บทที่ 3

แนวความคิดและระเบียบวิธีวิจัย

3.1 แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

ในการศึกษาครั้งนี้ต้องการทำการวิเคราะห์ความผันผวนของผลตอบแทนของอัตราแลกเปลี่ยน โดยใช้แนวคิดและทฤษฎีเกี่ยวกับการวิเคราะห์อนุกรมเวลา การทดสอบความนิ่ง (stationary) ของข้อมูลและการทดสอบ Unit Root แบบจำลองอารีมา (ARIMA) แบบจำลอง Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (GARCH) และแบบจำลอง Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (EGARCH) เพื่อนำมาประมาณค่าความผันผวนของผลตอบแทนของอัตราแลกเปลี่ยน ดังต่อไปนี้

3.1.1 การวิเคราะห์อนุกรมเวลา (time series analysis)

ข้อมูลอนุกรมเวลา (time series) เป็นข้อมูลหรือค่าสังเกตที่มีการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรในช่วงเวลาที่ผ่านมา ลักษณะของการเปลี่ยนแปลงอาจมีหรือไม่มีรูปแบบก็ได้ แต่ถ้าอนุกรมเวลาแสดงให้เห็นรูปแบบการเปลี่ยนแปลงในช่วงเวลาที่ผ่านมาในอดีต ก็จะทำให้สามารถคาดการณ์ได้ว่าในอนาคตลักษณะการเปลี่ยนแปลงควรอยู่ในรูปแบบใด และสามารถพยากรณ์การเปลี่ยนแปลงของข้อมูลในอนาคตได้ การวิเคราะห์ข้อมูลเวลาจะขึ้นอยู่กับการเปลี่ยนแปลงของเวลาในอดีตเป็นพื้นฐาน (ศิริลักษณ์ เล็กสมบูรณ์, 2531)

3.1.2 การทดสอบความนิ่งของข้อมูล (stationary) และการทดสอบ Unit Root

การทดสอบว่าข้อมูลที่นำมาศึกษามีความนิ่งหรือไม่ สามารถทำได้โดยการทดสอบ Unit Root ซึ่งทำได้โดยใช้การทดสอบ DF (Dickey-Fuller Test) ซึ่งเสนอโดย Dickey และ Fuller ในปี 1981 และวิธีการทดสอบ ADF (Augmented Dickey-Fuller Test) ซึ่งเสนอโดย Said และ Dickey ในปี 1984

ข้อมูลที่มีลักษณะนิ่ง (stationary) หมายถึง ข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีค่าเฉลี่ย (mean) และความแปรปรวน (variance) เท่ากันตลอดระยะเวลาที่ศึกษา

ส่วนข้อมูลที่มีลักษณะไม่นิ่ง (nonstationary) หมายถึง ข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีค่าเฉลี่ย (mean) และความแปรปรวน (variance) ไม่เท่ากันตลอดระยะเวลาที่ศึกษา

ทั้งนี้การวิเคราะห์ข้อมูลที่เป็นอนุกรมเวลาส่วนมากจะพบปัญหาความไม่นิ่งของข้อมูล ซึ่งสามารถแก้ไขได้ด้วยการทำให้ข้อมูลมีความนิ่งเสียก่อน โดยอาจใช้วิธีการหาผลต่าง (difference) ของข้อมูล การแปลงให้อยู่ในรูป Logarithm หรือการทดสอบหาความสัมพันธ์ของตัวแปรในระยะยาว (cointegration) เป็นต้น

ข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่ง (stationary) คือข้อมูลที่ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของกระบวนการเชิงสุ่มนั้นมีค่าคงที่เมื่อเวลาได้เปลี่ยนไป และค่าความแปรปรวนระหว่างสองคาบเวลาขึ้นอยู่กับความล่า (lag) ระหว่างคาบเวลาทั้งสอง โดยสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้ (ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์ และอารี วิบูลย์พงศ์, 2542)

ค่าเฉลี่ย (mean) : $E(x_t) = \text{constant} = \mu$ (3.1)

ความแปรปรวน (variance) : $V(x_t) = \text{constant} = \sigma^2$ (3.2)

ความแปรปรวนร่วม (covariance) : $\text{cov}(x_t, x_{t+k}) = E(x_t - \mu)(x_{t+k} - \mu) = \sigma_k - \mu$ (3.3)

โดยที่ x_t แทนข้อมูลอนุกรมเวลาซึ่งเป็นกระบวนการเชิงสุ่ม

ในการวิเคราะห์ข้อมูลที่เป็นอนุกรมเวลานั้น ข้อมูลจะต้องมีลักษณะนิ่ง เนื่องจากข้อมูลอนุกรมเวลานั้นมาจากกระบวนการเชิงสุ่ม (random process) การนำข้อมูลอนุกรมเวลาไปใช้โดยไม่ได้ทำการตรวจสอบว่าข้อมูลนั้นมีลักษณะนิ่งนั้น ค่าสถิติที่เกิดขึ้นจะมีการแจกแจงไม่มาตรฐาน (nonstandard distribution) ซึ่งทำให้การนำไปใช้เปรียบเทียบกับค่าในตารางมาตรฐานไม่ถูกต้อง เนื่องจากค่าต่าง ๆ นั้น มีสมมติฐานว่าข้อมูลนั้นมีการแจกแจงมาตรฐาน (standard distributions) ทำให้นำไปสู่การลงความเห็นที่ผิดพลาดและความสัมพันธ์ที่ไม่แท้จริง (spurious regression) กล่าวคือ R^2 มีค่าสูงมากและได้ค่าสถิติ t – test มีนัยสำคัญหรือสูงเกินกว่าความเป็นจริง

ในการใช้ข้อมูลอนุกรมเวลาต้องทำการทดสอบว่าข้อมูลที่นำมาใช้มีลักษณะนิ่งหรือไม่ ซึ่งจะใช้การทดสอบ Unit Root โดยการศึกษาจะพิจารณาเฉพาะวิธีของ Dickey – Fuller โดยวิธี DF (Dickey – Fuller test) และ ADF (Augmented Dickey-Fuller test) ซึ่งกำหนดโดยสมการ (3.4)

$$x_t = \rho x_{t-1} + \varepsilon_t \tag{3.4}$$

โดยกำหนดสมมติฐานหลัก $H_0 : \rho = 1$

และ $H_1 : |\rho| < 1$

ถ้าไม่สามารถปฏิเสธ H_0 แสดงว่าข้อมูลมีลักษณะไม่นิ่ง แต่ถ้าปฏิเสธ H_0 แสดงว่าข้อมูลนั้นมีลักษณะนิ่ง และการทดสอบนี้ยังสามารถแปลงสมการได้ดังนี้ คือ

กรณีไม่มีค่าคงที่และแนวโน้มเวลา $\Delta x_t = \theta x_{t-1} + \varepsilon_t$ (3.5)

กรณีมีค่าคงที่ $\Delta x_t = \alpha + \theta x_{t-1} + \varepsilon_t$ (3.6)

กรณีมีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลา $\Delta x_t = \alpha + \beta t + \theta x_{t-1} + \varepsilon_t$ (3.7)

โดยกำหนดสมมติฐานหลัก $H_0 : \theta = 0$

และสมมติฐานรอง $H_1 : \theta < 0$

การไม่สามารถปฏิเสธ H_0 แสดงว่าข้อมูลมีลักษณะไม่นิ่ง แต่ถ้าปฏิเสธ H_0 แสดงว่าข้อมูลนั้นมีลักษณะนิ่ง นอกจากนี้ถ้าสมการ (3.5) (3.6) และ (3.7) นำไปเข้ากระบวนการอัตถดถอย (autoregressive processes) จะได้ดังนี้

กรณีไม่มีค่าคงที่และแนวโน้มเวลา $\Delta x_t = \theta x_{t-1} + \sum_{i=1}^{p} \phi_i \Delta x_{t-i} + \varepsilon_t$ (3.8)

กรณีมีเฉพาะค่าคงที่ $\Delta x_t = \alpha + \theta x_{t-1} + \sum_{i=1}^{p} \phi_i \Delta x_{t-i} + \varepsilon_t$ (3.9)

กรณีมีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลา $\Delta x_t = \alpha + \beta t + \theta x_{t-1} + \sum_{i=1}^{p} \phi_i \Delta x_{t-i} + \varepsilon_t$ (3.10)

ซึ่งสมการที่ (3.8) (3.9) และ (3.10) เป็นการทดสอบ Augmented Dickey-Fuller test (ADF) นั่นเอง ซึ่งพัฒนามาจากวิธี Dickey-Fuller test เพื่อแก้ปัญหา Serial Correlation ในการตรวจสอบว่าข้อมูลนั้นมีลักษณะนิ่งหรือไม่ โดยการเปรียบเทียบค่าสถิติ t ที่คำนวณได้กับค่าวิกฤติ (critical value) ในตาราง ADF

3.1.3 การเลือกแบบจำลองที่เหมาะสมจากการทดสอบ Unit Root โดยการทดสอบสัมประสิทธิ์การถดถอย (deterministic regressors)

เป็นการทดสอบว่า แบบจำลองใดเป็นแบบจำลองที่มีความเหมาะสมที่สุดระหว่างกรณีของแบบจำลองที่ไม่มีค่าคงที่และแนวโน้มเวลา(none) แบบจำลองที่มีค่าคงที่ (intercept) และแบบจำลองที่มีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลา (trend and intercept) โดยการทดสอบความมีนัยสำคัญทางสถิติของสัมประสิทธิ์ของตัวถดถอย (ค่าคงที่หรือค่าแนวโน้มเวลา) โดยมีขั้นตอนการทดสอบดังนี้ (ปิยนุช เรืองขจร, 2550)

ขั้นตอนที่ 1 เริ่มการทดสอบจากแบบจำลองกรณีที่มีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลาตามสมการ (3.11)

$$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + a_2 t + \sum \beta_i \Delta y_{t-1} + \varepsilon_t \tag{3.11}$$

ทำการทดสอบสมมติฐานว่าง H_0: γ=0 โดยใช้ t-statistic ถ้าเกิดการปฏิเสธสมมติฐานว่าง แสดงว่า ข้อมูล y_t มีลักษณะนิ่งแล้ว และเลือกใช้แบบจำลองที่มีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลา

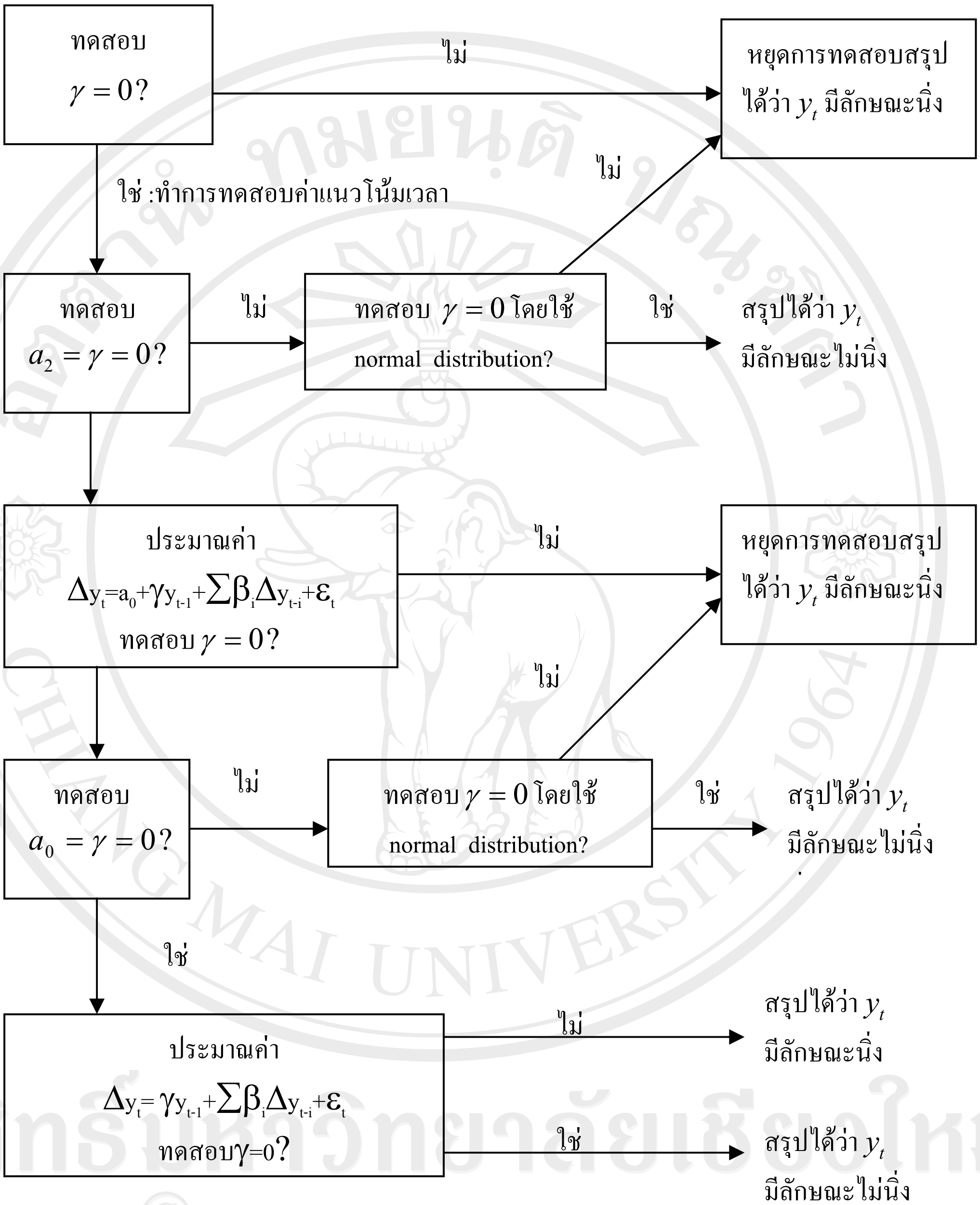
ขั้นตอนที่ 2 ถ้าเกิดการไม่สามารถปฏิเสธสมมติฐานว่างในขั้นตอนที่ 1 แสดงว่าในแบบจำลองดังกล่าวมีตัวถดถอยที่ไม่จำเป็นอยู่ในสมการ ซึ่งอาจทำให้อำนาจการทดสอบของสมการลดลง ดังนั้นจึงต้องมีการทดสอบความมีนัยสำคัญทางสถิติของค่าแนวโน้ม ($a_2 t$)ที่อยู่ในสมการ โดยการทดสอบสมมติฐานว่าง $H_0 : a_2 = \gamma = 0$ โดยใช้ ϕ_3 statistic ถ้าค่าสัมประสิทธิ์ของค่าแนวโน้มไม่มีนัยสำคัญทางสถิติให้ข้ามไปขั้นตอนที่ 3 อย่างไรก็ตามถ้าค่าสัมประสิทธิ์ของค่าแนวโน้มมีนัยสำคัญทางสถิติ ให้ทำการทดสอบความไม่นิ่งของข้อมูลอีกครั้งโดยใช้ การแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน (standardized normal distribution) ถ้าเกิดการปฏิเสธสมมติฐานว่างแสดงว่า ข้อมูล y_t มีลักษณะนิ่งแล้วและเลือกใช้แบบจำลองที่มีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลาแต่ถ้าเกิดการไม่สามารถปฏิเสธสมมติฐานว่าง แสดงว่าข้อมูล y_t มีลักษณะไม่นิ่ง

ขั้นตอนที่ 3 ทำการประมาณค่าแบบจำลองตามสมการ(3.11) ที่ปราศจากค่าแนวโน้มเวลา และทดสอบ unit root โดยใช้t-statistic ถ้าเกิดการปฏิเสธสมมติฐานว่างแสดงว่าข้อมูล y_t มีลักษณะนิ่งแล้วและเลือกใช้แบบจำลองที่ปราศจากค่าแนวโน้มเวลา แต่ถ้าเกิดการไม่สามารถปฏิเสธสมมติฐานว่างให้ทำการทดสอบความมีนัยสำคัญทางสถิติของค่าคงที่ โดยมีสมมติฐานว่าง $H_0 : a_0 = \gamma = 0$ โดยใช้ ϕ_1 statistic ถ้าค่าคงที่ไม่มีนัยสำคัญให้ข้ามไปขั้นตอนที่ 4 อย่างไรก็ตามถ้าค่าคงที่มีนัยสำคัญทางสถิติ ให้ทำการทดสอบความไม่นิ่งของข้อมูลอีกครั้งโดยใช้ การแจกแจงแบบ

ปกติมาตรฐาน(standardized normal distribution) ถ้าเกิดการปฏิเสธสมมติฐานว่างแสดงว่าข้อมูล y_t มีลักษณะนิ่งแล้วและเลือกใช้แบบจำลองที่มีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลา แต่ถ้าเกิดการไม่สามารถปฏิเสธสมมติฐานว่าง แสดงว่าข้อมูล y_t มีลักษณะไม่นิ่ง

ขั้นตอนที่ 4 ทำการประมาณค่าแบบจำลองตามสมการ (3.11) ที่ปราศจากค่าแนวโน้มเวลาและค่าคงที่ และทดสอบ unit root โดยใช้ t-statistic ถ้าเกิดการปฏิเสธสมมติฐานว่างแสดงว่าข้อมูล y_t มีลักษณะนิ่งแล้วและเลือกใช้แบบจำลองที่ปราศจากค่าแนวโน้มเวลาและค่าคงที่แต่ถ้าเกิดการไม่สามารถปฏิเสธสมมติฐานว่าง แสดงว่าข้อมูล y_t มีลักษณะไม่นิ่ง

รูปที่ 3.1 ขั้นตอนการเลือกแบบจำลองที่เหมาะสม



ที่มา: Enders (1995)

3.1.4 แบบจำลอง Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA)

แบบจำลอง Autoregressive Integrated Moving Average(ARIMA) ได้มีการศึกษาโดย Grorge Box และ Gwilym Jenkins (1976) แต่ Wold (1938) ได้เป็นผู้ให้พื้นฐานทางทฤษฎีของกระบวนการหรือระบบ ARIMA บนพื้นฐานของ Wold แบบจำลอง ARIMA ได้ถูกพัฒนาขึ้นในสามทิศทาง ซึ่งได้แก่ ขั้นตอบสนองการประมาณค่าและการบ่งชี้ที่มีประสิทธิภาพ (efficient identification and estimation procedures) (สำหรับกระบวนการหรือระบบ AR,MA และ ARMA) การครอบคลุมไปถึงผลลัพธ์ที่ได้รวบรวมเอาอนุกรมเวลาเชิงฤดูกาล (seasonal time series) และ การขยายขอบเขตไปเพื่อรวมเอากระบวนการหรือระบบไม่นิ่ง (nonstationary process (ARIMA)) เข้าไว้ด้วย (ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์, 2547)

โดยทั่วไปแล้วข้อมูลอนุกรมเวลาส่วนใหญ่มีลักษณะไม่นิ่ง(nonstationary) เนื่องจากข้อมูลอนุกรมเวลานั้นมาจากกระบวนการเชิงสุ่ม (random process) แต่ด้วยทฤษฎีของ AR และ MA หมายถึงข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่ง(stationary) ดังนั้นเมื่อข้อมูลที่รวบรวมได้มีลักษณะไม่นิ่ง เราจึงต้องทำการหาผลต่าง(differencing)

ความนิ่งและความไม่นิ่ง (Stationary and Nonstationary)

เครื่องมือทางด้านสัญลักษณ์ที่มีประโยชน์มากก็คือ backward shift operator, B. หรือ lag operator, L.(ซึ่งบางครั้งเราก็อาจใช้สัญลักษณ์ B หรือสัญลักษณ์ L สลับกันไปมาได้มีความหมายเหมือนกัน) ซึ่งถูกนำมาใช้ดังนี้

$$BX_t = X_{t-1} \tag{3.12}$$

ซึ่งถ้า B อยู่หน้า X_t จะมีผลต่อการ shift ข้อมูลถอยหลังไปหนึ่งคาบเวลา และถ้าเรามี

$$B(BX_t) = B_2 X_t = X_{t-2} \tag{3.13}$$

ซึ่งหมายความว่า X_t ได้ถูก shift ถอยหลังไปสองคาบเวลา

ผลต่างที่หนึ่ง (first difference)

$$X'_t = X_t - X_{t-1} \tag{3.14}$$

ถ้าเราใช้ backward shift operator จะได้

$$X'_t = X_t - BX_t = (1-B)X_t \tag{3.15}$$

ผลต่างอันดับที่สอง (second-order difference)

$$
\begin{aligned}
X_t'' &= X_t' - X_{t-1}' \\
&= (X_t - X_{t-1}) - (X_{t-1} - X_{t-2}) \\
&= X_t - 2X_{t-1} + X_{t-2} \\
&= (1 - 2B + B^2)X_t \\
&= (1-B)^2 X_t
\end{aligned}
\tag{3.16}
$$

$(1-B)^2$ คือ ผลต่างอันดับที่สอง (second-order difference)

$1-B^2$ คือ ผลต่างที่สอง (second difference) ซึ่งไม่เหมือนกัน

$(1-B)^d X_t$ คือ ผลต่างอันดับที่ d

กระบวนการอัตถดถอย (autoregressive processes)

กระบวนการหรือระบบ AR (p) ซึ่งคือกระบวนการหรือระบบ AR ที่มีอันดับที่ p เขียนในรูปของ ARIMA(p,d,q) ได้ดังนี้คือ

ARIMA(p,0,0) ซึ่งคือ

$$X_t = \mu' + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \ldots + \phi_p X_{t-p} + \varepsilon_t \tag{3.17}$$

โดยที่ μ' คือ พจน์คงที่หรือคงตัว (constant term)

ϕ_j คือ พารามิเตอร์อัตถดถอยตัวที่ j โดยที่ j=1,…,p

ε_t คือ พจน์ความคลาดเคลื่อน ณ เวลา t

กระบวนการเฉลี่ยเคลื่อน (moving average processes)

กระบวนการหรือระบบ MA(q) ซึ่งก็คือกระบวนการหรือระบบ MA ที่มีอันดับ q เขียนในรูปของ ARIMA(p,d,q) ได้ดังนี้ คือ

ARIMA(0,0,q)

$$X_t = \mu - \varepsilon_t - \theta_1\varepsilon_{t-1} - \theta_2\varepsilon_{t-2} - \ldots - \theta_q\varepsilon_{t-q} \quad (3.18)$$

โดยที่ μ คือ พจน์คงที่หรือคงตัว (constant term)

θ_j คือ พารามิเตอร์อัตถดถอยตัวที่ j โดยที่ j=1,…,q

ε_t คือ พจน์ความคลาดเคลื่อน ณ เวลา t

ดังนั้นการผสมกันระหว่าง AR และ MA ในรูปของกระบวนการ หรือระบบ ARIMA สำหรับข้อมูลที่มีลักษณะนิ่ง(stationary) จะมีรูปแบบเป็น ARIMA (p,0,q) สมมุติให้ AR(1) และ MA(1) เราสามารถเขียนในรูป ARIMA ได้คือ ARIMA (1,0,1) ดังจะแสดงในสมการต่อไปนี้

$$X_t = \mu' + \phi_1 X_{t-1} + \varepsilon_t - \theta_1\varepsilon_{t-1}$$

หรือ
$$\underbrace{(1-\phi_1 B)}_{AR(1)}X_t = \mu' + \underbrace{(1-\theta_1 B)}_{MA(1)}\varepsilon_t$$

แต่ถ้าข้อมูลมีลักษณะไม่นิ่ง (nonstationary) จะต้องหาผลต่าง (differencing) d ครั้ง เพื่อให้ข้อมูลมีลักษณะนิ่ง ดังนี้

ARIMA (1,1,1)

$$\underbrace{(1-B)}_{\text{First difference}}\underbrace{(1-\phi_1 B)}_{AR(1)}X_t = \mu' + \underbrace{(1-\theta_1 B)}_{MA(1)}\varepsilon_t$$

หรือ $$\left[1 - B(1+\phi_1) + \phi_1 B^2\right]X_t = \mu' + \varepsilon_t - \theta_1\varepsilon_{t-1}$$

$$X_t = (1+\phi_1)X_{t-1} - \phi_1 X_{t-2} + \mu' + \varepsilon_t - \theta_1\varepsilon_{t-1}$$

3.1.5 แบบจำลอง Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (ARCH)

ในการวิเคราะห์อนุกรมเวลาส่วนใหญ่แล้วจะมีการกำหนด Stochastic Variable ให้มีความแปรปรวนคงที่ (homoscadastic) ซึ่งในการประยุกต์ใช้กับบางข้อมูลนั้น ค่าความแปรปรวนของค่าเทอมคลาดเคลื่อนจะไม่ใช่ฟังก์ชั่นของตัวแปรอิสระ แต่มีค่าเปลี่ยนแปลงไปตามช่วงเวลาขึ้นอยู่กับขนาดของความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นในอดีต หรือกล่าวได้ว่าค่าความแปรปรวนของเทอมคลาดเคลื่อนนั้น ขึ้นอยู่กับค่าความผันผวน (volatility) ของความคลาดเคลื่อนในอดีตที่ผ่านมา

ความเป็นไปได้ในการหาค่าเฉลี่ย และความแปรปรวนของอนุกรมเวลาไปพร้อมกันนั้น ในขั้นต้นการพยากรณ์อย่างมีเงื่อนไขจะมีความแม่นยำเหนือกว่าพยากรณ์อย่างไม่มีเงื่อนไขมาก ซึ่งจากแบบจำลอง Autoregressive Moving Average (ARMA) แสดงได้ดังนี้

$$X_t = a_0 + a_1 X_{t-1} + \varepsilon_t \tag{3.19}$$

และต้องพยากรณ์อย่างมีเงื่อนไขของ X_{t+1} ดังนี้คือ

$$E_t X_{t+1} = a_0 + a_1 X_t \tag{3.20}$$

และค่าเฉลี่ยแบบมีเงื่อนไขในการพยากรณ์ X_{t+1} ค่าความคลาดเคลื่อนของความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขที่พยากรณ์ได้ดังนี้

$$E_t[(X_{t+1} - a_0 - a_1 X_t)^2] = E_t\varepsilon_{t+1}^2 = \sigma^2 \tag{3.21}$$

ถ้าเปลี่ยนไปใช้การพยากรณ์แบบไม่มีเงื่อนไขแล้ว ผลที่ใช้จะเป็นค่าเฉลี่ยในช่วงระยะยาวของลำดับ $\{X_t\}$ ซึ่งเท่ากับ $\dfrac{a_0}{(1-a_1)}$ จะได้ค่าความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์อย่างไม่มีเงื่อนไขตามสมการ (3.22) คือ

$$E\left\{\left[X_{t+1}-\frac{a_0}{(1-a_0)}\right]^2\right\}=E\left[(\varepsilon_{t+1}+a_1\varepsilon_t+a_1^2\varepsilon_{t-1}+a_1^3\varepsilon_{t-2}+...)^2\right]$$
$$=\frac{\sigma^2}{(1-a_1)^2} \qquad (3.22)$$

เนื่องจาก $\frac{1}{(1-a_1)^2}>1$ เพราะฉะนั้นความแปรปรวนจากการพยากรณ์แบบไม่มีเงื่อนไขจึงมีค่าสูงกว่าความแปรปรวนของการพยากรณ์แบบมีเงื่อนไข

ในลักษณะเดียวกันถ้าความแปรปรวนของ $\{\varepsilon_t\}$ ไม่เป็นค่าคงที่ จะสามารถประมาณค่าแนวโน้มของการเปลี่ยนแปลงความแปรปรวนได้โดยใช้ ARMA Model อธิบาย โดยให้ $\{\hat{\varepsilon}_t\}$ แทนส่วนที่เหลือ (residuals) ที่ได้จากการประมาณจากสมการ (3.19) ดังนั้นค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของ X_{t+1} จะได้ดังสมการ (3.23)

$$\mathrm{var}(X_{t+1}|X_t)=E_t\left[(X_{t+1}-a_0-a_1X_t)^2\right]$$
$$=E_t\varepsilon_{t+1}^2 \qquad (3.23)$$

และจากที่ให้ $E_t\varepsilon_{t+1}^2$ เท่ากับ σ_{t+1}^2 จึงแสดงว่าค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขไม่ใช่ค่าคงที่และจะได้จากแบบจำลองในการประมาณค่าส่วนที่เหลือออกมาดังสมการ (3.24)

$$\hat{\varepsilon}_1^2=\alpha_0+\alpha_1\hat{\varepsilon}_{t-1}^2+...+\alpha_q\hat{\varepsilon}_{t-q}^2+v_t \qquad (3.24)$$

เมื่อ $v_t=$ White Noise Process

ถ้าค่าของ $\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_q$ เท่ากับศูนย์ ค่าความแปรปรวนจากการประมาณจะเท่ากับค่าคงที่ α_0 อีกนัยหนึ่ง คือค่าแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของ X_t จะมีการเปลี่ยนแปลงสอดคล้องกับ Autoregression ในสมการ (3.24) ดังนั้นจะสามารถใช้สมการ (3.24) ในการพยากรณ์ค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขที่เวลา t+1 ดังสมการ (3.25)

$$E_t\varepsilon_{t+1}^2=\alpha_0+\alpha_1\hat{\varepsilon}_t^2+\alpha_2\hat{\varepsilon}_{t-1}^2+....+\alpha_q\hat{\varepsilon}_{t+1-q}^2 \qquad (3.25)$$

จากเหตุผลที่กล่าวมา สมการ (3.24) เรียกว่า Autoregressive Conditional Heteroscadastic (ARCH) Model และสมการ (3.25) เป็น ARCH (q) สมการ (3.25) ค่า $E_t\varepsilon_{t+1}^2$ หรือ σ_{t+1}^2 จะประกอบด้วย 2 องค์ประกอบ คือค่าคงที่และความผันผวนในคาบเวลาที่ผ่านมา ซึ่งเขียนได้เป็นส่วนเหลือกำลังสองของคาบในอดีต (ARCH term) ส่วนค่าสัมประสิทธิ์ ($\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_q$)สามารถหาค่าได้โดยใช้วิธี Maximum Likelihood

3.1.6 แบบจำลอง Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (GARCH)

Bollerslev (1986) ได้ขยายมาจาก ARCH model โดยมีขั้นตอน คือให้ค่าความคลาดเคลื่อนจากกระบวนการเป็นดังสมการ (3.26)

$$\varepsilon_t = v_t\sqrt{h_t} \tag{3.26}$$

โดยที่ความแปรปรวนของ $v_t = \sigma_v^2 = 1$ และ

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{q}\alpha_i\varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^{p}\beta_i h_{t-i} \tag{3.27}$$

เนื่องจาก $\{v_t\}$ เป็น white noise process ซึ่งเป็นอิสระกับ (ε_{t-i}) ค่าเฉลี่ยแบบมีเงื่อนไขและไม่มีเงื่อนไข (conditional and unconditional means) ของ ε_t จะมีค่าเท่ากับศูนย์ ใส่ค่าคาดหมาย (expected value) ของ ε_t จะได้

$$E\varepsilon_t = Ev_t\sqrt{h_t} = 0 \tag{3.28}$$

ประเด็นที่สำคัญ คือความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไข (conditional variance) ของ ε_t ถูกกำหนดโดย

$$E_{t-1}\varepsilon_t^2 = h_t \tag{3.29}$$

ดังนั้นความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไขของ ε_t จึงถูกกำหนดโดย h_t ในสมการ (3.29) แบบจำลองนี้จึงถูกเรียกว่า Generalized Autoregressive Conditional Heterosecedasticity ซึ่งใช้ตัวย่อว่า GARCH (p,q)ได้เปิดโอกาสให้มีทั้งส่วนประกอบที่เป็น Autoregressive Moving Average ใน

ความแปรปรวนที่มีลักษณะ Heteroscedastic variance จะเห็นได้ว่า ถ้า p = 0 และ q = 1 เราก็จะได้แบบจำลอง GARCH (0,1) ซึ่งก็คือ ARCH (1) หรือ ARCH (q = 1) นั่นเอง โดยสรุปว่าถ้า β_t ทุกตัวมีค่าเท่ากับศูนย์แบบจำลอง GARCH ก็คือ ARCH (q) นั่นเอง และเพื่อทำให้ความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไขเป็นอันตะ (finite) รากลักษณะเฉพาะ (characteristic roots) ของสมการ (3.21) จะต้องอยู่ในวงกลมหน่วย (unit circle)

เนื่องจากแบบจำลอง GARCH มีลักษณะเป็น ARMA process ACF (autocorrelation function) และ PACF (partial autocorrelation function) ของส่วนตกค้างหรือส่วนที่เหลือจะเป็นเครื่องชี้เกี่ยวกับ White-Noise process อย่างไรก็ตาม ACF ของส่วนที่เหลือหรือส่วนตกค้างกำลังสอง (squared residuals) สามารถช่วยระบุถึง order ของ GARCH process ได้

เนื่องจาก $E_{t-1}\varepsilon_t = \sqrt{h_t}$ สามารถเขียนสมการ (3.29) ได้ดังนี้

$$E_{t-1}\varepsilon_t^2 = \gamma_0 + \sum_{i=1}^{q}\gamma_i\varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^{p}\beta_i h_{t-i} \tag{3.30}$$

จะเห็นได้ว่าสมการ (3.30) มีลักษณะคล้ายกับ ARMA (p,q) ใน $\{\varepsilon_t^2\}$sequence มาก ถ้า Heteroscedasticity แบบมีเงื่อนไขมีอยู่จริง แผนภาพสหสัมพันธ์ (correlogram) จะเป็นตัวบ่งบอกกระบวนการ (process) ดังกล่าว

3.1.7 แบบจำลอง Exponential GARCH (EGARCH)

แบบจำลอง GARCH ต่างๆนอกจากใช้ได้อย่างประสบผลสำเร็จ แต่ก็มีข้อเสียอยู่สองประการในการประยุกต์ใช้กับการตั้งหรือคำนวณค่าทรัพย์สินประเภททุน ประการแรก คือ ในกระบวนการ GARCH แบบสมมาตรนั้น ถ้ามีความผิดปกติ หรือ shock เกิดขึ้นไม่ว่าในทางบวกหรือทางลบ แต่อยู่ในระดับหรือขนาดเดียวกัน ซึ่งให้ระดับความไม่แน่นอนที่เท่ากันแล้ว ค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขก็จะเพิ่มขึ้นในทางบวกหรือทางลบอย่างมากจนน่าตกใจ (Engle and Bollerslev, 1986) อย่างไรก็ตาม Black (1976) ได้พบความสัมพันธ์ที่เป็นลบหรือตรงกันข้ามกันระหว่างผลตอบแทนในปัจจุบันกับความไม่แน่นอนที่เกิดจากความอ่อนไหว (volatility) ในอนาคต เช่น ความไม่แน่นอนมักจะสูงเมื่อมีข่าวร้าย และจะลดลงเมื่อมีข่าวดี (Nelson, Daniel B, 1991) ลักษณะความไม่สมมาตรของความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไขนี้ ผู้เขียนงานวิชาการหลายคนเรียกว่า leverage effect คือ อิทธิพลจากค่ายกกำลัง ซึ่งแบบจำลอง GARCH แบบเส้นตรงไม่สามารถจับรูปแบบนี้ให้เห็นได้ เพราะค่าบวกหรือลบของผลตอบแทนในอดีตจะไม่มีส่วนมากำหนดความไม่

แน่นอนที่อ่อนไหวในอนาคต กล่าวอีกนัยหนึ่งก็คือ เฉพาะขนาดของค่าความคลาดเคลื่อนจากประมาณการถดถอยโดยมีการทอดระยะเวลา (lagged residuals) เท่านั้นที่มีส่วนกำหนดค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไข แต่ความเป็นบวกหรือลบของค่าความคลาดเคลื่อนไม่มีส่วนเกี่ยวข้อง (Nelson, Daniel B, 1991) ซึ่งข้อจำกัดนี่เป็นจุดสำคัญประการแรกที่ก่อให้มีการพัฒนาแบบจำลอง EGARCH

ประการที่สอง แบบจำลอง GARCH ต่างๆ กำหนดให้ตัวแปร (parameter) ต่างๆ ต้องไม่เป็นค่าลบ เพื่อบังคับให้ค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขมีค่าเป็นบวกเสมอ อย่างไรก็ตาม ข้อกำหนดบังคับนี้มักถูกฝ่าฝืนจากค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้มาจากการคำนวณ

Nelson (1991) ระบุว่าแบบจำลอง EGARCH สามารถตอบเงื่อนไขข้อจำกัดทั้งสองประการของแบบจำลอง GARCH ประการแรก ความไม่แน่นอนที่อ่อนไหวในแบบจำลอง EGARCH ไม่เพียงขึ้นอยู่กับขนาดของความผิดปกติ หรือ shock ในผลตอบแทน (returns) ในอดีต แต่ยังขึ้นอยู่กับว่าความผิดปกตินั้นที่มีค่าเป็นบวกหรือลบด้วย ประการที่สอง การที่ Nelson ใช้ log ค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไข ทำให้ค่าความแปรปรวนนั้นมีค่าเป็นบวกเสมอ ไม่ว่าตัวแปรที่นำมาใช้จะมีค่าสัมประสิทธิ์เป็นบวกหรือลบก็ตาม ดังนั้นจึงไม่จำเป็นต้องระบุข้อจำกัดเกี่ยวกับตัวสัมประสิทธิ์อย่างแบบแบบจำลอง GARCH

Nelson (1991) นำเสนอแบบจำลอง EGARCH หรือ Exponential ARCH model ที่มีค่ายกกำลังสูง (exponential) เพื่อแก้ไขข้อจำกัดที่ปรากฏในแบบจำลอง GARCH (1,1) ให้ความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขมีค่าดังสมการ (3.31)

$$\log\left(\sigma_t^2\right) = \omega + \beta \log\left(\sigma_{t-1}^2\right) + \alpha \left|\frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}}\right| + \gamma \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \qquad (3.31)$$

ด้านซ้ายมือของสมการ คือ ค่า log ของค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไข ซึ่งหมายความว่าอิทธิพลจากค่ายกกำลัง (leverage effect) เป็นค่าเลขยกกำลังสูง(exponential) แทนที่จะเป็นค่ายกกำลังสอง (quadratic) ดังนั้นการทำนายค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไข จะได้ค่าที่ไม่เป็นลบเสมอ

ข้อแตกต่าง EGARCH model ระหว่างโปรแกรม Eviews กับโมเดลเดิมของ Nelson มีอยู่ 2 ข้อคือ ข้อแรก Nelson ได้ตั้งสมมติฐานว่า error มีการแจกแจงแบบ general distribution ส่วน Eview ได้ตั้งสมมติฐานว่า error มีการแจกแจงแบบ normal distribution ข้อที่สอง ค่า log ของความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของ Nelson แตกต่างกับของ Eview เล็กน้อยดังสมการ (3.32)

$$\log\left(\sigma_t^2\right) = \omega + \beta \log\left(\sigma_{t-1}^2\right) + \alpha\left(\left|\frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}}\right| - \sqrt{\frac{2}{\pi}}\right) + \gamma\frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \tag{3.32}$$

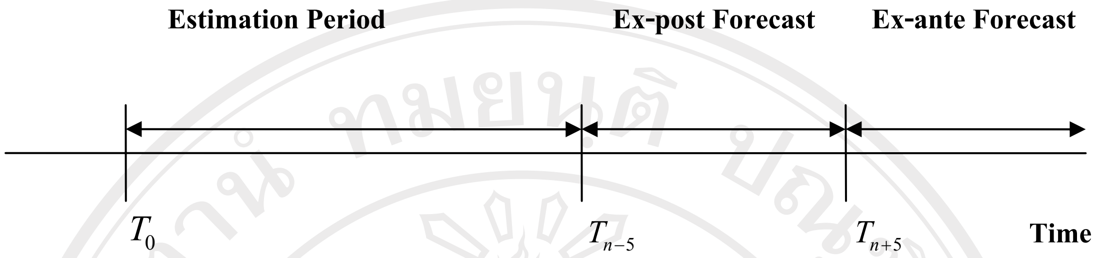
การประมาณค่าสมการภายใต้สมมติฐานที่ error มีการแจกแจงแบบปกติจะให้ค่าที่เหมือนกันยกเว้นค่า intercept term ω ที่แตกต่างกันเท่ากับ $\alpha\sqrt{\frac{2}{\pi}}$ และการประมาณค่า EGARCH Model โดยโปรแกรม Eviews ได้ดังสมการที่ (3.33)

$$\log\left(\sigma_t^2\right) = \omega + \sum_{j=1}^{p}\beta_j \log\left(\sigma_{t-1}^2\right) + \sum_{i=1}^{q}\left(\alpha_i\left|\frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}}\right| + \gamma\frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}}\right) \tag{3.33}$$

3.1.8 การพยากรณ์ (forecasting)

การศึกษานี้ได้แบ่งการพยากรณ์ออกเป็น 3 ช่วงคือ Historical Forecast Ex-post Forecast และ Ex-ante Forecast โดย Historical Forecast คือ การพยากรณ์ข้อมูลในอดีตจนถึงช่วงเวลาที่พิจารณา และเนื่องจากการพยากรณ์ข้อมูลล่วงหน้านั้นจะทำให้เกิดข้อจำกัดที่ว่าความแม่นยำของข้อมูลที่ได้จากการพยากรณ์นั้น มีความน่าเชื่อถือมากน้อยเพียงใด และแบบจำลองอารีมา เหมาะสำหรับการพยากรณ์ในระยะสั้น ดังนั้นเพื่อที่จะทราบว่าแบบจำลองที่ประมาณขึ้นมานั้น สามารถที่จะพยากรณ์ได้ถูกต้องแม่นยำเพียงใด จึงได้ใช้การพยากรณ์แบบ Ex-post Forecast กล่าวคือ เป็นการพยากรณ์ข้อมูล ณ ช่วงเวลาที่มีข้อมูลจริงเกิดขึ้นแล้ว ยกตัวอย่างเช่น จะลดจำนวนค่าสังเกตการของอนุกรมเวลาลงจากข้อมูลที่มีทั้งหมด n ข้อมูล เหลือ n-5 ข้อมูล แล้วทำการถดถอยข้อมูลใหม่เพื่อดูค่า RMSE (root mean squared error) และทำการพยากรณ์ล่วงหน้า (ex-post forecast) จำนวน 5 ข้อมูล เพื่อเปรียบเทียบกับข้อมูลจริงที่มีอยู่ และก็จะได้ค่า RMSE แล้วใช้ค่าสถิติดังกล่าวประกอบการพิจารณาเลือกแบบจำลองที่มีความเหมาะสม เมื่อได้แบบจำลองที่เหมาะสมภายหลังจากการวิเคราะห์ความถูกต้องแล้วก็สามารถนำแบบจำลองดังกล่าวใช้ในการพยากรณ์

รูปที่ 3.2 แสดงช่วงเวลาที่ใช้ในการพยากรณ์



ที่มา: Pindyck and Robinfeld (1998)

ภายหลังจากที่เลือกแบบจำลองที่ใช้เป็นตัวแทนอนุกรมเวลาข้อมูลได้แล้ว จะทำการพยากรณ์ล่วงหน้า (ex-ante forecast) กล่าวคือเป็นการพยากรณ์ในช่วงเวลาที่ยังไม่มีข้อมูลจริงเกิดขึ้นต่อไป

3.1.9 การตรวจสอบรูปแบบ (diagnostic checking)

การสร้างสมการพร้อมทั้งประมาณค่าพารามิเตอร์นั้น จะต้องทำการตรวจสอบรูปแบบว่าสมการพยากรณ์ที่ได้มามีความเหมาะสมหรือไม่ และรูปแบบใดของสมการที่ดีที่สุด โดยใช้การทดสอบต่างๆดังนี้

1) การทดสอบ Box-Pierce Q-Statistics

เป็นการทดสอบว่าสหสัมพันธ์ในตัวเองในส่วนเหลือทุกช่วงเวลาที่ห่างกัน k มีความเป็นอิสระต่อกันหรือไม่

โดยมีสมมติฐานหลัก $H_0 : \rho_1(\hat{a}_t) = \rho_2(\hat{a}_t) = ... = \rho_k(\hat{a}_t) = 0$

และสมมติฐานรอง H_0 : ไม่เป็นจริง

คำนวณตามสมการที่ (3.34) คือ

$$Q - stat = T(T+2)\sum\left(\frac{r_j^2}{T-j}\right) \tag{3.34}$$

เมื่อ r_j^2 คือ สหสัมพันธ์ในตัวลำดับที่ j โดยที่ j = 1,…,k

T คือ จำนวนของค่าสังเกต (observations)

ส่วนเหลือจากการประมาณด้วยแบบจำลอง ARIMA ค่า Q-stat มีการแจกแจงแบบไคสแควร์ $\left(\chi^2\right)$ ด้วยระดับความเป็นอิสระ (degree of freedom) เท่ากับจำนวนของสหสัมพันธ์ในตัวเอง ลบด้วยจำนวนของพารามิเตอร์ Autoregressive (AR) และ Moving Average (MA) ที่ได้มาจากการประมาณหรือ k-m

และจะไม่สามารถปฏิเสธสมมติฐานหลักเมื่อ $Q-stat \le \chi^2_{a,k-m}$ คือส่วนเหลือเป็นอิสระต่อกันที่ความล่า k และถ้าปฏิเสธสมมติฐานหลักเมื่อ $Q-stat > \chi^2_{a,k-m}$ คือเกิดสหสัมพันธ์ในตัวเอง อย่างน้อยหนึ่งค่าในส่วนเหลือที่ไม่เท่ากับศูนย์

2) เกณฑ์การเลือกของรูปแบบของแบบจำลองที่ดีที่สุด (Information Criteria)

ในการหารูปแบบของจำลอง เมื่อได้รูปแบบของจำลองที่เหมาะสมหลายรูปแบบ จึงต้องมีแนวทางในการเลือกรูปแบบของจำลองที่ดีที่สุด โดยการพิจารณาค่า Akaike Information Criterion (AIC) และ Schwartz Criterion (SC) รูปแบบที่ให้ค่า AIC และ SC น้อยที่สุด จะเป็นรูปแบบที่ดีที่สุด (ภัทร์ ตั้งตระกูล, 2545)

Akaike Information Criterion (AIC) $$= \frac{-2l}{n} + \frac{2k}{n} \qquad (3.35)$$

Schwartz Criterion (SC) $$= \frac{-2l}{n} + \frac{k\log n}{n} \qquad (3.36)$$

โดยที่ k เป็นจำนวนของพารามิเตอร์ที่ทำการประมาณค่า

n เป็นจำนวนของค่าสังเกต

l เป็นค่าของ Log Likelihood Function ที่ใช้พารามิเตอร์ที่ถูกประเมินค่า k ตัว

AIC คือค่าสถิติประยุกต์ที่คล้ายกับ adjusted R^2 แต่ใช้รูปแบบการใส่ค่าลอกกาลิทึมฐานธรรมชาติ (natural logarithm) หากค่า AIC นี้มีค่าน้อยเพียงใด สามารถอธิบายได้ว่าแบบจำลองที่ประมาณได้นั้นสามารถเป็นตัวแทนข้อมูลจริงได้ดีเพียงนั้น และค่า AIC นี้ยังเป็น

ค่าสถิติที่เหมาะสมที่จะนำไปใช้ในการหาค่าย้อนหลัง (lag length) ที่เหมาะสมได้อีกด้วย (Gujarati, 1995)

3.1.10 การทดสอบความแม่นยำของผลการพยากรณ์ที่ได้

ในการศึกษาครั้งนี้จะทำการประเมินผลด้วย RMSE (root mean squared error) ซึ่งมีสูตรการคำนวณตามลำดับ ดังนี้

RMSE คือ การวัดค่าความแตกต่างระหว่างค่าจริง และค่าที่ประมาณได้จากแบบจำลอง หาก RMSE มีค่าน้อย แสดงว่าแบบจำลองสามารถประมาณค่าประมาณได้ใกล้เคียงกับค่าจริง (Pindyck and Rubinfeld, 1998) ดังนั้นหากนี้มีค่าเท่ากับศูนย์แล้ว จะหมายความว่าไม่เกิดความคลาดเคลื่อนในแบบจำลองนี้เลย RMSE คำนวณได้ดังนี้

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}(Y_t^s - Y_t^a)^2} \qquad (3.37)$$

โดยกำหนด Y_t^s = ค่าประมาณจากแบบจำลอง

Y_t^a = ค่าที่แท้จริง

T = จำนวนคาบเวลาที่ใช้ในการประมาณแบบจำลอง

3.2 วิธีการวิจัย

ในการศึกษาการวิเคราะห์ความผันผวนของอัตราแลกเปลี่ยนโดยใช้แบบจำลอง ARIMA-GARCH และแบบจำลองARIMA-EGARCH มีขั้นตอนดังนี้คือ

1) ดำเนินการปรับข้อมูลให้อยู่ในรูปผลตอบแทนราคาของอัตราแลกเปลี่ยน โดยใช้ log (relative price) ซึ่งมีสูตรในการคำนวณดังนี้

$$R_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$$

โดยที่ R_t คือ ผลตอบแทนของราคา (price return)

P_t คือ ราคาของอัตราแลกเปลี่ยนที่สนใจในคาบเวลาปัจจุบัน

P_{t-1} คือ ราคาของอัตราแลกเปลี่ยนที่สนใจในคาบเวลาที่ผ่านมา

2) นำข้อมูลผลตอบแทนของอัตราแลกเปลี่ยน ซึ่งเป็นข้อมูลทุติยภูมิ (secondary data) ซึ่งเป็นข้อมูลลักษณะอนุกรมเวลา (time series data) มาตรวจสอบความนิ่งของข้อมูล โดยวิธี Unit Root test ดังนี้ ทดสอบความนิ่งของตัวแปรที่นำมาทำการศึกษาโดยวิธี Dickey – Fuller (DF) หรือ Augmented Dickey – Fuller (ADF) ซึ่งมีสมการในการทดสอบดังนี้

$$R_t = \rho R_{t-1} + \varepsilon_t \tag{3.38}$$

กำหนดให้ R_t คือ ตัวแปรที่เราทำการศึกษา ได้แก่ ผลตอบแทนของราคาอัตราแลกเปลี่ยนที่ทำการศึกษาโดยที่

t คือ แนวโน้มเวลา

ε_t คือ ตัวแปรสุ่ม โดยมีการแจกแจงแบบปกติที่เป็นอิสระต่อกันและเหมือนกัน

โดยสมการ (3.39) ถึง (3.41) เป็นสมการที่ใช้ในการทดสอบตามวิธี DF

$$\Delta R_t = \theta R_{t-1} + \varepsilon_t \tag{3.39}$$

$$\Delta R_t = \alpha + \theta R_{t-1} + \varepsilon_t \tag{3.40}$$

$$\Delta R_t = \alpha + \beta t + \theta R_{t-1} + \varepsilon_t \tag{3.41}$$

โดยสมการ (3.42) ถึง (3.44) เป็นสมการที่ใช้ในการทดสอบตามวิธี ADF

$$\Delta R_t = \theta R_{t-1} + \sum_{j=1}^{p} \lambda_j \Delta R_{t-j} + \varepsilon_t \tag{3.42}$$

$$\Delta R_t = \alpha + \theta R_{t-1} + \sum_{j=1}^{p} \lambda_j \Delta R_{t-j} + \varepsilon_t \tag{3.43}$$

$$\Delta R_t = \alpha + \beta t + \theta R_{t-1} + \sum_{j=1}^{p} \lambda_j \Delta R_{t-j} + \varepsilon_t \tag{3.44}$$

การทดสอบ Unit root ทั้งสองวิธี มีขั้นตอนดังนี้ คือ DF และ ADF มีขั้นตอนดังนี้

- ตั้งสมมุติฐานในการทดสอบ คือ $H_0: \theta = 0$ และ $H_1: \theta < 0$
- ทำการเปรียบเทียบค่าสถิติทีที่คำนวณได้กับค่าในตาราง Dickey – Fuller

เปรียบเทียบกับค่าวิกฤติ Mackinnon แบ่งได้เป็น 2 กรณี

- ถ้าไม่สามารถปฏิเสธ H_0 หรือยอมรับ แสดงว่าตัวแปรที่นำมาทดสอบมี Unit root หรือมีลักษณะไม่นิ่ง ต้องมีการทำ differencing ตัวแปรไปเรื่อย ๆ จนสามารถปฏิเสธ H_0 ได้
- ปฏิเสธ ทำให้ทราบ order of integration

3) นำค่าผลตอบแทนของอัตราแลกเปลี่ยนที่มีลักษณะนิ่งแล้ว มาสร้างแบบจำลองที่ดีที่สุดเพื่อประมาณการความผันผวนในอนาคต โดยมีขั้นตอนในการสร้างและประมาณค่าแบบจำลองดังนี้

3.1) สร้าง Correlogram แสดง ACF และ PACF เพื่อใช้ในการพิจารณาเลือกรูปแบบที่เหมาะสมของอนุกรมเวลา ARMA (p,q)

3.2) ประมาณค่าสมการค่าเฉลี่ยโดยเลือกใช้ lag pและq ที่ได้จากการวิเคราะห์ correlogram

3.3) ทดลองเลือก pและq สำหรับรูปแบบที่เหมาะสมของกระบวนการGARCH (p,q)

3.4) ทำการประมาณค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองที่ได้จากการทดลองเลือกตามข้อ 3.2) และ3.3) และพิจารณาว่าค่าพารามิเตอร์ที่ได้มีความแตกต่างจากศูนย์อย่างมีนัยสำคัญหรือไม่โดยทดสอบค่า t-statistic และตรวจสอบเงื่อนไขความนิ่ง (stationary) ของแบบจำลอง ARMA ถ้าค่าที่ได้ไม่ตรงตามเงื่อนไขให้ทดลองเปลี่ยนค่า pและq อื่น ๆ แทน

3.5) ตรวจสอบรูปแบบที่เหมาะสมเพื่อพิจารณาว่าส่วนที่เหลือ (residual) ไม่เกิด Serial Correlation กัน โดยทำการทดสอบค่า Q-Statistic โดยถ้าไม่สามารถปฏิเสธสมมติฐานหลักแสดงว่าแบบจำลองมีความเหมาะสมแล้ว

3.6) เลือกรูปแบบที่ดีที่สุดให้กับแบบจำลอง ARIMA-GARCH และแบบจำลอง ARIMA-EGARCH โดยพิจารณาค่า Akaike Information Criterion (AIC) และ Schwartz Criterion (SC) ที่น้อยที่สุดจะเป็นรูปแบบที่ดีที่สุด

4) นำแบบจำลองที่ดีที่สุดมาพยากรณ์ผลตอบแทนของอัตราแลกเปลี่ยนในอนาคตและนำค่าที่ได้มาเปรียบเทียบกับข้อมูลจริงเพื่อหาแนวคิดที่ดีที่สุดในการพยากรณ์เพื่อประมาณการความผันผวนของผลตอบแทนของอัตราแลกเปลี่ยนโดยใช้เกณฑ์ RMSE (root mean squared error) ที่ต่ำที่สุด ซึ่งแสดงถึงความสามารถในการพยากรณ์ที่สูงกว่า