บทที่ 2
กรอบแนวคิดทางทฤษฎีและเอกสารที่เกี่ยวข้อง

2.1 กรอบแนวคิดทางทฤษฎี

บทนี้จะกล่าวถึงกรอบแนวคิดทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง คือ ทฤษฎีที่เกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างเงินทุนเคลื่อนย้ายระหว่างประเทศกับอัตราแลกเปลี่ยน ได้แก่ ทฤษฎีความเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ แนวคิดเกี่ยวกับการเคลื่อนย้ายเงินทุนระหว่างประเทศ และทฤษฎีทางเศรษฐมิติในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ การทดสอบ Unit root การทดสอบแบบจำลอง Vector Autoregression โดยมีรายละเอียดดังนี้

2.1.1 ทฤษฎีความเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ

ทฤษฎีความเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจมีกรอบความคิดที่ว่า กระบวนการผลิตสินค้าชนิดใดชนิดหนึ่งนั้น จำเป็นต้องอาศัยปัจจัยการผลิตหลัก 2 ประการ อันได้แก่ แรงงานและปัจจัยทุนที่ใช้ในกระบวนการผลิต ซึ่งจากแนวคิดพื้นฐานที่ว่าหากสมมุติให้แรงงานมีจำนวนคงที่ผลผลิตก็ยังคงสามารถเพิ่มสูงขึ้นได้ เหตุผลประการหนึ่งคือ การสะสมทุนนั้นเป็นปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นตลอดเวลา การที่สินค้าประเภททุนเพิ่มขึ้นทำให้อัตราส่วนระหว่างทุนและแรงงานสูงขึ้นไปด้วย อัตราส่วนนี้นักเศรษฐศาสตร์เรียกว่า “Capital-labour ratio” ซึ่งหากสัดส่วนดังกล่าวเพิ่มสูงขึ้นก็หมายความว่าคนงานแต่ละคนทำงานโดยใช้ทุนมากขึ้น ซึ่งผลผลิตที่ได้รับก็ควรจะเพิ่มสูงขึ้นด้วย ซึ่งทำให้นักเศรษฐศาสตร์มีความเชื่อมั่นว่าความเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจจะเกิดขึ้นได้จากการสะสมทุน

ทฤษฎีความเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจจึงยอมรับในสมมุติฐานที่ว่า ถ้าต้องการให้ระบบเศรษฐกิจของประเทศมีการเจริญเติบโตเพิ่มขึ้น ก็จะต้องกระตุ้นให้มีการสะสมทุนมากขึ้น ซึ่งในระบบเศรษฐกิจแบบปิดนั้น หากระบบเศรษฐกิจมีการจ้างงานเต็มที่แล้ว การเพิ่มปัจจัยทุนในกระบวนการผลิตจะเกิดขึ้นได้เมื่อประชาชนมีการออม การออมดังกล่าวจะแปลงสภาพให้กลายเป็นการสะสมทุน ในที่สุด เนื่องจากช่วงเวลาหนึ่งๆนั้น รายได้หรือผลผลิตจะต้องเพิ่มสูงขึ้นในระดับหนึ่ง ซึ่งในที่นี้จะแทนด้วยสัญลักษณ์ ΔY และการเพิ่มขึ้นของรายได้ในช่วงเวลาดังกล่าวนั้นจะต้องมีค่าเท่ากับการเพิ่มขึ้นของปริมาณทุน (ΔK) คูณด้วยค่าประสิทธิภาพในการผลิตของทุนที่เพิ่ม 1หน่วย ($\Delta Y/\Delta K$) ซึ่งจะได้สมการดังต่อไปนี้

$$\Delta Y = \Delta K * \Delta Y/\Delta K \qquad (1)$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

เมื่อนำสมการที่ (1) หารด้วย Y ตลอดจะได้

$$\Delta Y/Y = \Delta K/Y * \Delta Y/\Delta K \qquad (2)$$

เพื่อให้สมการดูง่ายขึ้นจะใช้สัญลักษณ์ G_Y แทนค่า $\Delta Y/Y$ และเนื่องจากค่า ΔK มีความหมายเท่ากับการลงทุน (I) จึงสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$G_Y = I / Y * \Delta Y/\Delta K \qquad (3)$$

จุดที่สำคัญที่จะทำให้เกิดความเจริญเติบโตอย่างสมดุล (Balanced growth) ก็คือ การที่ระบบเศรษฐกิจจะต้องมรการขยายตัวอย่างมีเสถียรภาพ โยที่การออม (S) จะต้องเท่ากับการลงทุน (I) เพราะฉะนั้นค่า I / Y จึงต้องเท่ากับ S / Y อย่างไรก็ดี ค่า S / Y นั้นมักจะเขียนกันสั้นๆ โดยใช้ตัว s ซึ่งค่าดังกล่าวจะหมายถึงค่าการออมเฉลี่ยต่อรายได้ต่อหน่วย

อย่างไรก็ตาม ผลผลิตในระบบเศรษฐกิจจะต้องเพิ่มสูงขึ้น ถ้าประสิทธิภาพในการผลิต (Productivity) ของปัจจัยทุนที่มีอยู่เพิ่มสูงขึ้น ซึ่งในการวัดประสิทธิภาพในการผลิตต่อหน่วยของทุนมักจะใช้ค่า capital – output ratio โดยที่ค่าดังกล่าว ก็คือส่วนกลับของประสิทธิภาพในการผลิต (Productivity) ต่อหน่วยของปัจจัยทุนนั่นเอง ซึ่งนักเศรษฐศาสตร์นิยม ใช้สัญลักษณ์ v แทนค่า capital – output ratio ดังนั้นจึงแทนค่า $\Delta Y/\Delta K$ ในสมการที่ (3) ด้วยค่า 1 / v และแทนค่า I / Y ด้วยค่า s ดังนี้

$$G_Y = s * 1 / v \qquad (4)$$

หรือ

$$G_Y = s / v \qquad (5)$$

ดังนั้นจึงจะเห็นได้ว่าการลงทุนทั้งจากภายในประเทศและการลงทุนจากต่างประเทศได้กลายมาเป็นความสำคัยต่อการขยายตัวของระบบเศรษฐกิจของประเทศ เนื่องจากการลงทุนในทั้ง 2 ลักษณะดังกล่าวจะแปรสภาพไปเป็นปัจจัยทุนในกระบวนการผลิต ซึ่งจะส่งผลให้สัดส่วนของ Capital-labour ratio เพิ่มสูงขึ้น จึงเสมือนเป็นการเพิ่มประสิทธิภาพของปัจจัยทุนในกระบวนการผลิตให้สูงขึ้นซึ่งจะสามารถทำให้มูลค่าผลผลิตเพิ่มสูงขึ้นได้ในอีกระดับหนึ่ง

แนวคิดที่สำคัญของการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ สามารถสรุปได้ดังนี้ (รัตนา สายคณิต, 2542)

1) ทฤษฎีความเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของสำนักคลาสสิก

ทฤษฎีความเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของนักเศรษฐศาสตร์สำนักคลาสสิกเน้นความสำคัญของการสะสมทุนต่อความเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ แต่ความเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจจะดำเนินไป

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ได้ถึงระดับหนึ่งก็ต้องยุติลง เข้าสู่สภาวะความเจริญเติบโตที่หยุดนิ่ง และความเจริญก้าวหน้าทางเทคโนโลยีมีส่วนช่วยให้เศรษฐกิจเคลื่อนเข้าสู่สภาวะหยุดนิ่งช้าลงเท่านั้น แต่ในที่สุด ความเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจก็จะต้องหยุดนิ่ง โดยในระยะยาวประชากรหรือแรงงานจะมีรายได้หรือค่าจ้างขั้นต่ำที่เพียงพอต่อการยังชีพเท่านั้น หรือระบบเศรษฐกิจทุนนิยมต้องล่มสลาย ซึ่งไม่สอดคล้องกับสภาพการณ์ที่เกิดขึ้นจริงในประเทศสหรัฐอเมริกา และอีกหลายประเทศในทวีปยุโรป ที่ในประเทศเหล่านั้น ความเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจดำเนินไปอย่างต่อเนื่อง

2) ทฤษฎีความเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของฮาร์รอด – โดมาร์

ทฤษฎีของฮาร์รอด อาศัยแนวคิดของเคนส์เป็นพื้นฐานโดยเฉพาะอย่างยิ่ง แนวคิดเกี่ยวกับการออม แนวคิดเกี่ยวกับการลงทุน และแนวคิดเกี่ยวกับการกำหนดระดับรายได้ประชาชาติดุลยภาพ แต่มิได้นำรายจ่ายของภาครัฐบาลและการค้าต่างประเทศเข้ามาวิเคราะห์ด้วย ถือได้ว่าเป็นการวิเคราะห์สำหรับระบบเศรษฐกิจแบบปิด และไม่มีการแบ่งแยกออกเป็นภาคเอกชนกับภาครัฐบาล ดังนั้นระดับรายได้ประชาชาติดุลยภาพคือระดับรายได้ที่ทำให้การลงทุนที่ตั้งใจเท่ากับการออม ตามแนวคิดของฮาร์รอด อัตราการเจริญเติบโตของรายได้ที่เกิดขึ้นจริง (G) แตกต่างจากอัตราความเจริญเติบโตของรายได้ที่เป็นที่ต้องการ (G_w) แต่ถ้าหากอัตราความเจริญของรายได้ทั้งสองประเภทเติบโตในอัตราเดียวกันแล้ว การเติบโตของรายได้จะมีเสถียรภาพ ระบบเศรษฐกิจไม่ประสบปัญหาเศรษฐกิจตกต่ำหรือปัญหาเงินเฟ้อ ฮาร์รอดได้พิจารณาต่อไปว่า อัตราความเจริญเติบโตของรายได้ไม่สามารถสูงเกินอัตราหนึ่งซึ่งเป็นอัตราสูงสุดได้ เรียกอัตราสูงสุดนี้ว่า อัตราความเจริญเติบโตตามธรรมชาติ (the natural growth rate : G_N) และหมายถึงความเจริญเติบโตของรายได้ที่สูงที่สุดที่ทำให้ระบบเศรษฐกิจมีการจ้างงานเต็มที่ ทฤษฎีความเจริญเติบโตของฮาร์รอดได้รับการวิพากษ์วิจารณ์ในหลายๆประเด็น อาทิ ฟังก์ชันการออม และฟังก์ชันการลงทุนที่นำมาใช้นั้นเป็นฟังก์ชันที่ง่ายเกินไป และการลงทุนที่ตั้งใจที่อาร์รอดให้ความสำคัญต่อความเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจนั้นเป็นการลงทุนโดยการจูงใจ เท่านั้น แต่มิได้มีการพิจารณาการลงทุนอิสระ ซึ่งไม่มีความสัมพันธ์กับการเปลี่ยนแปลงของระดับรายได้ รวมถึงการละเลยเรื่องการค้าและการลงทุนจากต่างประเทศ

ทฤษฎีของโดมาร์ โดมาร์วิเคราะห์หาอัตราการลงทุนที่ทำให้ระบบเศรษฐกิจเติบโตไปโดยยังคงรักษาระดับการจ้างงานเต็มที่ไว้ได้ โดยพิจารณาบทบาทสองประการของการลงทุน ได้แก่ การลงทุนที่ก่อให้เกิดรายได้ ซึ่งเป็นไปตามแนวคิดของเคนส์ คือ การเพิ่มขึ้นของการลงทุนจะทำให้รายได้ประชาชาติเปลี่ยนแปลงไปเป็นทวีคูณ หรือเท่ากับปริมาณการลงทุนที่เพิ่มขึ้นคูณด้วยตัวทวีของการลงทุน และเมื่อรายได้ประชาชาติเปลี่ยนแปลงย่อมทำให้รายจ่ายประชาชาติเปลี่ยนแปลงด้วย ประการที่สองคือ การลงทุนที่ก่อให้เกิดการขยายตัวของสมรรถภาพการผลิต การลงทุน(สุทธิ)

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ในงวดเวลาใด จะทำให้ปริมาณทุนของประเทศสูงขึ้น ประเทศที่มีสมรรถภาพในการผลิตสูงขึ้นจะทำให้สมารถผลิตผลผลิตประชาชาติได้เพิ่มขึ้น ดังนั้นอัตราการเติบโตของรายได้ประชาชาติในแต่ละงวดเวลา จึงเท่ากับ อัตราการเติบโตของการลงทุนนั้นเอง

เมื่อเปรียบเทียบแนวคิดของโดมาร์กับแนวคิดของฮาร์รอดจะพบว่ามีส่วนที่คล้ายกัน จึงนิยมเรียกชื่อทฤษฎีของโดมาร์และฮาร์รอด รวมๆกัน ว่า ทฤษฎีความเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของฮาร์รอด – โดมาร์ จุดอ่อนของทฤษฎีที่สำคัญคือ ให้ความสำคัญของการลงทุนต่อความเจริญเติบโตของระบบเศรษฐกิจโดยมองข้ามความสำคัญของปัจจัยอื่นในกระบวนการผลิต เช่น ความสำคัญของกำลังแรงงาน การใช้ปัจจัยการผลิตร่วมกัน หรือ การทดแทนกันระหว่างปริมาณทุนกับแรงงาน

3) ทฤษฎีความเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของโซโล

โซโล ได้ปรับปรุงทฤษฎีความเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของฮาร์รอด – โดมาร์ โดยเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างการลงทุนกับการออม และการเพิ่มขึ้นของประชากร และวิเคราะห์โดยอาศัยฟังก์ชันที่สำคัญ ได้แก่ ฟังก์ชันการผลิตเฉลี่ย และฟังก์ชันการออมเฉลี่ย อาศัยแนวคิดเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างการลงทุนกับการออม ความสัมพันธ์ของค่าเสื่อมราคาและอัตราการเพิ่มของประชากรที่มีต่อการลงทุน ความสัมพันธ์ระหว่างการออมกับการเติบโตของอัตราส่วนของทุนต่อแรงงาน และแนวคิดเกี่ยวกับสภาวะความเจริญเติบโตที่ทรงตัว (steady – state growth) มีสาระสำคัญโดยสรุปคือ การเพิ่มขึ้นของอัตราส่วนของทุนต่อแรงงาน ทีละหน่วย จะทำให้ได้ผลิตภัณฑ์ที่แท้จริงเฉลี่ยเพิ่มขึ้น แต่เพิ่มขึ้นในอัตราที่ลดลง เนื่องจากผลิตภาพของทุนหน่วยสุดท้ายมีค่าลดลง เมื่อเพิ่มปริมาณทุนขึ้นเรื่อยๆทีละหน่วย โดยให้ปัจจัยการผลิตอื่นๆ คงที่ ความเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของประเทศต่างๆ ไม่ว่าในตอนเริ่มแรก ประเทศจะมีอัตราส่วนของทุนต่อแรงงานเท่าใดก็ตาม ในที่สุดแล้ว เศรษฐกิจจะขับเคลื่อนเข้าสู่สภาวะความเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจที่ทรงตัว โดยในระยะยาวอัตราความเจริญเติบโตของผลิตภัณฑ์ที่แท้จริง และอัตราการเติบโตของปริมาณทุนจะเท่ากับอัตราการเพิ่มขึ้นของประชากร

2.1.2 แนวคิดเกี่ยวกับการเคลื่อนย้ายเงินทุนระหว่างประเทศ

แนวคิดเกี่ยวกับการเคลื่อนย้ายทุนระหว่างประเทศ เป็นแนวความคิดที่ว่าเงินทุนจะเคลื่อนย้ายจากประเทศหนึ่งซึ่งให้ผลตอบแทนต่อเงินทุนต่ำไปสู่อีกประเทศหนึ่งซึ่งให้ผลตอบแทนต่อเงินทุนที่สูงกว่า ซึ่งจะทำให้ผลตอบแทนของเงินทุนหน่วยสุดท้ายที่เพิ่มเข้าไปในประเทศที่เงินทุนไหลเข้ามีอัตราการเพิ่มที่ลดลงตามกฎ Law of Diminishing Return ขณะที่ผลตอบแทนของเงินทุนหน่วยสุดท้ายที่เหลืออยู่ในประเทศที่เงินทุนไหลออกจะมีอัตราผลตอบแทนที่สูงขึ้นเรื่อยๆ

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

จนในที่สุดผลตอบแทนของเงินทุนเท่ากันทั้ง 2 ประเทศ ซึ่งเป็นผลตอบแทน ณ ระดับดุลยภาพ ดังนั้นจะห็นได้ว่าอัตราผลตอบแทนในลักษณะการลงทุนโดยตรงจะปั่นสิ่งจูงใจให้ประเทศที่มีเงินทุนและมีศักยภาพในการแข่งขันนำไปลงทุนยังต่างประเทศ ในขณะเดียวกันอัตราดอกเบี้ยก็จะเป็นตัวกำหนดความต้องการกู้ยืมของประเทศที่ต้องการเงินทุน ทำให้เห็นได้ว่าอัตราผลตอบแทนจะเป็นตัวกำหนดการเคลื่อนย้ายเงินทุน กล่าวคือ ถ้าให้สิ่งอื่นๆอยู่คงที่อุปทานของเงินทุนจะผันแปรไปในทิศทางเดียวกันกับอัตราผลตอบแทน (ถ้าอัตราผลตอบแทนของเงินทุนสูง อุปทานของเงินทุนจะสูงตาม ถ้าอัตราผลตอบแทนของเงินทุนต่ำ อุปทานของเงินทุนจะต่ำตาม) ในทางตรงกันข้ามอุปสงค์ของเงินทุนจะแปรผกผันกับอัตราดอกเบี้ย (ถ้าอัตราดอกเบี้ยของเงินทุนสูง อุปสงค์ของเงินทุนจะต่ำ ถ้าอัตราดอกเบี้ยของเงินทุนต่ำ อุปสงค์ของเงินทุนจะสูงขึ้น)

โดยที่อัตราผลตอบแทนในอนาคตไม่สามารถคาดการณ์ได้อย่างแน่นอน อาจจะสูงหรือต่ำกว่าในปัจจุบัน ดังนั้นในกรณีการกู้ยืมเงินระหว่างประเทศ การตัดสินใจให้กู้ยืมของผู้ให้กู้ นอกจากจะต้องพิจารณาในเรื่องอัตราแลกเปลี่ยนแล้ว จะต้องพิจารณาอัตราดอกเบี้ยในอนาคตด้วย ซึ่งโดยปกติแล้วเจ้าของเงินทุนย่อยอยากที่จะมีรายได้สูงสุดจากเงินทุนที่ตนมีอยู่ ดังนั้นจึงยินดีให้เงินกู้ต่างประเทศ หากพิจารณาแล้วว่าสามารถให้ผลตอบแทนสุงกว่าในระยะยาว จึงเป็นสาเหตุที่ทำให้เกิดเงินทุนเคลื่อนย้ายจากประเทศที่ได้รับอัตราผลตอบแทนที่ต่ำกว่า ไปสู่ประเทศที่ได้รับอัตราผลตอบแทนในอัตราที่สูงกว่า

นอกจากนี้การลงทุนโดยตรงจากต่างประเทศจะขึ้นอยู่กับปัจจัยอื่นๆของประเทศที่รับการลงทุน ได้แก่

- สภาพคล่อง (Liquidity) ของประเทศที่รับการลงทุน เป็นตัวกำหนดการตัดสินใจในการลงทุนระหว่างประเทศ ซึ่งปกติระดับการลงทุนจากต่างประเทศขึ้นอยู่กับสภาพคล่องของประเทศที่รับการลงทุน โดยดูจากระดับกำไร อัตราการเก็บภาษีจากรัฐบาลที่เก็บจากกำไร ข้อบังคับในการอนุญาตให้หักค่าเสื่อม นโยบายการนำรายได้มาลงทุนตามกฎหมาย เงินสดภายในกิจการ
- อัตราผลตอบแทน (Rate of return) คือผลตอบแทนที่คาดว่าจะได้รับจากการลงทุนในโครงการต่างๆหรือกำไรที่คาดว่าจะได้รับนั่นเอง
- นโยบายต่างๆของรัฐบาล เช่น นโยบายการเก็บภาษีนำเข้าเครื่องจักร อากรนำเข้าวัตถุดิบ อากรขาออกสินค้า กำแพงภาษี เป็นต้น
- นโยบายในการส่งเสริมการลงทุน หากเป็นไปในทิศทางสร้างบรรยากาศของการลงทุนจะกระตุ้นให้หน่วยธุรกิจทำการขยายการลงทุน

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

- ความสัมพันธ์ระหว่างผลผลิตและความสามารถในการผลิต เป็นตัวกำหนดการลงทุนที่พัฒนามาจากทฤษฎีตัวเร่ง ซึ่งกำหนดการลงทุนเปลี่ยนแปลงเป็นอัตราเร็วเมื่อรายได้เปลี่ยนแปลงซึ่งการลงทุนจะมีการเปลี่ยนแปลงเมื่อความสัมพันธ์ระหว่างการผลิตและยอดขายเปลี่ยนแปลง

ทั้งนี้ผู้ลงทุนอาจมีวัตถุประสงค์ในการเข้ามาลงทุนแตกต่างกันไป ดังนั้นนักลงทุนจะต้องพิจารณาปัจจัยหลายๆประการประกอบกัน เพื่อหาประเทศที่เหมาะสมตรงกับวัตถุประสงค์มากที่สุด โดยสรุปแล้วปัจจัยที่เป็นตัวกำหนดการตัดสินใจในการเข้ามาลงทุนของชาวต่างชาติคือ

1) ความมีเสถียรภาพของนโยบายเศรษฐกิจ สังคมและการเมือง ทั้งในอดีต ปัจจุบัน และแนวโน้มในอนาคตของประเทศที่จะเข้าไปลงทุน
2) นโยบายและกฎเกณฑ์ว่าด้วยการเข้ามาลงทุนของชาวต่างชาติ ซึ่งแต่ละประเทศเสนอสิทธิประโยชน์เพื่อดึงดูดการลงทุนจากชาวต่างชาติแตกต่างกัน
3) ปริมาณและคุณภาพบริการขั้นพื้นฐาน (Infrastructure) เพื่อรองรับและอำนวยความสะดวกแก่การลงทุนจากต่างประเทศ
4) สถานการณ์และสิ่งอำนวยความสะดวกในด้านการเงินระหว่างประเทศ อาทิ ภาวะเงินเฟ้อ อัตราดอกเบี้ย จำนวนธนาคารท้องถิ่น สาขาธนาคารต่างประเทศ การปริวรรตเงินตรงต่างประเทศ เสถียรภาพค่าเงินและเสถียรภาพทางการเมือง เป็นต้น
5) ปริมาณและคุณภาพของวัตถุดิบที่จำเป็นในการผลิตซึ่งเป็นปัจจัยสำคัญในการกำหนดต้นทุนในการผลิตทั้งทรัพยากรธรรมชาติและทรัพยากรมนุษย์
6) สถานการณ์และความสัมพันธ์ทางการค้าระหว่างประเทศ
7) ระดับการพัฒนาทางด้านเทคโนโลยีของประเทศผู้รับการลงทุน

2.1.3 กรอบแนวคิดทฤษฎีในการวิเคราะห์ทางเศรษฐมิติ

1) การทดสอบ Unit Root

นัยที่สำคัญของการทดสอบ Unit Root ต่อการวิเคราะห์ทางเศรษฐมิติก็คือ ถ้าหากพบว่าข้อมูลใดมีลักษณะเป็นข้อมูลอนุกรมเวลาในลักษณะที่ไม่นิ่ง Non – stationary คือมี integrated of order เท่ากับ 1 หรือ I (1) จำเป็นต้องปรับข้อมูลเหล่านั้นให้เป็น Stationary process เสียก่อน แล้วจึงจะทำการประมวลผลทางเศรษฐมิติต่อไป ยกเว้นเฉพาะในกรณีที่ตัวแปรเหล่านั้นมีความสัมพันธ์ในเชิงดุลยภาพระยะยาว ทั้งนี้เพื่อหลีกเลี่ยงปัญหาทางด้านความสัมพันธ์ที่ไม่แท้จริง (Spurious relationships)

การทดสอบ Unit Root หรืออันดับความสัมพันธ์ของข้อมูล นิยมทดสอบด้วยวิธีของ Dickey and Fuller เนื่องจากใช้ได้กับการศึกษาที่มีจำนวนข้อมูลไม่มากนัก เหมาะสมกับการ

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ประยุกต์ใช้กับการวิเคราะห์เชิงประจักษ์ในกรณีของประเทศกำลังพัฒนา ที่มักประสบปัญหาความพอเพียงของข้อมูล สามารถแบ่งออกได้ 2วิธี ดังนี้

วิธีที่ 1 Dickey - Fuller Test (DF) เริ่มต้นด้วยการประมาณการ Autoregressive Model ซึ่งมีสมการที่ต้องการทดสอบอยู่ 3 สมการ (At level) คือ

$$\Delta X_t = \theta X_{t-1} + \varepsilon_t \quad \text{(random walk process)} \tag{6}$$

$$\Delta X_t = \alpha + \theta X_{t-1} + \varepsilon_t \quad \text{(random walk with drift)} \tag{7}$$

$$\Delta X_t = \alpha + \beta t + \theta X_{t-1} + \varepsilon_t \quad \text{(random walk with drift and linear time trend)} \tag{8}$$

โดยที่

$\Delta X_{t\,t}$	=	first differencing ของตัวแปรที่ทำการศึกษา
α, β, θ	=	ค่า Parameters
t	=	แนวโน้มเวลา (Time trend)
ε_t	=	ตัวแปรสุ่ม (error terms) ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์และค่าความแปรปรวนคงที่

ในการทดสอบจะพิจารณาค่า θ โดยเปรียบเทียบกับค่า t – statistics ที่คำนวณได้ กับค่าที่เหมาะสมอยู่ในตาราง Dickey – Fuller ซึ่งมีสมมุติฐานการทดสอบดังนี้

สมมติฐานหลัก	H_0	:	$\theta = 0$	: non – stationary
สมมติฐานรอง	H_1	:	$\theta < 0$	: stationary

ถ้ายอมรับ H_0 จะได้ว่าตัวแปรที่สนใจมี Unit root หรือมีลักษณะเป็น non – stationary

ถ้ายอมรับ H_1 จะได้ว่าตัวแปรที่สนใจไม่มี Unit root หรือมีลักษณะเป็น stationary

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

วิธีที่ 2 Augmented Dickey - Fuller Test (ADF) เป็นวิธีที่ใช้ทดสอบการหาค่า Unit Root ได้ดีกว่า โดยเฉพาะอย่างยิ่งในกรณีที่ ตัวแปรสุ่ม (error terms) ε_t มีความสัมพันธ์กันเองในระดับสูง หรือ แบบจำลองที่ใช้ในการทดสอบมีปัญหา autocorrelation ดังนั้นเพื่อแก้ปัญหาดังกล่าวจึงทำการปรับสมการใหม่ โดยใส่ตัวแปรล่า (lag) เข้าไปในลำดับที่สูงขึ้น ได้สมการ 3 รูปแบบดังนี้

$$\Delta X_t = \theta X_{t-1} + \sum_{i=1}^{p} \phi_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \quad \text{(random walk process)} \quad (9)$$

$$\Delta X_t = \alpha + \theta X_{t-1} + \sum_{i=1}^{p} \phi \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \quad \text{(random walk with drift)} \quad (10)$$

$$\Delta X_t = \alpha + \beta + \theta X_{t-1} + \sum_{i=1}^{p} \phi_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \quad \text{(random walk with drift - and linear time trend)} \quad (11)$$

โดยที่ ΔX_t = ค่าความแตกต่างครั้งที่ 1 ของตัวแปรที่ทำการศึกษา

X_t = ข้อมูลตัวแปร ณ เวลาที่ *t*

X_{t-1} = ข้อมูลตัวแปร ณ เวลาที่ *t - 1*

$\alpha,\ \beta, \theta, \phi$ = ค่าคงที่ หรือค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปร

t = ค่าแนวโน้มเวลา (Time trend)

ε_t = ตัวแปรสุ่ม (error terms) ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์และค่าความแปรปรวนคงที่

ซึ่งจำนวน lagged term (p) ที่เพิ่มเข้าไปในสมการจะขึ้นอยู่กับความเหมาะสมของแต่ละงานวิจัยหรือสามารถใส่จำนวน lag ไปได้จนกว่าส่วนของค่าความคลาดเคลื่อนจะไม่เกิดปัญหา autocorrelation

การทดสอบจะพิจารณาค่า θ โดยเปรียบเทียบค่า t – statistic ที่คำนวณได้กับค่าวิกฤต MacKinnon (MacKinnon critical values) มีสมมติฐานในการทดสอบ ดังนี้

สมมติฐานหลัก H_0 : $\theta = 0$: non – stationary

สมมติฐานรอง H_1 : $\theta < 0$: stationary

ในกรณีที่ไม่สามารถปฏิเสธสมมติฐานหลักที่ตั้งไว้ได้ (H_0) แสดงว่าตัวแปรทางเศรษฐกิจนั้นๆมีลักษณะเป็น Non – stationary หรือมี Unit root เมื่อสามารถสรุปได้ว่าข้อมูลตัวแปรทุกตัวมี order of integration ที่เท่าใด ก็จะทำการทดสอบโดยวิธี Vector Autoregression (VAR) ในขั้นตอนต่อไป

วิธีที่ 3 การทดสอบยูนิทรูท โดยวิธีฟิลลิป-เพอรอน (Phillips – perron test)

วิธีการทดสอบยูนิทรูท ในแบบจำลองที่เป็นข้อมูลอนุกรมเวลา (time series) เป็นสิ่งที่น่าสนใจและเป็นส่วนสำคัญในการนำไปใช้ประโยชน์ทางสถิติ ซึ่ง Dickey and Fuller เพื่อค้นหา

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

รูปแบบของยูนิทรูทตามแบบจำลองการกำหนดช่วงลำดับเวลา ซึ่งเริ่มการทดสอบโดยการไม่ใช้ตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับการรบกวนตัวแปร โดยวิธีนี้ยอมให้มีการขยายระดับเมื่อจำเป็นซึ่งอาจจะเป็นการกระจายตัวเลขที่ต่างชนิดกันของข้อมูลอนุกรมเวลา โดยทำการปรับแบบจำลองที่ใช้ทดสอบด้วยการเลื่อนตัวเลขที่เข้าคู่กันได้และแนวโน้มของเวลา ซึ่งอาจจะช่วยอธิบายระหว่างการทดสอบยูนิทรูทที่ข้อมูลมีลักษณะคงที่และไม่คงที่ ของแนวโน้มในการตัดสินใจ

ฟิลลิป-เพอรอน เลือกวิธีทดสอบโดยการไม่ใช้ตัวแปรในการควบคุมระดับความสัมพันธ์ตามลำดับที่สูงกว่าของระดับตัวเลข วิธีทดสอบการถดถอยของฟิลิป-เพอรอน ดังต่อไปนี้

$$\Delta Y_t = \alpha + \beta Y_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (12)$$

ทำการแก้ไขวิธีทดสอบของ Augmented Dickey Fuller test ให้มีลำดับความสัมพันธ์ตามลำดับสูงขึ้น โดยบวกตัวเลขกลุ่มท้ายที่มีความแตกต่างกันทางด้านขวามือคือ ทดสอบของฟิลิป-เพอรอน ได้มีการแก้ไข t-test ของค่าสัมประสิทธิ์เพื่อให้ตัวเลขเกิดความสัมพันธ์ต่อเนื่อง โดยทำการแก้ไขปัญหาการเกิด heteroskedasticity และ autocorrelation ด้วยวิธีการของ Newey-west ดังนี้

$$\omega^2 = \gamma_0 + \sum_{u=1}^{q} (1 - \frac{u}{q+1})\gamma_j \qquad (13)$$

$$\gamma_j = \frac{1}{T} \sum_{t=j+1}^{T} \varepsilon\varepsilon_{t-j} \qquad (14)$$

ค่า t-test ของฟิลลิป-เพอรอน คำนวณได้ดังนี้

$$t_{pp} = \frac{\gamma_0^{1/2} t_b}{\hat{\omega}} - \frac{(\omega^2 - \hat{\gamma}_0) T s_b}{2\hat{\omega}\, s} \qquad (15)$$

จากสมการข้างต้น ตำแหน่งใดที่ t_b, S_b คือค่า t-test และ standard error ของ β และ s คือผลทดสอบการถอยหลังของลำดับเลขผิดพลาด และ q คือ truncation lag

การกระจายไม่สิ้นสุดของ t-test ของฟิลลิป-เพอรอน ก็เหมือนกับ t-test ของวิธี Augmented Dickey Fuller test ส่วนที่เหมือนกับการทดสอบของวิธี Augmented Dickey Fuller test คือให้มีการกำหนดรวมตัวเลขคงที่กับตัวเลขคงที่ ที่มีทิศทางเป็นเส้นตรง หรือจะไม่กำหนดก็ได้ในการทดสอบการถดถอย สำหรับวิธีทดสอบของ Phillips – perron test ต้องระบุวิธีตัดเลขตัวท้าย q เพื่อแก้ไขตามวิธีของ Newey-West แล้ว จึงรวมตัวเลขที่มีความสัมพันธ์ตามลำดับเข้าด้วยกันการควบคุมการเลือกตัวเลขตัวท้ายออกโดยอัตโนมัติของ Newey-West โดยข้อมูลใดก็ใช้ทดสอบการถดถอยต้องแปลงเป็นเลขจำนวนเต็มก่อน

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

2) Vector Autoregression (VAR)

Johnston and Dinardo (1997) ได้กล่าวว่า ถ้าเรามี columm vector ซึ่งมีตัวแปรที่แตกต่างกัน k ตัว $y_t = [y_{1t} y_{2t} ... y_{kt}]'$ และเราสร้างแบบจำลองของเวกเตอร์นี้ในรูปของค่าที่ผ่านมาในอดีตของเวกเตอร์ดังกล่าวนี้ ผลที่ได้ก็คือ Vector Autoregression (VAR) VAR(p) process สามารถเขียนได้ดังนี้

$$y_t = m + A_1 y_{t-1} + A_2 y_{t-2} + ... + A_p y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (16)$$

โดยที่ A_t = $k \times k$ matrix ของสัมประสิทธิ์

m = $k \times 1$ vector ของค่าคงตัวหรือค่าคงที่ (constants)

ε = $k \times 1$ ของ white noise process โดยที่คุณสมบัติดังนี้

$$E(\varepsilon_t) = 0 \text{ สำหรับทุกค่าของ } t$$

$$E(\varepsilon_t \varepsilon_s') = \begin{cases} \Omega & s = t \\ 0 & s \neq t \end{cases} \quad (17)$$

โดยที่ Ω = เมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมซึ่งถูกสมมุติให้มีลักษณะเป็นบวกแน่นอน (positive definite) สำหรับ ε_t นั้นจะมีลักษณะ serially uncorrelated แต่อาจจะเป็น contemporaneously correlated ได้ (Johnston and Dinardo , 1997)

วิธีการของ VAR นี้ดูเบื้องต้นจะเหมือนกับ simultaneous-equation modeling ในลักษณะที่ว่าเราพิจารณาหลายตัวแปรภายใน (several endogenous variables) พร้อมๆกัน แต่ว่าใน VAR นั้น แต่ละตัวแปรภายใน (endogenous variables) จะถูกอธิบายโดยค่าล่าหรือค่าล้าหลัง (lagged values) หรือค่าในอดีต (past values) ของตัวแปรภายในนั้น และค่าล้าหรือค่าล้าหลังของตัวแปรภายในอื่นๆ (all other endogenous variables) ในแบบจำลอง โดยปกติแล้วจะไม่มีตัวแปรภายนอก (exogenous variables) ในแบบจำลอง (Gujarati, 2003)

Ender (1995) ได้ยกตัวอย่างระบบอย่างง่ายที่มีสองตัวแปรดังนี้

$$y_t = b_{10} - b_{12} z_t + \gamma_{11} y_{t-1} + \gamma_{12} z_{t-1} + \varepsilon_{yt} \quad (18)$$

$$z_t = b_{20} - b_{21} y_t + \gamma_{21} y_{t-1} + \gamma_{22} z_{t-1} + \varepsilon_{zt} \quad (19)$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

โดยที่มีข้อสมมุติว่า

- ทั้ง y_t และ z_t จะมีลักษณะนิ่ง
- ε_{yt} และ ε_{zt} คือ white noise disturbance โดยมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (standard deviation) เท่ากับ σ_y และ σ_z ตามลำดับ และ
- $\{\varepsilon_{yt}\}$ และ $\{\varepsilon_{zt}\}$ จะเป็น uncorrelated white- noise disturbance

สมการ (18) และ (19) ก็คือ first-order vector autoregression (VAR) เนื่องจากความยาวของความล่า (lag length) ที่ยาวที่สุดมีค่าเท่ากับ 1 โครงสร้างของระบบได้รวมข้อมูลที่สะท้อนกลับ (feed back) เนื่องจาก y_t และ z_t ถูกอนุญาตให้มีผลกระทบซึ่งกันและกัน ยกตัวอย่างเช่น $-b_{12}$ คือผลกระทบในช่วงเวลาเดียวกัน (หรือในเวลาเดียวกัน) ของการเปลี่ยนแปลงของ z_t ต่อ y_t และ γ_{21} ก็คือผลกระทบของการเปลี่ยนแปลงใน y_{t-1} หนึ่งหน่วยต่อ z_t จะสังเกตได้ว่า ε_{yt} และ ε_{zt} คือ pure innovation หรือ (shocks) ใน y_t และ z_t ตามลำดับ และแน่นอนที่สุดถ้า b_{21} ไม่เท่ากับศูนย์ ε_{yt} ก็จะมีผลกระทบซึ่งเกิดขึ้นในเวลาเดียวกันโดยทางอ้อม (an indirect contemporaneous effect) ต่อ z_t และ ถ้า b_{12} ไม่เท่ากับศูนย์ ε_{zt} จะมีผลกระทบในเวลาเดียวกันโดยทางอ้อม ต่อ y_t

สมการ (18) และ (19) ไม่ใช่สมการรูปแบบลดรูป (reduced - form equation) เนื่องจาก y_t มีผลกระทบในเวลาเดียวกันต่อ z_t และ z_t ก็มีผลกระทบในเวลาเดียวกันต่อ y_t จากสมการ (18) และ (19) เราเขียนในรูปเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} 1 & b_{12} \\ b_{21} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{10} \\ b_{20} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ z_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{yt} \\ \varepsilon_{zt} \end{bmatrix} \tag{20}$$

หรือ

$$Bx_t = \Gamma_0 + \Gamma_1 x_{t-1} + \varepsilon_t \tag{21}$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

โดยที่

$$B = \begin{bmatrix} 1 & b_{12} \\ b_{21} & 1 \end{bmatrix} \quad , \quad x_t = \begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix} \quad , \quad \Gamma_0 = \begin{bmatrix} b_{10} \\ b_{20} \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_1 = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{bmatrix} \quad , \quad \varepsilon_t = \begin{bmatrix} \varepsilon_{yt} \\ \varepsilon_{zt} \end{bmatrix}$$

คูณข้างหน้าด้วย B^{-1} จะทำให้เราได้แบบจำลอง Vector Autoregressive (VAR) ในรูปแบบมาตรฐานทั่วไปนั่น คือ

$$x_t = A_0 + A_1 x_{t-1} + e_t \tag{22}$$

โดยที่ $A_0 = B^{-1}\Gamma_0$

$A_1 = B^{-1}\Gamma_1$

$e_t = B^{-1}\varepsilon_t$

Enders (1995) ใช้สัญลักษณ์ดังนี้

a_{io} = สมาชิกที่ i ของเวกเตอร์ (Vector) A_0

a_{ij} = สมาชิกใน row ที่ i และ column ที่ j ของเมทริกซ์ A_1

e_{it} = สมาชิกที่ i ของเวกเตอร์ (vector) e_t

การใช้สัญลักษณ์ใหม่ ทำให้เราสามารถเขียนสมการ (18) และ (19) ได้ใหม่ดังนี้

$$y_t = a_{10} + a_{11}y_{t-1} + a_{12}z_{t-1} + e_{1t} \tag{23}$$

$$z_t = a_{20} + a_{21}y_{t-1} + a_{22}z_{t-1} + e_{2t} \tag{24}$$

สมการ (18) และ (19) เราเรียกว่า structural VAR หรือ primitive system ส่วนสมการ (23) และ (24) เราเรียกว่า VAR ในรูปแบบมาตรฐาน (standard form) สิ่งที่สำคัญที่เราจะลืมไม่ได้ก็คือ พจน์ความคลาดเคลื่อน (error term) ซึ่ง e_{1t} และ e_{2t} แต่ละตัวจะประกอบไปด้วย shocks ε_{yt} และ ε_{zt} และเนื่องจาก $e_t = B^{-1}\varepsilon_t$ เราสามารถเขียนได้ดังนี้

$$e_{1t} = \left(\varepsilon_{yt} - b_{12}\varepsilon_{zt}\right)/\left(1 - b_{12}b_{21}\right) \tag{25}$$

$$e_{2t} = \left(\varepsilon_{zt} - b_{21}\varepsilon_{yt}\right)/\left(1 - b_{12}b_{21}\right) \tag{26}$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

เนื่องจาก ε_{yt} และ ε_{zt} เป็น white - noise process สิ่งที่ตามมาก็คือว่า e_{1t} และ e_{2t} มีค่าเฉลี่ย (mean) เท่ากับศูนย์ ความแปรปรวนคงที่หรือคงตัว (constant variances) และไม่มี serial correlation ในแต่ละตัว ในการหาคุณสมบัติของ $\{e_{1t}\}$ เราสามารถหาได้โดยการหาค่าคาดหมาย (expected value) ของสมการ (25) จะได้

$$Ee_{1t} = E\left(\varepsilon_{yt} - b_{12}\varepsilon_{zt}\right)/\left(1 - b_{12}b_{21}\right) = 0 \tag{27}$$

ความแปรปรวน (variance) ของ e_{1t} จะมีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} Ee_{1t} &= E\left[\left(\varepsilon_{yt} - b_{12}\varepsilon_{zt}\right)/\left(1 - b_{12}b_{21}\right)\right]^2 \\ &= \left(\sigma_y^2 + b_{12}^2\sigma_z^2\right)/\left(1 - b_{12}b_{21}\right) \end{aligned} \tag{28}$$

จะเห็นได้ว่าความแปรปรวนของ e_{1t} เป็นอิสระกับเวลา (time-independent) autocovariance ของ e_{1t} และ e_{1t-i} โดยที่ $i \neq 0$ คือ

$$Ee_{1t}e_{1t-i} = E\left[\left(\varepsilon_{yt} - b_{12}\varepsilon_{zt}\right)\left(\varepsilon_{yt-i} - b_{12}\varepsilon_{zt-i}\right)\right]/\left(1 - b_{12}b_{21}\right)^2 = 0 \tag{29}$$

จะเห็นได้ว่า e_{1t} เป็น stationary process ด้วยค่าเฉลี่ย (mean)เท่ากับศูนย์ ความแปรปรวนคงที่หรือคงตัว (constant variance) และมี autocovariances ทั้งหมดเท่ากับศูนย์ และในทำนองเดียวกันเราก็สามารถแสดงให้เห็นว่า e_{2t} เป็น stationary process ด้วยค่าเฉลี่ย (mean)เท่ากับศูนย์ ความแปรปรวนคงที่หรือคงตัว (constant variance) และมี autocovariances ทั้งหมดเท่ากับศูนย์เช่นกัน (Enders, 1995) Enders ได้ย้ำว่าจุดสำคัญที่ควรจะบันทึกไว้ก็คือ e_{1t} และ e_{2t} นั้นมีสหสัมพันธ์กัน โดยความแปรปรวนร่วมของทั้งพจน์ดังกล่าวสามารถหาได้ดังนี้

$$\begin{aligned} Ee_{1t}e_{2t} &= E\left[\left(\varepsilon_{yt} - b_{12}\varepsilon_{zt}\right)\left(\varepsilon_{yt-i} - b_{12}\varepsilon_{yt}\right)\right]/\left(1 - b_{12}b_{21}\right)^2 \\ &= -\left(b_{21}\sigma_y^2 + b_{12}\sigma_z^2\right)/\left(1 - b_{12}b_{21}\right)^2 \end{aligned} \tag{30}$$

โดยทั่วไปแล้วสมการ (30) จะมีค่าไม่เท่ากับศูนย์ ดังนั้น shocks ทั้งสองจึงมีความสัมพันธ์กัน ความสัมพันธ์ดังกล่าว สมการ (30) จะมีค่าเท่ากับศูนย์ก็ต่อเมื่อ $b_{12} = b_{21} = 0$ นั่นคือ ถ้าไม่มี

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ผลกระทบในเวลาเดียวกัน (contemporaneous effects) ของ y_t ต่อ z_t และ z_t ต่อ y_t นั่นคือ shocks ทั้งสองก็จะไม่มีความสัมพันธ์กัน

Enders ได้นิยามเมทริกซ์ความแปรปรวนความแปรปรวนร่วม (variance-covariance matrix) ของ e_{1t} และ e_{2t} ดังนี้

$$\sum = \begin{bmatrix} \text{var}(e_{1t}) & \text{cov}(e_{1t}, e_{2t}) \\ \text{cov}(e_{1t}, e_{2t}) & \text{var}(e_{2t}) \end{bmatrix} \tag{31}$$

เนื่องจากสมาชิกทั้งหมดของ $\sum$ ไม่ขึ้นกับเวลา (time-independent) เราสามารถเขียน $\sum$ ในรูปแบบที่กระชับหรือกะทัดรัด ได้ดังนี้

$$\sum = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 \end{bmatrix} \tag{32}$$

โดยที่ $\text{var}(e_{it}) = \sigma_i^2$ และ $\sigma_{12} = \sigma_{21} = \text{cov}(e_{1t}, e_{2t})$ (Enders, 1995, pp296-297)

ความมีเสถียรภาพและความนิ่ง (stability and stationarity)

ในแบบจำลอง first-order autoregressive model

$$y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t \tag{33}$$

เงื่อนไขความมีเสถียรภาพ (stability condition) ก็คือว่า a_1 จะต้องน้อยกว่า 1 ในค่าสัมบรูณ์ (absolute value) Enders กล่าวว่ามีความคล้ายกันโดยตรงระหว่างเงื่อนไขความมีเสถียรภาพนี้และเมทริกซ์ A_1 ในแบบจำลอง first-order VAR สมการ (17) และกล่าวเพิ่มเติมว่าด้วยการใช้ brute force method เพื่อหาผลเฉลยของระบบ, เราก็ iterate สมการ (17) ถอยหลังซึ่งจะได้

$$\begin{aligned} x_t &= A_0 + A_1(A_0 + A_1 x_{t-2} + e_{t-2}) + e_t \\ &= (I + A_1)A_0 + A_1^2 x_{t-2} + A_1 e_{t-1} + e_t \end{aligned} \tag{34}$$

โดยที่ $I = 2 \times 2$ เมทริกซ์เอกลักษณ์ (identity marix)

หลังจาก n iteration จะได้

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

$$x_t = (I + A_1 + \ldots + A_1^n)A_0 + \sum_{i=0}^{n} A_1^i e_{t-i} + A_1^{n+1} x_{t-n-1} \qquad (35)$$

ขณะที่เรา iterate backward ต่อไป เราจะพบว่า การที่จะมีการลู่เข้า (convergence) นั้น A_1^n จะต้องอันตรธานหายไป เมื่อ n เข้าใกล้อนันต์ (infinity) ดังที่ Enders ได้แสดงไว้ดังข้างล่างความมีเสถียรภาพนั้นต้องมีว่าราก (roots) ของ $(1-a_{11}L)(1-a_{22}L)-(a_{12}a_{21}L^2)$ อยู่นอกวงกลมหน่วย (unit circle) (สำหรับเงื่อนไขความมีเสถียรภาพสำหรับระบบที่เป็น higher-order นั้น โปรดดูจากภาคผนวก 6 ของ Enders) ในขณะนี้สมมุติว่าเงื่อนไขความมีเสถียรภาพเป็นจริงเราก็สามารถเขียน particular solution สำหรับ x_t ได้ดังนี้

$$x_t = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} A_1^i e_{t-i} \qquad (36)$$

โดยที่ $\mu = \left[\bar{y}\ \bar{z}\right]'$

และ $\bar{y} = \left[a_{10}(1-a_{22}) + a_{12}a_{20}\right]/\Delta$

$\bar{z} = \left[a_{20}(1-a_{11}) + a_{21}a_{10}\right]/\Delta$

$\Delta = (1-a_{11})(1-a_{22}) - a_{12}a_{21}$

หาค่าคาดหมาย (expected value) ของสมการ (31) ค่าเฉลี่ยแบบไม่มีเงื่อนไข (unconditional mean of x_t) ก็คือ μ เพราะฉะนั้นค่าเฉลี่ยแบบไม่มีเงื่อนไขของ y_t และ z_t ก็คือ $\bar{y}$ และ $\bar{z}$ ตามลำดับ สำหรับความแปรปรวนและความแปรปรวนร่วมของ y_t และ z_t สามารถหาได้ดังนี้ในขั้นแรกสร้างเมทริกซ์ความแปรปรวน ความแปรปรวนร่วม (variance-covariance matrix) ดังนี้

$$\mathrm{E}(x_t - \mu)^2 = \mathrm{E}\left[\sum_{i=0}^{\infty} A_1^i e_{t-i}\right] \qquad (37)$$

และเราทราบว่า

$$\mathrm{E}e_t^2 = \mathrm{E}\left[\frac{e_{1t}}{e_{2t}}\right]\left[e_{1t} \quad e_{2t}\right] \qquad (38)$$

และเนื่องจาก $\mathrm{E}e_t e_{t-1} = 0$ สำหรับ $i \neq 0$ เราจะได้ว่า

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

$$\mathrm{E}(x_t - \mu)^2 = (I - A_1^2 + A_1^4 + A_1^6 + \ldots)\Sigma \quad (39)$$

$$= (I - A_1^2)^{-1}\Sigma \quad (40)$$

โดยที่เราสมมุติว่าเงื่อนไขความมีเสถียรภาพเป็นจริง ดังนั้น A_1^n จะเข้าใกล้ศูนย์ในขณะที่ n เข้าใกล้อนันต์ (infinity)

ถ้าเราสามารถจะสรุปจากเงื่อนไขแรกเริ่ม (initial condition) $\{y_t\}$ และ $\{z_t\}$ ลำดับ (sequences) จะมีลักษณะนิ่งทางความแปรปรวนร่วมร่วมกัน (jointly covariance stationary) ถ้าเงื่อนไขความมีเสถียรภาพเป็นจริง แต่ละลำดับ (sequence) จะมีค่าเฉลี่ย (mean) ที่ไม่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลาและเป็นอันตะ (finite and time-invariant mean) และมีค่าความแปรปรวนที่ไม่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลาและอันตะ (finite and time-invariant variance) เช่นกัน ถ้าเราจะพิจารณาอีกทางหนึ่งเกี่ยวกับเงื่อนไขความมีเสถียรภาพ (stability condition) เราจะใช้ lag operators ในการเขียนแบบจำลอง VAR สมการ (18) และ (19) ใหม่ ดังนี้

$$y_t = a_{10} + a_{11}Ly_t + a_{12}Lz_t + e_{1t} \quad (41)$$

$$z_t = a_{20} + a_{21}Ly_t + a_{22}Lz_t + e_{2t} \quad (42)$$

หรือ

$$(1 - a_{11}L)y_t = a_{10} + a_{12}Lz_t + e_{1t} \quad (43)$$

$$(1 - a_{22}L)z_t = a_{20} + a_{21}Ly_t + e_{2t} \quad (44)$$

ถ้าเราใช้สมการสุดท้ายในการหาค่า z_t เราจะได้ว่า

$$Lz_t = L(a_{20} + a_{21}Ly_t + e_{21})/(1 - a_{22}L) \quad (45)$$

ดังนั้น

$$(1 - 9_{11}L)y_t = a_{10} + a_{12}L\left[(a_{20} + a_{21}Ly_t + e_{2t})/(1 - a_{22}L)\right] + e_{1t} \quad (46)$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

โปรดสังเกตว่าเราได้แปลง (transform) the first-order VAR ใน $\{y_t\}$และ $\{z_t\}$sequences ไปสู่ second-order stochastic difference equation ใน $\{y_t\}$sequence และ หาค่าของ y_tเราจะได้

$$y_t = \frac{a_{10}(1-a_{22}) + a_{12}a_{20} + (1-a_{22}L)e_{1t} + a_{12}e_{2t-1}}{(1-a_{11}L)(1-a_{22}L) - a_{12}a_{21}L^2} \quad (47)$$

ในทำนองเดียวกันเราสามารถหาผลเฉลยสำหรับ z_t ได้ดังนี้

$$z_t = \frac{a_{20}(1-a_{11}) + a_{21}a_{10} + (1-a_{11}L)e_{2t} + a_{21}e_{1t-1}}{(1-a_{11}L)(1-a_{22}L) - a_{12}a_{21}L^2} \quad (48)$$

ทั้งสมการ (47) และ (48) มีสมการลักษณะเฉพาะ (characteristic equation) นั่นคือ ถ้าจะมีการลู่เข้า (convergence) เราจะต้องมีเงื่อนไข ว่าราก (roots) ของพหุนาม (polynomial) $(1-a_{11}L)(1-a_{22}L) - a_{12}a_{21}L^2$ จะต้องอยู่ข้างนอกวงกลมหน่วย (unit circle)

ใน second-order difference equation ราก (roots) อาจจะมีลักษณะจริง (real) หรือเชิงซ้อน (complex) โปรดสังเกตว่าทั้ง y_t และ z_t มีสมการเฉพาะ (characteristic equation) เหมือนกัน(ตราบเท่าที่ทั้ง a_{12} และ a_{21} ไม่เท่ากับศูนย์ ผลเฉลยสำหรับสองลำดับ (sequences) จะมี characteristic roots เหมือนกัน) ดังนั้น y_t และ z_t จะมี time path ที่คล้ายกัน

การประมาณค่า (estimation) และ identification

วัตถุประสงค์สูงสุดของการทำการทำนายระยะสั้นในแม่นยำสามารถที่จะทำได้ดีที่สุดก็โดยการขจัดค่าประมาณของพารามิเตอร์ที่ไม่สำคัญทิ้งไปจากแบบจำลองข้อวิจารณ์ของ Sims (1990) เกี่ยวกับ “incredible identification restrictions” ที่มีอยู่ในตัวของ structural models ได้กล่าวว่ามีกลยุทธ์ในการประมาณค่าทางเลือกอีกวิธีหนึ่ง จากสมการ (17) เราสามารถเขียนในกรณีทั่วไปได้ดังนี้

$$x_t = A_0 + A_1 x_{t-1} + A_2 x_{t-2} + \ldots A_p x_{t-p} + e_t \quad (49)$$

โดยที่ x_t = n×1 เวกเตอร์ซึ่งประกอบไปด้วยตัวแปร n ตัวใน VAR

A_0 = n×1 เวกเตอร์ของเทอมตัดแกน (intercept terms)

A_i = n×1 เมทริกซ์ของสัมประสิทธิ์

และ e_i = n×1 เวกเตอร์ของพจน์คลาดเคลื่อน (error terms)

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

วิธีการของ Sims นำมาซึ่งมากกว่าการหาตัวแปรที่เหมาะสมที่จะรวมเข้าไปอยู่ใน VARและการหา lag length ที่เหมาะสมเล็กน้อย ตัวแปรที่จะถูกรวมเข้าไปใน VAR ถูกเลือกตามแบบจำลองทางเศรษฐศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง การทดสอบ lag length จะเป็นการเลือก lag length ที่เหมาะสม ทั้งนี้เพื่อลดจำนวนของพารามิเตอร์ที่จะประมาณค่าให้ลดลง

เมทริกซ์ A_0 จะมีพจน์ตัดแกน (intercept terms) อยู่ n ตัว และเมทริกซ์ A_i แต่ละเมทริกซ์จะมีสัมประสิทธ์อยู่ n^2 ตัว เพราะฉะนั้นสัมประสิทธิ์ที่จะต้องประมาณค่าจะมีทั้งหมดรวมกันเท่ากับ $n + pn^2$ เทอม และอย่างไม่ต้องสงสัย VAR อาจจะมีพารามิเตอร์มากเกินไปก็ได้ ถ้าหากพบว่าค่าประมาณของสัมประสิทธิ์จำนวนไม่น้อยสามารถที่จะเอาออกไปจากแบบจำลองได้ด้วยความเหมาะสม

อย่างไรก็ตามเป้าหมายของเราก็คือ การหาความสัมพันธ์ระหว่างกันที่สำคัญระหว่างตัวแปรต่างๆ และไม่ได้เป็นการพยากรณ์ระยะสั้น การใส่ข้อจำกัดที่เรียกว่า zero restrictions อาจจะทำให้เราสูญเสียข้อมูลที่สำคัญไป ยิ่งกว่านั้นตัวถดถอยต่างๆ น่าจะมีลักษณะ highly collinear ดังนั้นการใช้ t-tests สำหรับแต่ละสัมประสิทธิ์อาจจะไม่ตัวชี้แนะที่น่าไว้ใจได้ในการที่จะลดจำนวนพารามิเตอร์ของแบบจำลอง

โปรดสังเกตว่าทางขวามือของสมการ (44) มีแต่ตัวแปรที่ถูกกำหนดมาก่อน (predeterminedvariables) เท่านั้น และพจน์ความคลาดเคลื่อน (error terms) ได้ถูกสมมุติว่าเป็น serially uncorrelated ด้วยความแปรปรวนคงที่หรือคงตัว (constant) ดังนั้น แต่ละสมการในระบบสมการดังกล่าวสามารถที่จะประมาณค่าได้โดยใช้ OLS และยิ่งกว่านั้นค่าประมาณ OLS (OLS estimates) ยังมีลักษณะคล้องจอง (consistent) และมีประสิทธิภาพเชิงเส้นกำกับ (asymptotically efficient) แม้ว่าความคลาดเคลื่อนข้ามสมการจะมีความสัมพันธ์กัน และ seemingly unrelated regression (SUR) ก็จะไม่ช่วยเพิ่มประสิทธิ์ภาพของการประมาณค่าแต่ประการใด ทั้งนี้เพราะว่าการถดถอยของทุกสมการจะมีตัวแปรทางขวามือเหมือนกันทุกประการ (identical)

ประเด็นที่ว่าตัวแปรใน VAR จำเป็นที่จะต้องมีลักษณะนิ่ง (stationary) ยังคงอยู่ Sims และคนอื่นๆ เช่น Watson (1988) ได้แนะนำไม่ให้ใช้ differencing แม้ว่าตัวแปรในแบบจำลองจะมี a unit root ท่านเหล่านี้ได้แย้งว่าเป้าหมายของการวิเคราะห์ VAR ก็คือ การหาความสัมพันธ์ระหว่างกันของตัวแปรไม่ใช่ค่าประมาณของพารามิเตอร์ ข้อแย้งหลักที่ไม่ให้ใช้ differencing ก็คือว่า การทำ differencing เป็นการทิ้งข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนไปด้วยกัน (comovement) ของข้อมูล (data) (เช่น ความเป็นไปได้ของความสัมพันธ์แบบ cointegrating) ในทำนองเดียวกันก็จะมีการแย้งว่าข้อมูล (data) ไม่จำเป็นต้องเอาแนวโน้มออก (detrended) ใน VAR ตัวแปรที่แสดงแนวโน้มจะถูกประมาณการ(approximated) อย่างดีโดย a unit root บวก drift อย่างไรก็ตามทัศนะส่วนใหญ่ก็คือว่า

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

รูปแบบ (form) ของตัวแปรใน VAR ควรจะจำลอง (minic) กระบวนการสร้างข้อมูลที่ถูกต้อง (true data-generating process) สิ่งนี้เป็นสิ่งที่ถูกต้องอย่างยิ่ง ถ้าจุดประสงค์คือการประมาณค่า structural model อย่างไรก็ตามเราจะพิจารณากรณีนี้อีกครั้งในโอกาสต่อไป แต่สำหรับตอนนี้เราจะสมมุติว่าตัวแปรทั้งหมดมีลักษณะนิ่ง (stationary) (Enders, 1995)

Identification

เพื่อให้เข้าใจง่ายถึงวิธีการ identification เราจะใช้ตัวอย่างในสมการ (15) และ (16) ซึ่งเป็น structural first-order VAR ที่มี 2 ตัวแปร เราไม่สามารถประมาณค่าสมการทั้งสองได้โดยตรงทั้งนี้เพราะมีผลกระทบย้อนกลับ (feedback) อยู่ในระบบสมการดังกล่าวทั้งสองสมการ เหตุผลคือ z_t นั้นมีความสัมพันธ์กับพจน์ความคลาดเคลื่อน (error term) ε_{yt} และ y_t มีความสัมพันธ์กับเทอมความคลาดเคลื่อน (error term) ε_{zt} เทคนิคการประมาณค่ามาตรฐานจะต้องมีเงื่อนไขว่าตัวถดถอย (regressors) จะต้องไม่มีความสัมพันธ์กับพจน์ความคลาดเคลื่อน (error term) (Enders, 1995) Enders ได้กล่าวว่าไม่มีปัญหาดังกล่าวในการประมาณค่าระบบสมการ VAR ในรูปแบบมาตรฐาน (standard form) ซึ่งคือรูปแบบสมการ (18) และ (19) วิธีการ OLS สามารถประมาณค่าสมาชิก 2 ตัวของ A_0 และ 4 ตัวของ A_1 ยิ่งกว่านั้นส่วนที่เหลือหรือส่วนตกค้าง (residuals) จากการถดถอยทั้งสองสมการสามารถทำให้เราคำนวณค่าประมาณของความแปรปรวน (variance) ของ e_{1t} และ e_{2t} และของความแปรปรวนร่วม (covariance) ระหว่าง e_{1t} และ e_{2t} ประเด็นก็คือว่าเป็นไปได้หรือไม่มีจะนำเอาข้อมูลทั้งหมดที่อยู่ในระบบดั้งเดิม (primitive system) จากระบบสมการ (15) และ (16) ที่ได้ประมาณค่าไว้กลับคืนมา หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งก็คือว่า primitive form นั้น identifiable หรือไม่ โดยกำหนดค่าประมาณ OLS (OLS estimates) ของแบบจำลอง VAR ในรูปแบบของสมการ (18) และ (19) มาให้

คำตอบสำหรับคำถามนี้ก็คือ “ไม่ นอกเสียจากว่าเราเต็มใจที่จะใส่ข้อจำกัดอย่างเหมาะสมเข้าไปใน primitive system” เหตุผลนั้นชัดเจนถ้าเราเปรียบเทียบจำนวนของพารามิเตอร์ใน structural VAR กับจำนวนของพารามิเตอร์ที่นำกลับคืนมาจาก standard form VAR model การประมาณค่าสมการ (18) และ (19) จะให้ค่าประมาณของสัมประสิทธิ์ 6 ค่า (ซึ่งคือ a_{10}, a_{20}, a_{11}, a_{12}, a_{21} และ a_{22}) และค่าของ var (e_{1t}), var (e_{2t}) และ cov (e_{1t}, e_{2t}) อย่างไรก็ตาม primitive system ซึ่งคือ สมการ (15) และ (16) มีพารามิเตอร์ 10 ตัว นอกจากสัมประสิทธิ์ค่าตัดแกน (intercept coefficients) สองตัวซึ่งคือ b_{10} และ b_{20} สัมประสิทธิ์อัตถดถอย (autoregressive coefficients) 4 ตัว ซึ่งคือ γ_{11}, γ_{12}, γ_{21} และ γ_{22} และสัมประสิทธิ์ผลกระทบย้อนกลับ (feedback coefficients) อีก 2 ตัว คือ b_{12} และ b_{21} แล้ว ยังมีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 2 ตัวคือ σ_y และ σ_z รวมแล้วเป็น 10 ตัว โดยสรุป

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

แล้ว primitive system จะมีพารามิเตอร์ 10 ตัว ในขณะที่ VAR มีพารามิเตอร์เพียง 9 ตัว เท่านั้น นอกเสียจากว่าเราจะใส่ข้อจำกัด 1 ข้อจำกัดของพารามิเตอร์เข้าไปมิฉะนั้นเป็นไปไม่ได้ที่เราจะ identify primitive system ซึ่งจะเรียกสมการ (15) และ (16) ว่า underidentified แต่ถ้า primitive system ซึ่งคือสมการ (15) และ (16) ถูกใส่ข้อจำกัดเท่ากับ 1 ข้อจำกัด primitive system จะมีลักษณะ exactly identified และถ้าพารามิเตอร์มากกว่า 1 ตัว ถูกใส่ข้อจำกัด primitive system จะมีลักษณะ overidentified

วิธีหนึ่งที่จะ identify แบบจำลองก็คือ การใช้ระบบเวียนเกิด (recursive system) ซึ่งเสนอโดยSims (1990) สมมุติว่าเรามีความเต็มใจที่จะใส่ข้อจำกัด 1 ข้อ ใน primitive system ซึ่งจะทำให้สัมประสิทธิ์ $b_{21} = 0$ เพราะฉะนั้นจากสมการ (15) และ (16) และจากการใส่ข้อจำกัด $b_{21} = 0$ จะได้

$$y_t = b_{10} - b_{12}z_t + \gamma_{11}y_{t-1} + \gamma_{12}z_{t-1} + \varepsilon_{yt} \quad (50)$$

$$z_t = b_{20} - \gamma_{21}y_{t-1} + \gamma_{22}z_{t-1} + \varepsilon_{zt} \quad (51)$$

กำหนดข้อจำกัดดังกล่าวมาให้ (ซึ่งอาจจะมาจากแบบจำลองทางเศรษฐศาสตร์เป็นการเฉพาะก็ได้) เราจะเห็นได้อย่างชัดเจนว่า z_t จะมีผลกระทบเวลาเดียวกัน (contemporaneous) ต่อ y_t แต่ y_t ในคาบที่แล้วจึงจะมีผลกระทบต่อ $\{z_t\}$ sequence ในคาบนี้

การใส่ข้อจำกัด $b_{21} = 0$ หมายความว่า B^{-1} จะมีลักษณะดังนี้

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ในตอนนี้เราจะเอา B^{-1} เมทริกซ์ใหม่ที่ใส่ข้อจำกัด (restriction) เข้าไปแล้วคูณข้างหน้า primitive system จะได้

$$\begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} b_{10} \\ b_{20} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} y_{t-1} \\ z_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \varepsilon_{yt} \\ \varepsilon_{zt} \end{bmatrix} \quad (52)$$

หรือ

$$\begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{10} - b_{12}b_{20} \\ b_{20} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma_{11} - b_{12}\gamma_{21} & \gamma_{12} - b_{12}\gamma_{22} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} y_{t-1} \\ z_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{yt} - b_{12}\varepsilon_{zt} \\ \varepsilon_{zt} \end{bmatrix} \quad (53)$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ประมาณค่าระบบสมการดังกล่าวนี้ด้วยวิธี OLS จะได้ค่าประมาณพารามิเตอร์ทางทฤษฎี (theoretical parameter estimates)

$$y_t = a_{10} + a_{11}y_{t-1} + a_{12}z_{t-1} + e_{1t}$$
$$z_t = a_{20} + a_{21}y_{t-1} + a_{22}z_{t-1} + e_{2t}$$

โดยที่ $a_{10} = b_{10} - b_{12}b_{20}$
$a_{11} = \gamma_{11} - b_{12}\gamma_{21}$
$a_{12} = \gamma_{12} - b_{12}\gamma_{22}$
$a_{20} = b_{20}$
$a_{21} = \gamma_{21}$
$a_{22} = \gamma_{22}$

เนื่องจาก $e_{1t} = \varepsilon_{yt} - b_{12}\varepsilon_{zt}$ และ $e_{2t} = \varepsilon_{zt}$ เราสามารถจะคำนวณพารามิเตอร์ของเมทริกซ์ความแปรปรวน-ความแปรปรวนร่วม (variance-covariance matrix) ได้ดังนี้

$$\text{var}\ (e_1) = \sigma_y^2 + b_{12}^2\sigma_z^2 \quad (54)$$
$$\text{var}\ (e_1) = \sigma_z^2 \quad (55)$$
$$\text{cov}\ (e_1, e_2) = -b_{12}\sigma_z^2 \quad (56)$$

จะเห็นได้ว่าเรามี 9 สมการและมีตัวไม่ทราบค่าจาก primitive system 9 ค่า เช่นกัน เราก็จะสามารถหาค่า $b_{10}, b_{12}, \gamma_{11}, \gamma_{12}, b_{20}, \gamma_{21}, \gamma_{22}, \sigma_y^2$ และ σ_z^2 ได้

และโปรดสังเกตว่าค่าประมาณ (estimates ของ $\{\varepsilon_{yt}\}$ และ $\{\varepsilon_{zt}\}$ sequences เราก็สามารถที่จะคำนวณได้เช่นเดียวกัน ส่วนตกค้างหรือส่วนที่เหลือ (residuals) จากสมการที่สองนั่นคือ $\{e_{2t}\}$ sequence ก็คือค่าประมาณ (estimates) ของ $\{\varepsilon_{zt}\}$ sequences และเราก็ทราบว่า $e_{1t} = \varepsilon_{yt} - b_{12}\varepsilon_{zt}$ เพราะฉะนั้นเราก็สามารถหาค่าประมาณของ $\{\varepsilon_{zt}\}$ sequence ได้

ในสมการ (15) ข้อสมมุติ (ข้อจำกัด) $b_{21} = 0$ หมายความว่า y_t ไม่ได้มีผลกระทบในเวลาเดียวกัน (contemporaneous effect) ต่อ z_t ในสมการที่ (33) ข้อจำกัดดังกล่าวได้แสดงออกมาว่าทั้ง ε_{yt} และ ε_{zt} shocks กระทบต่อค่าของ y_t ในเวลาเดียวกัน แต่ ε_{zt} shocks เท่านั้นที่กระทบต่อ

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ของ z_t ในเวลาเดียวกัน ค่าที่สังเกตได้ของ e_{2t} นั้นเป็นผลของ pure shocks ต่อ $\{z_t\}$ sequence การแยกส่วนที่เหลือหรือส่วนตกค้าง (residuals) ในลักษณะสามสิ่งหรือสามด้านเช่นนี้ เรียกว่า Choleski decomposition (Enders, 1995)

การวิเคราะห์ Impulse Response Function

ถ้า autoregression มี moving average อยู่ เราก็สามารถเขียน vector moving average (VMA) ตามข้อเท็จจริงแล้วสมการ (26) ก็คือ ตัวแทน VMA (VMA representation) ของสมการ (17) ในลักษณะที่ว่าตัวแปร (นั่นคือ y_t และ z_t) ถูกเขียนในรูปของค่าในปัจจุบันและในอดีตของ shocks ทั้งสองชนิดนั่นคือ e_{1t} และ e_{2t} นั่นเอง VMA representation นี้เป็นลักษณะเฉพาะที่สำคัญของระเบียบวิธีของ Sims ในลักษณะที่ว่ามันทำให้เราหา time path ของ shocks ต่างๆ ที่มีต่อตัวแปรที่อยู่ในระบบ VAR และเพื่อทำให้การอธิบายเข้าในง่ายขึ้น เราจะใช้ตัวอย่างเดิมที่มี 2 ตัวแปร และเป็นแบบจำลองแบบ first-order ในการอธิบาย โดยเริ่มต้นจากการเขียนสมการ (18) และ (19) ในรูปแบบของเมทริกซ์ซึ่งจะได้

$$\begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{10} \\ a_{20} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11}. & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ z_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \end{bmatrix} \tag{57}$$

และใช้สมการ (2.26) จะได้

$$\begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y} \\ \bar{z} \end{bmatrix} + \sum_{i=0}^{\infty} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^i \begin{bmatrix} e_{1t-i} \\ e_{2t-i} \end{bmatrix} \tag{58}$$

จากสมการที่ (38) เราเขียน y_t และ z_t ในรูปของ $\{e_{1t}\}$และ $\{e_{2t}\}$ตามลำดับ อย่างไรก็ตาม จะเป็นการดีในรายละเอียดที่เราจะเขียนสมการ (37) ในรูปของ $\{\varepsilon_{yt}\}$และ $\{\varepsilon_{zt}\}$ตามลำดับ

จากสมการ (20) และ (21)สามารถเขียนเวคเตอร์ของความคลาดคลาดเคลื่อน (vector of error) ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \end{bmatrix} = \frac{1}{1-b_{12}b_{21}} \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} \\ -b_{21} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{yt} \\ \varepsilon_{zt} \end{bmatrix} \tag{59}$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

แทนค่าสมการ (38) ลงในสมการ (24) จะได้

$$\begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y}_t \\ \bar{z}_t \end{bmatrix} + \frac{1}{1-b_{12}b_{21}} \sum_{i=0}^{\infty} \begin{bmatrix} a_{11}. & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^i \begin{bmatrix} 1 & .-b_{12} \\ -b_{21} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{yt-i} \\ \varepsilon_{zt-i} \end{bmatrix}$$

เพื่อให้เกิดความกะทัดรัดในการใช้สัญลักษณ์ เราจะนิยาม 2×2 เมทริกซ์ (matrix) ϕ_i ด้วยสมาชิก $\phi_{jk}(i)$ ดังนี้

$$\phi_i = \frac{A_1^i}{1-b_{12}b_{21}} \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} \\ -b_{21} & 1 \end{bmatrix}$$

ดังนั้น moving average representation ของสมการ (38) และ (39) สามารถเขียนในพจน์ของ $\{\varepsilon_{yt}\}$ และ $\{\varepsilon_{zt}\}$ ตามลำดับ ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y}_t \\ \bar{z}_t \end{bmatrix} + \sum_{i=0}^{\infty} \begin{bmatrix} \phi_{11}(i). & \phi_{12}(i) \\ \phi_{21}(i) & \phi_{22}(i) \end{bmatrix}^i \begin{bmatrix} \varepsilon_{yt-i} \\ \varepsilon_{zt-i} \end{bmatrix} \quad (60)$$

หรือเขียนให้กะทัดรัดกว่านี้จะได้

$$x_t = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} \phi_i \varepsilon_{t-i} \quad (61)$$

moving average representation เป็นเครื่องมือที่เป็นประโยชน์มากที่จะตรวจสอบปฏิกิริยาระหว่างกันระหว่าง $\{y_t\}$ และ $\{z_t\}$ ตามลำดับ สัมประสิทธิ์ ϕ_i สามารถที่จะใช้เพื่อที่จะสร้างผลกระทบของ ε_{yt} และ ε_{zt} shocks ต่อ time path ทั้งหมดของ $\{y_t\}$และ $\{z_t\}$ sequences ถ้าเราเข้าใจสัญลักษณ์ เราจะเห็นได้ชัดเจนว่า สมาชิกทั้ง 4 ซึ่งคือ $\phi_{jk}(0)$ ก็คือ ตัวคูณผลกระทบ (impact multipliers) นั่นเอง ยกตัวอย่างเช่น สัมประสิทธิ์ $\phi_{12}(0)$ ก็คือ ผลกระทบที่เกิดขึ้นทันทีทันใดของการเปลี่ยนแปลงใน ε_{zt} หนึ่งหน่วยที่มีต่อ y_t ในลักษณะเดียวกัน สมาชิก $\phi_{11}(1)$ และ $\phi_{12}(1)$ ก็คือ ผลตอบสนอง (response) 1คาบเวลา ของการเปลี่ยนแปลงหนึ่งหน่วยใน ε_{yt-1} และ ε_{zt-1} ต่อ y_t

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ตามลำดับ และถ้าเราเพิ่มเวลาขึ้นอีก 1 คาบเวลา ก็หมายความว่า $\phi_{11}(1)$ และ $\phi_{12}(1)$ ก็จะเป็นผลกระทบของการเปลี่ยนแปลง 1 หน่วยใน ε_{yt} และ ε_{zt} ต่อ y_{t-1} (Enders, 1995)

โปรดสังเกตว่าเราใช้คำว่า shocks บ่อยมาก อันที่จริงแล้ว Gujarati (2003) กล่าวว่าstochastic error terms นั้นในภาษา VAR เราจะเรียกว่า shocks, impulses หรือ innovations

ผลกระทบสะสม (accumulated effects) ของ unit impulses ใน ε_{yt} และหรือ ε_{zt} สามารถหาได้จากผลบวกที่เหมาะสมของสัมประสิทธิ์ของ impulse response functions ยกตัวอย่างเช่น หลังจาก n คาบเวลา ผลกระทบของ ε_{zt} ต่อค่าของ y_{t+n} ก็คือ $\phi_{12}(n)$ ดังนั้นหลังจาก n คาบเวลา ผลบวกสะสมของผลกระทบของ ε_{zt} ต่อ $\{y_t\}$sequence ก็คือ

$$\sum_{i=0}^{n} \phi_{12}(i)$$

ถ้าให้ n เข้าใกล้อนันต์ (infinity) เราจะได้ตัว multiplier ระยะยาว (long-run multiplier) เนื่องจากเราสมมุติว่า $\{y_t\}$และ $\{z_t\}$sequences มีลักษณะนิ่ง (stationary) เราจะได้ว่า

$\sum_{i=0}^{n} \phi_{jk}^{2}(i)$ มีลักษณะอันตะ (finite) สำหรับทุกค่าของ j และ k

4 เซตของสัมประสิทธิ์ $\phi_{11}(i)$, $\phi_{12}(i)$, $\phi_{21}(i)$ และ $\phi_{22}(i)$ เรียกว่า impulse response functions พล็อต impulse response functions (นั่นคือ พล็อตสัมประสิทธิ์ $\phi_{jk}(i)$ กับ i) เป็นวิธีทางปฏิบัติที่จะเห็น (เป็นตัวแทน) พฤติกรรมของอนุกรม $\{y_t\}$และ $\{z_t\}$ในการตอบสนองต่อ shocks ต่างๆ ในทางปฏิบัติแล้วอาจเป็นไปได้ที่เราจะทราบทุกค่าของพารามิเตอร์ของ primitive system (3) และ (4) และด้วยองค์ความรู้ดังกล่าวก็เป็นไปได้ที่จะหา time path ของผลกระทบของ pure ε_{yt} หรือ ε_{zt} shocks ได้ อย่างไรก็ตาม Enders (1995) กล่าวว่า วิธีการนี้ไม่มีสำหรับนักวิจัยเนื่องจาก VAR ที่ถูกประมาณค่านั้นมีลักษณะ under identified (ดังที่ได้อธิบายมาแล้วข้างต้น) ดังนั้นนักเศรษฐมิติจึงต้องใส่ข้อจำกัดเพิ่มขึ้นไปอีก 1 ข้อจำกัด ในกรณี VAR system ที่มี 2 ตัวแปร เพื่อที่จะ identify the impulse responses ได้

ข้อจำกัดสำหรับ identification ที่เป็นไปได้ข้อหนึ่งก็คือ การใช้ Choleski decomposition Enders ยกตัวอย่างว่า มีความเป็นไปได้ที่เราจะใส่ข้อจำกัดเข้าไปในระบบในลักษณะที่ว่าค่าของ y_t ที่เกิดขึ้นในเวลาเดียวกันจะไม่มีผลกระทบในเวลาเดียวกันต่อ z_t ซึ่งในทางคณิตศาสตร์แล้วข้อจำกัด

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

นี้ก็คือ การให้ $b_{21} = 0$ ใน primitive system นั่นเอง ในเทอมของสมการ (61) พจน์ความคลาดเคลื่อนสามารถแตกย่อยออกมาได้มาได้นี้

$$e_{1t} = \varepsilon_{yt} - b_{12}\varepsilon_{zt} \quad (62)$$

$$e_{2t} = \varepsilon_{zt} \quad (63)$$

ดังนั้นถ้าเราใช้สมการ (63) ความคลาดเคลื่อน (errors) ที่เราสังเกตได้ทั้งหมดจาก $\{e_{2t}\}$sequence ก็จะเป็นผลมาจาก ε_{zt} shocks กำหนด $\{\varepsilon_{2t}\}$sequence ที่คำนวณมาแล้วมาให้องค์ความรู้ของค่าของ $\{e_{1t}\}$ sequence และสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (correlation coefficient) ระหว่าง e_{1t} และ e_{2t} จะทำให้เราสามารถคำนวณหาค่าของ $\{\varepsilon_{yt}\}$ sequence ได้โดยใช้สมการ (41) แม้ว่า Choleski decomposition นี้ จะบังคับระบบดังกล่าวในลักษณะที่ว่า ε_{yt} shock ไม่มีผลกระทบโดยตรงต่อ z_t แต่ก็จะมีผลกระทบโดยทางอ้อมในลักษณะที่ว่าค่าล่าหรือค่าล้าหลัง (lagged values) ของ y_t มีผลกระทบต่อค่าของ z_t จุดสำคัญก็คือว่า การแบ่งย่อยดังกล่าวได้บังคับให้มีความไม่สมมาตร (asymmetry) อย่างสำคัญ (ที่เป็นไปได้) ในระบบเนื่องจาก ε_{zt} shock มีผลกระทบในเวลาเดียวกันต่อทั้ง y_t และ z_t ด้วยเหตุดังกล่าวนี้สมการ (62) และ (63) จะถูกเรียกเพื่อแสดงนัยการเรียงลำดับ (an ordering) ของตัวแปร ε_{zt} shock จะมีผลกระทบโดยตรงต่อ e_{1t} และ e_{2t} แต่ ε_{yt} จะไม่มีผลกระทบต่อ e_{2t} ดังนั้น z_t ก็จะมาก่อน (prior) y_t (Enders, 1995)

สมมุติว่าค่าประมาณของสมการ (18) และ (19) ให้ค่า $a_{10} = a_{20} = 0$, $a_{11} = a_{22} = 0.7$ และ $a_{12} = a_{21} = 0.2$ และสมมุติว่าสมาชิกของเมทริกซ์ $\sum$ มีลักษณะว่า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ และ cov (e_{1t}, e_{2t}) อยู่ในลักษณะที่ว่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (correlation coefficient) ระหว่าง e_{1t} และ e_{2t} (ใช้สัญลักษณ์ว่า ρ_{12}) มีค่าเท่ากับ 0.8 ดังนั้น ความคลาดเคลื่อนที่ถูกแบ่งย่อยแล้วสามารถเขียนได้ดังนี้

$$e_{1t} = \varepsilon_{yt} + 0.8\varepsilon_{zt} \quad (64)$$

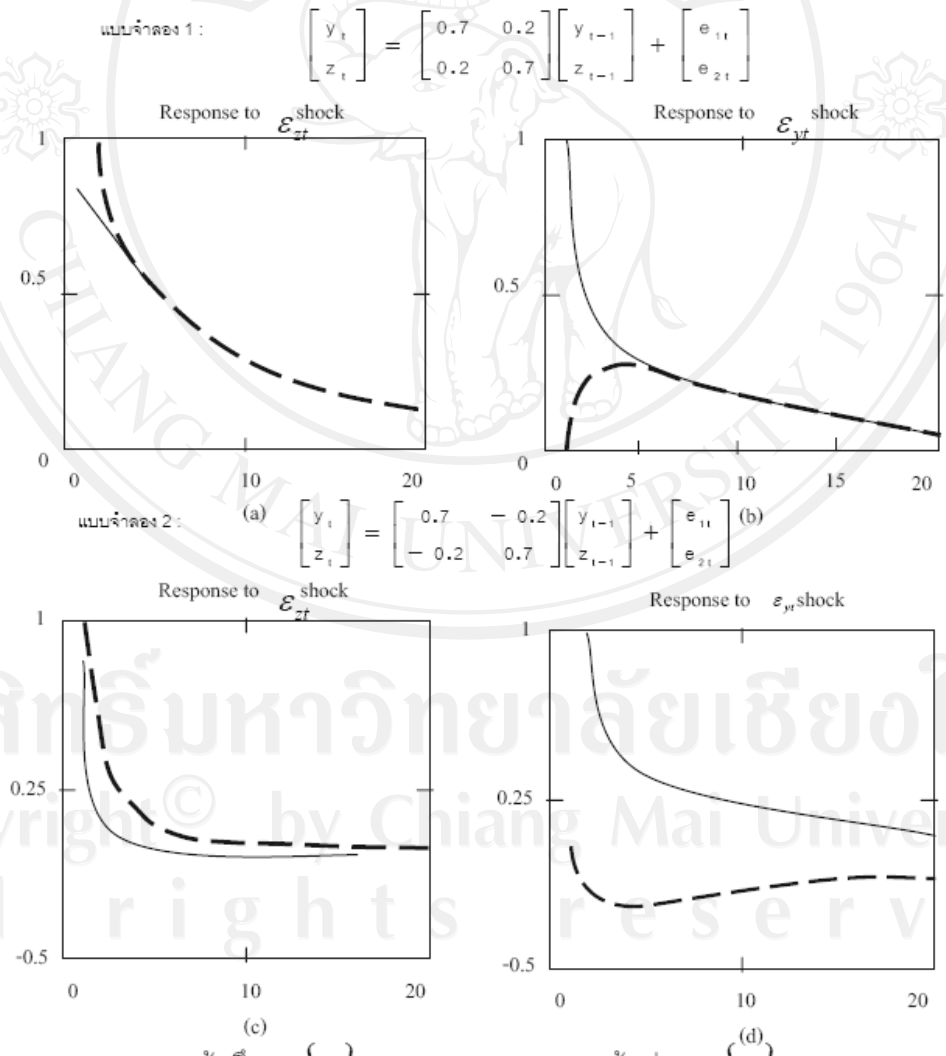
$$e_{2t} = \varepsilon_{zt} \quad (65)$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ต่อไปนี้เราจะพิจารณาว่า ถ้ามี shocks หนึ่งหน่วยไปสู่ ε_{zt} และ ε_{yt} จะมีผลกระทบต่อ time path ของ $\{y_t\}$และ $\{z_t\}$sequences อย่างไร จากสมการ (64) และ (65) ถ้ามี shock ใน ε_{zt} 1 หน่วย และจากสมการ (65) เราจะเห็นว่า e_{2t} จะเพิ่มขึ้น 1 หน่วย ซึ่งก็จะทำให้ z_t เพิ่มขึ้น 1 หน่วยด้วย และจะทำให้ y_t เพิ่มขึ้น 0.8 หน่วย (จากสมการ (64))

ในคาบเวลาต่อมา ε_{zt+1} จะกลับมาที่ศูนย์แต่ลักษณะของ autoregressive ของระบบมีลักษณะว่า y_{t+1} และ z_{t+1} จะไม่กลับไปสู่ค่าระยะยาวทันทีทันใด เนื่องจาก $z_{t+1} = 0.2y_t + 0.7z_t + \varepsilon_{zt+1}$ เราจะได้ว่า $z_{t+1} = 0.2(0.8) + 0.7(1) = 0.86$ ในทำนองเดียวกันกับ $z_{t+1} = 0.2y_t + 0.7z_t = (0.7)(0.8) + 0.2(1) = 0.76$ ซึ่งทำเช่นนี้เรื่อยๆ ไปดังจะเห็นจากรูปที่ 1 ซึ่งจะเห็นได้ว่าค่าต่อๆ มาของ $\{y_t\}$และ $\{z_t\}$sequences จะลู่เข้าไปสู่ระดับระยะยาวการลู่เข้า (convergence) นี้ ได้รับการรับประกันจากความมีเสถียรภาพของระบบ นั่นคือ characteristic roots ทั้งสองมีค่าเท่ากับ 0.5 และ 0.9

รูปที่ 2.1 Impulse Respond Function



หมายเหตุ : ในทุกกรณี $e_{1t} = 0.8\varepsilon_{zt} + \varepsilon_{yt}$ และ $e_{2t} = \varepsilon_{zt}$

ที่มา : Enders (1995, p308)

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ผลกระทบของ shock 1 หน่วย ใน ε_{yt} แสดงโดยกราฟทางขวามือ (b) ของรูปที่ 2.2 ความไม่สมมาตร (asymmetry) ของการแบ่งย่อยสามารถจะดูได้ทันทีโดยการเปรียบเทียบ 2 กราฟบนสุด shock1 หน่วย ใน ε_{yt} เป็นสาเหตุให้ค่าของ y_t เพิ่มขึ้น 1 หน่วย อย่างไรก็ตามไม่มีผลกระทบในช่วงเวลาเดียวกันต่อค่าของ z_t ดังนั้น $y_t = 1$ และ $z_t = 0$ ในคาบเวลาต่อมา ε_{yt+1} จะกลับมามีค่าเป็นศูนย์ ธรรมชาติของอัตถดถอย (autoregressive) ของระบบมีลักษณะที่ทำให้ $y_{t+1} = 0.7\, y_t + 0.2\, z_t$ และ $z_{t+1} = 0.2\, y_t + 0.7\, z_t = 0.2$ จุดที่เหลืออื่นๆ ในรูปที่ 2.2 ก็คือ impulse reponse สำหรับคาบเวลา y_{t+2} จนกระทั่งถึง y_{t+20} เนื่องจากระบบมีลักษณะนิ่ง (stationary) impulse responses ก็จะลดลงในท้ายที่สุด

Enders ได้ตั้งคำถามว่า เราสามารถจะหาผลลัพธ์ (consequences) ของการทำให้ Choleski decomposition เป็นไปในทิศทางตรงกันข้ามในลักษณะที่ว่า b_{12} (แทนที่จะเป็น b_{21}) ถูกจำกัดให้มีค่าเท่ากับศูนย์ได้หรือไม่ เนื่องจาก A_1 มีลักษณะสมมาตร (นั่นคือ $a_{11} = a_{22}$ และ $a_{12} = a_{21}$) impulse responses ของ shock ใน ε_{yt} จะมีลักษณะคล้ายกันกับ impulse responses ในกราฟ (b) สิ่งที่แตกต่างกันก็คือ เส้นทึบจะแสดงถึง time path ของ $\{z_t\}$ sequences และเส้นประคือ time path ของ $\{y_t\}$ sequence

Enders ได้กล่าวว่า สิ่งสำคัญที่จะต้องบันทึกไว้ก็คือ ความสำคัญของการเรียงลำดับ (ordering) ขึ้นอยู่กับขนาด (magnitude) ของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่าง e_{1t} และ e_{2t} ให้ ρ_{12} คือ สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ดังนั้นจะได้ว่า $\rho_{12} = \sigma_{12} / \sigma_1\sigma_2$ สมมุติว่าแบบจำลองที่เราประมาณค่าได้ให้ Σ มา ในลักษณะที่ทำให้ ในกรณีนี้การเรียงลำดับ (ordering) จะไม่มีความสำคัญเลย เมื่อ $\rho_{12} = 0$ สมการ (44) และ (45) จะกลายมาเป็น $e_{1t} = \varepsilon_{yt}$ และ $e_{2t} = \varepsilon_{zt}$ ดังนั้นถ้าไม่มีสหสัมพันธ์ข้ามสมการ ส่วนที่เหลือหรือส่วนตกค้าง (residuals) จากสมการ y_t และ z_t จะมีค่าเท่ากับ shock ε_{yt} และ shocks ε_{zt} ตามลำดับเท่านั้น ในกรณีปลายสุดอีกข้างหนึ่ง (other extreme) ถ้า $\rho_{12} = 1$ เราก็จะมี shock เพียงอันเดียว (single shock) ในระบบที่มีผลกระทบในเวลาเดียวกันต่อทั้งสองตัวแปร ภายใต้ข้อสมมุติ $b_{21} = 0$ สมการ (44) และ (45) จะกลายมาเป็น $e_{1t} = \varepsilon_{zt}$ และ $e_{2t} = \varepsilon_{zt}$ และถ้า $b_{12} = 0$ สมการ (44) และ (45) ก็จะกลายมาเป็น $e_{1t} = \varepsilon_{yt}$ และ $e_{2t} = \varepsilon_{yt}$ โดยปกติแล้วนักวิจัยต้องการที่จะต้องการทดสอบนัยสำคัญของ ρ_{12} เช่นการใช้กฎหัวแม่มือ (rule of thumb) หรือกฎแห่งการปฏิบัติ ถ้า $|\rho_{12}| > 0.2$ สหสัมพันธ์ (correlation) นั้นจะถูกลงความเห็นว่ามีนัยสำคัญ ถ้า $|\rho_{12}| > 0.2$ กระบวนการปกติก็คือ การหา impulse response function โดยใช้การเรียงลำดับเฉพาะ หลังจากนั้นให้เปรียบเทียบผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นกับ impulse function ที่ได้จากการทำให้(reversing) การ

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

เรียงลำดับเป็นไปในทิศทางตรงกันข้าม ถ้าการแจงเหตุสู่ผล (implication) มีความแตกต่างกันอย่างมาก การตรวจอบเพิ่มเติมถึงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรเป็นสิ่งที่จะต้องทำ

การแยกส่วนประกอบของความแปรปรวน (variance decomposition)

ใน VAR ที่ไม่ได้ใส่ข้อจำกัดนั้นมีพารามิเตอร์มากเกินไป เพราะฉะนั้นก็จะไม่มีประโยชน์สำหรับการพยากรณ์ระยะสั้น อย่างไรก็ตาม Enders ได้กล่าวว่า การเข้าใจคุณสมบัติของความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ก็จะช่วยมากในการเปิดเผยความสัมพันธ์ระหว่างกันในหมู่ตัวแปรในระบบสมมุติว่าถ้าเราทราบสัมประสิทธิ์ของ A_0 และ A_1 และต้องการที่จะพยากรณ์ค่าต่างๆ ของ x_{t+i} ภายใต้เงื่อนไขของค่าสังเกตของ x_t เราจะได้ว่า

$$E_t x_{t+1} = A_0 + A_1 x_t \tag{66}$$

ทั้งนี้เนื่องจากเรามีสมการ

$$x_{t+1} = A_0 + A_1 x_t + e_t \tag{67}$$

เพราะฉะนั้น ความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์หนึ่งคาบไปข้างหน้าก็สามารถเขียนได้ดังนี้

$$x_{t+1} - E_t x_{t+1} = e_{t+3} \tag{68}$$

และจาก

$$\begin{aligned} x_{t+2} &= A_0 + A_1 x_{t+1} + e_{t+2} \\ &= A_0 + A_1 (A_0 + A_1 x_t + e_{t+1}) + e_{t+2} \end{aligned} \tag{69}$$

เราจะได้

$$E_t x_{t+2} = (I + A_1) A_0 + A_1^2 x_t \tag{70}$$

เพราะฉะนั้น ความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์สองคาบไปข้างหน้าสามารถเขียนได้ดังนี้

$$x_{t+2} - E_t x_{t+2} = e_{t+2} + A_1 e_{t+1} \tag{71}$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

เพราะฉะนั้น การพยากรณ์อย่างมีเงื่อนไขและความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ n คาบไปข้างหน้า สามารถเขียนได้ตามลำดับดังนี้

$$E_t x_{t+n} = \left(I + A_1 + A_1^2 + \ldots + A_1^{n-1}\right)A_0 + A_1^n x_t \qquad (72)$$

$$x_{t+n} - E_t x_{t+n} = e_{t+n} + A_1 e_{t+n-1} + A_1^2 e_{t+n-2} + \ldots + A_1^{n-1} e_{t+1} \qquad (73)$$

เราจะเห็นได้ว่าความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์จะอยู่ในรูปของ VMA (vector moving average)

Enders กล่าวว่าแบบจำลอง VMA และ VAR ได้บรรจุสารสนเทศ (information) ชนิดเดียวกันหรือเหมือนกัน แต่จะเป็นการสะดวกที่เราจะอธิบายคุณสมบัติของความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ในรูปของ $\{\varepsilon_t\}$sequence และจากสมการ (70) เราจะได้ว่า

$$x_{t+n} = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} \phi \varepsilon_{t+n-i} \qquad (74)$$

ดังนั้น ความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ n คาบเวลาไปข้างหน้าจะสามารถเขียนได้ดังนี้

$$x_{t+n} - E_t x_{t+n} = \sum_{i=0}^{n-1} \phi_i \varepsilon_{t+n-i} \qquad (75)$$

ถ้าเราพิจารณาเฉพาะ $\{y_t\}$sequence เท่านั้น เราจะได้ความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ n คาบเวลาไปข้างหน้าดังนี้

$$y_{t+n} - E_t y_{t+n} = \phi_{11}(0)\varepsilon_{yt+n} + \phi_{11}(1)\varepsilon_{yt+n-1} + \ldots + \phi_{11}(n-1)\varepsilon_{yt+1} \qquad (76)$$
$$+ \phi_{12}(0)\varepsilon_{zt+n} + \phi_{12}(1)\varepsilon_{zt+n-1} + \ldots + \phi_{12}(n-1)\varepsilon_{zt+1} \qquad (77)$$

ถ้าเราให้ $\sigma_y(n)^2$ คือ ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ n คาบเวลาไปข้างหน้าของ y_{t+n} เราจะได้ว่า

$$\sigma_y(n)^2 = \sigma_y^2\left[\phi_{11}(0)^2 + \phi_{11}(1)^2 + \ldots + \phi_{11}(n-1)^2\right] \qquad (78)$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

$$+\sigma_z^2\left[\phi_{12}(0)^2+\phi_{12}(1)^2+...+\phi_{12}(n-1)^2\right]$$

เนื่องจากทุกค่าของ $\phi_{jk}(i)^2$ มีค่าไม่เป็นลบ (non-negative) ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์จะเพิ่มขึ้นเมื่อมีการพยากรณ์ที่ไกลออกไปนั่นคือ เมื่อ n เพิ่มขึ้น Enders กล่าวว่าเป็นไปได้ที่เราจะแยกส่วนประกอบของความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ n คาบเวลาไปข้างหน้าอันเนื่องมาจากแต่ละ shock และสัดส่วนของ $\sigma_y(n)^2$ เนื่องจาก shocks ใน $\{\varepsilon_{yt}\}$และ $\{\varepsilon_{zt}\}$sequences สามารถเขียนตามลำดับได้ดังนี้

$$\frac{\sigma_y^2\left[\phi_{11}(0)^2+\phi_{11}(1)^2+...+\phi_{11}(n-1)^2\right]}{\sigma_y(n)^2} \tag{79}$$

และ

$$\frac{\sigma_z^2\left[\phi_{12}(0)^2+\phi_{12}(1)^2+...+\phi_{12}(n-1)^2\right]}{\sigma_y(n)^2} \tag{80}$$

เพราะฉะนั้น ส่วนประกอบของความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์จะบอกเราเกี่ยวกับสัดส่วนของการเคลื่อนไหวในหนึ่ง sequence อันเนื่องมาจาก shocks ของตัวแปรนั้นเอง เมื่อเทียบกับ shocks อันเนื่องมาจากตัวแปรอื่น ถ้า shocks ของ ε_{zt} ไม่ได้อธิบายความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ของ $\{y_t\}$ เลยในการพยากรณ์ไปข้างหน้า เราจะกล่าวว่า $\{y_t\}$sequence มีลักษณะนอกระบบ (exogenous) ในสถานการณ์เช่นนี้ $\{y_t\}$sequence จะมีลักษณะเป็นอิสระกับ shocks ของ ε_{zt} และ $\{z_t\}$ sequence ในกรณีปลายสุดอีกกรณีหนึ่งนั้น ถ้า shocks ของ ε_{zt} สามารถอธิบายความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ทั้งหมดใน $\{y_t\}$ sequence ณ การพยากรณ์ไปข้างหน้าทั้งหมด เราจะสรุปได้ว่า $\{y_t\}$จะเป็นตัวแปรในระบบ (endogenous) อย่างสิ้นเชิง ในการวิจัยเชิงประยุกต์นั้นจะเป็นแบบฉบับเลยสำหรับที่ตัวแปรตัวหนึ่งจะอธิบายเกือบจะทั้งหมดของความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ทั้งหมด ณ การพยากรณ์ไปข้างหน้าระยะสั้น แต่จะเป็นสัดส่วนที่น้อยลง เมื่อระยะของการพยากรณ์ไปข้างหน้ายาวขึ้นเราสามารถคาดหวังแบบแผนดังกล่าวนี้ได้ ถ้า shocks ของ ε_{zt} มีผลกระทบในระยะเดียวกันต่อ y_t น้อยมาก แต่มีผลกระทบต่อ $\{y_t\}$ sequence ที่มีความล่าหรือล้าหลัง (lag)

โปรดสังเกตว่าการแยกส่วนประกอบของความแปรปรวนจะมีปัญหาอย่างเดียวกับที่เกิดขึ้นในการวิเคราะห์ impulse response function ในการหา $\{\varepsilon_{yt}\}$และ $\{\varepsilon_{zt}\}$ sequences เราจำเป็นจะต้องใส่ข้อจำกัดลงไปที่เมทริกซ์ B การแยกส่วนประกอบแบบ Choleski ที่ใช้ในสมการ (41) และ (42) จำเป็นที่จะต้องมีว่า ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์หนึ่งคาบเวลาของ z_t ทั้งหมดจะต้องเนื่องมาจาก ε_{zt} ถ้าเราใช้การเรียงลำดับอีกทางเลือกหนึ่ง เราจะได้ว่า ความแปรปรวน

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ของความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์หนึ่งคาบเวลาของ y_t ทั้งหมด จะต้องเนื่องมาจาก ε_{yt} ผลกระทบที่รุนแรงของข้อสมมุติทางเลือกเหล่านี้จะลดน้อยลง ณ การพยากรณ์ในคาบเวลาที่ไกลขึ้น ในทางปฏิบัติเราจำเป็นที่จะต้องตรวจสอบส่วนประกอบของความแปรปรวน ณ คาบการพยากรณ์ต่างๆ เมื่อ n เพิ่มขึ้น ส่วนประกอบต่างๆ ของความแปรปรวนควรที่จะลู่เข้า (converge) ยิ่งกว่านั้น ถ้าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (correlation coefficient) ρ_{12} มีค่าแตกต่างจากศูนย์อย่างมีนัยสำคัญ เราจะได้รับส่วนประกอบของความแปรปรวนต่างๆ ภายใต้การเรียงลำดับต่างๆ

อย่างไรก็ตามการวิเคราะห์ impulse response และส่วนประกอบของความแปรปรวน (ซึ่งรวมกันเรียกว่า innovation accounting) สามารถที่จะเป็นเครื่องมือที่เป็นประโยชน์ในการตรวจสอบความสัมพันธ์ในหมู่ตัวแปรทางด้านเศรษฐศาสตร์ ถ้าหากสหสัมพันธ์ในหมู่ innovations ต่างๆ มีค่าน้อย identification problem ไม่น่าจะเป็นสิ่งสำคัญ การเรียงลำดับในทางอื่นๆ จะให้ impulse response และส่วนประกอบของความแปรปรวนคล้ายๆ กัน และแน่นอนที่สุดการเคลื่อนไหวในช่วงเวลาเดียวกันของตัวแปรทางด้านเศรษฐศาสตร์จำนวนมากก็มีสหสัมพันธ์สูงมาก (Enders, 1995)

2.2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ตีรณ โง้วศิริมณี (2525) ได้ทำการศึกษาเรื่องผลกระทบต่อการออมของทุนต่างประเทศและการเติบโตทางเศรษฐกิจของประเทศไทย มีวัตถุประสงค์ที่จะทดสอบในเชิงปริมาณว่าทุนต่างประเทศมีผลกระทบต่อการออมและการเจริญเติบโตของเศรษฐกิจประเทศไทย ในทิศทางใดและเพียงใด ทั้งนี้โดยอาศัยแบบจำลองของสมการเชิงซ้อนและวิธีการประมาณค่าแบบ Two-stage Least Square และอาศัยข้อมูลสถิติช่วงปี ค.ศ.1960-1981 การทดสอบสมมุติฐานของนักเศรษฐศาสตร์สองฝ่ายในที่นี้ ได้แยกการออมประชาชาติเบื้องต้นออกเป็นการออมภาคเอกชนและการออมภาครัฐบาล อีกทั้งแยกทุนต่างประเทศไหลเข้าออกเป็นการลงทุนโดยตรงจากต่างประเทศ หนี้ต่างประเทศระยะยาวของภาคเอกชน (รวมการลงทุนในหลักทรัพย์) และหนี้ต่างประเทศภาครัฐบาลโดยให้สมมุติให้ทุนต่างประเทศประเภทต่างๆเป็นตัวแปรภายนอกระบบ จากผลการศึกษาพบว่า การลงทุนโดยตรงจากต่างประเทศมีผลกระทบในทางตรงข้ามต่อการออมภาคเอกชนและการเติบโตทางเศรษฐกิจอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติแต่ไม่มีผลกระทบต่อการออมภาครัฐบาล หนี้ต่างประเทศภาคเอกชนมีผลกระทบต่อการออมและการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจในทางบวก และหนี้ต่างประเทศภาครัฐบาลมีผลกระทบในลักษณะที่เข้ามาทดแทนการออมภาครัฐบาล แต่ก็ช่วยเพิ่มพูนการออมภาคเอกชน การออมประชาชาติรวมและการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของไทย

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

จุฑาทิพย์ เอี่ยมจิตเมตตา (2532) ได้ทำการศึกษาถึงการเปรียบเทียบลักษณะและผลกระทบของการลงทุนจากต่างประเทศในประเทศไทย โดยในการศึกษาได้ทำการแบ่งช่วงเวลาออกเป็น 3 ช่วง คือ ช่วงแรกในปี 2503 – 2514 ช่วงที่ 2 ในปี 2515 – 2524 และช่วงที่ 3 ในปี 2503 – 2514 ธุรกิจที่ได้รับความสนใจจากนักลงทุนต่างประเทศในการเข้ามาลงทุนในประเทศไทย ได้แก่ อุตสาหกรรมโลหะ อุตสาหกรรมเครื่องใช้ไฟฟ้าและอุปกรณ์ อุตสาหกรรมอาหารและอุตสาหกรรมเคมีภัณฑ์ ส่วนในช่วงปี 2515 – 2524 อุตสาหกรรมที่ได้รับความสนใจจากนักลงทุนต่างประเทศในการเข้ามาลงทุนในประเทศไทย ได้แก่ อุตสาหกรรมแปรรูปผลิตภัณฑ์ทางการเกษตรและอุตสาหกรรมเครื่องใช้ไฟฟ้าและอุปการณ์ ส่วนในช่วงปี 2524 – 2531 อุตสาหกรรมที่ได้รับความสนใจจากนักลงทุนต่างประเทศในการเข้ามาลงทุน ได้แก่ อุตสาหกรรมอาหาร อุตสาหกรรมเคมีภัณฑ์ ผลิตภัณฑ์พลาสติกและผลิตภัณฑ์ยาง ส่วนผลกระทบของการลงทุนโดยตรงจากต่างประเทศได้อาศัยข้อมูลจากชมรมนักเศรษฐศาสตร์ธุรกิจแห่งประเทศไทย ที่ได้ออกแบบสอบถามไปยังผู้ประกอบการที่เป็นคนไทย พบว่าในทางบวกผู้ประกอบการคนไทยคิดว่าการลงทุนโดยตรงจากต่างประเทศจะช่วยให้เกิดการจ้างงาน มีการขยายตลาดในการส่งออกและมีการนำเข้าเทคโนโลยีที่ทันสมัย ส่วนในทางลบพบว่าจะเกิดการแย่งปัจจัยการผลิตทั้งทางด้านวัตถุดิบ แรงงาน และที่ดิน ตลอดจนเกิดการแย่งสิทธิ GSP ที่ต่างประเทศให้กับสินค้าที่นำเข้าจากประเทศไทยและยังทำให้ระดับการแข่งขันภายในประเทศสูงขึ้นอีกด้วยจากต่างประเทศ

วัชระ หัศภาค (2536) ศึกษาเรื่อง ผลของการส่งออกและการลงทุนโดยตรงต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของประเทศไทย โดยอาศัยแบบจำลองการเติบโตทางเศรษฐกิจของสำนักนีโอคลาสสิค ซึ่งกำหนดรูปแบบการเติบโตของฟังก์ชั่นการผลิตที่มีความก้าวหน้าทางเทคโนโลยีแบบเป็นกลาง 3 รูปแบบคือ 1. Hick-neutral เป็นฟังก์ชั่นการผลิตที่แสดงถึงการขยายตัวทางด้านการผลิต 2. Solow-neutral เป็นความก้าวหน้าทางเทคโนโลยี ที่มีผลเป็นการเสริมความสามารถในการผลิตของปัจจัยทุนแต่ละหน่วย 3. Harrod-neutral เป็นความก้าวหน้าทางเทคโนโลยีที่มีผลเป็นการเสริมความสามารถในการผลิตของปัจจัยแรงงานแต่ละหน่วย ในช่วงปี พ.ศ.2514-2534 จากผลการศึกษาพบว่า บทบาทการส่งออกที่มีต่ออัตราการเติบโตทางเศรษฐกิจของชาติไปในทิศทางเดียวกันทั้ง 3 รูปแบบคือ การส่งออก ทั้งสินค้าเกษตร อุตสาหกรรม ที่เพิ่มขึ้นจะมีผลทำอัตราการเติบโตทางเศรษฐกิจเพิ่มขึ้นด้วย แต่การส่งออกบริการจะไม่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงของอัตราการเจริญเติบโต สำหรับบทบาทของการลงทุนโดยตรงจากต่างประเทศที่มีต่ออัตราการเติบโตทางเศรษฐกิจนั้น ค่าสัมประสิทธิ์ที่คำนวณได้ไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ ทั้ง 3 รูปแบบ เนื่องจากบทบาทของนักลงทุนทั้งหมดของประเทศ เมื่อเปรียบเทียบแล้วมีมูลค่าสูงกว่าการลงทุนโดยตรงจากต่างประเทศมาก

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ศรีสุดา จิรากูลสวัสดิ์ (2536) ศึกษาเรื่อง ผลกระทบของเงินทุนต่างประเทศต่อการออมในประเทศและปัจจัยกำหนดการไหลเข้าของเงินทุนต่างประเทศของประเทศไทย โดยเงินทุนไหลเข้าจากต่างประเทศถูกแบ่งออกเป็น เงินลงทุนโดยตรงจากต่างประเทศ เงินกู้ยืมจากต่างประเทศ และเงินลงทุนในหลักทรัพย์จากต่างประเทศ เงินออมภายในประเทศแบ่งออกเป็นเงินออมภาคเอกชนและเงินออมภาครัฐบาล วิเคราะห์โดยใช้สมการถดถอยเชิงซ้อน (Multiple Regression Analysis) พบว่าเงินลงทุนโดยตรงจากต่างประเทศ เงินกู้ยืม และการลงทุนในหลักทรัพย์ต่างประเทศมีผลกระทบโดยตรงต่อการขยายตัวทางเศรษฐกิจและเงินออม และพบอีกว่าผลิตภัณฑ์ประชาชาติ ผลกำไรและผลตอบแทนจากการลงทุนโดยตรงของชาวต่างประเทศ มีผลทางบวกต่อเงินลงทุนโดยตรงจากต่างประเทศ

สำหรับปัจจัยกำหนดการไหลเข้าของเงินทุนต่างประเทศของประเทศไทย มีดังนี้

การไหลเข้าของเงินทุนโดยตรงจากต่างประเทศ คือ ผลตอบแทนจากการลงทุนโดยตรง มูลค่าส่งออกสินค้าอุตสาหกรรม

การไหลเข้าของเงินลงทุนในหลักทรัพย์จากต่างประเทศ คือ ผลิตภัณฑ์ประชาชาติเบื้องต้น ความแตกต่างระหว่างอัตราดอกเบี้ยเงินกู้ในประเทศและต่างประเทศ อัตราผลตอบแทนเฉลี่ยจากการลงทุนในหลักทรัพย์

การไหลเข้าของเงินกู้ยืมจากต่างประเทศ คือ ความแตกต่างระหว่างอัตราดอกเบี้ยเงินกู้ในประเทศและต่างประเทศ ดุลเงินสดของงบประมาณรัฐบาล

บุษกร ถาวรประสิทธิ์ (2541) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระว่างเงินทุนต่างประเทศและการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจและประเทศไทย โดยใช้ทฤษฎีการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจและทฤษฎีเงินทุนไหลเข้าจากต่างประเทศ แบบจำลองนี้ใช้ในการศึกษาอาศัยแนวความคิดของนีโอคลาสสิคเป็นพื้นฐาน โดยมีการวิเคราะห์ 3 วิธี คือ ระบบสมการเดี่ยวโดยใช้ OLS (Ordinary Least Square) ฟังก์ชั่นเกี่ยวเนื่องโดยใช้ TSLS (Two – Stage – Least Square) และ Cointegration and Error Correlation ผลการศึกษาใน 3 วิธีนี้ให้ผลในทิศทางเดียวกัน คือการเปลี่ยนแปลงของการลงทุนในประเทศมีผลต่ออัตราการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจในทิศทางเดียวกัน แต่ปัจจัยแรงงานไม่มีผลต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ เนื่องจากส่วนเพิ่มของแรงงานอยู่ในระดับต่ำเมื่อเปรียบเทียบกับปัจจัยทุน

นันท์นภัส เลิศจรรยารักษ์ (2548) ได้ทำการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรเศรษฐกิจมหภาคและการลงทุนโดยตรงจากต่างประเทศในประเทศไทยโดยประยุกต์แบบจำลองทางเศรษฐมิติด้วยเทคนิควิธีแบบ Impulse Response Function พบว่าเมื่อเกิดการเปลี่ยนแปลงของเงินลงทุนโดยตรงจากต่างประเทศอย่างฉับพลัน ตัวแปรที่ได้รับผลกระทบมากที่สุดได้แก่ อัตราเงินเฟ้อ

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ซึ่งอัตราเงินเฟ้อสามารถอธิบายการผันแปรของเงินลงทุนโดยตรงจากต่างประเทศได้เฉลี่ยประมาณร้อยละ 3.9 เมื่อเกิดการเปลี่ยนแปลงของผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศอย่างฉับพลัน ตัวแปรที่ได้รับผลกระทบมากที่สุดได้แก่ เงินลงทุนโดยตรงจากต่างประเทศ ซึ่งสามารถอธิบายการผันแปรได้เฉลี่ยร้อยละ 1.6 ,เมื่อเกิดการเปลี่ยนแปลงของอัตราแลกเปลี่ยนอย่างฉับพลัน ตัวแปรที่ได้รับผลกระทบมากมี่สุดได้แก่ อัตราดอกเบี้ย ซึ่งสามารถอธิบายการผันแปรได้โดยเฉลี่ยร้อยละ 1.7 เมื่อเกิดการเปลี่ยนแปลงของอัตราเงินเฟ้ออย่างฉับพลัน ตัวแปรที่ได้รับผลกระทบมากที่สุดได้แก่อัตราดอกเบี้ย ซึ่งสามารถอธิบายการผันแปรได้โดยเฉลี่ยร้อยละ 24 เมื่อเกิดการเปลี่ยนแปลงของอัตราดอกเบี้ยอย่างฉับพลัน ตัวแปรที่ได้รับผลกระทบมากที่สุด ได้แก่อัตราเงินเฟ้อ ซึ่งสามารถอธิบายการผันแปรได้โดยเฉลี่ยร้อยละ 6.6

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved