

ชื่อเรื่องวิทยานิพนธ์	พรีนซิพอลลีวี-มอดูล	
ชื่อผู้เขียน	นางสาวนงคราญ สระโสม	
วิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต	สาขาวิชาคณิตศาสตร์	
คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์	รศ. จินตนา แสนวงศ์	ประธานกรรมการ
	ศ. ดร. สมพงษ์ ธรรมพงษา	กรรมการ
	อ. ดร. ปิยะพงศ์ เนียมทรัพย์	กรรมการ

#### บทคัดย่อ

ให้  $R$  เป็นริง และ  $M, N$  เป็น  $R$ -มอดูลทางขวา เรียก  $N$  ว่า พรีนซิพอลลี  $M$ -อินเจกทีฟ ( $p$ - $M$ -อินเจกทีฟ) ถ้าทุกๆ โฮโมมอร์ฟิซึมจากไซคลิกสับมอดูลทางขวาของ  $M$  ไปยัง  $N$  สามารถขยายไปบน  $M$  และเรียกมอดูล  $M$  ว่า พรีนซิพอลลีวี-มอดูล ( $pV$ -module) ถ้าทุกๆ ซิมเพิลมอดูลทางขวาเป็นพรีนซิพอลลี  $M$ -อินเจกทีฟมอดูล

ผลงานที่สำคัญของวิทยานิพนธ์นี้คือ

1. ถ้า  $M$  เป็นพีวี-มอดูล แล้ว  $\text{Rad}(M) = 0$
2. ข้อความข้างล่างนี้สมมูลกันสำหรับมอดูลทางขวา  $M$ 
  - (1)  $M$  เป็น พีวี-มอดูล
  - (2) แต่ละ  $N$  ที่เป็นไซคลิกสับมอดูลทางขวาของ  $M$  และ แต่ละ  $K$  ที่เป็นแมกซ์ิมัลสับมอดูลทางขวาของ  $N$  จะมี  $L$  ที่เป็นแมกซ์ิมัลสับมอดูลทางขวาของ  $M$  ซึ่งทำให้  $L \cap N = K$
  - (3) แต่ละ ซิมเพิลมอดูลใน  $\sigma[M]$  เป็น  $p$ - $M$ -อินเจกทีฟ
  - (4) แต่ละ เซมิซิมเพิลมอดูลใน  $\sigma[M]$  เป็น  $p$ - $M$ -อินเจกทีฟ

3. ให้  $M$  เป็นพีวี-มอดูลและ  $M \neq 0$  แล้ว จะได้ว่า
  - (1) ถ้า  $M$  เป็นโลคัลมอดูล (ฮอโมมอดูล, ยูนิซีเรียลมอดูล) แล้ว จะได้ว่า  $M$  เป็น ซิมพลิคัลมอดูล
  - (2) ถ้า  $M$  เป็นโปรเจกทีฟใน  $\sigma[M]$  และ  $M$  เป็นเซมิเพอเฟคตมอดูล แล้วจะได้ว่า  $M$  เป็นเซมิซิมพลิคัล
4. ถ้ามอดูลทางขวา  $M$  เป็นพีวี-มอดูลและกึ่งมอดูลแล้ว  $M$  เป็น วี-มอดูล
5. ให้  $M$  เป็นซีเรียลมอดูลแล้ว ข้อความข้างล่างนี้สมมูลกัน
  - (1)  $M$  เป็น วี-มอดูล
  - (2)  $M$  เป็น พีวี-มอดูล
  - (3)  $M$  เป็น เซมิซิมพลิคัลมอดูล
6. ข้อความข้างล่างนี้สมมูลกัน สำหรับ  $Z$ -มอดูลทางขวา  $M$ 
  - (1)  $M$  เป็น วี-มอดูล
  - (2)  $M$  เป็น พีวี-มอดูล
  - (3)  $M$  เป็น เซมิซิมพลิคัลมอดูล

Thesis Title	On Principally V-modules	
Author	Miss Nongkhran Sasom	
M.S.	Mathematics	
Examining Committee	Assoc. Prof. Jintana Sanwong	Chairman
	Prof. Dr. Sompong Dhompongsa	Member
	Lecturer Dr. Piyapong Niamsup	Member

### ABSTRACT

Let  $R$  be a ring and let  $M, N$  be right  $R$ -modules.  $N$  is called principally  $M$ -injective (  $p$ - $M$ -injective ) if every  $R$ -homomorphism from a cyclic submodule of  $M$  to  $N$  can be extended to  $M$ . A module  $M$  is called a principally V-module ( pV-module ) if every simple right  $R$ -module is  $p$ - $M$ -injective.

The main results of this thesis are :

1. If  $M$  is a pV-module, then  $Rad(M) = 0$ .
2. For a right  $R$ -module  $M$ , the following conditions are equivalent:
  - (1)  $M$  is a pV-module;
  - (2) For any cyclic submodule  $N$  of  $M$ , any maximal submodule  $K$  of  $N$ , there is a maximal submodule  $L$  of  $M$  such that  $L \cap N = K$ ;
  - (3) Every simple module in  $\sigma[M]$  is  $p$ - $M$ -injective;
  - (4) Every semisimple module in  $\sigma[M]$  is  $p$ - $M$ -injective.

3. Let  $M$  be a non-zero pV-module. Then:
  - (1) If  $M$  is a local (hollow, uniserial) module, then  $M$  is a simple module;
  - (2) If  $M$  is projective and semiperfect in  $\sigma[M]$ , then  $M$  is a semisimple module.
4. If  $M$  is a good pV-module, then  $M$  is a V-module.
5. The following conditions are equivalent for a serial module  $M$  :
  - (1)  $M$  is a V-module;
  - (2)  $M$  is a pV-module;
  - (3)  $M$  is a semisimple module.
6. For a Z-module  $M$  the following are equivalent:
  - (1)  $M$  is a V-module;
  - (2)  $M$  is a pV-module;
  - (3)  $M$  is a semisimple module.