

บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

การศึกษาครั้งนี้เป็นการศึกษาความสัมพันธ์ของความผันผวนของอัตราผลตอบแทนระหว่างดัชนีหุ้นกลุ่มพลังงานและกลุ่มขนส่งในตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย โดยผู้ศึกษาได้รวบรวมแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งได้จากการค้นคว้าข้อมูลจากแหล่งต่างๆ เพื่อนำมาใช้เป็นแนวทางในการศึกษาได้ดังนี้

2.1.1 ทฤษฎีข้อมูลอนุกรมเวลา

ในการศึกษาครั้งนี้ใช้ข้อมูลอนุกรมเวลา ซึ่งลักษณะข้อมูลโดยพื้นฐานของข้อมูลอนุกรมเวลานั้นมีข้อควรพิจารณา คือข้อมูลนั้นเป็นข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่งหรือไม่ ไม่เช่นนั้นอาจทำให้เกิดปัญหาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรของสมการเป็นความสัมพันธ์ไม่แท้จริง (spurious regression) ซึ่งเป็นการยากที่จะยอมรับได้ในทางเศรษฐศาสตร์ ดังนั้นจึงต้องทำการทดสอบก่อนว่าข้อมูลอนุกรมเวลามีลักษณะนิ่งหรือไม่ ดังมีรายละเอียดต่อไปนี้

ข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่ง (stationary) หมายถึงการที่ข้อมูลอนุกรมเวลาอยู่ในสภาพของการสมดุลเชิงสถิติ (statistical equilibrium) ซึ่งหมายถึง การที่ข้อมูลอนุกรมเวลาไม่มีการเปลี่ยนแปลงแม้ว่าเวลาจะเปลี่ยนแปลงไป แสดงได้ดังนี้

1. กำหนดให้ $X_t, X_{t+1}, X_{t+2}, \dots, X_{t+k}$ เป็นข้อมูลอนุกรมเวลาที่เวลา $t, t+1, t+2, \dots, t+k$
2. กำหนดให้ $X_{t+m}, X_{t+m+1}, X_{t+m+2}, \dots, X_{t+m+k}$ เป็นข้อมูลอนุกรมเวลาที่เวลา $t+m, t+m+1, t+m+2, \dots, t+m+k$
3. กำหนดให้ $P(X_t, X_{t+1}, X_{t+2}, \dots, X_{t+k})$ เป็นการแจกแจงความน่าจะเป็นร่วมของ $X_t, X_{t+1}, X_{t+2}, \dots, X_{t+k}$
4. กำหนดให้ $P(X_{t+m}, X_{t+m+1}, X_{t+m+2}, \dots, X_{t+m+k})$ เป็นการแจกแจงความน่าจะเป็นร่วมของ $X_{t+m}, X_{t+m+1}, X_{t+m+2}, \dots, X_{t+m+k}$

จากข้อกำหนดทั้ง 4 ข้อดังกล่าว X จะเป็นข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่งเมื่อ

$$P(X_t, X_{t+1}, X_{t+2}, \dots, X_{t+k}) = P(X_{t+m}, X_{t+m+1}, X_{t+m+2}, \dots, X_{t+m+k})$$

โดยหากพบว่า $P(X_t, X_{t+1}, X_{t+2}, \dots, X_{t+k})$ มีค่าไม่เท่ากับ $P(X_{t+m}, X_{t+m+1}, X_{t+m+2}, \dots, X_{t+m+k})$ แล้วจะสรุปได้ว่าข้อมูลอนุกรมเวลาดังกล่าวมีลักษณะไม่นิ่ง (non-stationary) ซึ่งการทดสอบว่าข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่งหรือไม่นั้น แต่เดิมจะพิจารณาที่ค่าสัมประสิทธิ์ในตัวเอง (Autocorrelation Coefficient Function: ACF) ตามแบบจำลองของบ็อก-เจนกินส์ (Box-Jenkins model) ซึ่งหากพบว่าค่า correlation (ρ) ที่ได้จากการพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์ในตัวเองนั้น มีค่าใกล้ 1 มาก ๆ จะส่งผลให้การพิจารณาที่ค่า ACF ก่อนข้างจะไม่แม่นยำ เพราะว่าการแสดงค่า ACF มีค่าแนวโน้มนลดลงเหมือน ๆ กัน บางคนสรุปไม่ได้เหมือนกันเพราะประสบการณ์ที่แตกต่างกัน ทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนได้ ดังนั้น ดิกกี - ฟลูเลอร์ (Dickey-Fuller) จึงพัฒนาการตรวจสอบข้อมูลอนุกรมเวลาว่ามีลักษณะนิ่งหรือไม่ โดยการทดสอบยูนิทรูท (Unit Root) (ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์ และ อารี วิบูลย์พงศ์, 2542)

2.1.2 การทดสอบยูนิทรูท (Unit Root)

ข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่ง (stationary) คือข้อมูลที่ค่าเฉลี่ย และความแปรปรวนของกระบวนการเชิงสุ่มนั้นมีค่าคงที่เมื่อเวลาได้เปลี่ยนไป และค่าความแปรปรวนระหว่างสองคาบเวลาขึ้นอยู่กับความล่า (lag) ระหว่างคาบเวลาทั้งสอง โดยสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้ (ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์ และอารี วิบูลย์พงศ์, 2542)

$$\text{ค่าเฉลี่ย (mean)} : E(X_t) = \text{constant} = \sigma \quad (2.1)$$

$$\text{ความแปรปรวน (variance)} : V(X_t) = \text{constant} = \omega^2 \quad (2.2)$$

ความแปรปรวนร่วม (covariance) :

$$\text{cov}(X_t, X_{t+k}) | E(X_t - \sigma)(X_{t+k} - \sigma) | \omega_k \sigma \quad (2.3)$$

โดยที่ X_t แทนข้อมูลอนุกรมเวลาซึ่งเป็นกระบวนการเชิงสุ่ม

ในการวิเคราะห์ข้อมูลที่เป็นอนุกรมเวลานั้น ข้อมูลจะต้องมีลักษณะนิ่ง เนื่องจากข้อมูลอนุกรมเวลานั้นมาจากกระบวนการเชิงสุ่ม (random process) การนำข้อมูลอนุกรมเวลาไปใช้โดยไม่ได้ทำการตรวจสอบว่าข้อมูลนั้นมีลักษณะนิ่งนั้น ค่าสถิติที่เกิดขึ้นจะมีการแจกแจงไม่มาตรฐาน (nonstandard distribution) ซึ่งทำให้การนำไปใช้เปรียบเทียบกับค่าในตารางมาตรฐานไม่ถูกต้อง เนื่องจากค่าต่าง ๆ นั้น มีสมมติฐานว่าข้อมูลนั้นมีการแจกแจงมาตรฐาน (standard distributions) ทำให้นำไปสู่การลงความเห็นว่าผิดพลาด และความสัมพันธ์ที่ไม่แท้จริง (spurious regression) กล่าวคือ มี R^2 ค่าสูงมาก และได้ค่าสถิติ t-test มีนัยสำคัญหรือสูงเกินกว่าความเป็นจริง

ข้อมูลที่นำมาทำการศึกษาโดยใช้วิธีการทดสอบยูนิตรูกที่ใช้กันมีอยู่ 2 วิธี คือ Dicky-Fuller (DF) test และ Augmented Dicky-Fuller (DF) test

2.1.2.1 Dicky-Fuller (DF) test ทำการทดสอบตัวแปรที่เคลื่อนไหวไปตามช่วงเวลา เป็น autoregressive model

$$X_t = \psi X_{t-1} + \kappa_t \tag{2.4}$$

โดยที่ X_t, X_{t-1} คือ ข้อมูลอนุกรมเวลาของตัวแปรอิสระ ณ เวลา t และ t-1
 κ_t คือ ความคลาดเคลื่อนเชิงสุ่ม (Random Error)
 ψ คือ สัมประสิทธิ์อัตโนมัติสหสัมพันธ์ (Autocorrelation Coefficient)

ถ้าให้ $\psi = 1$

จะได้ว่า $X_t = X_{t-1} + \kappa_t ; \kappa_t \sim iid(0, \omega^2 \kappa_t)$

สมมติฐาน คือ

$H_0 : \psi = 1$ หมายถึง X_t มียูนิตรูก หรือ X_t มีลักษณะไม่นิ่ง

$H_0 : |\psi| < 1; -1 < \psi < 1$ หมายถึง X_t ไม่มียูนิตรูก หรือ X_t มีลักษณะนิ่ง

โดยถ้ายอมรับ $H_0 : \psi = 1$ หมายถึงว่า X_t มียูนิตรูก หรือ X_t มีลักษณะไม่นิ่ง

แต่ถ้ายอมรับ $H_0 : |\psi| < 1$ หมายถึงว่า X_t ไม่มียูนิตรูก หรือ X_t มีลักษณะนิ่ง

จากสมการที่ 3.1 นำ X_{t-1} ไปลบทั้งสองข้างของสมการจะได้ว่า

$$\begin{aligned} X_t - X_{t-1} &= \psi X_{t-1} - \psi X_{t-1} + X_{t-1} + \kappa_t \\ &= X_{t-1} (\psi - 1) + X_{t-1} + \kappa_t \\ &= X_{t-1} \chi + \kappa_t \end{aligned} \tag{2.5}$$

โดยให้ $\chi = \psi - 1$ นั่นก็คือได้สมมติฐานว่า

$H_0 : \chi = 0$ หรือเขียนได้อีกอย่างว่า $H_0 : \psi = 1$

$H_0 : \chi \neq 0$ หรือเขียนได้อีกอย่างได้ว่า $H_0 : \psi \neq 1$

หากการทดสอบยอมรับสมมติฐานหลัก $H_0 : \mathcal{X} | 0$ แสดงว่าตัวแปร X_t มี
 ยูนิทรูทหรือ X_t จะมีลักษณะไม่นิ่ง (non-stationary) แต่ในทางตรงข้ามหากปฏิเสธสมมติฐานหลัก
 แสดงว่ายอมรับ $H_0 : \mathcal{X} \neq 0$ แสดงว่าตัวแปร X_t ไม่มียูนิทรูทหรือ X_t มีลักษณะนิ่ง (stationary)
 ถ้า X_t เป็นแนวเดินเชิงสุ่มซึ่งมีความโน้มเอียงทั่วไปรวมอยู่ด้วย (random walk with
 drift) เราสามารถจะเขียนแบบจำลองได้ดังนี้

$$\Delta X_t | \zeta \sum_{i=1}^p \alpha_i X_{t-i} + \kappa_t \tag{2.6}$$

และถ้า X_t เป็นแนวเดินเชิงสุ่มซึ่งมีความโน้มเอียงทั่วไปรวมอยู่ด้วย (random walk
 with drift) และมีแนวโน้มตามเวลาเชิงเส้น (linear time trend) เราสามารถจะเขียนแบบจำลองได้
 ดังนี้

$$\Delta X_t | \zeta \sum_{i=1}^p \alpha_i X_{t-i} + \eta T + \kappa_t \tag{2.7}$$

โดยที่ t คือเวลาในสมการที่ (2.6) จะมีความโน้มเอียงทั่วไป และในสมการที่ (2.7)
 จะมีทั้งความโน้มเอียงทั่วไป และมีแนวโน้มตามเวลาเชิงเส้น โดยตัวพารามิเตอร์ที่อยู่ในความสนใจ
 ในทุกสมการ คือ \mathcal{X} นั่นคือ ถ้า $\mathcal{X} | 0; X_t$ จะมียูนิทรูทโดยการเปรียบเทียบค่าสถิติ t (t-statistic)
 ที่คำนวณได้กับค่าที่เหมาะสมที่อยู่ในตาราง Dickey-Fuller (Dickey-Fuller tables) หรือกับค่าวิกฤติ
 MacKinnon critical values

2.1.2.2 Augmented Dickey-Fuller (ADF) test เป็นการทดสอบยูนิทรูทอีกวิธีหนึ่ง

ที่พัฒนามาจากวิธีของ Dickey-Fuller เนื่องจาก Dickey-Fuller test ไม่สามารถทำการทดสอบตัวแปร
 ในกรณีที่เป็น serial correlation ในค่า error term (e_t) ที่มีลักษณะความสัมพันธ์กันเองในระดับสูง
 (autoregressive moving average processes) โดยมีการเพิ่มพจน์ที่เรียกว่า lagged change เข้าไปใน
 สมการที่ 2.5, 2.6, 2.7 ทางด้านขวามือจะได้สมการถดถอยใหม่ดังนี้

$$\text{กรณีไม่มีค่าคงที่และแนวโน้มเวลา} \quad \Delta X_t | \mathcal{X} X_{t-1} + \sum_{i=1}^p \alpha_i \Delta X_{t-i} + \kappa_t \tag{2.8}$$

$$\text{กรณีมีเฉพาะค่าคงที่} \quad \Delta X_t | \zeta + \mathcal{X} X_{t-1} + \sum_{i=1}^p \alpha_i \Delta X_{t-i} + \kappa_t \tag{2.9}$$

กรณีมีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลา

$$\Delta X_t \mid \zeta \quad \eta T \quad \chi X_{t-1} \quad \sum_{i=1}^p \alpha_i \Delta X_{t-i} \quad \kappa_t \quad (2.10)$$

โดย X_t คือ ข้อมูล ตัวแปรเวลา ณ เวลา t
 X_{t-1} คือ ข้อมูล ตัวแปรเวลา ณ เวลา $t-1$
 $\zeta, \eta, \chi, \alpha$ คือ ค่าพารามิเตอร์
 T คือ ค่าแนวโน้ม
 κ_t คือ ความคลาดเคลื่อนเชิงสุ่ม

โดยจำนวนของ lagged difference terms ที่จะนำเข้ามารวมในสมการนั้นมีมากพอที่จะทำให้พจน์ค่าความคลาดเคลื่อน (error terms) มีลักษณะเป็น serially independent และเมื่อนำเอาการทดสอบ DF (Dickey-Fuller test) มาใช้กับสมการ 2.8, 2.9 และ 2.10 เราจะเรียกว่าการทดสอบ ADF (Augmented Dickey-Fuller test) ค่าสถิติทดสอบ ADF มีการแจกแจงเชิงเส้นกำกับ (asymptotic distribution) เหมือนกับสถิติ DF ดังนั้น ก็สามารถใช้ค่าวิกฤติ (critical values) แบบเดียวกัน

2.1.3 แบบจำลอง Auto Regressive (AR(p))

แบบจำลอง Auto Regressive เป็นรูปแบบที่แสดงว่าค่าสังเกต y_t ถูกกำหนดจากค่าของ y_{t-1}, \dots, y_{t-p} หรือ ค่าสังเกตที่เกิดขึ้นก่อนหน้า p โดยกระบวนการหรือระบบ AR(p) คือ กระบวนการหรือระบบ Auto Regressive ที่มีอันดับที่ p ซึ่งเขียนอยู่ในรูปสมการได้ดังนี้

$$AR(p) \text{ คือ } x_t \mid \sigma^2 \lambda_1 x_{t-1} \quad \lambda_2 x_{t-2} \quad \dots \quad \lambda_p x_{t-p} \quad \kappa_t \quad (2.11)$$

โดยที่ σ คือ ค่าคงที่ (Constant Term)
 λ_j คือ พารามิเตอร์ตัวที่ j
 κ_t คือ ความคลาดเคลื่อน ณ เวลา t

ในกรณี ของ AR(1) สามารถเขียนรูปแบบสมการได้ดังนี้

$$x_t \mid \sigma^2 \lambda_1 x_{t-1} \quad \kappa_t \quad (2.12)$$

และในกรณี ของ AR(2) สามารถเขียนรูปแบบสมการ ได้ดังนี้

$$x_t | \sigma^2 \lambda_1 x_{t-1} + \lambda_2 x_{t-2} + \kappa_t \quad (2.13)$$

2.1.4 แบบจำลอง Moving Average (MA(q))

แบบจำลอง Moving Average (MA) เป็นรูปแบบที่แสดงว่าค่าสังเกต y_t ถูกกำหนดจากค่าความคลาดเคลื่อน $\kappa_{t-1}, \dots, \kappa_{t-q}$ หรือค่าความคลาดเคลื่อนที่อยู่ก่อนหน้า โดยกระบวนการ หรือระบบ MA(q) คือ กระบวนการ Moving Average ที่มีอันดับ q ซึ่งเขียนในรูปแบบของ MA(q) ได้ดังนี้

$$MA(q) \text{ คือ } x_t | \sigma^2 \kappa_t + \chi_1 \kappa_{t-1} + \chi_2 \kappa_{t-2} + \dots + \chi_q \kappa_{t-q} \quad (2.14)$$

โดยที่ σ คือ ค่าคงที่ (Constant Term)

χ_j คือ พารามิเตอร์เคลื่อนที่ครั้งที่ตัวที่ j

κ_t คือ ความคลาดเคลื่อน ณ เวลา t

ในกรณี MA(1) สามารถเขียนรูปแบบสมการ ได้ดังนี้

$$x_t | \sigma^2 \kappa_t + \chi_1 \kappa_{t-1} \quad (2.15)$$

และในกรณี MA(2) สามารถเขียนรูปแบบสมการ ได้ดังนี้

$$x_t | \sigma^2 \kappa_t + \chi_1 \kappa_{t-1} + \chi_2 \kappa_{t-2} \quad (2.16)$$

2.1.5 แบบจำลอง Auto Regressive Moving Average (ARMA(p,q))

แบบจำลอง Auto Regressive Moving Average (ARMA) เป็นแบบจำลองที่นำเอากระบวนการ Auto Regressive และ Moving Average มาใช้รวมกัน โดยกระบวนการ หรือระบบ ARMA(p,q) คือกระบวนการ หรือระบบ Auto Regressive ที่มีอันดับที่ p และ Moving Average ที่มีอันดับ q ซึ่งเขียนอยู่ในรูปสมการ ได้ดังนี้

แบบจำลอง ARMA(p,q)

$$y_t = \mu + \lambda_1 y_{t-1} + \lambda_2 y_{t-2} + \dots + \lambda_p y_{t-p} + \kappa_1 \epsilon_{t-1} + \kappa_2 \epsilon_{t-2} + \dots + \kappa_q \epsilon_{t-q} \quad (2.17)$$

| | | |
|--------|--------------|---|
| โดยที่ | y_t | คือ ค่าสังเกตในอนุกรมเวลา ณ เวลา t |
| | P | คือ อันดับของ Auto Regressive |
| | q | คือ อันดับของ Moving Average |
| | μ | คือ ค่าคงที่ (Constant Term) |
| | t | คือ เวลา |
| | λ | คือ พารามิเตอร์ของ Auto Regressive |
| | κ | คือ พารามิเตอร์ของ Moving Average |
| | ϵ_t | คือ กระบวนการ white noise ซึ่งก็คือ ค่าความคลาดเคลื่อน ณ เวลา t |

2.1.6 เกณฑ์การเลือกรูปแบบของแบบจำลองที่ดีที่สุด (Model selection)

การเลือกแบบจำลอง (Model selection) สำหรับการประมาณค่าสมการเชิงเศรษฐมิติ ดังนั้นเมื่อได้รูปแบบของแบบจำลองที่เหมาะสมหลายรูปแบบต้องมีแนวทางในการเลือกรูปแบบของแบบจำลองที่ดีที่สุด โดยพิจารณาจากค่า Akaike Information Criterion (AIC) และ Schwartz Information Criterion (SIC) รูปแบบของแบบจำลองที่ให้ค่า AIC และ SIC น้อยที่สุดจะเป็นรูปแบบที่ดีที่สุด โดย Akaike Information Criterion (AIC) และ Schwartz Information Criterion (SIC) สามารถคำนวณได้ดังนี้

$$\text{Akaike Information Criterion (AIC)} = -4 \ln \xi - 2k/\xi \quad (2.18)$$

$$\text{Schwartz Information Criterion (SIC)} = -4 \ln \xi - 2k \log \xi / \xi \quad (2.19)$$

โดยที่ k เป็นจำนวนของพารามิเตอร์ที่ทำการประมาณค่า

ξ เป็นจำนวนของค่าสังเกต

t เป็นค่าของ Log likelihood function ที่ใช้พารามิเตอร์ที่ถูกประมาณค่า k ตัว

โดยในการศึกษาครั้งนี้ใช้การพิจารณาค่า Schwarz Information Criterion (SIC) เป็นเกณฑ์ในการเลือกแบบจำลองที่ดีที่สุด

2.1.7 แบบจำลอง Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (ARCH)

ในการวิเคราะห์อนุกรมเวลาส่วนใหญ่แล้วจะมีการกำหนด Stochastic Variable ให้มีความแปรปรวนคงที่ (homoscedastic) ซึ่งในการประยุกต์ใช้กับบางข้อมูลนั้น ค่าความแปรปรวนของค่าเทอมคลาดเคลื่อนจะไม่ใช่ว่าฟังก์ชันของตัวแปรอิสระ แต่มีค่าเปลี่ยนแปลงไปตามช่วงเวลาที่ขึ้นอยู่กับขนาดของความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นในอดีต หรือกล่าวได้ว่าค่าความแปรปรวนของเทอมคลาดเคลื่อนนั้น ขึ้นอยู่กับค่าความผันผวน (volatility) ของความคลาดเคลื่อนในอดีตที่ผ่านมา ความเป็นไปได้ในการหาค่าเฉลี่ย และความแปรปรวนของอนุกรมเวลาไปพร้อมกันนั้น ในขั้นตอนการพยากรณ์อย่างมีเงื่อนไขจะมีความแม่นยำเหนือกว่าพยากรณ์อย่างไม่มีเงื่อนไขมาก ซึ่งจากแบบจำลอง Autoregressive Moving Average (ARMA) แสดงได้ดังนี้

$$X_t | a_0, a_1, X_{t-1}, \kappa_t \quad (2.20)$$

และต้องพยากรณ์อย่างมีเงื่อนไขของ X_{t+1} ดังนี้คือ

$$E_t X_{t+1} | a_0, a_1, X_t \quad (2.21)$$

และค่าเฉลี่ยแบบมีเงื่อนไขในการพยากรณ์ X_{t+1} ค่าความคลาดเคลื่อนของความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขที่พยากรณ์ได้ดังนี้

$$E_t [X_{t+1} - a_0 - a_1 X_t]^2 | E_t \kappa_{t+1} | \omega^2 \quad (2.22)$$

ถ้าเปลี่ยนไปใช้การพยากรณ์แบบไม่มีเงื่อนไขแล้ว ผลที่ใช้จะเป็นค่าเฉลี่ยในช่วงระยะยาวของลำดับ $\{ X_t \}$ ซึ่งเท่ากับ $\frac{a_0}{(1 - a_1)}$ จะได้ค่าความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์อย่างไม่มีเงื่อนไขตามสมการ (2.20) คือ

$$E''(X_{t21} - 4 \frac{a_0}{(14 a_0)})^2 \in E \Psi_{\kappa_{t41} 2 a_1 \kappa_t 2 a_1^2 \kappa_{t41} 2 a_1^3 \kappa_{t42} 2 \dots}^2 \beta \quad | \frac{\omega^2}{(14 a_1^2)} \quad (2.23)$$

เมื่อ $\frac{1}{(14 a_1^2)} \} 1$ ค่าความแปรปรวนที่ได้จากพยากรณ์อย่างไม่มีเงื่อนไขจะสูงกว่า α แบบมีเงื่อนไข ดังนั้นในการพยากรณ์อย่างไม่มีเงื่อนไขจึงมีความเหมาะสมกว่า ในลักษณะเดียวกัน ถ้าความแปรปรวนของ $\kappa_t \in$ ไม่เป็นค่าคงที่ จะสามารถประมาณค่าแนวโน้มของการเปลี่ยนแปลงความแปรปรวนได้โดยใช้ ARMA Model อธิบาย โดยให้ $\hat{\kappa}_t$ แทนส่วนที่เหลือ (residuals) ที่ได้จากการประมาณจากสมการ (2.20) ดังนั้นค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของ X_{t41} จะได้ตั้งสมการ (2.24)

$$Var(X_{t41} | X_t) | E \Psi_{X_{t21} 4 a_0 4 a_1 X_t}^2 \beta \quad | E_t \kappa_{t21}^2 \quad (2.24)$$

และจากที่ให้ $E_t \kappa_{t21}^2$ เท่ากับ ω_{t21}^2 จึงแสดงว่าค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขไม่ใช่ค่าคงที่ และจะได้จากแบบจำลองในการประมาณค่าส่วนที่เหลือออกมาตั้งสมการ (3.24)

$$\hat{\kappa}_t^2 | \zeta_0 2 \zeta_1 \hat{\kappa}_{t41}^2 \dots 2 \zeta_q \hat{\kappa}_{t4q}^2 2 \tau_t \quad (2.25)$$

เมื่อ $\tau_t =$ White Noise Process

ถ้าค่าของ $\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_q$ เท่ากับศูนย์ ค่าความแปรปรวนจากการประมาณจะเท่ากับค่าคงที่ ζ_0 อีกนัยหนึ่ง คือค่าแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของ X_t จะมีการเปลี่ยนแปลงสอดคล้องกับ Autoregression ในสมการ (2.25) ดังนั้นจะสามารถใช้สมการ (2.25) ในการพยากรณ์ค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขที่เวลา $t+1$ ตั้งสมการ (2.26)

$$E_t \hat{\kappa}_{t21}^2 | \zeta_0 2 \zeta_1 \hat{\kappa}_t^2 2 \zeta_2 \hat{\kappa}_{t41}^2 \dots 2 \zeta_q \hat{\kappa}_{t214q}^2 \quad (2.26)$$

จากเหตุผลที่กล่าวมา สมการ (2.25) เรียกว่า Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (ARCH) Model และสมการ (2.26) เป็น ARCH (q) สมการ (2.26) ค่า $E_1 \kappa_{t4i}^2$ หรือ ω_{t21}^2 จะประกอบด้วย 2 องค์ประกอบ คือค่าคงที่ และความผันผวนในคาบเวลาที่ผ่านมา ซึ่งเขียนได้เป็นส่วนเหลือกำลังสองของคาบในอดีต (ARCH term) ส่วนค่าสัมประสิทธิ์ $(\zeta_0, \zeta_1, \dots, \zeta_q)$ สามารถหาค่าได้โดยใช้วิธี Maximum Likelihood

2.1.8 แบบจำลอง Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (GARCH)

Bollerslev (1986) ได้ขยายมาจาก ARCH model โดยมีขั้นตอน คือให้ค่าความคลาดเคลื่อนจากกระบวนการเป็นดังสมการ (2.27)

$$\kappa_t | v_t \sqrt{h_t} \quad (2.27)$$

โดยที่ความแปรปรวนของ $v_t | \omega_v^2 | 1$ และ

$$h_t | \zeta_0 2 \frac{q}{i=1} \zeta_i \kappa_{t4i}^2 2 \frac{p}{i=1} \eta_i h_{t4i} \quad (2.28)$$

เนื่องจาก $\{v_t\}$ เป็น White Noise Process ซึ่งเป็นอิสระกับ κ_{t4i} ค่าเฉลี่ยแบบมีเงื่อนไข (conditional and unconditional means) ของ κ_{t4i} จะมีค่าเท่ากับศูนย์ ใสค่าคาดหวัง (expected value) ของ κ_t จะได้

$$E\kappa_t | Ev_t \sqrt{h_t} | 0 \quad (2.29)$$

ประเด็นที่สำคัญ คือความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไข (conditional variance) ของ κ_t ถูกกำหนดโดย

$$E_{t4i} \kappa_t^2 | h_t \quad (2.30)$$

ดังนั้นความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไขของ x_t จึงถูกกำหนดโดย h_t ในสมการ (2.30) แบบจำลองนี้จึงถูกเรียกว่า Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity ซึ่งใช้ตัวย่อว่า GARCH (p,q) ได้เปิดโอกาสให้มีทั้งส่วนประกอบที่เป็น Autoregressive Moving Average ในความแปรปรวนที่มีลักษณะ Heteroscedastic Variance จะเห็นได้ว่า ถ้า $p = 0$ และ $q = 1$ เราก็มจะได้แบบจำลอง GARCH (0,1) ซึ่งก็คือ ARCH (1) หรือ ARCH ($q = 1$) นั่นเอง โดยสรุปว่าถ้า η_t ทุกตัวมีค่าเท่ากับศูนย์แบบจำลอง GARCH ก็คือ ARCH (q) นั่นเอง และเพื่อทำให้ความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไขเป็นอนันต์ (finite) รากลักษณะเฉพาะ (characteristic roots) ของสมการ (2.30) จะต้องอยู่ในวงกลมหน่วย (unit circle)

เนื่องจากแบบจำลอง GARCH มีลักษณะเป็น ARMA process ACF (autocorrelation function) และ PACF (partial autocorrelation function) ของส่วนตกค้าง หรือส่วนที่เหลือจะเป็นเครื่องชี้เกี่ยวกับ White-Noise Process อย่างไรก็ตาม ACF ของส่วนที่เหลือหรือส่วนตกค้างกำลังสอง (squared residuals) สามารถช่วยระบุถึง order ของ GARCH process ได้ เนื่องจาก $E_{t+1} \kappa_t^2 | \sqrt{h_t}$ สามารถเขียนสมการ (2.30) ได้ดังนี้

$$E_{t+1} \kappa_t^2 | \zeta_0 2 \frac{q}{i=1} \zeta_i \kappa_{t+1}^2 2 \frac{p}{i=1} \eta_i h_{t+1} \quad (2.31)$$

จะเห็นได้ว่าสมการ (2.31) มีลักษณะคล้ายกับ ARMA (q,p) ใน $\{\kappa_t^2\}$ sequence มาก ถ้า Heteroscedasticity แบบมีเงื่อนไขมีอยู่จริง แผนภาพสหสัมพันธ์ (correlogram) จะเป็นตัวบ่งบอกกระบวนการ ดังกล่าว

2.1.9 แบบจำลอง GARCH-in-mean (GARCH-M)

จากแบบจำลอง GARCH (p,q) ความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของข้อมูลอนุกรมเวลา ขึ้นอยู่กับส่วนเหลือของกระบวนการนี้ (Bollerslev, 1986)

$$h_t | \zeta_0 2 \frac{q}{i=1} \zeta_i \kappa_{t+1}^2 2 \frac{p}{i=1} \eta_i h_{t+1}$$

ความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของข้อมูลอนุกรมเวลา ขึ้นอยู่กับส่วนเหลือกำลังสองของกระบวนการนี้ (Engle; Lilien and Robins, 1987) ขยายแนวคิดนี้โดยให้ค่าเฉลี่ยอย่างมีเงื่อนไข

เป็นฟังก์ชันของความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขโดยรู้จักกันในชื่อ GARCH-M หรือ GARCH-in-mean ผลตอบแทนจากหลักทรัพย์สามารถแสดงได้ดังสมการ (2.32) ถึง (2.34)

$$X_t | \sigma_t^2 = \alpha_1 h_t^{1/2} + \alpha_2 \epsilon_t \quad (2.32)$$

$$\epsilon_t | \dots_{t-1} \sim N(0, h_t) \quad (2.33)$$

$$h_t | \omega + \sum_{i=1}^p \eta_i h_{t-i} + \sum_{i=1}^q \zeta_i \epsilon_{t-i}^2 \quad (2.34)$$

เมื่อ X_t คือ ผลตอบแทนจากหลักทรัพย์
 σ_t คือ ค่าเฉลี่ย X_t อย่างมีเงื่อนไขต่อข้อมูลในอดีต (\dots_{t-1}) และตามสมการข้อจำกัด $\omega \geq 0, \zeta_i \geq 0$ และ $\eta_i \geq 0$ เพื่อให้แน่ใจว่าค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไข (h_t) นั้นเป็นบวก
 $h_t^{1/2}$ ในสมการ (2.31) นั้น เพื่อใช้แสดงความสัมพันธ์โดยตรงถึง Trade Off ระหว่างความเสี่ยง และผลตอบแทนที่คาดหวัง

อิทธิพลอย่างมีนัยสำคัญของความผันผวน ในผลตอบแทนจากหลักทรัพย์ถูกจับวัดได้ด้วยสัมประสิทธิ์ $h_t^{1/2}(\alpha_1)$ ในสมการ ซึ่งแสดงแทนดัชนีของความสัมพันธ์ของการหลีกเลี่ยงความเสี่ยงค่าสัมประสิทธิ์ (α_1) ที่เป็นบวกอย่างมีนัยสำคัญบอกถึงผู้ลงทุนในหลักทรัพย์เมื่อเผชิญกับระดับความเสี่ยงที่สูงขึ้นก็ต้องการค่าชดเชยความเสี่ยงที่มากขึ้นตามไปด้วย

2.1.10 การทดสอบ cointegration system ความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพในระยะยาว

ข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะหนึ่งสามารถนำไปใช้หาสมการถดถอยได้ ส่วนอนุกรมเวลาที่มีลักษณะไม่หนึ่งเมื่อนำไปใช้หาสมการถดถอยอาจได้สมการถดถอยที่ไม่แท้จริง แต่เมื่อทราบว่าคุณสมบัติของอนุกรมเวลามีลักษณะไม่หนึ่งแล้ว อาจไม่เกิดปัญหาสมการถดถอยไม่แท้จริงก็ได้หากสมการถดถอยดังกล่าวมีลักษณะการร่วมไปด้วยกัน

การร่วมไปด้วยกัน คือ การมีความสัมพันธ์ระยะยาวระหว่างข้อมูลอนุกรมเวลาตั้งแต่ 2 ตัวแปรขึ้นไป มีลักษณะไม่หนึ่ง แต่ส่วนเบี่ยงเบนที่ออกจากความสัมพันธ์ในระยะยาวมีลักษณะหนึ่ง สมมติให้ตัวแปรข้อมูลอนุกรมเวลา 2 ตัวแปรใด ๆ ที่มีลักษณะไม่หนึ่งแต่มีค่าสูงขึ้นตามไปด้วยกันทั้งคู่ และมีอันดับความสัมพันธ์ของข้อมูลเหมือนกัน (integration of the same order) ความแตกต่าง

ระหว่างตัวแปรทั้งสองไม่มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นหรือลดลง อาจเป็นไปได้ว่าความแตกต่างระหว่างตัวแปรทั้งสองดังกล่าวมีลักษณะนิ่ง กล่าวได้ว่าข้อมูลอนุกรมดังกล่าวมีการรวมกันไปด้วยกัน

ดังนั้นการถดถอยรวมกันไปด้วยกัน (cointegration regression) คือ เทคนิคการประมาณค่าความสัมพันธ์ คลุยกาพระยะยาวระหว่างข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะไม่นิ่ง โดยที่การเบี่ยงเบนจากคลุยกาพระยะยาวต้องมีลักษณะนิ่ง

การรวมไปด้วยกันตามกระบวนการของ Engle-Granger จะทำการทดสอบคลุยกาพระยะยาวจากค่า residuals ว่ามีลักษณะนิ่งหรือไม่ โดยวิธีการนี้นิยมใช้ในกรณีที่มีตัวแปรไม่มากกว่า 2 ตัวแปร คือ การใช้ส่วนที่ตกค้างหรือส่วนที่เหลือ (residuals) จากสมการถดถอย (regression equation) ที่เราต้องการทดสอบการรวมไปด้วยกัน มาทำการทดสอบว่ามีการรวมไปด้วยกันหรือไม่ จากการทดสอบยูนิทรูท ของส่วนตกค้างหรือส่วนที่เหลือจากสมการถดถอยดังกล่าว

โดยนำค่า κ_t มาหาสมการถดถอยใหม่ดังต่อไปนี้

$$\kappa_t = \alpha + \beta \kappa_{t-1} + \omega_t \quad (2.35)$$

โดยที่ κ_t , κ_{t-1} คือ ค่า residual ณ เวลา t และ $t-1$

α คือ ค่าพารามิเตอร์

ω_t คือ ค่าความคลาดเคลื่อนเชิงสุ่ม

ทำการทดสอบสมมติฐานตามวิธี ADF test เช่นเดียวกับการตรวจสอบ unit Roots โดยพิจารณาจากค่า α ถ้ายอมรับ $H_0 : \alpha = 0$ แสดงว่า residuals นั้น nonstationary

สมมติฐาน คือ

$$H_0 : \alpha = 0 \text{ (ไม่มีการรวมไปด้วยกัน)}$$

$$H_1 : \alpha < 0 \text{ (มีการรวมไปด้วยกัน)}$$

โดยใช้สถิติ “t” ซึ่งมีสูตรดังต่อไปนี้

$$t | \frac{\hat{\alpha}}{S.E. \hat{\alpha}} \quad (2.36)$$

จากนั้นนำค่า t-test ที่คำนวณได้จากการทดสอบเทียบกับค่าวิกฤติ Dickey-Fuller ถ้ายอมรับ H_0 หมายความว่า สมการถดถอยที่ได้ไม่มีการร่วมกันไปด้วยกัน และถ้ายอมรับ H_1 หมายความว่า สมการถดถอยที่ได้มีการร่วมกันไปด้วยกันนั่นเอง ถึงแม้ว่าข้อมูลอนุกรมเวลาในสมการนั้นจะเป็นข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะไม่นิ่งก็ตาม

2.1.11 การทดสอบความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพในระยะสั้น ตามแบบจำลองเอเรอร์คอเรคชัน (error-correction model : ECM)

เมื่อทดสอบแล้วว่าข้อมูลอนุกรมเวลาที่ทำการศึกษาเป็นข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะไม่นิ่ง และสมการถดถอยที่ได้มีการร่วมกันไปด้วยกัน โดยมีกลไกการปรับตัวเข้าสู่ดุลยภาพในระยะยาว หมายความว่า ตัวแปรทั้งสองมีความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพระยะยาวแต่ในระยะสั้นอาจมีการออกนอกดุลยภาพ แบบจำลองเอเรอร์คอเรคชัน (ECM) คือกลไกการปรับตัวเข้าสู่ดุลยภาพในระยะสั้น สมมติให้ y_t และ x_t เป็นข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะไม่นิ่ง และไม่เกิดปัญหาสมการถดถอยไม่แท้จริง สามารถถดถอยที่ได้มีการร่วมกันไปด้วยกัน โดยมีกลไกการปรับตัวเข้าสู่ดุลยภาพในระยะยาว หมายความว่าตัวแปรทั้งสองมีความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพระยะยาวแต่ในระยะสั้นอาจมีการออกนอกดุลยภาพได้ เพราะฉะนั้นจึงให้พจน์ค่าความคลาดเคลื่อนดุลยภาพนี้อาจเป็นตัวเชื่อมพฤติกรรมระยะสั้น และระยะยาวเข้าด้วยกัน โดยลักษณะที่สำคัญของตัวแปรอนุกรมเวลาที่มีการร่วมกันไปด้วยกัน คือวิถีเวลา (time path) ของอนุกรมเวลาเหล่านี้จะได้รับอิทธิพลจากการเบี่ยงเบนออกจากดุลยภาพระยะยาว ดังนั้นเมื่อกลับเข้าสู่ดุลยภาพระยะยาว การเคลื่อนไหวของข้อมูลอนุกรมเวลาอย่างน้อยบางตัวแปรจะต้องตอบสนองต่อขนาดของการออกนอกดุลยภาพในแบบจำลองเอเรอร์คอเรคชัน พลวัตพจน์ระยะสั้น (short-term dynamics) ของตัวแปรในระบบจะได้รับอิทธิพลการเบี่ยงเบนออกจากดุลยภาพระยะยาว (ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์ และอารี วิบูลย์พงศ์ , 2542) ซึ่งตัวอย่างแบบจำลองเอเรอร์คอเรคชัน (ECM) เป็นดังนี้

$$\div Y_t \mid a_1 \ 2 \ a_2 e_{t41} \ 2 \frac{p}{h \mid 0} a_{4h} \div X_{t4h} \ 2 \frac{q}{j \mid 1} a_{5j} \div Y_{t4j} \ 2 \ \sigma_u \quad (2.37)$$

$$\div X_t \mid b_1 \ 2 \ b_2 u_{t41} \ 2 \frac{r}{m \mid 1} b_{4m} \div X_{t4m} \ 2 \frac{s}{n \mid 0} b_{5n} \div Y_{t4n} \ 2 \ \sigma_{xv} \quad (2.38)$$

โดยที่ Y_t, X_t คือ ข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา t

e_{t41}, u_{t41} คือ ส่วนที่เหลือ (residuals) ของสมการถดถอยร่วมกันไปด้วยกัน

a_2 คือ สัมประสิทธิ์ของความคลาดเคลื่อนระหว่างค่าสังเกตที่เกิดขึ้นจริง (Actual) ของ Y_t กับค่าที่เป็นระยะยาว (long run)

σ_t คือ ค่าความคลาดเคลื่อนอันเกิดเนื่องมาจากคลุยภาพระยะยาว ณ เวลา t

โดยที่ $e_{t,41}$ คือ ส่วนตกค้าง และส่วนที่เหลือ (residuals) ของสมการถดถอยร่วมกันไปด้วยกัน (cointegration regression equation) ค่า a_2 จะให้ความหมายว่า a_2 ของความคลาดเคลื่อนระหว่างค่าสังเกตที่เกิดขึ้นจริงของ y_t กับค่าที่เป็นระยะยาว หรือคลุยภาพในคาบที่แล้วจะถูกขจัดไปหรือถูกแก้ไขไปในแต่ละคาบต่อมา (ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์ และอารี วิบูลย์พงศ์, 2542) เช่น ในแต่ละเดือน แต่ละสัปดาห์ หรือแต่ละไตรมาส นั่นคือ a_2 คือ สัดส่วนของการออกของคลุยภาพ y ในคาบนี้ที่ถูกขจัดไปในคาบต่อไป

2.1.12 ทฤษฎีความเป็นเหตุเป็นผล (Granger causality model)

การวิเคราะห์ในรูปแบบสมการถดถอยในแบบจำลองสมการการผลิตรันั้น สามารถวัดถึงระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรในสมการถดถอยว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไร โดยดูจากค่าสหสัมพันธ์ แต่ไม่สามารถบอกได้ถึงทิศทางความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร หรือชี้ความเป็นเหตุเป็นผลกันระหว่างตัวแปรนั้น ๆ

โดยการศึกษาเรื่องความเป็นเหตุเป็นผล (causality) เป็นการอธิบายหรือตอบคำถามเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร โดยมุ่งชี้ให้เห็นถึงลักษณะความสัมพันธ์ของตัวแปรเหล่านั้นว่าอะไรคือสาเหตุ (cause) และอะไรคือผลของสาเหตุนั้น (effect) ซึ่งในการทดสอบความเป็นเหตุเป็นผลของ Granger (1969) จะเลือกวิธีการคำนวณที่ทำให้ค่าความแปรปรวนจากการพยากรณ์น้อยที่สุด หรือเรียกว่าใช้หลักความสามารถในการพยากรณ์ (predictability) เป็นตัวสะท้อนความเป็นเหตุเป็นผลระหว่างตัวแปร โดยมีหลักเกณฑ์ดังนี้

ถ้า X_t และ Y_t มีความสัมพันธ์กันแบบ Cointegration จากการทดสอบแบบ Augmented Dickey-Fuller test (ADF) เราจะได้ความสัมพันธ์เชิงคลุยภาพในระยะสั้นตามแบบจำลองเออร์เรอร์เรคชัน (error correction model : ECM) ดังนี้

$$\div X_t \mid \eta_1 e_{t,41} 2 \frac{k}{i \mid 1} \mathbf{A}_i \div X_{t,41} 2 \frac{k}{j \mid 0} \mathbf{t} \div Y_{t,4j} 2 \kappa_t \quad (2.39)$$

$$\div Y_t \mid \eta_2 e_{t41} 2 \xrightarrow[k]{\phi} \div X_{t4i} 2 \xrightarrow[k]{\nu} \div Y_{t4j} 2 \kappa_t \quad (2.40)$$

(Rahman and Mustafa, 1997) โดยที่ X_t และ Y_t จะมีความสัมพันธ์กันแบบ Cointegration ก็ต่อเมื่อ ค่าสัมประสิทธิ์ อย่างน้อย 1 ตัว มีค่าไม่เท่ากับ 0

ถ้า $\eta_1 \neq 0$ และ $\eta_2 = 0$ แสดงว่า Y_t จะเป็นตัวนำ X_t ในดุลยภาพระยะยาว

ถ้า $\eta_2 \neq 0$ และ $\eta_1 = 0$ แสดงว่า X_t จะเป็นตัวนำ Y_t ในดุลยภาพระยะยาว

ถ้า $\nu_i \neq 0$ แสดงว่า Y_t จะเป็นตัวนำ X_t ในดุลยภาพระยะสั้น

ถ้า $\phi_i \neq 0$ แสดงว่า Y_t จะเป็นตัวนำ X_t ในดุลยภาพระยะสั้น

ดังนั้นรูปแบบความสัมพันธ์อย่างเป็นทางการเป็นเหตุเป็นผลที่อาจจะเกิดขึ้นสามารถสรุปได้ดังนี้

1. X และ Y ต่างเป็นอิสระต่อกัน (independent) หรือไม่เป็นสาเหตุซึ่งกันและกัน (non causality between X and Y)
2. X เป็นสาเหตุของ Y (unidirectional causality from X to Y)
3. X และ Y ต่างเป็นสาเหตุซึ่งกันและกัน (bidirectional causality หรือ feedback X and Y)

2.2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ปฎิบัติ ป่านทอง (2548) ได้ทำการศึกษาการประมาณค่าความผันผวนของผลตอบแทนของหลักทรัพย์ด้วยวิธีการชั่งเพื่อใช้ประมาณราคาความไวสำคัญแสดงสถิติด้วยแบบจำลองแบบสี่ค และโซลส์ การศึกษานี้ใช้ข้อมูลอนุกรมเวลารายสัปดาห์ตั้งแต่ มกราคม 2545 ถึง มีนาคม 2548 ของหลักทรัพย์ธนาคารกรุงศรีอยุธยาจำกัด (มหาชน) หรือ BAY บริษัทปิคนิคแก๊ส แอนด์เอ็นจิเนียริ่ง จำกัด (มหาชน) หรือ PICNI บริษัทชินคอร์ปอเรชั่น จำกัด (มหาชน) หรือ SHIN บริษัทจัสมิน อินเตอร์เนชั่นแนล จำกัด (มหาชน) หรือ JAS และ บริษัทเจริญโภคภัณฑ์อาหาร จำกัด (มหาชน) หรือ CPF

ทำการศึกษาการประมาณค่าความผันผวนของผลตอบแทนของหลักทรัพย์เพื่อใช้ประมาณ ราคาความไวสำคัญแสดงสถิติด้วยวิธีการชั่ง และการประมาณค่าความผันผวนของผลตอบแทนของ หลักทรัพย์เพื่อใช้ประมาณราคาความไวสำคัญแสดงสถิติด้วยแบบจำลองแบบสี่คและโซลส์ดั้งเดิมใน

ครั้งนี้พบว่าการประมาณค่าความผันผวนของผลตอบแทนของหลักทรัพย์เพื่อใช้ประมาณราคา ความไวสำคัญแสดงสิทธิด้วยวิธีการที่มีประสิทธิภาพในการประเมินราคาไวสำคัญแสดงสิทธิโดย กว่าการประเมินค่าความผันผวนของผลตอบแทนหลักทรัพย์ โดยแบบจำลองแบล็ค และ โซลส์ ดั้งเดิมสำหรับประเมินค่าราคาไวสำคัญแสดงสิทธิ

พรกมล ปัญจะธง (2548) การวิเคราะห์ทางด้านเทคนิคด้วยแบบจำลองการช่อ้มของหุ้นในกลุ่มขนส่ง โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาการนำเทคนิคการช่อ้มมาประยุกต์ใช้ และเป็นการทดสอบความแม่นยำของแบบจำลองนี้ในการพยากรณ์ความเคลื่อนไหวของหลักทรัพย์ โดยทำการศึกษาหลักทรัพย์ในกลุ่มขนส่งที่มีมูลค่าตลาดสูงสุด 4 อันดับในปี พ.ศ. 2547 ได้แก่ บริษัท การบินไทย จำกัด (มหาชน) หรือ THAI บริษัท โทริเซนไทย เอเยนต์ซีส์ จำกัด (มหาชน) หรือ TTA บริษัท พีริเซียส ชิปปิ้ง จำกัด (มหาชน) หรือ PSL และบริษัท ทางด่วนกรุงเทพ จำกัด (มหาชน) หรือ BECL โดยใช้ข้อมูลราคาปิดรายสัปดาห์ตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ. 2543 ถึงเดือนธันวาคม พ.ศ. 2547 รวมทั้งสิ้น 260 สัปดาห์ จากการศึกษาแบบจำลอง ARMA ด้วยเทคนิคการช่อ้ม พบว่าหลักทรัพย์ THAI เท่านั้นที่ราคาปิดในปัจจุบันขึ้นอยู่กับราคาปิดในอดีตอย่างมีนัยสำคัญ แต่หลักทรัพย์ทุกตัวมีราคาปิดในปัจจุบันขึ้นอยู่กับค่าความเคลื่อนไหวในอดีต และค่าความเสี่ยงอย่างมีนัยสำคัญ และในทุกหลักทรัพย์ปรากฏทอม ARCH ที่แสดงถึงความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขอย่างมีนัยสำคัญอีกด้วย และสำหรับการประยุกต์ใช้แบบจำลอง ARMA ด้วยเทคนิคการช่อ้ม โดยการสมมติสถานการณ์จำลองในช่วงความเชื่อมั่น 0 1.0 std. เพื่อหาสัญญาณซื้อ และสัญญาณขายโดยเปรียบเทียบกับดัชนีกำลังสัมพัทธ์ (Relative Strength Index: RSI) พบว่าทุกหลักทรัพย์ให้สัญญาณมากกว่าดัชนีกำลังสัมพัทธ์ ส่วนผลกำไร (ขาดทุน) จากการจำหน่ายหลักทรัพย์พบว่าหลักทรัพย์ TTA, PSL, และ BECL ให้ผลกำไรจากการจำหน่ายหลักทรัพย์แต่น้อยกว่าดัชนีกำลังสัมพัทธ์ ส่วนหลักทรัพย์ THAI ให้ผลขาดทุนจากการจำหน่ายหลักทรัพย์ และเมื่อเปรียบเทียบกับอัตราส่วนระหว่างกำไร (ขาดทุน) ต่อเงินลงทุนในหลักทรัพย์ พบว่าดัชนีกำลังสัมพัทธ์ให้ผลตอบแทนสูงกว่าสถานการณ์จำลองในช่วงความเชื่อมั่น แสดงถึงผลตอบแทนที่มากกว่าเมื่อใช้เงินลงทุนเท่ากัน ดังนั้นดัชนีกำลังสัมพัทธ์มีประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ทางเทคนิคดีกว่าแบบจำลองการช่อ้ม

วรลักษณ์ ชมพูนงษ์ (2548) การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างราคา และปริมาณของหลักทรัพย์กลุ่มพลังงานในตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทยโดยวิธี โคอินทิเกรชัน วัตถุประสงค์ในการศึกษาเพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างราคา และปริมาณการซื้อขายของหลักทรัพย์แห่งประเทศไทยโดยวิธี โคอินทิเกรชัน หลักทรัพย์ที่ใช้ในการศึกษา คือ บริษัท ปตท. จำกัด (มหาชน) (PTT)

บริษัทปตท.สำรวจและผลิตปิโตรเลียม จำกัด (มหาชน) (PTTEP) บริษัทผลิตไฟฟ้าราชบุรี จำกัด (มหาชน) (RATCH) บริษัทบ้านปู จำกัด (มหาชน) (BANPU) และบริษัทบางจากปิโตรเลียม จำกัด (มหาชน) (BCP)

ผลการประมาณค่าสัมประสิทธิ์โดยแบบจำลองเอเรอร์คอร์เรชัน (Error Correction Model : ECM) โดยให้ปริมาณการซื้อขายให้ราคาเป็นตัวแปรอิสระ และปริมาณการซื้อขายหลักทรัพย์เป็นตัวแปรตาม และทดสอบในทางกลับกัน พบว่าราคา และปริมาณการซื้อขายหลักทรัพย์มีผลซึ่งกันและกันในการปรับตัวระยะสั้น และค่าสัมประสิทธิ์ความคลาดเคลื่อนในคาบที่แล้วของราคา และปริมาณการซื้อขายหลักทรัพย์ PTT, RATCH และ BANPU มีค่าน้อยกว่า 1 และมีค่าเป็นลบอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ แสดงว่าค่าความคลาดเคลื่อนมีการปรับตัวเข้าสู่ดุลยภาพในระยะยาว ยกเว้นหลักทรัพย์ PTTEP และ BCP ที่ไม่มีการปรับตัวเข้าสู่ดุลยภาพในระยะยาว

ผลการทดสอบ Granger causality test ระหว่างตัวแปรราคา และปริมาณการซื้อขายหลักทรัพย์พบว่าหลักทรัพย์ PTT, RATCH และ BANPU มีความสัมพันธ์กันแบบสองทิศทาง (Bidirectional Causality) ทั้งในดุลยภาพระยะสั้น และดุลยภาพระยะยาว ส่วนหลักทรัพย์ PTTEP และ BCP มีความสัมพันธ์กันแบบทิศทางเดียว (Unidirectional Causality) เฉพาะในดุลยภาพระยะสั้น โดยค่าความยืดหยุ่นของราคาหลักทรัพย์มีค่ามากกว่าค่าความยืดหยุ่นปริมาณการซื้อขายหลักทรัพย์ แสดงว่าการเปลี่ยนแปลงราคามีส่วนผลักดันให้เกิดการเปลี่ยนแปลงปริมาณการซื้อขายหลักทรัพย์มากกว่า

สุดารัตน์ สุททาวาสสุนทร (2548) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างราคา และปริมาณการซื้อขายหลักทรัพย์ในกลุ่มบั้นเทิง และสันทนการของตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทยโดยวิธีการโคอินทิเกรชัน ซึ่งมีหลักทรัพย์ที่สนใจศึกษา 5 หลักทรัพย์ ประกอบไปด้วย บริษัทป๊อชีเวิร์ด จำกัด (มหาชน) บริษัทชีวีดี เอ็นเตอร์เทนเมนต์ (มหาชน) บริษัทจีเอ็มเอ็ม มิเดีย จำกัด (มหาชน) บริษัทยูไนเต็ด บรอดคาสติ้ง จำกัด (มหาชน) และบริษัท ไอทีวี จำกัด (มหาชน)

ผลการทดสอบการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ โดยแบบจำลอง Error-Correction Model (ECM) โดยให้ราคาการซื้อขายหลักทรัพย์เป็นตัวแปรอิสระ และปริมาณการซื้อขายหลักทรัพย์เป็นตัวแปรตาม พบว่าราคา และปริมาณการซื้อขายหลักทรัพย์มีผลซึ่งกันและกันทุกหลักทรัพย์ในการปรับตัวระยะสั้น และค่าสัมประสิทธิ์ความคลาดเคลื่อนของราคาการซื้อขายหลักทรัพย์มีผลต่อปริมาณการซื้อขายหลักทรัพย์ในช่วงเวลา $t-1$

ผลการทดสอบเพื่อหาความสัมพันธ์เชิงเหตุเป็นผล พบว่า บริษัทป๊อชีเวิร์ด จำกัด (มหาชน) บริษัทยูไนเต็ด บรอดคาสติ้ง จำกัด (มหาชน) และบริษัท ไอทีวี จำกัด (มหาชน) ราคาการ

ซื้อขาย และปริมาณการซื้อขายหลักทรัพย์มีผลซึ่งกันและกันทั้งในดุลยภาพระยะสั้น และระยะยาว ยกเว้น บริษัทชีวิตดี เอ็นเตอร์เทนเมนต์ (มหาชน) และบริษัทจีเอ็มเอ็ม มีเดีย จำกัด(มหาชน) ที่ราคา การซื้อขาย และปริมาณการซื้อขายหลักทรัพย์มีความสัมพันธ์ซึ่งกันและกันในดุลยภาพระยะสั้น เท่านั้น

โกลินทร์ อาศิริวณะ (2549) การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของผลตอบแทนระหว่างหุ้นสามัญ กับวอร์เรนที่ในตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ของ ผลตอบแทนที่จะได้รับระหว่างวอร์เรน และหุ้นสามัญ ที่ทำการซื้อขายในตลาดหลักทรัพย์แห่ง ประเทศไทยโดยวิธี โคอินทิเกรชัน ผลการทดสอบความนิ่ง หรือยูนิทรูท ของข้อมูลผลตอบแทน ของหุ้นสามัญ และวอร์เรนของทุกบริษัท ในแบบจำลองที่ปราศจากจุดตัดและแนวโน้มของเวลา, แบบจำลองที่มีจุดตัดแทนแต่ปราศจากแนวโน้มของเวลา และแบบจำลองที่มีจุดตัดแทนและ แนวโน้มของเวลา พบว่ามีลักษณะนิ่ง และมี Order of Integration เป็น $I(0)$ และผลการทดสอบ ความสัมพันธ์โดยการประมาณค่าสมการถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด พบว่าหุ้นสามัญ และ วอร์เรนที่ทุกคู่ มีความสัมพันธ์ในทิศทางเดียวกัน กล่าวคือ ถ้าผลตอบแทนของหุ้นสามัญเพิ่มขึ้น ผลตอบแทนของวอร์เรนที่เพิ่มขึ้นด้วย และถ้าผลตอบแทนของหุ้นสามัญลด ผลตอบแทนของ วอร์เรนที่ลดลงด้วย ดังนั้นในการเลือกลงทุนในวอร์เรนที่นั้น ในกรณีที่หุ้นสามัญนั้นอยู่ในขาขึ้น ควรเลือกลงทุนในวอร์เรนที่ ของหุ้นสามัญที่มีค่าสัมประสิทธิ์เบต้าสูง เนื่องจากว่าผลตอบแทนของ วอร์เรนที่จะเพิ่มสูงขึ้นมากกว่าผลตอบแทนของหุ้นสามัญซึ่งจะทำให้ได้กำไรมาก แต่ถ้าหุ้นสามัญ นั้นอยู่ในขาลง ควรขายวอร์เรนที่นั้นก่อน เนื่องจากผลตอบแทนของวอร์เรนที่ จะลดลง มากกว่าหุ้นสามัญ

ปฎิภาณ สุริยะโชติ (2549) ความสัมพันธ์ระหว่างดัชนีราคาหุ้นกลุ่มธนาคารแห่งประเทศไทย กับดัชนีราคาหุ้นกลุ่มธนาคารต่างประเทศในเอเชีย โดยนำข้อมูลทศนิยมแบบรายวัน ผลการ ทดสอบความนิ่งของข้อมูลกรณีดัชนีหลักทรัพย์กลุ่มธนาคารของประเทศต่างๆ ในเอเชียเป็นตัว แปรอิสระ และดัชนีราคาหลักทรัพย์กลุ่มธนาคารของประเทศไทยเป็นตัวแปรตามนั้นพบว่าข้อมูล ของดัชนีหลักทรัพย์กลุ่มธนาคารของทุกประเทศนั้นมีลักษณะไม่นิ่ง และมี order of integration เท่ากับ 1 หรือที่ระดับ $I(1)$ จึงนำมาทำการทดสอบความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพในระยะยาว (cointegration) ต่อไป ซึ่งผลการทดสอบความนิ่งของส่วนที่เหลือจากสมการถดถอย พบว่าดัชนี หลักทรัพย์กลุ่มธนาคารของประเทศต่าง ๆ ในเอเชียต่างมีความสัมพันธ์ในระยะยาวต่อดัชนีราคา หลักทรัพย์กลุ่มธนาคารของประเทศไทย สำหรับผลการประมาณค่าสัมประสิทธิ์โดยใช้แบบจำลอง

เอเรอร์คือเรชันพบว่าดัชนีหลักทรัพย์กลุ่มธนาคารต่างก็มีการปรับตัวในระยะสั้นเข้าสู่ดุลยภาพในระยะยาว

น้ำริน ผลใสว (2550) การวิเคราะห์ความผันผวนของอัตราผลตอบแทนของดัชนีราคาหลักทรัพย์ในตลาดหลักทรัพย์ไทย สิงคโปร์ โดยมีวัตถุประสงค์ คือ เพื่อวิเคราะห์ความผันผวนของอัตราผลตอบแทนของดัชนีราคาหลักทรัพย์ในตลาดหลักทรัพย์โดยแบบจำลองอาร์มาอีการ์ช จะทำการศึกษาความผันผวนของอัตราผลตอบแทนของดัชนีราคาหลักทรัพย์ที่ทำการซื้อขายที่สำคัญ ใน 5 ประเทศ คือ ไทย สิงคโปร์ มาเลเซีย อินโดนีเซีย และฟิลิปปินส์ ซึ่งใช้ข้อมูลอนุกรมเวลาราคาปิดรายวันของดัชนีราคาหลักทรัพย์ของตลาดหลักทรัพย์ไทย (SET Index) สรุปได้ว่าแบบจำลองที่เหมาะสมในการพยากรณ์อัตราผลตอบแทนของดัชนีราคาหลักทรัพย์ในตลาดหลักทรัพย์แต่ละประเทศนั้น เป็นแบบจำลองที่แตกต่างกันขึ้นอยู่กับลักษณะการเคลื่อนไหวของราคาหลักทรัพย์ของแต่ละประเทศ ซึ่งช่วยให้นักลงทุนมีความเข้าใจเกี่ยวกับลักษณะความผันผวนของดัชนีราคาหลักทรัพย์ซึ่งจะนำไปสู่ความสามารถในการวางแผนการลงทุนให้เหมาะสมกับเป้าหมายการลงทุนของนักลงทุนแต่ละคนต่อไป