ชื่อเรื่องการค้นคว้าแบบอิสระเชิงวิทยานิพนธ์ คำตอบของสมการ $A^k + B^k = C^k$ ในเมตริกซ์จำนวนเต็ม

ชื่อผู้เขียน นายปริญญา ธรเสนา

วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการสอนคณิตศาสตร์

คณะกรรมการตรวจสอบการค้นคว้าแบบอิสระเชิงวิทยานิพนธ์

ผศ. มัลลิกา	ศรีกมล	ประธานกรรมการ
ผศ. สมคิด	สกุลวัฒนะ	กรรมการ
ผศ. กรรณิกา	เกียนวัฒนา	กรรมการ

บทคัดย่อ

จุดมุ่งหมายของการค้นคว้าแบบอิสระเชิงวิทยานิพนธ์ เพื่อหาเงื่อนไขที่ทำให้เมตริกซ์ $A, B, C \in M_n(Z)$ ซึ่ง $A^k + B^k = C^k$ เมื่อ $n, k \in Z^+$ จากการศึกษา [11] , [12] และ [13] ได้พบว่าเงื่อนไขที่ทำให้ A, B, C สอดคล้องกับสมการดังกล่าวมีดังนี้

1. เมื่อกำหนด $n = k$ โดยที่ n, k เป็นจำนวนคู่บวก จะได้ว่ามีเมตริกซ์นอนซิงกูลาร์ $A, B, C \in M_n(Z)$ ซึ่ง $A^k + B^k = C^k$

2. เมื่อกำหนด k เป็นจำนวนคี่บวก และ $n \geq k$ หรือ n เป็นจำนวนคู่ จะได้ว่ามีเมตริกซ์นอนซิงกูลาร์ $A, B, C \in M_n(Z)$ ซึ่ง $A^k + B^k = C^k$

3. เมื่อกำหนดจำนวนเต็ม $p \geq 2$ และ a เป็นจำนวนเต็มเชิงพีชคณิตอันดับ 2 ถ้ามี $b, c \in Q(a) - \{0\}$ ซึ่ง $a^p + b^p = c^p$ แล้วได้ว่ามีเมตริกซ์นอนซิงกูลาร์ $A, B, C \in M_2(Z)$ ซึ่ง $A^k + B^k = C^k$

สำหรับการค้นคว้านี้ได้ผลสรุปที่สำคัญคือ

1. เมื่อกำหนดจำนวนเต็ม $p \geq 2$ และ a เป็นจำนวนเต็มเชิงพีชคณิตอันดับ 3 ถ้ามี $b, c \in Q(a) - \{0\}$ ซึ่ง $a^p + b^p = c^p$ แล้วจะได้ว่ามีเมตริกซ์นอนซิงกูลาร์ $A, B, C \in M_n(Z)$ ซึ่ง $A^p + B^p = C^p$ ทุกจำนวนเต็มบวก $n \neq 1$

2. เมื่อกำหนด n, k เป็นจำนวนเต็มบวก โดยที่ $n \neq 1$ และ $T_n(Z)$ เป็นเซตของเมตริกซ์ซิงกูลาร์ขนาด $n x n$ ที่เป็นเมตริกซ์จำนวนเต็มและมีคุณสมบัติเป็นเมตริกซ์ไอเดมโพเทนท์ จะได้ว่ามีเมตริกซ์ซิงกูลาร์ $A, B, C \in T_n(Z)$ ซึ่ง $A^k + B^k = C^k$.

Research Title	Solutions of $A^k + B^k = C^k$ in Integral Matrices
Author	Mr. Prarinya Tarasena
M.S.	Teaching Mathematics
Examining Committee	Assist Prof. Mullika Srikamol Chairman
	Assist Prof. Somkid Sakulwatana Member
	Assist Prof. Gunniga Keanvatana Member

Abstract

The purpose of this independent study is to find the conditions that matrices A, B, $C \in M_n(Z)$ satisfy the equation $A^k + B^k = C^k$ when $n, k \in Z^+$. In [11], [12] and [13] the following conditions had been proved,

1. If $n = k$ and n, k are positive even integers then there exist nonsingular matrices A, B, $C \in M_n(Z)$ satisfying the equation $A^k + B^k = C^k$

2. If k is a positive odd integer and $n \geq k$ or n is a positive even integer then there exist nonsingular matrices A, B, $C \in M_n(Z)$ satisfying the equation $A^k + B^k = C^k$

3. Let a positive integer $p \geq 2$ and a be an algebraic integer of degree 2. If $b, c \in Q(a) - \{0\}$ such that $a^p + b^p = c^p$ then there exist nonsingular matrices $A, B, C \in M_2(Z)$ satisfying equation $A^p + B^p = C^p$.

And the main results of this study are

1. Let positive integer $p \geq 2$ and a be an algebraic integer of degree 3. If $b, c \in Q(a) - \{0\}$, such that $a^p + b^p = c^p$ then there exist nonsingular matrices $A, B, C \in M_n(Z)$, satisfying equation $A^p + B^p = C^p$, for all positive integer $n \neq 1$.

2. If n, k are positive integers such that $n \neq 1$ and $T_n(Z)$ is a set of singular integral matrices of order nxn which are idempotent then there exist singular matrices $A, B, C \in T_n(Z)$ satisfying the equation $A^k + B^k = C^k$.