและหาจำนวน cointegrating vector

รูปแบบของแบบจำลองซึ่งสามารถพิจารณาได้เป็น 5 รูปแบบ ดังนี้

รูปแบบที่ 1 VAR model ไม่ปราศทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลา

$$X_t = \sum_{i=1}^p A_i X_{t-i} + \varepsilon_t \quad (4.30)$$

$$\Delta X_t = \pi X_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \pi_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \quad (4.31)$$

รูปแบบที่ 2 VAR model ปราศจากเฉพาะค่าคงที่ใน cointegrating vector

$$\Delta X_t = \pi^* X_{t-1}^* + \sum_{i=1}^{p-1} \pi_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \quad (4.32)$$

$$\pi^* = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \dots & \pi_{1n} & a_{01} \\ \pi_{21} & \pi_{22} & \dots & \pi_{2n} & a_{02} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \pi_{n1} & \pi_{n2} & \dots & \pi_{nn} & a_{0n} \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

$$X_{t-1}^* = (X_{1t-1}, X_{2t-1}, \dots, X_{nt-1}, 1)' \quad (4.34)$$

รูปแบบที่ 3 ปรากฏเฉพาะค่าคงที่ใน VAR model

$$X_t = A_0 + \sum_{i=1}^P A_i X_{t-i} + \varepsilon_t \quad (4.35)$$

$$\text{ดังนั้น } \Delta X_t = A_0 + \pi X_{t-1} + \sum_{i=1}^{P-1} \pi_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \quad (4.36)$$

รูปแบบที่ 3 ปรากฏเฉพาะค่าคงที่ใน VAR model

$$\Delta X_t = A_0 + \pi^{**} X_{t-1}^{**} + \sum_{i=1}^{P-1} \pi_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \quad (4.39)$$

$$\pi^{**} = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \dots & \pi_{1n} & t_{01} \\ \pi_{21} & \pi_{22} & \dots & \pi_{2n} & t_{02} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \pi_{n1} & \pi_{n2} & \dots & \pi_{nn} & t_{0n} \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

$$\text{โดยที่ } X_{t-1}^{**} = (X_{1t-1}, X_{2t-1}, \dots, X_{nt-1}, T)'$$

### รูปแบบที่ 5 ปรากฏทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลาใน VAR model

$$\Delta X_t = A_0 + A_1 T + \pi X_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \pi_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \quad (4.41)$$

จากนั้นทำการคำนวณหาค่า characteristic roots ของ  $\pi$  Matrix ( $\lambda_{ij}$ ) ของแบบจำลองทั้ง 5 รูปแบบ (กรณีรูปแบบที่ 3 คือ  $\pi^*$  และกรณีรูปแบบที่ 4 คือ  $\pi^{**}$ ) สามารถได้จาก  $|\pi - \lambda I| = 0$  (Johnston and DiNardo, 1997) หรือ

$$\left| \lambda S_{11} - S_{10} S_{00}^{-1} S_{01} \right| = 0 \quad (4.42)$$

ขณะที่  $S_{00}, S_{01}, S_{10}, S_{11}$  คือ product moment metrics of the residuals โดย

$$S_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^T R_{it} R_{jt}'}{T} ; \quad i, j = 0, 1 \quad (4.43)$$

$R_{0t}$  คือ residuals จากการประมาณสมการ  $\Delta X_t = \sum_{i=1}^{p-1} \pi_i \Delta X_{t-i} + R_{0t}$

$R_{1t}$  คือ residuals จากการประมาณสมการ  $X_{t-1} = \sum_{i=1}^{p-1} \pi_i \Delta X_{t-i} + R_{1t}$

แล้วทำการทดสอบว่าแบบจำลองควรจะมีรูปแบบใดโดยกรณีของการทดสอบว่าแบบจำลองจะมี drift term หรือมีค่าคงที่ใน cointegrating vector นั้นทำการทดสอบ โดยตั้ง null hypothesis ( $H_0$ ) ว่าแบบจำลองมีค่าคงที่ใน cointegrating vector และพิจารณาผลจากค่าสถิติ

$$-T \sum_{i=r+1}^n \left[ \ln \left( 1 - \lambda_i^* \right) - \left( 1 - \lambda_i \right) \right] \quad (4.44)$$

โดยที่  $T = \text{number of observations}$

$n$	=	number of variables
$r$	=	rank of $\pi$
$\lambda_i^*$	=	characteristic roots of restricted model (model with intercept term in the cointegrating vector)
$\lambda_i$	=	characteristic roots of unrestricted model (model with drift term)

นำค่าสถิติที่คำนวณที่ได้ไปเปรียบเทียบกับค่าสถิติที่มีการแจกแจงแบบ  $\chi^2$  โดยมี degree of freedom เท่ากับ  $n-r$  หากค่าสถิติที่คำนวณได้มากกว่าค่าในตาราง  $\chi^2$  แสดงว่ารูปแบบของแบบจำลองจะไม่มีค่าคงที่ใน cointegrating vector แต่จะประกอบอยู่ในรูปแบบของ drift term

เมื่อทราบรูปแบบของแบบจำลองที่จะใช้แล้วให้คำนวณหาจำนวน cointegrating vector ซึ่งมีค่าเท่ากับ rank ( $r$ ) ของ  $\pi$  matrix โดยใช้ likelihood ratio test ประกอบด้วย eigenvalue trace statistic<sup>1</sup> ( $\lambda_{\text{trace}}$ ) และ maximal eigenvalue statistic<sup>2</sup> ( $\lambda_{\text{max}}$ ) ซึ่งมีวิธีการคำนวณดังต่อไปนี้

$$\lambda_{\text{trace}}(r) = -T \sum_{i=r+1}^n \ln \left( 1 - \hat{\lambda}_i \right) \quad (4.45)$$

$$\lambda_{\text{max}}(r, r+1) = -T \ln \left( 1 - \hat{\lambda}_{r+1} \right) \quad (4.46)$$

โดยที่	$T$	=	the number of usable observations
	$r$	=	rank of $\pi$
	$n$	=	number of variables
	$\hat{\lambda}_i$	=	the estimated value of characteristic roots (eigenvalues) obtained from the estimated $\pi$ matrix

วิธีการของ trace statistic จะเริ่มต้นจากการทำการทดสอบสมมุติฐานหลัก ( $H_0$ ) โดยเปรียบเทียบค่า  $\lambda_{\text{trace}}$  ที่คำนวณได้ ว่ามากกว่า Critical Value หรือไม่ เปรียบเทียบค่า Statistics ในตาราง

<sup>1</sup> Eigenvalue Trace Statistic = Trace Statistic = Trace Test

<sup>2</sup> Maximal Eigenvalue Statistic = Max. Statistic = Max. Test

distribution of  $\lambda_{\max}$  and  $\lambda_{\text{trace}}$  statistics (Enders, 1995) ถ้าค่าที่คำนวณได้มากกว่าก็จะปฏิเสธ  $H_0$  โดยเริ่มจาก  $H_0 : r = 0$  และ  $H_1 : r > 0$  ถ้าปฏิเสธ  $H_0$  ก็ทำการเพิ่มค่า  $r$  ในสมมติฐานครั้งละ 1 ไปเรื่อยๆ จนกระทั่งยอมรับ  $H_0$  ลักษณะการตั้งสมมติฐานแสดงได้ดังตาราง

ตารางที่ 4.1 แสดงการทดสอบสมมติฐานการหาจำนวน Cointegrating Vectors

Eigenvalue Trace Statistic		Maximal Eigenvalue Statistic	
Hypothesis Testing		Hypothesis Testing	
$H_0$	$H_1$	$H_0$	$H_1$
$r = 0$	$r \geq 0$	$r = 0$	$r = 1$
$r \leq 1$	$r \geq 1$	$r \leq 1$	$r = 2$
$r \leq 2$	$r \geq 2$	$r \leq 2$	$r = 3$
$r \leq 3$	$r \geq 3$	$r \leq 3$	$r = 4$
.	.	.	.
.	.	.	.

ที่มา : Walter Enders, 1995.

ค่า  $r$  ที่ได้ก็คือจำนวน cointegrating vector โดยสามารถพิจารณาได้ 3 กรณี คือ

- กรณี Full Rank หรือ  $r = n$  ที่มีลักษณะเป็น VAR ในระดับตัวแปรที่เป็น stationary (Clarida and Taylor, 1997) กล่าวคือ ตัวแปรทุกด้านใน  $X_t$  นั้นมีลักษณะเป็น stationary ( $X_t \sim I(0)$ )
- กรณีที่  $r = 0$  จะได้ว่า สมการที่นำมาทดสอบนั้นเป็น VAR in first difference คือตัวแปรที่นำมาทดสอบไม่ cointegrated กัน (there exists no linear combination of the elements of  $X_t$  that is stationary)
- กรณี  $0 < r < n$  แสดงว่ามีจำนวน cointegrating vectors เท่ากับ  $r$  (Enders, 1995) และ (Haug et al, 1999) เมื่อทราบว่าจำนวน cointegration relations ว่ามีค่าเท่ากับ  $r$  (จำนวน common trends เท่ากับ  $r$ ) เราจะทราบจำนวน common stochastic trends ว่ามีค่าเท่ากับ  $n-r$  เช่นกัน (Wolters, 1998) และ(Clarida and Taylor, 1997)

ขั้นที่ 3 การ normalized cointegrating vector(s) และ speed of adjustment coefficients  
การทำ normalized cointegrating vector(s) และ speed of adjustment coefficients เพื่อปรับ  
 $\beta$  และ  $\alpha$  ให้สอดคล้องกับรูปแบบสมการที่ต้องการ โดยที่

$$\pi = \alpha \beta' \quad (4.47)$$

โดยที่  $\pi^*$  ใช้กับรูปแบบที่ 2 และ  $\pi^{**}$  ใช้กับรูปแบบที่ 4  
 $\beta'$  = the  $(n \times r)$  matrix of cointegrating parameters  
 $\alpha$  = the  $(n \times r)$  matrix of speed of adjustment parameters in  $\Delta X_t$

หากค่า rank ที่ได้จาก ขั้นที่ 2 มีค่า  $1 < r < n$  จะต้องพิจารณาเลือก cointegrating vector ที่เหมาะสมก่อนทำการ normalized จากนั้นจึงทดสอบความถูกต้องของสมการว่าควรจะมีค่าคงที่และเครื่องหมายของสัมประสิทธิ์ตรงตามทฤษฎีหรือไม่ ทดสอบโดย  $\chi^2$  ซึ่งมีค่า degree of freedom เท่ากับจำนวนชื่อจำกัดในการทดสอบ โดยเริ่มทดสอบจากค่าคงที่ก่อนแล้วจึงทดสอบสัมประสิทธิ์ของตัวแปรอื่นๆ จนครบทุกตัว โดย cointegrating vectors จะมีคุณสมบัติในการปรับค่าข้อมูลที่เป็น non-stationary process ให้เป็น stationary process เมื่ออัญญิณรูปแบบของ linear combination  $\beta' X_t \sim I(0)$ ;  $X_t \sim I(1)$  (Charemza and Deadman, 1992) แต่ในกรณีทั่วไป ถ้า  $X_t \sim I(d)$  และ  $X_t$  cointegrated of order d และ b ( $X_t \sim CI(d, b)$ ) จะมี linear combination ของตัวแปร ที่ทำให้  $\beta' X_t \sim I(d-b)$  โดยที่  $d \geq b > 0$  เมื่อ  $\beta$  คือ cointegrating vector

ทำการ normalized โดยสมมติว่ามี lag length เท่ากับ 1 และ rank = 1 จะได้รูปแบบดังนี้

$$\Delta X_t = \pi_{11} X_{1,t-1} + \pi_{12} X_{2,t-1} + \dots + \pi_{1n} X_{n,t-1} + \varepsilon_{1t} \quad (4.48)$$

ถ้าทำการ normalized โดยค่านึงถึงตัวแปร  $X_{1,t-1}$  จะได้ว่า

$$\alpha_1 = \pi_{11} \text{ และ } \beta_{ij} = \frac{\pi_{ij}}{\pi_{11}} \quad (4.49)$$

$$\Delta X_{1t} = \alpha_1 (x_{1t-1} + \beta_{12} x_{2t-1} + \dots + \beta_{1n} x_{nt-1}) + \varepsilon_{1t} \quad (4.50)$$

จะนั่น  $X_{1t-1} + \beta_{12} X_{2t-1} + \dots + \beta_{1n} X_{nt-1} = 0$  คือ long-run relationship

$\beta = (1 \ \beta_{12} \ \dots \ \beta_{1n})$  คือ cointegrating vector

$\alpha_1$  คือ speed of adjustment coefficient

ค่าความเร็วในการปรับตัว หรือ speed of adjustment coefficient นั้น มีค่าอยู่ระหว่าง 0 และ -2 (Maddala and In-Moo, 1998) แต่มีการศึกษาแบบจำลองเศรษฐกิจภาคของ Federal Reserve Bank of St. Louis เรื่อง A Vector Error-Correction Forecasting Model of the U.S. Economy ได้ทำการศึกษาโดยอาชัยวิชัย Joahansen Methodology พบร่วมกันว่าผลของค่า speed of adjustment นั้นไม่ได้อยู่ในช่วงดังที่กล่าวมา โดยบางส่วนนั้นมีค่าติดลบที่มากกว่า -2 และบางส่วนก็พบร่วมกับความสามารถเป็นค่าที่มากกว่าสูงมาก (Hoffman and Rasche, 1997)

#### ข้อที่ 4 ตรวจสอบสมการ

พิจารณา error correction model โดยใช้วิธี causality tests และให้เหตุผลทางเศรษฐศาสตร์ ตัวแปรใดเป็นตัวแปรตาม ตัวแปรใดเป็นตัวแปรอิสระ ซึ่งรูปแบบของสมการ error correction model จากสมการที่ (4.15), (4.16), (4.20), (4.23) และ (4.25) คือ

$$\Delta X_t = \pi X_{t-1} + \sum_{i=1}^{P-1} \pi_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \quad (4.51)$$

$$\Delta X_t = \pi^* X_{t-1}^* + \sum_{i=1}^{P-1} \pi_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \quad (4.52)$$

$$\Delta X_t = A_0 + \pi X_{t-1} + \sum_{i=1}^{P-1} \pi_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \quad (4.53)$$

$$\Delta X_t = A_0 + \pi^{**} X_{t-1}^{**} + \sum_{i=1}^{P-1} \pi_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \quad (4.54)$$

$$\Delta X_t = A_0 + A_1 T + \pi X_{t-1} + \sum_{i=1}^{P-1} \pi_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \quad (4.55)$$

### ขั้นที่ 5 ทดสอบความสามารถในการอธิบายของแบบจำลอง

ทำการ simulation แบบจำลองและทดสอบความสามารถในการอธิบายของแบบจำลอง โดยพิจารณาจากค่า root mean squared error, mean absolute error, mean absolute percentage error และค่า theil's inequality coefficient ซึ่งประกอบด้วย bias proportion, variance proportion และ covariance proportion โดยมีสูตรในการคำนวณ (โปรแกรมสำเร็จรูป Eviews, 1994-1998) ดังนี้

$$\text{root mean squared error} = \sqrt{\frac{1}{h+1} \sum_{t=s}^{s+h} (\hat{y}_t - y_t)^2}$$

$$\text{mean absolute error} = \frac{1}{h+1} \sum_{t=s}^{s+h} |\hat{y}_t - y_t|$$

$$\text{mean absolute percentage error} = \frac{1}{h+1} \sum_{t=s}^{s+h} \left| \frac{\hat{y}_t - y_t}{y_t} \right|$$

$$\text{Theil's inequality coefficient} = \sqrt{\frac{\frac{1}{h+1} \sum_{t=s}^{s+h} (\hat{y}_t - y_t)^2}{\sqrt{\frac{1}{h+1} \sum_{t=s}^{s+h} (\hat{y}_t)^2} + \sqrt{\frac{1}{h+1} \sum_{t=s}^{s+h} (y_t)^2}}}$$

$$\text{bias proportion} = \frac{\left( \hat{y} - y \right)^2}{\sum (\hat{y}_t - y_t)^2 / h}$$

$$\text{variance proportion} = \frac{\left( S_{\hat{y}} - S_y \right)^2}{\sum (\hat{y}_t - y_t)^2 / h}$$

$$\text{covariance proportion} = \frac{2(1-r)S_{\hat{y}}S_y}{\sum (\hat{y}_t - y_t)^2 / h}$$

โดยที่  $\hat{y}$  = forecasted value

$y$  = actual value

$\bar{y}$  = means of  $\hat{y}$

$\bar{y}$  = means of  $y$

$S_{\hat{y}}$  = standard deviations of  $\hat{y}$

$S_y$  = standard deviations of  $y$

$r$  = correlation between  $\hat{y}$  and  $y$

ตัว forecast sample คือ  $t = S, S+1, \dots, S+h$