ชื่อเรื่องการค้นคว้าแบบอิสระเชิงวิทยานิพนธ์ กรุ๊ปฟังก์ชันถอดแบบร่วมกลุ่มของกรุ๊ปวัฏจักร และกรุ๊ปการหมุนรูป

ชื่อผู้เขียน นายวีระชัย เจริญจิตติชัย

วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการสอนคณิตศาสตร์

คณะกรรมการตรวจสอบการค้นคว้าแบบอิสระเชิงวิทยานิพนธ์

ผศ.มัลลิกา ศรีกมล ประธานกรรมการ

ผศ.กรรณิกา เกียนวัฒนา กรรมการ

อ.นฤมล ศรชัยยืน กรรมการ

บทคัดย่อ

จุดประสงค์ของการค้นคว้าแบบอิสระเชิงวิทยานิพนธ์นี้ เป็นการศึกษาโครงสร้างของกรุ๊ปฟังก์ชันถอดแบบร่วมกลุ่มของกรุ๊ปวัฏจักร และกรุ๊ปการหมุนรูป สำหรับกรุ๊ปวัฏจักร C_n ที่มีอันดับ n และมี x เป็นตัวกำเนิด จากการศึกษาพบว่า

1. $Aut(C_n) \cong Z_n^*$ เมื่อ $Z_n^* = \{i \in I / 1 \leq i < n, (i, n) = 1\}$
2. สำหรับจำนวนเต็มบวก m, n ซึ่ง $(m, n) = 1$,

$$Aut(C_{mn}) \cong Aut(C_m) \times Aut(C_n)$$

สำหรับกรุ๊ปการหมุนรูป D_n ที่มีอันดับ $2n$ เราได้คุณสมบัติดังต่อไปนี้

1. $Aut(D_2) \cong D_3$
2. สำหรับจำนวนเต็ม n, i, j ซึ่ง $n \geq 3$, $1 \leq i < n$

และ $0 \leq j < n$ เรานิยาม ${}_i\alpha_j : D_n \to D_n$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

โดย $_i\alpha_j\,(x^a y^b) = \begin{cases} x^{ai} & \text{ถ้า } b = 0 \\ x^{ai} y x^j & \text{ถ้า } b = 1 \end{cases}$

จะได้ว่า $_i\alpha_j \in \mathrm{Aut}(D_n)$ ก็ต่อเมื่อ $(i, n) = 1$

3. สำหรับจำนวนเต็มบวก n, $n \geq 2$

$\mathrm{Aut}(D_n)$ เป็นกรุปที่ไม่มีคุณสมบัติสลับที่

4. สำหรับจำนวนเต็มบวก n , $n \geq 3$,

$\left|\mathrm{Aut}(D_n)\right| = n\phi(n)$ และ

$\mathrm{Aut}(D_n) \cong C_n \rtimes Z_n^*$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

Research Title Automorphism Groups of Cyclic Group and Dihedral Group

Author Weerachai Charoenjittichai

M.S. Teaching Mathematics

Examining Committee Assist.Prof.Mullika Srikamol Chairman
Assist.Prof.Gunniga Keanvattana Member
Lecturer Narumon Sornchaiyeun Member

Abstract

The purpose of this independent study is to find structures of automorphism groups of cyclic groups and dihedral groups. For a cyclic group C_n with order n and generator x, the study shows that

1. $Aut(C_n) \cong Z_n^*$, when

$$Z_n^* = \{i \in I / 1 \leq i < n, (i, n) = 1\}$$

2. for positive integers m, n such that $(m, n) = 1$,

$$Aut(C_{mn}) \cong Aut(C_m) \times Aut(C_n).$$

For a dihedral group D_n with order 2n we have the following properties

1. $Aut(D_2) \cong D_3$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

2. for integers n, i, j such that $n \geq 3$, $1 \leq i < n$ and $0 \leq j < n$ we define ${}_i\alpha_j : D_n \to D_n$ by

$${}_i\alpha_j(x^a y^b) = \begin{cases} x^{ai} & \text{if } b = 0 \\ x^{ai} y x^j & \text{if } b = 1 \end{cases}$$

then ${}_i\alpha_j \in \mathrm{Aut}(D_n)$ if and only if $(i, n) = 1$

3. for positive integer n, $n \geq 2$, $\mathrm{Aut}(D_n)$ is a nonabelian group

4. for positive integer n, $n \geq 3$

$$\left|\mathrm{Aut}(D_n)\right| = n\,\phi(n) \quad \text{and}$$

$$\mathrm{Aut}(D_n) \cong C_n \rtimes Z_n^*$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

สัญลักษณ์และความหมายที่ใช้ในงานค้นคว้าแบบอิสระเชิงวิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีดังนี้

สัญลักษณ์	ความหมาย
$a \in A$	a เป็นสมาชิกของ A
$a \notin A$	a ไม่เป็นสมาชิกของ A
$A \subseteq B$	A เป็นเซตย่อยของ B
$A \cap B$	A อินเตอร์เซก B
$\emptyset$	เซตว่าง
I	เซตของจำนวนเต็ม
I^+	เซตของจำนวนเต็มบวก
$f : A \dashrightarrow B$	f เป็นฟังก์ชันจาก A ไปยัง B
$f : A \xrightarrow[\text{onto}]{1\text{-}1} B$	f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปบน B
f o g , fg	f คอมโพสิท g
$b \mid a$	b หาร a ลงตัว
$b \nmid a$	b หาร a ไม่ลงตัว
$\equiv$	คอนกรูเอนซ์
$\not\equiv$	ไม่คอนกรูเอนซ์
$\emptyset(n)$	ออยเลอร์ไฟน์ฟังก์ชันของ n
HK	ผลคูณภายในของเซต H และ K
H x K	ผลคูณโดยตรงของ H โดย K
H ⋊ K	กึ่งผลคูณโดยตรงของ H โดย K

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

สัญลักษณ์	ความหมาย
$H \cong K$	H ถอดแบบกับ K
$H \ncong K$	H ไม่ถอดแบบกับ K
$H \leq G$	H เป็นกรุ๊ปย่อยของ G
$H \trianglelefteq G$	H เป็นกรุ๊ปย่อยแบบนอร์มัลของ G
$H \ntrianglelefteq G$	H ไม่เป็นกรุ๊ปย่อยแบบนอร์มัลของ G
$\|G\|$	อันดับของ G
$Aut(G)$	กรุ๊ปฟังก์ชันถอดแบบร่วมกลุ่มของ G
C_n	กรุ๊ปวัฏจักร อันดับ n
D_n	กรุ๊ปการหมุนรูป อันดับ 2n,
e_n	สมาชิกเอกลักษณ์ของ C_n
G/N	กรุ๊ปเศษส่วนของ G โดย N
$Ker(f)$	เคอเนิลของ f
e	สมาชิกเอกลักษณ์ของกรุ๊ป
a^{-1}	สมาชิกตรงข้ามของ a

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved