บทที่ 2
ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

ในการศึกษาครั้งนี้ต้องการที่จะทำการวิเคราะห์ความผันผวนของอัตราผลตอบแทนของดัชนีราคาหลักทรัพย์ล่วงหน้าในตลาดอนุพันธ์ไทย สหรัฐอเมริกา ญี่ปุ่น และฮ่องกง โดยใช้แบบจำลอง ARIMA-EGARCH ซึ่งข้อมูลมีความเป็นอนุกรมเวลา (time series) ดังนั้นจึงได้นำแนวคิดและทฤษฎีต่างๆ ที่เกี่ยวข้อง ได้แก่ การทดสอบความนิ่ง (stationary) ของข้อมูล และการทดสอบ Unit Root แบบจำลอง Autoregressive Intregrated Moving Average (ARIMA) แบบจำลอง Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (ARCH) แบบจำลองGeneralized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (GARCH) แบบจำลอง GARCH-in-Mean (GARCH-M) และแบบจำลอง Exponential GARCH (EGRACH) เพื่อนำมาวิเคราะห์ความผันผวนของอัตราผลตอบแทนของดัชนีราคาหลักทรัพย์ในตลาดอนุพันธ์ ดังต่อไปนี้

2.1.1 แนวคิดข้อมูลอนุกรมเวลา (Time Series Data)

ข้อมูลอนุกรมเวลา (Time series) นั้นเป็นข้อมูลหรือค่าสังเกตที่มีการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรในช่วงเวลาที่ผ่านมา ลักษณะของการเปลี่ยนแปลงอาจมีหรือไม่มีรูปแบบก็ได้ แต่ถ้าอนุกรมเวลาแสดงให้เห็นรูปแบบการเปลี่ยนแปลงในช่วงเวลาที่ผ่านมาในอดีต ก็จะทำให้สามารถคาดการณ์ได้ว่าในอนาคตลักษณะการเปลี่ยนแปลงควรอยู่ในรูปแบบใด และสามารถพยากรณ์การเปลี่ยนแปลงข้อมูลของอนาคตได้ การวิเคราะห์ข้อมูลเวลาจะขึ้นอยู่กับการเปลี่ยนแปลงของเวลาในอดีตเป็นพื้นฐาน (ศิริลักษณ์ เล็กสมบูรณ์ , 2531)

2.1.2 การทดสอบความนิ่งของข้อมูล (Stationary) และการทดสอบ Unit Root

ข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่ง (Stationary) คือข้อมูลที่ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของกระบวนการเชิงสุ่มนั้นมีค่าคงที่เมื่อเวลาได้เปลี่ยนไป และค่าความแปรปรวนระหว่างสองคาบเวลาขึ้นอยู่กับความล่า (lag) ระหว่างคาบเวลาทั้งสอง โดยสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้ (ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์ และอารี วิบูลย์พงศ์ , 2542)

ค่าเฉลี่ย (mean) : $E\left(\chi_t\right)$ = constant = μ (2.1)

ความแปรปรวน(variance) : $V\left(\chi_t\right)$ = constant = σ^2 (2.2)

ความแปรปรวนร่วม(covariance) : $\operatorname{cov}\left(\chi_t, \chi_{t+k}\right) = E\left(\chi_t - \mu\right)\left(\chi_{t+k} - \mu\right) = \sigma_k - \mu$ (2.3)

โดยที่ χ_t แทนข้อมูลอนุกรมเวลาซึ่งเป็นกระบวนการเชิงสุ่ม

ในการวิเคราะห์ข้อมูลที่เป็นอนุกรมเวลานั้น ข้อมูลจะต้องมีลักษณะนิ่ง เนื่องจากข้อมูลอนุกรมเวลานั้นมาจากกระบวนการเชิงสุ่ม (random process) การนำข้อมูลอนุกรมเวลาไปใช้โดยไม่ได้ทำการตรวจสอบว่าข้อมูลนั้นมีลักษณะนิ่งนั้น ค่าสถิติที่เกิดขึ้นจะมีการแจกแจงไม่มาตรฐาน (nonstandard distribution) ซึ่งการทำให้การนำไปใช้เปรียบเทียบกับค่าในตารางมาตรฐานไม่ถูกต้องเนื่องจากค่าต่างๆนั้น มีค่าสถิติฐานว่าข้อมูลนั้นมีการแจกแจงมาตรฐาน (standard distribution) ทำให้นำไปสู่การลงความเห็นที่ผิดพลาดและความสัมพันธ์ที่ไม่แน่จริง (spurious regression)กล่าวคือ R^2 มีค่าสูงมากและได้ค่าสถิติ t-test มีนัยสำคัญหรือสูงเกินกว่าความเป็นจริง

ในการใช้ข้อมูลอนุกรมเวลาต้องทำการทดสอบว่าข้อมูลที่นำมาใช้มีลักษณะนิ่งหรือไม่ ซึ่งจะใช้ทดสอบ Unit Root โดยการศึกษาจะพิจารณาเฉพาะวิธีของ Dickey–Fuller โดยวิธี Dickey–Fuller Test (DF) และ Augmented Dickey–Fuller Test (ADF) ซึ่งกำหนดโดยสมการ

$$\chi_t = p\chi_{t-1} + \varepsilon_t \tag{2.4}$$

โดยที่ χ_t คือตัวแปรอิสระ

ρ คือสัมประสิทธิ์อัตสหสัมพันธ์ (Autocorrelation coefficient)

ε_t คือค่าความคาดเคลื่อนเชิงสุ่ม (Random error)

โดยกำหนดสมมติฐานหลัก $H_0 : \rho = 1$

และ $H_1 : |\rho| < 1$

ถ้ายอมรับ H_0 แสดงว่าข้อมูลมีลักษณะไม่นิ่ง แต่ถ้าปฏิเสธ H_0 แสดงว่าข้อมูลนั้นมีลักษณะนิ่ง และการทดสอบนี้ยังสามารถแปลงสมการได้ดังนี้ คือ

กรณีไม่มีค่าคงที่และแนวโน้มเวลา □$\chi_t = \theta\chi_{t-1} + \varepsilon_t$ (2.5)

กรณีมีค่าคงที่ □$\chi_t = \alpha + \theta\chi_{t-1} + \varepsilon_t$ (2.6)

กรณีมีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลา $\Delta\chi_t = \alpha + \beta_t + \theta\chi_{t-1} + \varepsilon_t$ (2.7)

โดยกำหนดสมมติฐานหลัก $H_0 : \theta = 0$

และสมมติฐานรอง $H_1 : \theta < 0$

การยอมรับ H_0 แสดงว่าข้อมูลมีลักษณะไม่นิ่ง แต่ถ้าปฏิเสธ H_0 แสดงว่าข้อมูลนั้นมีลักษณะนิ่ง นอกจากนี้ถ้าสมการ(2.5),(2.6)และ(2.7) นำไปเข้ากระบวนการอัตถดถอย (Autoregressive Processes) ได้ดังนี้

กรณีไม่มีค่าคงที่และแนวโน้มเวลา(None) $\Delta\chi_t = \theta\chi_{t-1} + \sum_{i=1}^{p}\phi_i\Delta\chi_{t-i} + \varepsilon_t$ (2.8)

กรณีมีเฉพาะค่าคงที่(Intercept) $\Delta\chi_t = \alpha + \theta\chi_{t-1} + \sum_{i=1}^{p}\phi_i\Delta\chi_{t-i} + \varepsilon_t$ (2.9)

กรณีมีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลา(Intercept&Trene)

$$\Delta\chi_t = \alpha + \beta_t + \theta\chi_{t-1} + \sum_{i=1}^{p}\phi_i\Delta\chi_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2.10)$$

โดยที่ χ_t คือข้อมูลตัวแปร ณ เวลา t

χ_{t-1} คือ ข้อมูลตัวแปร ณ เวลา $t-1$

α,β,θ,ϕ คือพารามิเตอร์

t คือ ค่าแนวโน้ม

ε_t คือค่าความคลาดเคลื่อนเชิงสุ่ม

ซึ่งสมการที่ (2.8),(2.9),(2.10) เป็นการทดสอบ Augmented Dicky –Fuller Test (ADF) นั่นเอง ซึ่งพัฒนามาจากวิธี Dicky - Fuller Test เพื่อแก้ปัญหา Serial Correlation ในการตรวจสอบว่าข้อมูลนั้นมีลักษณะนิ่งหรือไม่ โดยการเปรียบเทียบค่าสถิติ t ที่คำนวณได้ค่าวิกฤติ (Critical Value) ในตาราง ADF

2.1.3 การเลือกแบบจำลองที่เหมาะสมจากการทดสอบ Unit Root โดยการทดสอบสัมประสิทธิ์การถดถอย (Deterministic Regressors)

เป็นการทดสอบว่า แบบจำลองใดเป็นแบบจำลองที่มีความเหมาะสมที่สุดระหว่างกรณีของแบบจำลองที่ไม่มีค่าคงที่และแนวโน้มเวลา (none) แบบจำลองที่มีค่าคงที่ (intercept) โดยการ

ทดสอบความมีนัยสำคัญทางสถิติสัมประสิทธิ์ของตัวถดถอย(ค่าคงที่หรือค่าแนวโน้มเวลา)โดยมีขั้นตอนการทดสอบดังนี้(ปิยนุช เรืองขจร , 2550)

ขั้นตอนที่ 1 เริ่มการทดสอบจากแบบจำลองกรณีที่มีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลาตามสมการ(2.11)

$$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + a_2 t + \sum \beta_i \Delta y_{t-1} + \varepsilon_t \tag{2.11}$$

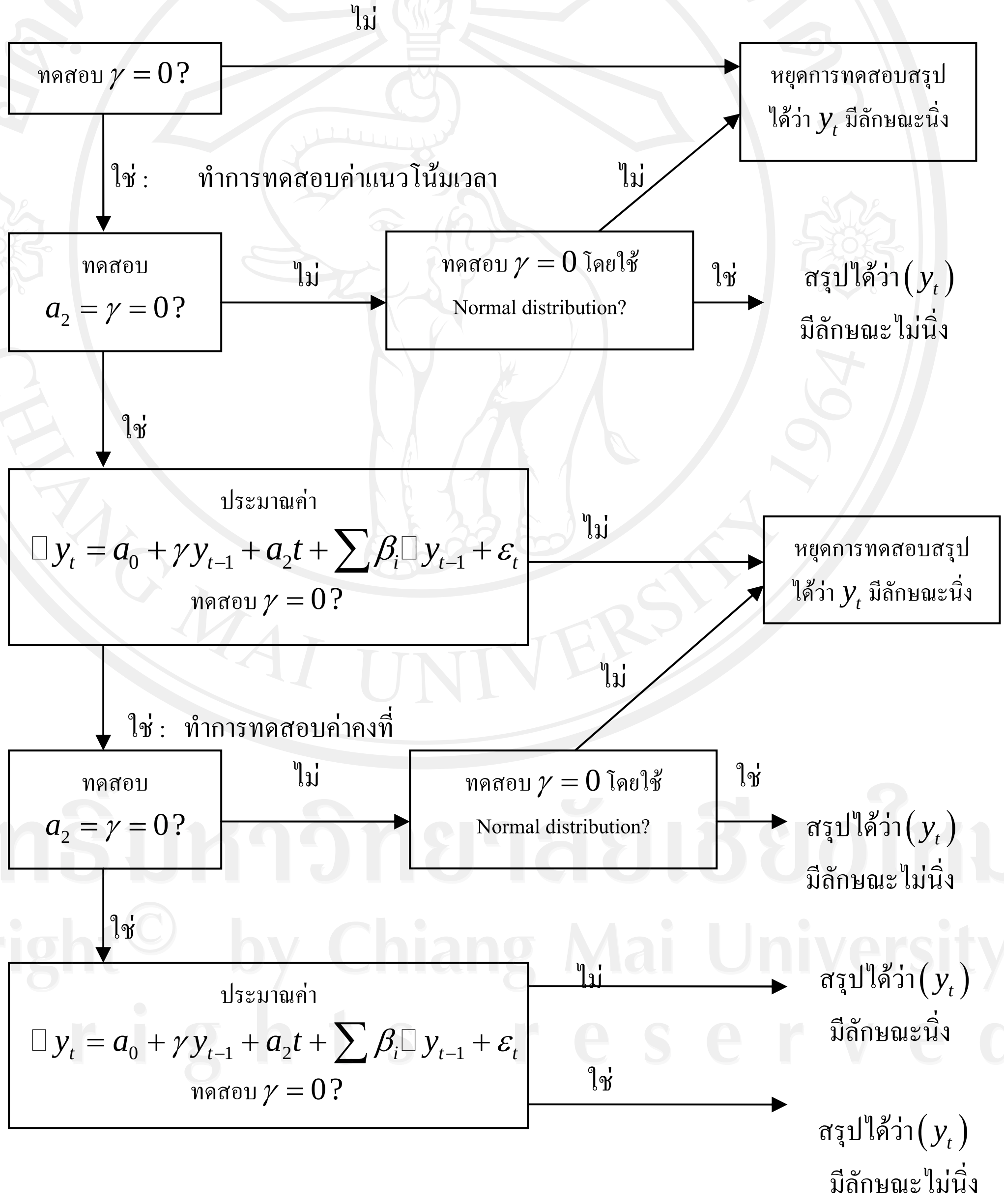
ทำการทดสอบสมมติฐานว่าง $H_0 : \gamma = 0$ โดยใช้ $\tau_\tau statistic$ ถ้าเกิดการปฏิเสธสมมติฐานว่าง แสดงว่า ข้อมูล y_t มีลักษณะนิ่งแล้ว และเลือกใช้แบบจำลองที่มีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลา

ขั้นตอนที่ 2 ถ้าเกิดการยอมรับสมมติฐานว่างในขั้นตอนที่ 1 แสดงว่าในแบบจำลองดังกล่าวมีตัวถดถอยที่ไม่จำเป็นอยู่ในสมการ ซึ่งอาจทำให้อำนาจการทดสอบของสมการลดลง ดังนั้นจึงต้องมีการทดสอบความมีนัยสำคัญทางสถิติของค่าแนวโน้ม $(a_2 t)$ ที่อยู่ในสมการ โดยการทดสอบสมมติฐานว่าง $H_0 : a_2 = \gamma = 0$ โดยใช้ $\phi_3 statistic$ ถ้าค่าสัมประสิทธิ์ของค่าแนวโน้มไม่มีนัยสำคัญทางสถิติให้ข้ามไปขั้นตอนที่ 3 อย่างไรก็ค่าสัมประสิทธิ์ของค่าแนวโน้มมีนัยสำคัญทางสถิติ ให้ทำการทดสอบความไม่นิ่งของข้อมูลอีกครั้งโดยใช้ การแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน (Standardized normal distribution) ถ้าเกิดการปฏิเสธสมมติฐานว่างแสดงว่า ข้อมูล y_t มีลักษณะนิ่งแล้วและเลือกใช้แบบจำลองที่มีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลาแต่ถ้าเกิดการยอมรับสมมติฐานว่างแสดงว่าข้อมูล y_t มีลักษณะไม่นิ่ง

ขั้นตอนที่ 3 ทำการประมาณค่าแบบจำลองตามสมการ (2.11) ที่ปราศจากค่าแนวโน้มเวลาและทดสอบ unit root โดยใช้ $\tau_\mu staistic$ ถ้าเกิดการปฏิเสธสมมติฐานว่างแสดงว่าข้อมูล y_t มีลักษณะนิ่งแล้วและเลือกใช้แบบจำลองที่ปราศจากค่าแนวโน้มเวลาแต่ถ้าเกิดการยอมรับสมมติฐานว่างให้ทำการทดสอบความมีนัยสำคัญทางสถิติของค่าคงที่โดยมีสมมติฐานว่าง $H_0 : a_2 = \gamma = 0$ โดยใช้ $\phi_1 statistic$ ถ้าค่าคงที่ไม่มีนัยสำคัญให้ข้ามไปขั้นตอนที่ 4 อย่างไรก็ตามถ้าค่าคงที่มีนัยสำคัญทางสถิติ ให้ทำการทดสอบถามความไม่นิ่งของข้อมูลอีกครั้งโดยใช้ การแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน (Standardized normal distribution) ถ้าเกิดการปฏิเสธสมมติฐานว่างแสดงว่า ข้อมูล y_t มีลักษณะนิ่งแล้วและเลือกใช้แบบจำลองที่มีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลาแต่ถ้าเกิดการยอมรับสมมติฐานว่าง แสดงว่าข้อมูล y_t มีลักษณะไม่นิ่ง

ขั้นตอนที่ 4 ทำการประมาณค่าแบบจำลองตามสมการ (2.11) ที่ปราศจากค่าแนวโน้มเวลาและค่าคงที่และทดสอบ Unit root โดยใช้ $\tau statistic$ ถ้าเกิดการปฏิเสธสมมติฐานว่างแสดงว่าข้อมูล y_t มีลักษณะนิ่งแล้วและเลือกใช้แบบจำลองที่ปราศจากค่าแนวโน้มเวลาและค่าคงที่แต่ถ้าเกิดการยอมรับสมมติฐานว่าง แสดงว่าข้อมูล y_t มีลักษณะไม่นิ่ง

รูปที่ 2.1 ขั้นตอนการเลือกแบบจำลองที่เหมาะสม



ที่มา : Enders (1995)

2.1.4 แบบจำลอง Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA)

แบบจำลอง Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA) ได้มีการศึกษาโดย Box and Jenkins (1976) แต่ Wold (1954) ได้เป็นผู้ให้พื้นฐานทางทฤษฎีของกระบวนการหรือระบบ ARIMA บนพื้นฐานแบบจำลอง ARIMA ได้ถูกพัฒนาขึ้นในสามทิศทาง ซึ่งได้แก่ ขั้นตอบสนองการปริมาณค่าและการบ่งชี้ที่มีประสิทธิภาพ (efficient identification and estimation procedures) (สำหรับกระบวนการหรือระบบ AR,MA และ ARMA) การครอบคลุมไปถึงผลลัพธ์ที่ได้รวบรวมเอาอนุกรมเวลาเชิงฤดูกาล (seasonal time process (ARIMA) เข้าด้วย (ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์, 2547)

โดยทั่วไปแล้วข้อมูลอนุกรมเวลาส่วนใหญ่มีลักษณะไม่นิ่ง (nonstationary) เนื่องจากข้อมูลอนุกรมเวลานั้นมาจากกระบวนการเชิงสุ่ม (random process) แต่ด้วยทฤษฎีของ AR และ MA หมายถึงข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่ง (stationary) ดังนั้นเมื่อข้อมูลที่รวบรวมได้มีลักษณะไม่นิ่ง เราจึงต้องทำการหาผลต่าง (differencing)

ความนิ่งและความไม่นิ่ง (Stationarity and Nonstationarity)

เครื่องมือทางด้านสัญลักษณ์ที่มีประโยชน์มากก็คือ backward shift operator, B.หรือ lag operator, L. (ซึ่งบางครั้งเราก็อาจใช้สัญลักษณ์ B หรือ สัญลักษณ์ L สลับกันไปมาได้มีความหมายเหมือนกัน) ซึ่งถูกนำมาใช้ดังนี้

$$B\chi_t = \chi_{t-1} \tag{2.12}$$

ซึ่งถ้า B อยู่หน้า χ_t จะมีผลต่อการ shift ข้อมูลถอยหลังไปหนึ่งคาบเวลาและถ้าเรามี

$$B\left(B\chi_t\right) = B_2\chi_t - \chi_{t-2} \tag{2.13}$$

ซึ่งหมายความว่า χ_t ได้ถูก shift ถอยหลังไปสองคาบแล้ว

ผลต่างที่หนึ่ง (first difference)

$$\chi_t' = \chi_t - \chi_{t-1} \tag{2.14}$$

ถ้าเราใช้ backward shift operator จะได้

$$\chi_t' = \chi_t - B\chi_t = (1-B)\,\chi_t \tag{2.15}$$

ผลต่างอันดับที่สอง (second-order difference)

$$\begin{aligned} &= \chi_t' - \chi_{t-1}' \\ &= \left(\chi_t - \chi_{t-1}^{t}\right) - \left(\chi_{t-1} - \chi_{t-2}\right) \\ \chi_t'' &= \chi_t - 2\chi_{t-1} + \chi_{t-2} \\ &= \left(1 - 2B + B^2\right)\chi_t \\ &= (1-B)^2\,\chi_t \end{aligned} \tag{2.16}$$

$(1-B)^2$ คือผลต่างอันดับที่สอง (second-order difference)

$1-B^2$ คือผลต่างที่สอง (second difference) ซึ่งไม่เหมือนกัน

$(1-B)^d\,\chi_t$ คือผลต่างอันดับที่ d

กระบวนการหรือระบบอัตถดถอย (autoregressive processes)

กระบวนการหรือระบบ AR(p) ซึ่งคือกระบวนการหรือระบบ AR ที่มีอันดับที่ p เขียนในรูปของ ARIMA (p,d,q) ได้ดังนี้คือ

ARIMA (p,0,0) ซึ่งคือ

$$\chi_t = \mu' + \phi_1\chi_{t-1} + \phi_1\chi_{t-2} + \ldots + \phi_p\chi_{t-p} + \varepsilon_t \tag{2.17}$$

โดย μ' คือ พจน์คงที่หรือคงตัว (constant term)

ϕ_j คือ พารามิเตอร์อัตถดถอยตัวที่ j

ε_t คือ พจน์ความคลาดเคลื่อน ณ เวลา t

กระบวนการหรือระบบเฉลี่ยเคลื่อน (moving average processes)

กระบวนการหรือระบบ MA (q) ซึ่งก็คือกระบวนการหรือระบบ MA ที่มีอันดับ q เขียนในรูปของ ARIMA (p,d,q) ได้ดังนี้คือ

ARIMA (0,0,q)

$$\chi_t = \mu - \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \ldots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \tag{2.18}$$

โดย μ คือ พจน์คงที่หรือคงตัว (constant term)

θ คือ พารามิเตอร์อัตถดถอยตัวที่ j

ε_t คือ พจน์ความคลาดเคลื่อน ณ เวลา t

ดังนั้นการผสมกันระหว่าง AR และ MA ในรูปของกระบวนการ หรือระบบ ARIMA สำหรับข้อมูลที่มีลักษณะนิ่ง (stationary) จะมีรูปแบบเป็น ARIMA (p,0,q) สมมุติให้ AR (1) และ MA (1) สามารถเขียนในรูป ARIMA ได้คือ ARIMA (1,0,1) ดังจะแสดงในสมการต่อไปนี้

$$\chi_t = \mu' + \theta_t \chi_{t-1} + \varepsilon_t - \theta_t \varepsilon_{t-1}$$

หรือ

$$\underset{\text{AR(1)}}{\underset{\uparrow}{(1-\theta_1 B)}} \chi_t = \mu' + \underset{\text{MA(1)}}{\underset{\uparrow}{(1-\theta_1 B)}} \varepsilon_t$$

แต่ถ้าข้อมูลมีลักษณะไม่นิ่ง (nonstationary) จะต้องหาผลต่าง (differencing) d ครั้ง เพื่อให้ข้อมูลมีลักษณะนิ่ง ดังนี้

ARIMA(1,1,1)

$$\underset{\text{First Difference}}{\underset{\uparrow}{(1-B)}} \underset{\text{AR(1)}}{\underset{\uparrow}{(1-\theta_1 B)}} \chi_t = \mu' + \underset{\text{MA(1)}}{\underset{\uparrow}{(1-\theta_1 B)}} \varepsilon_t$$

หรือ $\left[1 - B(1+\phi_1) + \phi_1 B^2\right] \chi_t = \mu' + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$

$$\chi_t = (1+\phi_1)\chi_{t-1} - \phi_1 \chi_{t-2} + \mu' + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

2.1.5 แบบจำลอง Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (ARCH)

ในการวิเคราะห์อนุกรมเวลาส่วนใหญ่แล้วจะมีการกำหนด Stochastic Variable ให้มีความแปรปรวนคงที่ (homoscadastic) ซึ่งในการประยุกต์ใช้กับบางข้อมูลนั้น ค่าความแปรปรวนของค่าเทอมคลาดเคลื่อนจะไม่ใช่ฟังก์ชั่นของตัวแปรอิสระ แต่มีค่าเปลี่ยนแปลง ไปตามช่วงเวลา

ขึ้นอยู่กับขนาดของความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นในอดีต หรือกล่าวว่าค่าความแปรปรวนของเทอมคลาดเคลื่อนนั้น ขึ้นอยู่กับค่าความผันผวน (volatility) ของความตลาดเคลื่อนในอดีตที่ผ่านมา

ความเป็นไปได้ในการหาค่าเฉลี่ย และความแปรปรวนของอนุกรมเวลาไปพร้อมกันนั้น ในขั้นต้นการพยากรณ์อย่างมีเงื่อนไขจะมีความแม่นยำเหนือกว่าพยากรณ์อย่างไม่มีเงื่อนไขมาก ซึ่งจากแบบจำลอง Autoregressive Moving Average (ARMA) แสดงได้ดังนี้

$$\chi_t = a_0 + a_1\chi_{t-1} + \varepsilon_t \tag{2.19}$$

และต้องพยากรณ์อย่างมีเงื่อนไขของ χ_{t+1} ดังนี้คือ

$$E_t\chi_{t+1} = a_0 + a_1\chi_t \tag{2.20}$$

และค่าเฉลี่ยแบบมีเงื่อนไขในการพยากรณ์ χ_{t+1} ค่าความคลาดเคลื่อนของความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขที่พยากรณ์ ได้ดังนี้

$$E_t\left[\left(\chi_{t+1} - a_0 + a_1\chi_t\right)^2\right] = E_t\varepsilon_{t+1}^2 = \sigma^2 \tag{2.21}$$

ถ้าเปลี่ยนไปใช้การพยากรณ์แบบไม่มีเงื่อนไขแล้ว ผลที่ใช้จะเป็นค่าเฉลี่ยในช่วงระยะยาวของลำดับ $\{\chi_t\}$ ซึ่งเท่ากับ $\frac{a_0}{(1-a_1)}$ จะได้ค่าความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์อย่างไม่มีเงื่อนไขตามสมการ (2.22) คือ

$$E_t\left\{\left[(\chi_{t+1}) - \frac{a_0}{(1-a_1)}\right]^2 = E\left[\left(\varepsilon_{t+1} + a_1\varepsilon_t + a_1^2\varepsilon_{t-1} + a_1^3\varepsilon_{t-2} + \ldots\right)^2\right]\right\}$$

$$= \frac{\sigma^2}{\left(1-a_1^2\right)} \tag{2.22}$$

เมื่อ $\frac{1}{\left(1-a_1^2\right)} > 1$ ค่าความแปรปรวนที่ได้จากพยากรณ์อย่างไม่มีเงื่อนไขจะสูงกว่าแบบมีเงื่อนไข ดังนั้นในการพยากรณ์อย่างไม่มีเงื่อนไขจึงมีความเหมาะสมกว่า ในลักษณะเดียวกันถ้าความแปรปรวนของ $\{\varepsilon_t\}$ ไม่เป็นค่าคงที่ จะสามารถประมาณค่าแนวโน้มของการ

เปลี่ยนแปลงความแปรปรวนได้โดยใช้ ARMA Model อธิบาย โดยให้ $\left\{\hat{\varepsilon}_t\right\}$ แทนส่วนที่เหลือ (residuals) ที่ได้จากการประมาณจากสมการ (2.19) ดังนั้นค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของ χ_{t+1} จะได้ดังสมการ (2.23)

$$Var\left(\chi_{t+1}|\chi_t\right) = E_t\left[\left(\chi_{t+1} - a_0 - a_1\chi_t\right)^2\right]$$

$$= E_t\varepsilon_{t+1}^2 \tag{2.23}$$

และจากที่ให้ $= E_t\varepsilon_{t+1}^2$ เท่ากับ σ_{t+1}^2 จึงแสดงว่าค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขไม่ใช่ค่าคงที่และจะได้จากแบบจำลองในการประมาณค่าส่วนที่เหลือออกมาดังสมการ (2.24)

$$\hat{\varepsilon}_1^2 = \alpha_0 + \alpha_1\hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + \ldots + \alpha_q\hat{\varepsilon}_{t-q}^2 + \nu_t \tag{2.24}$$

เมื่อ $\nu_t =$ White Noise Process

ถ้าค่าของ $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_q$ เท่ากับศูนย์ ค่าความแปรปรวนจากการประมาณจะเท่ากับค่าคงที่ a_0 อีกนัยหนึ่ง คือค่าแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของ χ_t จะมีการเปลี่ยนแปลงสอดคล้องกับ Autoregression ในสมการ (2.24) ดังนั้นจะสามารถใช้สมการ (2.24) ในการพยากรณ์ค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขที่เวลา t+1 ดังสมการ (2.25)

$$E_t\hat{\varepsilon}_{t+1}^2 = \alpha_0 + \alpha_1\hat{\varepsilon}_t^2 + \alpha_2\hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + \ldots + \alpha_q\hat{\varepsilon}_{t+1-q}^2 \tag{2.25}$$

จากเหตุผลที่กล่าวมา สมการ (2.24) เรียกว่า Autoregressive Conditional Heterosendastic (ARCH) Model และสมการ (2.25) เป็น ARCH (q) สมการ (2.25) ค่า $E_t\hat{\varepsilon}_{t+1}^2$ หรือ σ_{t+1}^2 จะประกอบด้วย 2 องค์ประกอบ คือค่าคงที่และความผันผวนในคาบเวลาที่ผ่านมา ซึ่งเขียนได้เป็นส่วนเหลือกำลังสองของคาบในอดีต (ARCH term) ส่วนค่าสัมประสิทธิ์ $\left(\alpha_0, \alpha_1, \ldots, \alpha_q\right)$ สามารถหาค่าได้โดยใช้วิธี Maximum Likelihood

2.1.6 แบบจำลอง Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity(GARCH)

Bollerslev (1986) ได้ขยายมาจาก ARCH model โดยมีขั้นตอน คือให้ค่าความ

คลาดเคลื่อนจากกระบวนการเป็นดังสมการ (2.26)

$$\varepsilon_t = \nu_t \sqrt{h_t} \tag{2.26}$$

โดยที่ความแปรปรวนของ $\nu_t = \sigma_v^2 = 1$ และ

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^{p} \beta_i h_{t-i} \tag{2.27}$$

เนื่องจาก $\{v_t\}$ เป็น White Noise Process ซึ่งเป็นอิสระกับ (ε_{t-i}) ค่าเฉลี่ยแบบมีเงื่อนไข (conditional and unconditional means) ของ ε_t จะมีค่าเท่ากับศูนย์ ใส่ค่าคาดหมาย (expccted valuc) ของ ε_t จะได้

$$E\varepsilon_t = Ev_t \sqrt{h_t} = 0 \tag{2.28}$$

ประเด็นที่สำคัญ คือความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไข (conditional variance) ของ ε_t ถูกกำหนดโดย

$$E_{t-1}\varepsilon_t^2 = h_t \tag{2.29}$$

ดังนั้นความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไขของ ε_t จึงถูกกำหนดโดย h_t ในสมการ (2.29) แบบจำลองนี้จึงถูกเรียกว่า Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity ซึ่งใช้ตัวย่อว่า GARCH (p,q) ได้เปิดโอกาสให้มีทั้งส่วนประกอบที่เป็น Autoregressive Moving Average ในความแปรปรวนที่มีลักษณะ Heteroscedastic Variance จะเห็นได้ว่า ถ้า $p = 0$ และ $q = 1$ เราก็จะได้ แบบจำลอง GARCH (0,1) ซึ่งก็คือ ARCH (1) หรือ ARCH ($q = 1$) นั่นเอง โดยสรุปว่า ถ้า β_t ทุกตัวมีค่าเท่ากับศูนย์แบบจำลอง GARCH ก็คือ ARCH (q) นั่นเอง และเพื่อทำให้ความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไขเป็นอันตะ (finite) รากลักษณะเฉพาะ (characteristic roots) ของสมการ (2.29) จะต้องอยู่ในวงกลมหน่วย (unit circle)

เนื่องจากแบบจำลอง GARCH มีลักษณะ เป็น ARMA process ACF (autocorrelation function) และ PACF (partial autocorrelation function) ของส่วนตกค้างหรือส่วนที่เหลือจะเป็น

เครื่องชี้เกี่ยวกับ White-Noise Process อย่างไรก็ตาม ACF ของส่วนที่เหลือหรือส่วนตกค้างกำลังสอง (squared residuals) สามารถช่วยระบุถึง order ของ GARCH process ได้

เนื่องจาก $E_{t-1}\varepsilon_t = \sqrt{h_t}$ สามารถเขียนสมการ (2.29) ได้ดังนี้

$$E_{t-1}\varepsilon_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{q}\alpha_i\varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^{p}\beta_i h_{t-i} \tag{2.30}$$

จะเห็นได้ว่าสมการ (2.30) มีลักษณะคล้ายกับ ARMA (p,q) ใน $\{\varepsilon_t^2\}$ sequence มากถ้า Heteroscedasticity แบบมีเงื่อนไขมีอยู่จริง แผนภาพสหสัมพันธ์ (correlogram) จะเป็นตัวบ่งบอกกระบวนการดังกล่าว

2.1.7 แบบจำลอง GARCH-in-mean (GARCH-M)

จากแบบจำลอง GARCH(p,q) ความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของข้อมูลอนุกรมเวลาขึ้นอยู่กับส่วนเหลือของกระบวนการนี้ (Bollerslev, 1986)

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{q}\alpha_i\varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^{p}\beta_i h_{t-i}$$

ความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของข้อมูลอนุกรมเวลา ขึ้นอยู่กับส่วนที่เหลือกำลังสองของกระบวนการนี้ (Engle; Lilien and Robins, 1987) ขยายแนวคิดนี้โดยให้ค่าเฉลี่ยอย่างมีเงื่อนไขเป็นฟังก์ชั่นของความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไข โดยรู้จักกันในชื่อ GARCH-M หรือ GARCH –in-mean ผลตอบแทนจากหลักทรัพย์สามารถแสดงได้ดังสมการ (2.31) ถึง (2.33)

$$\chi_t = \mu_t + \delta_1 h_t^{1/2} + \varepsilon_t \tag{2.31}$$

$$\varepsilon_t \,|\psi_{t-1} \sim N(0,h_t) \tag{2.32}$$

$$h_t = \omega + \sum_{i=1}^{p}\beta_i h_{t-i} + \sum_{i=1}^{q}\alpha_i\varepsilon_{t-i}^2 \tag{2.33}$$

เมื่อ χ_t = ผลตอบแทนจากหลักทรัพย์

μ_t = คือค่าเฉลี่ย χ_t อย่างมีเงื่อนไขต่อข้อมูลในอดีต (ψ_{t-1}) และตาม

สมการข้อจำกัด $\omega > 0, \alpha_i > 0$ และ $\beta_i \geq 0$ เพื่อให้แน่ใจว่าค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไข (h_t) นั้นเป็นบวก

$h_t^{1/2}$ = ในสมการ (31) นั้น เพื่อใช้แสดงความสัมพันธ์โดยตรงถึง Trade Off ระหว่างความเสี่ยงและผลตอบแทนที่คาดหวัง

อิทธิพลอย่างมีนัยสำคัญของความผันผวน ในผลตอบแทนจากหลักทรัพย์ถูกจับวัดได้ด้วยสัมประสิทธิ์ $h_t^{1/2}(\delta_1)$ ในสมการ ซึ่งแสดงแทนดัชนีของความสัมพันธ์ของการหลีกเลี่ยงความเสี่ยงค่าสัมประสิทธิ์ (δ_1) ที่เป็นบวกอย่างมีนัยสำคัญบอกถึงผู้ลงทุนในหลักทรัพย์เมื่อเผชิญกับระดับความเสี่ยงที่สูงขึ้นก็ต้องการค่าชดเชยความเสี่ยงที่มากขึ้นตามไปด้วย

2.1.8 แบบจำลอง Exponential GARCH (EGARCH)

แบบจำลอง GARCH ต่างๆนอกจากใช้ได้อย่างประสบผลสำเร็จ แต่ก็มีข้อเสียอยู่สองประการในการประยุกต์ใช้กับการตั้งหรือคำนวณทรัพย์สินประเภททุน ประการแรก คือ ในกระบวนการ GARCH แบบสมมาตรนั้น ถ้ามีความผิดปรกติ หรือ Shock เกิดขึ้นไม่ว่าในทางบวกหรือทางลบ แต่อยู่ในระดับหรือขนาดเดียวกัน ซึ่งให้ระดับความไม่แน่นอนที่เท่ากันแล้ว ค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขก็จะเพิ่มขึ้นในทางบวกหรือทางลบอย่างมากจนน่าตกใจ (Engle and Bollerslev, 1986) อย่างไรก็ตาม Black (1976) ได้พบความสัมพันธ์ที่เป็นลบหรือตรงกันข้ามกันระหว่างผลตอนแทนในปัจจุบันกับความไม่แน่นอนที่เกิดจากความอ่อนไหว (volatility) ในอนาคต เช่น ความไม่แน่นอนมักจะสูง เมื่อมีข่าวร้ายและลดลงเมื่อมีข่าวดี (Nelson, Daniel B, 1991) ลักษณะความไม่สมมาตรของความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไขนี้ ผู้เขียนรายงานวิชาการหลายคนเรียกว่า Leverage effect คือ อิทธิพลจากค่ายกกำลัง ซึ่งแบบจำลอง GARCH แบบเส้นตรงไม่สามารถจับรูปแบบนี้ให้เห็นได้ เพราะค่าบวกหรือลบของผลตอนแทนในอดีตจะไม่มีส่วนมากำหนดความไม่แน่นอนที่อ่อนไหวในอนาคต กล่าวอีกนัยหนึ่งก็คือ เฉพาะขนาดของค่าความคลาดเคลื่อนจากประมาณการถดถอยโดยมีการทอดระยะเวลา (lagged residuals) เท่านั้นที่มีส่วนกำหนดค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไข แต่ความเป็นบวกหรือลบของค่าความคลาดเคลื่อนไม่มีส่วนเกี่ยวข้อง ซึ่งข้อจำกัดนี้เป็นจุดสำคัญประการแรกที่ก่อให้มีการพัฒนามาเป็นแบบจำลอง EGARCH

ประการที่สอง แบบจำลอง GARCH ต่างๆ กำหนดให้ตัวแปร (parameter) ต่างๆ ต้องไม่เป็นค่าลบ เพื่อบังคับให้ค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขมีค่าเป็นบวกเสมอ อย่างไรก็ตาม ข้อกำหนดบังคับนี้มักถูกฝ่าฝืนจากค่าสัมประสิทธิ์ได้มาจากการคำนวณ

Nelson ระบุว่าแบบจำลอง EGARCH สามารถตอบเงื่อนไขข้อจำกัดทั้งสองประการของแบบจำลอง GARCH ประการแรก ความไม่แน่นอนที่อ่อนไหวในแบบจำลอง EGARCH ไม่เพียงขึ้นอยู่กับขนาดของความผิดปกติ หรือ shock ในผลตอบแทน (return) ในอดีตแต่ยังขึ้นอยู่กับความผิดปกตินั้นที่มีค่าเป็นบวกหรือลบด้วย ประการที่สอง การที่ Nelson ใช้ log ค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไข ทำให้ค่าความแปรปรวนนั้นมีค่าเป็นบวกเสมอ ไม่ว่าตัวแปรที่นำมาใช้จะมีค่าสัมประสิทธิ์เป็นบวกหรือลบก็ตาม ดังนั้นจึงไม่จำเป็นต้องระบุข้อจำกัดเกี่ยวกับตัวสัมประสิทธิ์อย่างแบบจำลอง GARCH

Nelson นำเสนอแบบจำลอง EGARCH หรือ Exponential GARCH model ที่มีค่ายกกำลังสูง (exponential) เพื่อแก้ไขข้อจำกัดที่ปรากฏในแบบจำลอง GARCH (1,1) ให้ความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขมีค่าดังสมการ (2.34)

$$\log\left(\sigma_t^2\right) = \omega + \beta \log\left(\sigma_{t-1}^2\right) + \alpha \left|\frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}}\right| + \gamma \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \tag{2.34}$$

ด้านซ้ายมือของสมการ คือ ค่า log ของค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไข ซึ่งหมายความว่า อิทธิพลจากค่ายกกำลัง (leverage effect) เป็นค่าเลขยกกำลังสูง (exponential) แทนที่จะเป็นค่ายกกำลังสอง (quadratic) ดังนั้นการทำนายค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไข จะได้ค่าที่ไม่เป็นลบเสมอ

ข้อแตกต่าง EGARCH model ระหว่างโปรแกรม Eviews กับโมเดลเดิมของ Nelson มีอยู่ 2 ข้อคือ ข้อแรก Nelson ได้ตั้งสมมุติฐานว่า error มีการแจกแจงแบบ general distribution ส่วน Eviews ได้ตั้งสมมุติฐานว่า error มีการแจกแจงแบบ normal distribution ข้อที่สอง ค่า log ของความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของ Nelson แตกต่างกับของ Eviews เล็กน้อยดังสมการ (2.35)

$$\log\left(\sigma_t^2\right) = \omega + \beta \log\left(\sigma_{t-1}^2\right) + \alpha \left(\left|\frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}}\right| - \sqrt{\frac{2}{\pi}}\right) + \gamma \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \tag{2.35}$$

การประมาณค่าสมการภายใต้สมมติฐานที่ error มีการแจกแจงแบบปรกติจะให้ค่าที่เหมือนกันยกเว้นค่า intercept term ω ที่แตกต่างกันเท่ากับ $\alpha\sqrt{\frac{2}{\pi}}$

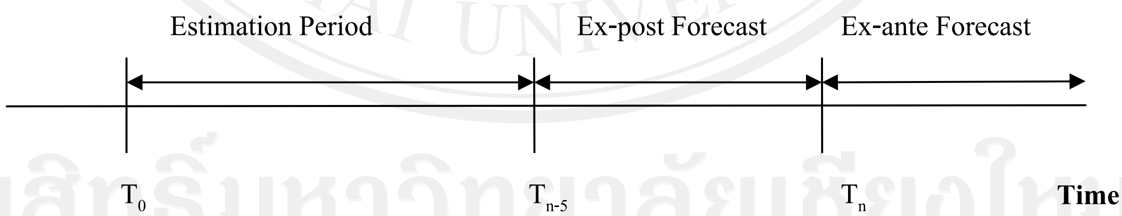
และการประมาณค่า EGARCH model โดยโปรแกรม Eviews ได้ดังสมการที่ (2.36)

$$\log\left(\sigma_t^2\right) = \omega + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \log\left(\sigma_{t-1}^2\right) + \sum_{i=1}^{q} \left(\alpha_i \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + \gamma \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right) \tag{2.36}$$

2.1.9 การพยากรณ์ (Forecasting)

การศึกษานี้ได้แบ่งการพยากรณ์ออกเป็น 3 ช่วงคือ Historical Forecast Ex-post Forecast และ Ex-ante Forecast โดย Historical Forecast คือ การพยากรณ์ข้อมูลในอดีตจนถึงช่วงเวลาที่พิจารณา และเนื่องจากการพยากรณ์ข้อมูลล่วงหน้านั้นจะทำให้เกิดข้อจำกัดที่ว่าความแม่นยำของข้อมูลที่ได้จากการพยากรณ์นั้น มีความน่าเชื่อถือมากน้อยเพียงใด และแบบจำลองอารีมา เหมาะสำหรับการพยากรณ์ในระยะสั้น ดังนั้นเพื่อที่จะทราบว่าแบบจำลองที่ประมาณขึ้นมานั้นสามารถที่จะพยากรณ์ได้ถูกต้องแม่นยำเพียงใด จึงได้ใช้การพยากรณ์แบบ Ex-post Forecast กล่าวคือ เป็นการพยากรณ์ข้อมูล ณ ช่วงเวลาที่มีข้อมูลจริงเกิดขึ้นแล้ว ยกตัวอย่างเช่น จะลดจำนวนค่าสังเกตการของอนุกรมเวลาลงจากข้อมูลที่มีทั้งหมด n ข้อมูล เหลือ n-5 ข้อมูล แล้วทำการถดถอยข้อมูลใหม่เพื่อดูค่า RMSE (Root Mean Squared Error) และทำการพยากรณ์ล่วงหน้า (ex-post forcast) จำนวน 5 ข้อมูล เพื่อเปรียบเทียบกับข้อมูลจริงที่มีอยู่ และก็จะได้ค่า RMSE แล้วใช้ค่าสถิติดังกล่าวประกอบการพิจารณาเลือกแบบจำลองที่มีความเหมาะสม เมื่อได้แบบจำลองที่เหมาะสมภายหลังจากการวิเคราะห์ความถูกต้องแล้วก็สามารถนำแบบจำลองดังกล่าวมาใช้ในการพยากรณ์

รูปที่ 4 แสดงช่วงเวลาที่ใช้ในการพยากรณ์



ที่มา : Pindyck and Robinfeld (1998)

ภายหลังจากที่เลือกแบบจำลองที่ใช้เป็นตัวแทนอนุกรมเวลาข้อมูลได้แล้ว จะทำการพยากรณ์ล่วงหน้า (ex-ante forecast) กล่าวคือเป็นการพยากรณ์ในช่วงเวลาที่ยังไม่มีข้อมูลจริงเกิดขึ้นต่อไป

2.1.10 การตรวจสอบรูปแบบ (Diagnostic Checking)

การสร้างสมการพร้อมทั้งประมาณค่าพารามิเตอร์นั้น จะต้องทำการตรวจสอบรูปแบบว่าสมการพยากรณ์ที่ได้มามีความเหมาะสมหรือไม่ และรูปแบบใดของสมการที่ดีที่สุด โดยใช้การทดสอบต่างๆดังนี้

(1) การทดสอบ Box-Price Q-Statistics

เป็นการทดสอบว่าสหสัมพันธ์ในตัวเองในส่วนเหลือทุกช่วงเวลาที่ห่างกัน k มีความเป็นอิสระต่อกันหรือไม่

โดยมีสมมติฐานหลัก $H_0 : \rho_1\left(\hat{a}_t\right) = \rho_2\left(\hat{a}_t\right) = ... = \rho_k\left(\hat{a}_t\right) = 0$

และสมมติฐานรอง $H_1 : \rho_1\left(\hat{a}_t\right) \neq \rho_2\left(\hat{a}_t\right) \neq ... \neq \rho_k\left(\hat{a}_t\right) \neq 0$

คำนวณตามสมการที่ 30 คือ

$$Q - stat = T\left(T+2\right)\sum\left(r_j^2 / T - j\right) \tag{2.37}$$

เมื่อ r_j^2 คือสหสัมพันธ์ในตัวลำดับที่ j โดยที่ j = 1,…,k

T คือจำนวนของค่าสังเกต (Observations)

ภายใต้คือส่วนเหลือจากการประมาณด้วยแบบจำลอง ARIMA ค่า $Q - stat$ มีการแจกแจงแบบไคสแควร์ $\left(\chi^2\right)$ ด้วยระดับความเป็นอิสระ (degree of freedom) เท่ากับจำนวนของสหสัมพันธ์ในตัวเอง ลบด้วยจำนวนของพารามิเตอร์ Autoregresseve (AR) และ Moving Average (MA) ที่ได้มาจากการประมาณหรือ k-m

และยอมรับสมมติฐานหลักคือ $Q - stat \leq \chi_a^2 k - m$ คือส่วนเหลือเป็นอิสระต่อกันที่ความล่า k และถ้าปฏิเสธสมมติฐานหลักเมื่อ $Q - stat > \chi_a^2 k - m$ คือเกิดสหสัมพันธ์ในตัวเองอย่างน้อยหนึ่งค่าในส่วนเหลือที่ไม่เท่ากับศูนย์

(2) เกณฑ์การเลือกของรูปแบบของแบบจำลองที่ดีที่สุด (Information Criteria)

ในการหารูปแบบของจำลอง เมื่อได้รูปแบบของจำลองที่เหมาะสมหลายรูปแบบจึงต้องมีแนวทางในการเลือกรูปแบบของจำลองที่ดีที่สุด โดยการพิจารณาค่า Akaike Information Criterion (AIC) และ Schwartz Criterion (SC) รูปแบบที่ให้ค่า AIC และ SC น้อยที่สุด จะเป็นรูปแบบที่ดีที่สุด (ภัทร์ ตั้งตระกูล, 2546)

Akaike Information Criterion (AIC) $= -2\ell|\eta + 2k|\eta$ (2.38)

Schwartz Criterion (SC) $= -2\ell/\eta + k\log\eta/\eta$ (2.39)

โดยที่ k เป็นจำนวนของพารามิเตอร์ที่ทำการประมาณค่า

η เป็นจำนวนของค่าสังเกต

ℓ เป็นค่าของ Log Likelihood Function ที่ใช้พารามิเตอร์ที่ถูกประเมินค่า k ตัว

AIC คือค่าสถิติประยุกต์ที่คล้ายกับ $Adjusted\ R^2$ แต่ใช้รูปแบบการใส่ค่าลอกกาลิทึมฐานธรรม (natural logarithm) หากค่า AIC นี้มีค่าน้อยเพียงใด สามารถอธิบายได้ว่าแบบจำลองที่ประมาณได้นั้นสามารถเป็นตัวแทนข้อมูลจริงได้ดีเพียงนั้น และค่า AIC นี้ยังเป็นค่าสถิติที่เหมาะสมที่จะนำไปใช้ในการหาค่าย้อนหลัง (lat length) ที่เหมาะสมได้อีกด้วย (Gujarati, 2003)

2.1.11 การทดสอบความแม่นยำของการพยากรณ์ที่ได้

ในการศึกษาครั้งนี้จะทำการประเมินผลด้วย RMSE (Root Mean Square Error) ซึ่งมีสูตรการคำนวณตามลำดับ ดังนี้

RMSE คือการวัดค่าความแตกต่างระหว่างค่าจริง และค่าที่ประมาณได้จากแบบจำลอง หาก RMSE มีค่าน้อย แสดงว่าแบบจำลองสามารถประมาณค่าประมาณได้ใกล้เคียงกับค่าจริง (Pindyck and Rubinfeld, 1998) ดังนั้นหากนี้มีค่าเท่ากับศูนย์แล้ว จะหมายความว่า ไม่เกิดความคลาดเคลื่อนในแบบจำลองนี้เลย RMSE คำนวณได้ดังนี้

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left(Y_t^s - Y_t^a\right)^2} \quad (2.40)$$

โดยกำหนด Y_t^s = ค่าประมาณจากแบบจำลอง

Y_t^a = ค่าที่แท้จริง

T = จำนวนคาบเวลาที่ใช้ในการประมาณแบบจำลอง

2.2 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

พยชน์ หาญผดุงกิจ (2532) ศึกษาเกี่ยวกับอัตราผลตอบแทนและความเสี่ยงของแต่ละหลักทรัพย์ แต่ละกลุ่มหลักทรัพย์ และของตลาดหลักทรัพย์ เพื่อวิเคราะห์หาเส้นตลาดหลักทรัพย์ในการที่จะพิจารณาราคาของแต่ละกลุ่มหลักทรัพย์ว่าสูงหรือต่ำเพียงใด เมื่อคำนึงถึงผลตอบแทนและ

ความเสี่ยง โดยใช้ข้อมูลเป็นรายไตรมาส เริ่มตั้งแต่เดือนมกราคม 2525 ถึงเดือนธันวาคม 2530 รวม 24 ไตรมาส ในการวิเคราะห์ความเสี่ยงได้อาศัยเครื่องมือสถิติมาวิเคราะห์ความเสี่ยงของแต่ละหลักทรัพย์ในแต่ละกลุ่มหลักทรัพย์และความเสี่ยงของตลาด โดยใช้ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) หรือค่าความแปรปรวนของผลตอบแทนที่คาดหวังกับผลตอบแทนที่ได้รับ

ผลการศึกษาพบว่ากลุ่มหลักทรัพย์ที่มีค่าเบต้ามากกว่า 1 คือกลุ่มรถยนต์และอุปกรณ์ กลุ่มเงินทุนหลักทรัพย์ กลุ่มสิ่งทอและเครื่องนุ่งห่ม กลุ่มบรรจุหีบห่อ และกลุ่มวัสดุก่อสร้างตกแต่งภายใน กลุ่มหลักทรัพย์เหล่านี้มีการเปลี่ยนแปลงของอัตราผลตอบแทนเร็วกว่าอัราผลตอบแทนของตลาด จึงเหมาะสมที่จะใช้เป็นหลักทรัพย์ในการเก็งกำไร ส่วนหลักทรัพย์ที่มีค่าเบต้าน้อยกว่า 1 คือกลุ่มโรงแรม กลุ่มอาหารและเครื่องดื่ม กลุ่มธนาคารพาณิชย์ กลุ่มพาณิชยกรรม กลุ่มเหมืองแร่ กลุ่มประกันภัย กลุ่มกองทุน และกลุ่มอุปกรณ์เครื่องใช้ไฟฟ้า ซึ่งเป็นกลุ่มหลักทรัพย์ที่เหมาะสำหรับใช้ลงทุน และการวิเคราะห์ค่า R^2 พบว่ากลุ่มหลักทรัพย์ที่มีค่าความเสี่ยงที่เป็นระบบสูงคือ กลุ่มธนาคารพาณิชย์และกลุ่มเงินทุนหลักทรัพย์ กลุ่มหลักทรัพย์ที่มีความเสี่ยงที่ไม่เป็นระบบสูงคือ กลุ่มอุปกรณ์เครื่องใช้ไฟฟ้า และกลุ่มเหมืองแร่ ส่วนผลการศึกษาจากเส้นตลาดหลักทรัพย์พบว่ากลุ่มหลักทรัพย์ส่วนใหญ่อยู่ใกล้เส้นตลาดหลักทรัพย์ หลักทรัพย์ที่อยู่เหนือเส้นตลาดหลักทรัพย์มากที่สุด ได้แก่กลุ่มกองทุน ซึ่งแสดงว่าราคาหลักทรัพย์ของกลุ่มนี้มีราคาต่ำเกินไปและคาดว่ามีแนวโน้มราคาในอนาคตที่สูงขึ้น

ภัทร์ ตั้งตระกูล (2545) ทำการศึกษาการวิเคราะห์ทางด้านเทคนิคด้วยแบบจำลองการ์ชเอ็มในหลักทรัพย์กลุ่มวัสดุก่อสร้างและตกแต่ง มีวัตถุ ประสงค์เพื่อใช้เป็นแนวทางหนึ่งในการวิเคราะห์ทางด้านเทคนิคประกอบการตัดสินใจในการลงทุนในหลักทรัพย์ โดยมีสมมติฐานที่ว่า(1) ผลตอบแทนจากหลักทรัพย์ในช่วงเวลาที่ที่ผ่านมาและความเสี่ยงของหลักทรัพย์เอง(2) ค่าความแปรปรวนในข้อมูลอนุกรมเวลาของหลักทรัพย์มีการเปลี่ยนแปลงตามช่วงเวลาในการศึกษาได้ใช้หลักทรัพย์ของบริษัท ปูนซีเมนต์ไทย จำกัด(มหาชน) หรือSCC บริษัท วนชัยกรุ๊ป จำกัด (มหาชน) หรือ VNG บริษัท สหวิริยาสติลอินดัสตรี จำกัด (มหาชน) หรือ SSI บริษัท ไทยผลิตภัณฑ์ยิปซั่ม จำกัด(มหาชน) หรือ TGP และ บริษัท ที พี ไอโพลีน จำกัด (มหาชน) หรือ TPIPL เป็นตัวแทนของหลักทรัพย์กลุ่มวัสดุก่อสร้างและตกแต่งโดยใช้ข้อมูลราคาปิดของหลักทรัพย์รายสัปดาห์ตั้งแต่เดือนกรกฎาคม พ.ศ.2540 ถึงเดือนมีนาคม พ.ศ.2546 รวมทั้งสิ้น 276 สัปดาห์

ในการศึกษาได้แบ่งการศึกษาออกเป็นสองส่วนในส่วนแรกทำการศึกษาความสัมพันธ์ของการเคลื่อนไหวของราคาหลักทรัพย์ในปัจจุบันกับราคาปิดของหลักทรัพย์ในอดีตและความเสี่ยงซึ่งแทนด้วยความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของหลักทรัพย์ด้วยแบบจำลอง ARIMA with GARCH-M

ซึ่งผลการศึกษาพบว่าในทุกหลักทรัพย์นั้นราคาปิดในปัจจุบันขึ้นอยู่กับราคาปิดและค่าความคลาดเคลื่อนในอดีตอย่างมีนัยสำคัญแต่มีเฉพาะ SCC เท่านั้นที่ราคาปิดในปัจจุบันขึ้นอยู่กับความเสี่ยงอย่างมีนัยสำคัญ และในข้อมูลหลักทรัพย์ทุกตัวยังปรากฏเทอม ARCH และ GARCH แสดงถึงความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขที่เกิดขึ้นในทุกข้อมูลหลักทรัพย์

ส่วนที่สองเป็นการประยุกต์แบบจำลอง ARIMA with GARCH-M ในการวิเคราะห์หลักทรัพย์ทางด้านเทคนิค ในการศึกษานี้ได้ทำการสร้างสัญญาณซื้อและขายหลักทรัพย์ด้วยช่วงความเชื่อมั่นจากแบบจำลอง ARIMA with GARCH-M และดัชนีกำลังสัมพัทธ์ให้ผลตอบแทนจากการซื้อขายหลักทรัพย์ที่เป็นบวก แต่เมื่อเปรียบเทียบถึงอัตราผลตอบแทนต่อการลงทุนแล้ว ดัชนีกำลังสัมพัทธ์จะให้ค่าสูงกว่าช่วงความเชื่อมั่นซึ่งจะเหมาะสมกับนักทุนระยะยาว

ปฎล ป้านทอง (2548) ได้ทำการศึกษาการประมาณค่าความผันผวนของผลตอบแทนของหลักทรัพย์ด้วยวิธีการ์ชเพื่อใช้ประมาณราคาความใบสำคัญแสดงสิทธิด้วยแบบจำลองแบล๊คและ โชลส์ การศึกษาครั้งนี้ใช้ข้อมูลอนุกรมเวลารายสัปดาห์ตั้งแต่ มกราคม 2545 ถึงมีนาคม 2548 ของหลักทรัพย์ธนาคารกรุงศรีอยุธยา จำกัด (มหาชน) หรือ BAY บริษัทปิกนิกแก๊ส แอนด์เอ็นจิเนียริ่ง จำกัด (มหาชน) หรือ PICNI บริษัทชินคอร์ปอเรชั่น จำกัด (มหาชน) หรือ SHIN บริษัทจัสมินอินเตอร์เนชั่นแนล จำกัด (มหาชน) หรือ JAS และบริษัทเจริญโภคภัณฑ์อาหาร จำกัด (มหาชน) หรือ CPF

ผลการศึกษาพบว่าข้อมูลผลตอบแทนของหลักทรัพย์ทั้ง 5 ตัวมีลักษณะนิ่งที่ I(0) และการประมาณค่าความผันผวนจากผลตอบแทนของหลักทรัพย์ทั้ง 5 ตัวโดยวิธี GARCH และแบบจำลองอารีมา พบว่าประมาณค่าใบสำคัญแสดงสิทธิ์ของธนาคารกรุงศรีอยุธยา จำกัด (มหาชน) โดยวิธี GARCH (1,1) มีความคลาดเคลื่อนร้อยละ 69.12 การประมาณค่าใบสำคัญแสดงสิทธิ์ของบริษัทปิกนิกแก็สแอนด์จิเนียริ่ง จำกัด (มหาชน) โดยใช้แบบจำลองอารีมา (0,0,1) มีความคลาดเคลื่อนร้อยละ 37.2 การประมาณค่าใบสำคัญแสดงสิทธิ์ของบริษัทชินคอร์ปอเรชั่น จำกัด (มหาชน) โดยใช้แบบจำลองอารีมา (0,1,0) มีความคลาดเคลื่อนร้อยละ 9.5 การประมาณค่าใบสำคัญแสดงสิทธิ์ของบริษัทจัสมิน อินเตอร์เนชั่นแนล จำกัด (มหาชน) โดยใช้แบบจำลองอารีม (2,0,2) มีความคลาดเคลื่อนร้อยละ 7.14 การประมาณค่าใบสำคัญแสดงสิทธิ์ของบริษัทเจริญโภคภัณฑ์อาหาร จำกัด (มหาชน) โดยใช้แบบจำลองอารีมา (2,0,2) มีความคลาดเคลื่อนร้อยละ 13.69

ทำการศึกษาการประมาณค่าความผันผวนของผลตอบแทนของหลักทรัพย์เพื่อใช้ประมาณราคาความใบสำคัญแสดงสิทธิด้วยวิธีการ์ชและการประมาณค่าความผันผวนของผลตอบแทนของหลักทรัพย์เพื่อใช้ประมาณราคาใบสำคัญแสดงสิทธิด้วยแบบจำลองแบล็คและโชลส์ดั้งเดิมในครั้งนี้

พบว่าการประมาณค่าความผันผวนของผลตอบแทนของหลักทรัพย์เพื่อใช้ประมาณราคาความใบสำคัญแสดงสิทธิด้วยวิธีการ์ชมีประสิทธิภาพในการประเมินราคาใบสำคัญแสดงสิทธิด้อยด้อยกว่าการประเมินว่าความผันผวนของผลตอบแทนหลักทรัพย์โดยแบบจำลองแบล็กและโชลส์ดั้งเดิมสำหรับประเมินค่าใบสำคัญแสดงสิทธิ

กฤตวิทย์ อัจฉริยะพานิชกุล (2550) ทำการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างดัชนีล่วงหน้าในตลาดอนุพันธ์ในตลาดของไทยกับดัชนีล่วงหน้าในตลาดอนุพันธ์ของต่างประเทศ 3 ประเทศ คือ ฮ่องกง สิงคโปร์ และญี่ปุ่น โดยใช้ข้อมูลทุติยภูมิรายวันครอบคลุม ตั้งแต่ เดือนพฤษภาคม ถึง สิงหาคม พ.ศ. 2549 รวมทั้งหมด 66 ตัวอย่าง

จากผลการทดสอบความนิ่งของข้อมูลทั้งสองตัวแปร คือดัชนีล่วงหน้าในตลาดอนุพันธ์ในตลาดของไทยกับดัชนีล่วงหน้าในตลาดอนุพันธ์ของต่างประเทศ พบว่าตัวแปรทุกตัวมี order of integration เดียวกัน คือ I(I) ณ ระดับนัยสำคัญที่ 0.01 จากนั้นทดสอบความสัมพันธ์ระยะยาวพบว่าทั้งสองตัวแปรมีความสัมพันธ์กันในระยะยาว และเมื่อทดสอบขบวนการปรับตัวในระยะสั้นพบว่าในกรณีที่ดัชนีในตลาดอนุพันธ์ของไทยเป็นตัวแปรอิสระ และดัชนีในตลาดต่างประเทศเป็นตัวแปรตาม ทุกแบบจำลองมีการปรับตัวในระยะสั้น และในกรณีที่ดัชนีในตลาดอนุพันธ์ของไทยเป็นตัวแปรตาม และดัชนีในตลาดต่างประเทศเป็นตัวแปรอิสระ ทุกแบบจำลองก็มีการปรับตัวในระยะสั้นได้แก่ประเทศฮ่องกง และสิงคโปร์ ยกเว้นญี่ปุ่นซึ่งแบบจำลองไม่มีการปรับตัวในระยะสั้น

น้ำริน ผลไสว (2550) ทำการศึกษาการวิเคราะห์ความผันผวนของอัตราผลตอบแทนของดัชนีราคาหลักทรัพย์ในตลาดหลักทรัพย์โดยแบบจำลองอีมาอีการ์ช จะทำการศึกษาความผันผวนของอัตราผลตอบแทนของดัชนีราคาหลักทรัพย์ที่ทำการซื้อขายที่สำคัญใน 5 ประเทศ คือ ไทย สิงคโปร์ มาเลเซีย อินโดนีเซีย และฟิลิปปินส์ ซึ่งใช้ข้อมูลอนุกรมเวลาราคาปิดรายวันของดัชนีราคาหลักทรัพย์ของตลาดหลักทรัพย์ไทย (SET Index) ใช้ข้อมูลรายวันตั้งแต่วันที่ 2 เดือนมกราคม พ.ศ. 2546 ถึงวันที่ 29 เดือนมิถุนายน ปี พ.ศ.2550 จำนวน 1,100 ข้อมูล ข้อมูลราคาปิดรายวันของดัชนีราคาหลักทรัพย์ของตลาดหลักทรัพย์สิงคโปร์ (Straits Times) ใช้ข้อมูลรายวันตั้งแต่วันที่ 2 เดือนมกราคม พ.ศ.2546 ถึงวันที่ 29 เดือนมิถุนายน ปี พ.ศ.2550 จำนวน 1,127 ข้อมูล ข้อมูลราคาปิดรายวันของดัชนีราคาหลักทรัพย์ของตลาดหลักทรัพย์มาเลเซีย (KLSE-Composite) ใช้ข้อมูลรายวันตั้งแต่วันที่ 2 เดือนมกราคม พ.ศ.2546 ถึงวันที่ 29 เดือนมิถุนายน ปี พ.ศ.2550 จำนวน 1,108 ข้อมูล ข้อมูลราคาปิดรายวันของดัชนีราคาหลักทรัพย์ของตลาดหลักทรัพย์อินโดนีเซีย (JSX-Composite) ใช้ข้อมูลรายวันตั้งแต่วันที่ 2 เดือนมกราคม พ.ศ.2546 ถึงวันที่ 29 เดือนมิถุนายน ปีพ.ศ.2550

จำนวน 1,091 ข้อมูล และข้อมูลราคาปิดรายวันของดัชนีราคาหลักทรัพย์ของตลาดหลักทรัพย์ฟิลิปปินส์ (PSE-Composite) ใช้ข้อมูลรายวันตั้งแต่วันที่ 2 เดือนมกราคม พ.ศ.2546 ถึงวันที่ 29 เดือนมิถุนายน ปี พ.ศ.2550 จำนวน 1,109 ข้อมูล

ผลการทดสอบ unit root โดยวิธี Augmented Dickey-Fuller test (ADF test) พบว่าข้อมูลอัตราผลตอบแทนของดัชนีราคาหลักทรัพย์ทั้ง 5 ประเทศมีลักษณะนิ่งที่ระดับ Level (I(0)) จากการพิจารณาผลคอเรลโลแกรม ได้ทำการเลือกแบบจำลองที่เหมาะสมเพียงรูปแบบเดียวสำหรับอัตราผลตอบแทนของดัชนีราคาหลักทรัพย์แต่ละประเทศโดยใช้แบบจำลองอารีมาอีการ์ช และเมื่อทำการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองทั้งหมดพบว่า มีลักษณะเป็น white noise ณ ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ 0.05

ผลการพยากรณ์อัตราผลตอบแทนของดัชนีราคาหลักทรัพย์แต่ละประเทศ พบว่าแบบจำลองที่เหมาะสมที่สุดสำหรับอัตราผลตอบแทนของดัชนีราคาหลักทรัพย์ของตลาดหลักทรัพย์ไทย สิงคโปร์ มาเลเซีย อินโดนีเซีย และฟิลิปปินส์ คือ แบบจำลอง AR(1) และ E-GARCH(1.1) แบบจำลอง ARIMA(2,0,3,) และ E-GARCH(1,1) และแบบจำลอง ARIMA(2,0,1) และ E-GARCH(1,1) ตามลำดับ การศึกษาการวิเคราะห์ความผันผวนของอัตราผลตอบแทนของดัชนีราคาหลักทรัพย์ในตลาดหลักทรัพย์นี้จึงสรุปได้ว่าแบบจำลองที่เหมาะสมในการพยากรณ์อัตราผลตอบของดัชนีราคาหลักทรัพย์ในตลาดหลักทรัพย์แต่ละประเทศนั้น เป็นแบบจำลองที่แตกต่างกันขึ้นอยู่กับลักษณะการเคลื่อนไหวของราคาหลักทรัพย์ของแต่ละประเทศ