

บทที่ 4

ระเบียบวิธีวิจัย

การทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างมูลค่าการส่งออกสินค้าเกษตรทั้งหมดกับความเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของประเทศไทยนั้น สามารถศึกษาความสัมพันธ์ใน 2 รูปแบบ คือ

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_t + e_t \quad (4.1)$$

โดยที่ Y_t คือ ค่า natural logarithm ของผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศ
 X_t คือ ค่า natural logarithm ของมูลค่าการส่งออกสินค้าเกษตรทั้งหมด
 e_t คือ ค่าความคลาดเคลื่อน
 α_0, α_1 คือ ค่าพารามิเตอร์

นอกจากนี้ยังสามารถศึกษาหาความสัมพันธ์ว่ามูลค่าส่งออกสินค้าเกษตรทั้งหมดขึ้นกับผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศหรือไม่ โดยสมการรูปแบบความสัมพันธ์ คือ

$$X_t = \mu_0 + \mu_1 Y_t + \varepsilon_t \quad (4.2)$$

โดยที่ Y_t คือ ค่า natural logarithm ของผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศ
 X_t คือ ค่า natural logarithm ของมูลค่าการส่งออกสินค้าเกษตรทั้งหมด
 ε_t คือ ค่าความคลาดเคลื่อน
 μ_0, μ_1 คือ ค่าพารามิเตอร์

การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจและมูลค่าส่งออกสินค้าเกษตรทั้งหมด จะมีขั้นตอนในการศึกษาดังนี้

1. ข้อมูลที่ใช้ในการศึกษานี้เป็นข้อมูลสถิติที่เป็นอนุกรมเวลา (Time Series Data) ซึ่งตัวแปรเหล่านี้ส่วนมากมักจะมีลักษณะไม่นิ่ง (Nonstationary) กล่าวคือ ค่าเฉลี่ย (Mean) และความแปรปรวน (variances) จะมีค่าไม่คงที่ มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา เมื่อนำมาหาความสัมพันธ์

ระหว่างตัวแปรของสมการจะทำให้ตัวแปรของสมการมีความสัมพันธ์ไม่แท้จริง (Spurious regression) คือ ค่าสถิติ t (t -statistics) ที่สูงเกินความจริง ค่าสถิติ DW (Dubin – Watson Statistic) มีค่าค่อนข้างต่ำ แสดงให้เห็นถึง High Level of autocorrelated residuals ซึ่งไม่เป็นที่ยอมรับในทางเศรษฐศาสตร์ (รังสรรค์ หทัยเสรี, 2539) ดังนั้น จึงต้องทดสอบ unit root เพื่อทดสอบความนิ่งของตัวแปรผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศ และมูลค่าส่งออกสินค้าเกษตรทั้งหมดที่นำมาศึกษาโดยวิธี Dickey-Fuller test (DF) หรือ Augmented Dickey-Fuller test (ADF)

2. นำตัวแปรที่ทำการทดสอบโดย Unit root แล้ว มาศึกษาความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพระยะยาว โดยทดสอบด้วยวิธี Cointegration ตามแนวทางของ Engel and Granger

3. เมื่อพบว่าแบบจำลองมีความสัมพันธ์ในระยะยาวแล้ว ใช้วิธีการของ Error Correction mechanism (ECM) เพื่อศึกษาลักษณะการปรับตัวในระยะสั้น

4. การทดสอบต้นเหตุ (Test for Causality) เพื่อศึกษาว่าตัวแปรใดเป็นต้นเหตุของความสัมพันธ์ นั่นก็คือ การทดสอบว่ามูลค่าส่งออกสินค้าเกษตรทั้งหมดเป็นต้นเหตุของการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของประเทศไทย หรือการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของประเทศไทยเป็นต้นเหตุของมูลค่าส่งออกสินค้าเกษตรทั้งหมด

4.1 การทดสอบความนิ่งของข้อมูล (Unit Root Test)

การทดสอบ unit root ถือเป็นขั้นตอนแรกในการศึกษาด้วยวิธีการ cointegration และ error correction mechanism การทดสอบนี้จะเป็นการทดสอบตัวแปรอนุกรมเวลาที่จะใช้ในการศึกษาเพื่อทดสอบความเป็น stationary [$I(0)$; integrated of order 0] หรือ non-stationary [$I(d)$; $d > 0$, integrated of order d] โดยใช้รูปแบบสมการดังนี้

$$X_t = \rho X_{t-1} + e_t ; e_t \sim \text{i.i.d}(0, \sigma_e^2) \quad (4.3)$$

โดยที่ X_t, X_{t-1} = ข้อมูลอนุกรมเวลาของตัวแปรอิสระ ณ เวลา t และ $t-1$

ρ = สัมประสิทธิ์อัตโนมัติสัมพันธ์ (autocorrelation coefficient)

e_t = ค่าคลาดเคลื่อนเชิงสุ่ม (random error) ที่มีการแจกแจงแบบปกติที่เป็นอิสระต่อกันและเหมือนกัน โดยมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และค่าความแปรปรวนคงที่ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $e_t \sim \text{i.i.d}(0, \sigma_e^2)$

ถ้าให้ค่า $\rho = 1$

จะได้ว่า $X_t = \rho X_{t-1} + e_t ; e_t \sim \text{i.i.d}(0, \sigma_e^2)$

ซึ่งสามารถเขียนสมมติฐานในการทดสอบคือ

$$H_0 : \rho = 1 \quad (\text{non-Stationary})$$

$$H_1 : |\rho| < 1 ; -1 < \rho < 1 \quad (\text{Stationary})$$

การทดสอบสมมติฐาน ทำได้โดยเปรียบเทียบค่า t-statistics ที่คำนวณได้กับค่าที่ในตาราง Dickey-Fuller tables กล่าวคือ เมื่อผลการทดสอบยอมรับสมมติฐานหลัก $H_0 : \rho = 1$ สามารถสรุปได้ว่า ข้อมูลนั้นมีลักษณะไม่นิ่ง (nonstationary) หรือมี unit root แต่ถ้าค่า t-statistics ที่คำนวณได้น้อยกว่าค่าที่ในตาราง Dickey-Fuller tables ผลการทดสอบปฏิเสธสมมติฐานหลัก $H_1 : |\rho| < 1$ สามารถสรุปได้ว่า ข้อมูลนั้นมีลักษณะนิ่ง (stationary) หรือไม่มี unit root หรือเป็น integrated of order 0 แทนค่าด้วย $X_t \sim I(0)$

อย่างไรก็ตามการทดสอบยูนิทรูทดังกล่าวข้างต้นสามารถทำได้อีกวิธีหนึ่งคือ

$$\text{ให้} \quad \rho = 1 + \varphi \quad (4.4)$$

โดยที่ $\varphi =$ พารามิเตอร์ ที่มีค่าอยู่ระหว่าง -1 และ 0 ($-1 < \varphi < 0$)

ดังนั้นจากสมการ (4.3) สามารถเขียนใหม่ซึ่งอยู่ในรูป

$$X_t = (1 + \varphi) X_{t-1} + e_t \quad (4.5)$$

$$X_t = X_{t-1} + \varphi X_{t-1} + e_t \quad (4.6)$$

$$X_t - X_{t-1} = \varphi X_{t-1} + e_t \quad (4.7)$$

$$\Delta X_t = \varphi X_{t-1} + e_t \quad (4.8)$$

จะได้สมมติฐานการทดสอบของ Dickey-Fuller ใหม่คือ

$$H_0 : \varphi = 0 \quad (\text{non-Stationary หรือมี Unit root})$$

$$H_1 : \varphi < 0 \quad (\text{Stationary หรือไม่มี Unit root})$$

ถ้ายอมรับ $H_0 : \varphi = 0$ จะได้ว่า $\rho = 1$ หมายความว่า X_t มียูนิทรูทหรือ X_t มีลักษณะไม่นิ่ง เนื่องจากข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา t มีส่วนสัมพันธ์กับข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา $t-1$ แต่ถ้ายอมรับ $H_1 : \varphi < 0$ จะได้ว่า $\rho < 1$ หมายความว่า X_t ไม่มียูนิทรูทหรือ X_t มีลักษณะนิ่ง

ดังนั้นในการทดสอบ Unit root โดยวิธีการของ Dickey-Fuller จะสามารถทำการทดสอบโดยใช้สมการถดถอย 3 รูปแบบ คือ

$$\text{None} \quad \Delta X_t = \phi X_{t-1} + e_t \quad (4.9)$$

$$\text{Intercept} \quad \Delta X_t = \beta + \phi X_{t-1} + e_t \quad (4.10)$$

$$\text{Intercept \& Trend} \quad \Delta X_t = \beta + \eta t + \phi X_{t-1} + e_t \quad (4.11)$$

สำหรับการทดสอบแบบอัตโนมัติเทคนิคที-ฟูลเลอร์ Augmented Dickey-Fuller test (ADF Test) คือการถดถอยในตัวเอง (autoregressive processes) เข้าไปในสมการซึ่งเป็นการแก้ปัญหากรณีที่ใช้การทดสอบของ Dickey-Fuller แล้วเกิด serial correlation ในส่วนของ error term (e_t) ที่มีลักษณะความสัมพันธ์กันเองในระดับสูง ซึ่งจะมีการเพิ่ม lagged change $[\sum_{i=1}^P \theta_i \Delta X_{t-i}]$ เข้าไปในสมการด้านขวามือ จะได้สมการใหม่ดังนี้

$$\text{None} \quad \Delta X_t = \phi X_{t-1} + \sum_{i=1}^P \theta_i \Delta X_{t-i} + e_t \quad (4.12)$$

$$\text{Intercept} \quad \Delta X_t = \beta + \phi X_{t-1} + \sum_{i=1}^P \theta_i \Delta X_{t-i} + e_t \quad (4.13)$$

$$\text{Intercept \& Trend} \quad \Delta X_t = \beta + \eta t + \phi X_{t-1} + \sum_{i=1}^P \theta_i \Delta X_{t-i} + e_t \quad (4.14)$$

โดยที่ X_t, X_{t-1} = ข้อมูลตัวแปร ณ เวลา t และ $t-1$

X_{t-i} = ข้อมูลตัวแปร ณ เวลา $t-i$

$\phi, \beta, \theta, \eta$ = ค่าพารามิเตอร์

t = ค่าแนวโน้ม

e_t = ค่าความเคลื่อนไหวเชิงสุ่ม

ซึ่งพจน์ที่ใส่เข้าไปในจำนวน lagged term (k) ก็ขึ้นอยู่กับความเหมาะสมของข้อมูลแต่ละงานวิจัย หรือสามารถใส่จำนวน lag ไปจนกระทั่งไม่เกิดปัญหา autocorrelation ในส่วนของ error term โดยในการทดสอบสมมติฐานทั้งวิธี Dickey-Fuller test และวิธี Augmented Dickey-Fuller test ทดสอบว่า ตัวแปรที่เราสนใจ (X_t) นั้นมี unit root หรือไม่ สามารถพิจารณาได้จากค่า ϕ ถ้าค่า ϕ มีค่าเท่ากับ 0 แสดงว่า X_t มี unit root ซึ่งสามารถเขียนสมมติฐานในการทดสอบได้ดังนี้

$$H_0 : \phi = 0$$

$$H_1 : \phi < 0$$

ทดสอบสมมติฐานโดยเปรียบเทียบค่า t-statistics ที่คำนวณได้กับค่าวิกฤต Mackinnon ซึ่งค่า t-statistics ที่จะนำมาทำการทดสอบสมมติฐานในแต่ละรูปแบบนั้นจะต้องนำไปเปรียบเทียบกับตารางวิกฤต Mackinnon ณ ระดับต่างๆ ถ้าสามารถปฏิเสธสมมติฐานได้ แสดงว่า ตัวแปรที่นำมาทดสอบเป็น integration of order 0 แทนได้ด้วย $X_t \sim I(0)$

กรณีที่การทดสอบสมมติฐานพบว่า X_t มี unit root นั้นต้องนำค่า ΔX_t มาทำ differencing จนกระทั่งสามารถปฏิเสธสมมติฐานที่ว่า X_t มีความไม่นิ่งของข้อมูลได้ เพื่อทราบ order of integration (d) ว่าอยู่ในระดับใด [$X_t \sim I(d); d > 0$]

ถ้าหากพบว่า ข้อมูลดังกล่าวเป็น non-stationary process และมีอันดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (order of integration) ที่มากกว่า 0 [ทดสอบ $X_t \sim I(d)$] หรือไม่ จะทำการทดสอบรูปแบบตามสมการต่อไปนี้

$$\Delta^{d+1} X_t = \beta + \eta_t + (\rho - 1)\Delta^d X_{t-1} + \sum_{i=1}^k \theta_i \Delta^{d+1} X_{t-i} + e_{t-1} \quad (4.15)$$

ภายหลังจากทราบค่า d (order of integration) แล้วต้องทำการ differencing ตัวแปร (เท่ากับ $d+1$ ครั้ง) ก่อนที่จะนำตัวแปรดังกล่าวมาทำการ regression เพื่อหลีกเลี่ยงปัญหา spurious regression ถึงแม้ว่าวิธีนี้จะได้รับความนิยมนำมาทดสอบกันอย่างแพร่หลาย แต่การทดสอบโดยวิธีดังกล่าวจะทำให้แบบจำลองที่ใช้ในการประมาณค่าข้อมูลในส่วนของการปรับตัวของตัวแปรต่างๆ เพื่อเข้าสู่ดุลยภาพระยะยาว

4.2 การวิเคราะห์การร่วมกันไปด้วยกัน (Cointegration)

ขั้นตอนนี้เป็นการศึกษาการร่วมกันไปด้วยกัน ซึ่งเป็นการศึกษาความสัมพันธ์ในระยะยาวของข้อมูลอนุกรมเวลา 2 อนุกรมที่มีลักษณะไม่นิ่ง ถ้าสมมติให้ข้อมูลอนุกรมเวลา 2 อนุกรมที่มีลักษณะไม่นิ่งและมีค่าสูงขึ้นไปด้วยกัน และมีอันดับความสัมพันธ์ของข้อมูลเหมือนกัน (integration of the same order) อาจเป็นไปได้ว่าความแตกต่างระหว่างตัวแปรทั้งสองมีลักษณะนิ่ง ซึ่งสามารถทดสอบ unit root ได้ด้วย

$$\Delta \varepsilon_t = \gamma \varepsilon_{t-1} + \omega_t \quad (4.16)$$

โดยที่ $\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}$ = ค่า residuals ณ เวลา t และ $t-1$

γ = ค่าพารามิเตอร์

ω_t = ค่าความคลาดเคลื่อนของตัวแปรเชิงสุ่ม

สมมติฐานในการศึกษาคือ

$$H_0 : \gamma = 0 \quad (\text{non-cointegration หรือ ไม่มีการร่วมไปด้วยกัน})$$

$$H_1 : \gamma < 0 \quad (\text{cointegration หรือ มีการร่วมไปด้วยกัน})$$

โดยใช้สถิติ “t” ซึ่งมีสูตรดังต่อไปนี้

$$t = \frac{\hat{\gamma}}{S.E. \hat{\gamma}}$$

ถ้าผลการทดสอบซึ่งทำได้โดยการนำค่า t-test มาเทียบกับค่าวิกฤต Mackinnon และสามารถยอมรับสมมติฐานหลัก สรุปได้ว่า สมการถดถอยที่ศึกษาไม่มีการร่วมไปด้วยกัน หรือ แสดงว่าตัวแปรทั้งสองไม่มีความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพในระยะยาว แต่ถ้าผลการทดสอบปฏิเสธสมมติฐานหลัก สรุปได้ว่าสมการถดถอยที่ศึกษามีการร่วมไปด้วยกัน หรือตัวแปรมีความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพระยะยาว หรือมีลักษณะร่วมไปด้วยกัน (cointegration)

4.3 การวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพระยะสั้น (Error Correction Model)

เมื่อทำการทดสอบว่าตัวแปรทั้งสองมีความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพระยะยาว แต่ในระยะสั้นอาจออกนอกดุลยภาพได้ ดังนั้นต้องทำการทดสอบความสัมพันธ์ในการปรับตัวในระยะสั้นของตัวแปรอิสระต่อตัวแปรตามที่มีความสัมพันธ์กันแบบ cointegration ซึ่งสามารถที่จะสร้างแบบจำลองการปรับตัวที่เรียกว่า “error-correction mechanism” เพื่ออธิบายขบวนการปรับตัวในระยะสั้นของตัวแปรต่าง ๆ ในสมการที่ (4.18) เพื่อให้เข้าสู่ดุลยภาพในระยะยาว

สมมติให้ตัวแปร Y_t และ X_t ต่างก็เป็น $I(1)$ โดย integrated กันใน order ที่ 1 แสดงว่าตัวแปรเป็น cointegration กัน ถึงแม้ว่าสมการจะมีคุณสมบัติเป็น non – stationary ก็ตาม ดังสมการต่อไป

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + z_t \quad (4.17)$$

ทั้งนี้อยู่ในเงื่อนไขที่ว่า X_t และ Y_t มีความสัมพันธ์กันในลักษณะหนึ่ง ที่ทำให้ค่าความคลาดเคลื่อนที่ประมาณได้จากสมการ (4.17) หรือ z_t ย้ายข้างของตัวแปรในสมการ (4.17) ให้จัดใหม่ดังสมการ (4.18) มีความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพระยะยาว

$$z_t = Y_t - \alpha - \beta X_t \quad (4.18)$$

จุดที่น่าสนใจคือรูปแบบของการปรับตัวในระยะสั้นจะคำนึงถึงผลกระทบที่เกิดจากความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการปรับตัวของตัวแปรต่าง ๆ ในระยะยาว (z_{t-1}) เข้าไปด้วย ดังแสดงได้จากสมการ (4.19) และ (4.20) ต่อไปนี้

$$\Delta X_t = \phi_1 z_{t-1} + \{ \text{lagged} (\Delta X_t, \Delta Y_t) \} + \varepsilon_{1t} \quad (4.19)$$

$$\Delta Y_t = \phi_2 z_{t-1} + \{ \text{lagged} (\Delta X_t, \Delta Y_t) \} + \varepsilon_{2t} \quad (4.20)$$

โดยที่ $z_t = Y_t + \beta' X_t \cdot z_{t-1}$ เป็น error – correction (EC) term ซึ่งสัมพันธ์กับของ z_{t-1} หรือ ϕ_1 และ ϕ_2 เป็นความเร็วของการปรับตัวในระยะสั้นที่ปรับให้เกิดการเข้าสู่ดุลยภาพเดิมเมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนที่ไม่คงที่ของดุลยภาพในระยะยาว โดยสัมพันธ์เหล่านี้ต้องมีค่าที่ติดลบเพื่อให้ขนาดของการเบี่ยงเบนออกจากดุลยภาพในระยะยาวนั้น ปรับเข้าหาจุดดุลยภาพที่ถูกต้องในระยะยาวในที่สุด อีกทั้งในส่วน of ε_{1t} และ ε_{2t} ต้องเป็น white noise รวมทั้ง ϕ_1 และ ϕ_2 ต้องไม่เท่ากับศูนย์ ดังนั้นสมการ (4.19) และ (4.20) ซึ่งแสดงถึง ECM สามารถอธิบายได้ว่าเป็นกลไกที่แสดงการปรับตัวในระยะสั้น เมื่อระบบเศรษฐกิจที่ทำการศึกษานั้นขาดความสมดุลเพื่อให้มีการเข้าสู่ภาวะดุลยภาพในระยะยาวของตัวแปร X_t และ Y_t ที่มีความสัมพันธ์ระหว่างกันในระบบเศรษฐกิจ ($Y_t = \beta X_t$) โดยที่สมมติฐานในการทดสอบได้ดังนี้

1. $H_0 : \phi_1 = 0$ (ไม่มีความสัมพันธ์กันในระยะสั้น)
- $H_1 : \phi_1 \neq 0$ (มีความสัมพันธ์กันในระยะสั้น)
2. $H_0 : \phi_2 = 0$ (ไม่มีความสัมพันธ์กันในระยะสั้น)
- $H_1 : \phi_2 \neq 0$ (มีความสัมพันธ์กันในระยะสั้น)

เมื่อผลการทดสอบยอมรับสมมติฐานหลัก สามารถสรุปได้ว่า ข้อมูล X_t และ Y_t มีลักษณะไม่มีความสัมพันธ์ระยะสั้น แต่ถ้าผลการทดสอบปฏิเสธสมมติฐานหลักสามารถสรุปได้ว่า ข้อมูล X_t และ Y_t มีความสัมพันธ์ระยะสั้น

ดังนั้น cointegration จึงมีการเชื่อมโยงอย่างใกล้ชิดกับการใช้ ECM โดยที่ ECM ใช้สำหรับการวิเคราะห์ในระยะสั้น ซึ่งทั้ง cointegration และ ECM ทำให้ได้ประโยชน์ในการนำไปใช้ และตีความหมายที่ต้องมีการเชื่อมโยงกันระหว่างกระบวนการทั้งระยะสั้นและระยะยาวในแบบจำลองเศรษฐมิติได้เป็นอย่างดี เนื่องจากว่า ตามรูปแบบจำลองเชิงพลวัตหรือแบบจำลองระยะสั้นจะแสดงและเชื่อมโยงความสัมพันธ์ในระยะยาวของตัวมันเองอยู่แล้ว กระบวนการที่

1.4 ทฤษฎีความเป็นเหตุเป็นผล (Granger Causality Model)

จากการวิเคราะห์ในรูปแบบสมการในแบบจำลองสมการข้างต้นที่กล่าวมานั้น สามารถวัดระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไร โดยพิจารณาจากค่าสหสัมพันธ์ แต่การวิเคราะห์ดังกล่าวไม่ระบุได้ถึงทิศทางความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรหรือชี้ความเป็นเหตุเป็นผลกันระหว่างตัวแปรทางการศึกษา จึงต้องมีการศึกษาความเป็นเหตุเป็นผล (causality) ซึ่งเป็นการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรที่ทำการศึกษา โดยแสดงให้เห็นลักษณะความสัมพันธ์ของตัวแปรเหล่านั้นว่า ตัวแปรใดคือสาเหตุและตัวแปรใดคือผลของสาเหตุนั้น ซึ่งในการทดสอบความเป็นเหตุเป็นผลจะเลือกวิธีการคำนวณที่ทำให้ค่าความแปรปรวนจากการพยากรณ์น้อยที่สุด หรือหลักความสามารถในการพยากรณ์เป็นตัวสะท้อนความเป็นเหตุเป็นผลระหว่างตัวแปร โดยมีหลักเกณฑ์ดังนี้

ถ้า X_t และ Y_t มีความสัมพันธ์กันแบบ cointegration จากการทดสอบแบบ Augmented Dickey-Fuller test (ADF) และมีความสัมพันธ์เชิงคุณลักษณะในระยะสั้นตามแบบจำลองเอเรอร์คอเรกชัน (error-correction model : ECM) จะสมการดังนี้

$$\Delta X_t = \alpha_1 e_{t-1} + \sum_{i=1}^n \beta_i \Delta X_{t-i} + \sum_{j=0}^n \omega_j \Delta Y_{t-j} + \varepsilon_{1t} \quad (4.21)$$

$$\Delta Y_t = \alpha_2 e_{t-1} + \sum_{i=0}^n \tau_i \Delta X_{t-i} + \sum_{j=1}^n \eta_j \Delta Y_{t-j} + \varepsilon_{2t} \quad (4.22)$$

โดยที่ X_t, Y_t = ตัวแปรใดๆ

$\alpha_1, \alpha_2, \omega_j, \tau_i$ = ค่าพารามิเตอร์

X_t และ Y_t จะมีความสัมพันธ์กันแบบ cointegration ก็ต่อเมื่อ ค่าสัมประสิทธิ์ α_1, α_2 อย่างน้อย 1 ตัว มีค่าไม่เท่ากับ 0

ถ้า $\alpha_1 \neq 0$ และ $\alpha_2 = 0$ แสดงว่า Y_t จะเป็นผลต่อ X_t

ถ้า $\alpha_1 = 0$ และ $\alpha_2 \neq 0$ แสดงว่า X_t จะเป็นผลต่อ Y_t

ถ้า $\alpha_1 = 0$ และ $\alpha_2 = 0$ แสดงว่า X_t และ Y_t ไม่มีผลต่อกัน

ถ้า $\omega_j \neq 0$ และ $\tau_i \neq 0$ แสดงว่า X_t และ Y_t มีผลต่อกัน

ดังนั้น รูปแบบความสัมพันธ์อย่างเป็นเหตุเป็นผลที่อาจจะเกิดขึ้นสามารถสรุปได้ดังนี้

1. X และ Y ต่างเป็นสาเหตุซึ่งกันและกัน (bidirectional causality หรือ feedback X and Y)
2. X และ Y ต่างเป็นอิสระต่อกัน (independent) หรือไม่เป็นสาเหตุซึ่งกันและกัน (non causality between X and Y)
3. X เป็นสาเหตุของ Y (unidirectional causality from X to Y)
4. Y เป็นสาเหตุของ X (unidirectional causality from Y to X)