ชื่อเรื่องวิทยานิพนธ์	ฟังก์ชันกึ่งต่อเนื่องล่างในแลตทิซบานาค
ชื่อผู้เขียน	นายเกียรติ แสงอรุณ
วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต	สาขาวิชาคณิตศาสตร์

คณะกรรมการตรวจสอบวิทยานิพนธ์

ผศ.ดร. สุทธิรักษ์ เจียรพินิจนันท์	ประธานกรรมการ
ผศ.ดร. ไพโรจน์ สัตยธรรม	กรรมการ
อจ. รุ่งนภา ภักดีสู่สุข	กรรมการ

บทคัดย่อ

จุดมุ่งหมายของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เพื่อศึกษาปริภูมิเมเชอร์ราดอน $\mathcal{M}(E)$ เมื่อ E เป็นปริภูมิคอมแพกต์ จากการศึกษาพบว่า ถ้า E เป็นปริภูมิคอมแพกต์ แล้ว $\mathcal{M}(E)$ เป็นแลตทิซบานาค, ปริภูมิ - AL และปริภูมิ - AM ต่อจากนั้น ให้นิยามแลตทิซบานาคขยาย $\bar{E}$ ด้วยการเติม $+\infty$ และ $-\infty$ ลงไป และนิยามการลู่เข้าสู่ $+\infty$ ในแลตทิซบานาคขยาย ในท้ายที่สุด, เป็นการศึกษาทฤษฎีของฟังก์ชันกึ่งต่อเนื่องล่างที่พิสัยของมันถูกบรรจุอยู่ในแลตทิซบานาคขยาย $\bar{E}$ จากการศึกษาพบว่า

(1) ถ้า $f_1, f_2, \ldots, f_k$ เป็นฟังก์ชันกึ่งต่อเนื่องล่าง บน $\Omega \subset \mathbb{R}^m$ และ $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_k$ เป็นจำนวนจริงที่ไม่เป็นลบ แล้วจะได้ว่า

$$f = \sum_{n=1}^{k} \lambda_n f_n \ , \ f(x) = \sup_{n = 1 \text{ ถึง } k} f_n(x) \text{ และ } g(x) = \inf_{n = 1 \text{ ถึง } k} f_n(x)$$

เป็นฟังก์ชันกึ่งต่อเนื่องล่างด้วย

(2) สมมติให้ $f : \Omega \subset R^m \longrightarrow \bar{E}$ เป็นฟังก์ชันกึ่งต่อเนื่องล่าง

(i) ถ้า $f(x_o) < +\infty$ แล้ว สำหรับแต่ละ $\varepsilon > 0$, จะมีย่าน U ของ $x_o \in \Omega$ ซึ่ง

$$\forall x \in U \; [\, \|(f(x) - f(x_o))^-\| < \varepsilon \,]$$

(ii) ถ้า $f(x_o) = +\infty$ แล้วจะมี $M \in R^+$ ซึ่ง สำหรับแต่ละ $p \in E^+$ จะมีย่าน U ของ $x_o \in \Omega$ ซึ่ง

$$\forall x \in U, \; \exists q(x) \in E \; [\, f(x) \geq p + q(x) \;\; \text{เมื่อ} \;\; \|q(x)\| \leq M \,]$$

(3) กำหนดให้ E เป็นแลตทิซบานาค และ $f : \Omega \subset R^m \longrightarrow E$ จะได้ว่า f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง บน Ω ก็ต่อเมื่อ f เป็นฟังก์ชันกึ่งต่อเนื่องล่างและฟังก์ชันกึ่งต่อเนื่องบน บน Ω

(4) กำหนดให้ E เป็นแลตทิซบานาคที่บริบูรณ์และมียูนิต e ให้ Ω เป็นเซตย่อยเปิดของ R^m ถ้า $f : \Omega \longrightarrow \bar{E}$ เป็นฟังก์ชันที่สอดคล้อง (i) และ (ii) ของ (2) แล้ว จะได้ว่ามีลำดับเพิ่ม (f_n) ของฟังก์ชันต่อเนื่อง บน Ω ซึ่ง $f_n(x) \longrightarrow f(x)$ ขณะที่ $n \longrightarrow +\infty$ สำหรับทุก $x \in \Omega$

Thesis Title Lower Semi – Continuous Functions in Banach Lattice

Author Mr. Kiat Sangaroon

M.S. Mathematics

Examining Committee

Assist.Prof.Dr.	Suttiruk Jiarpinitmun	Chairman
Assist.Prof.Dr.	Pairoj Sattayatham	Member
Lecturer	Roongnapa Pakdeesusuk	Member

Abstract

The main purpose of this thesis is to study the space of Radon measure $\mathcal{M}(E)$ when E is compact. The main results are follow: If E is compact then $\mathcal{M}(E)$ is a Banach lattice, an AL – space and an AM – space. Then, define an extended Banach lattice $\bar{E}$ by adjoining $+\infty$ and $-\infty$ to a Banach lattice E and define convergence to $+\infty$ in an extended Banach lattice. Finally, study the theory of lower semi – continuous (l.s.c.) functions whose range are contained in an extended Banach lattice $\bar{E}$. The main results are the followings:

(1) If $f_1, f_2, \ldots, f_k$ are lower semi – continuous functions on $\Omega \subset \mathbb{R}^m$ and $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_k$ are non – negative real numbers, then so are

$$f = \sum_{n=1}^{k} \lambda_n f_n \,, \quad f(x) = \sup_{n=1 \text{ to } k} f_n(x) \text{ and } g(x) = \inf_{n=1 \text{ to } k} f_n(x).$$

(2) Assume f is lower semi - continuous function on $\Omega \subset \mathbb{R}^m$.

(i) If $f(x_o) < +\infty$, then, for each $\varepsilon > 0$, there exists a neighborhood U of x_o in Ω such that

$$\forall\, x \in U \quad [\, \|(f(x) - f(x_o))^-\| < \varepsilon \,].$$

(ii) If $f(x_o) = +\infty$, then there exists $M \in \mathbb{R}^+$ such that for each $p \in E^+$ there exists a neighborhood U of x_o in Ω such that

$$\forall\, x \in U,\ \exists\, q(x) \in E \ [\, f(x) \geq p + q(x), \text{ where } \|q(x)\| \leq M \,].$$

(3) Let E be a Banach lattice and $f : \Omega \subset \mathbb{R}^m \longrightarrow E$. Then f is continuous on Ω iff f is lower semi - continuous and upper semi - continuous on Ω.

(4) Let E be a complete Banach lattice with unit e. Let Ω be an open subset of $\mathbb{R}^m$ and $f : \Omega \longrightarrow \bar{E}$ be a function that satisfies (i) and (ii) of (2). Then there is an increasing sequence (f_n) of continuous functions on Ω such that $f_n(x) \longrightarrow f(x)$ as $n \longrightarrow +\infty$ for all $x \in \Omega$.