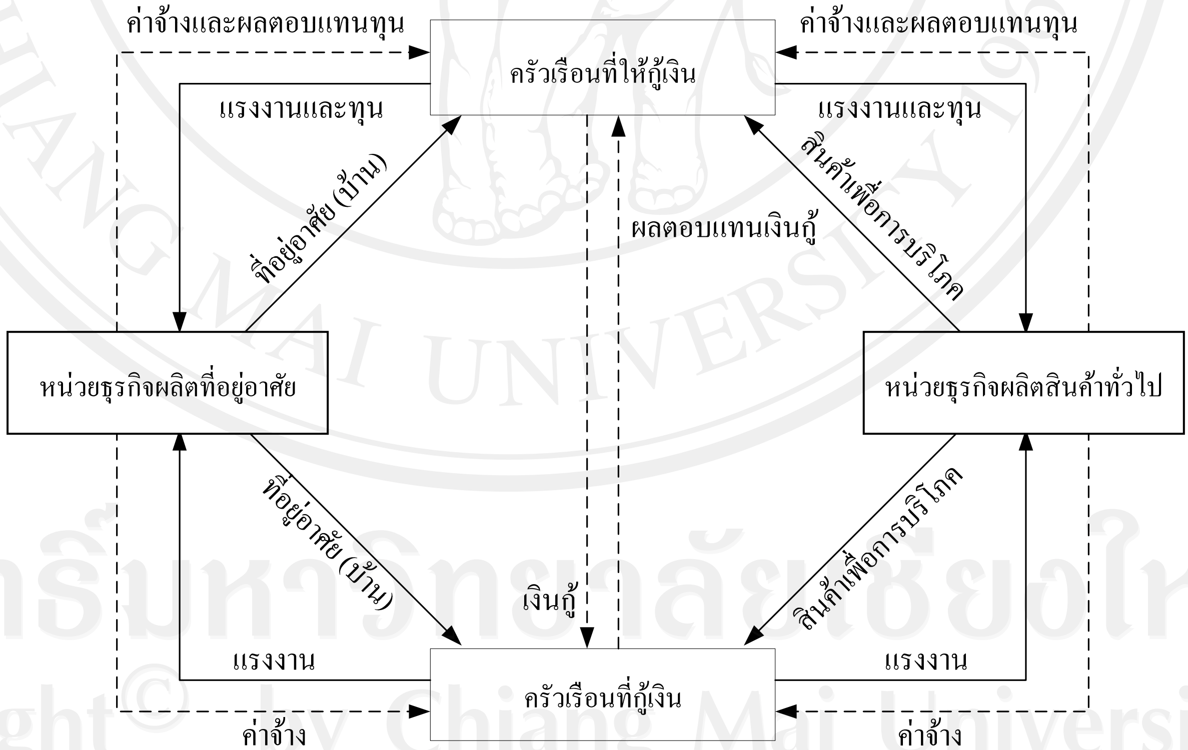
บทที่ 3

ระเบียบวิธีวิจัย

3.1 แบบจำลองที่ใช้ในการศึกษา

ในการศึกษาครั้งนี้ได้ประยุกต์ใช้แบบจำลองตามการศึกษาของ Iacoveillo และ Neri (2007) ที่สมมติให้ในระบบเศรษฐกิจประกอบด้วย 2 หน่วยเศรษฐกิจ คือ ครัวเรือน และหน่วยธุรกิจ ซึ่งในแบบจำลองกำหนดให้มีครัวเรือนอยู่ 2 ประเภท ประกอบด้วยครัวเรือนที่ให้กู้เงิน (Patient/Lender) และครัวเรือนที่กู้เงิน (Impatient/Borrower) ทางด้านหน่วยธุรกิจ กำหนดให้มีธุรกิจ 2 ประเภท ประกอบด้วยหน่วยธุรกิจที่ผลิตสินค้าทั่วไปที่ไม่ใช่ที่อยู่อาศัย (Non-housing sector) และหน่วยธุรกิจที่ผลิตที่อยู่อาศัย (Housing sector)



รูปที่ 3.1 ความสัมพันธ์ของหน่วยเศรษฐกิจในแบบจำลอง

จากรูปที่ 3.1 จะเห็นได้ว่าครัวเรือนทั้ง 2 ประเภทจะเสนอแรงงานให้แก่หน่วยธุรกิจทั้ง 2 ประเภท ใช้เป็นปัจจัยในการผลิตสินค้าโดยได้รับผลตอบแทนคือ ค่าจ้างแรงงาน นอกจากนั้นยังกำหนดให้ครัวเรือนที่ให้กู้เงินมีการสะสมทุนและเสนอทุนดังกล่าวให้แก่หน่วยธุรกิจ ที่ผลิตสินค้าทั่วไปและหน่วยธุรกิจที่ผลิตที่อยู่อาศัย[1] ใช้เป็นปัจจัยในการผลิตสินค้า ส่วนครัวเรือนที่กู้เงินถูกกำหนดให้ไม่มีการสะสมทุน สำหรับหน่วยธุรกิจจะผลิตสินค้าและบริการขายเข้าสู่ท้องตลาด หน่วยธุรกิจที่ผลิตสินค้าทั่วไปจะผลิตสินค้าและบริการทั่วไปให้แก่ครัวเรือนบริโภค โดยใช้แรงงานและทุนเป็นปัจจัยในการผลิตสินค้าและบริการ ส่วนหน่วยธุรกิจที่ผลิตที่อยู่อาศัยจะผลิตที่อยู่อาศัยโดยใช้ทุน แรงงาน สินค้าขั้นกลางและที่ดินเป็นปัจจัยในการผลิตที่อยู่อาศัยเพื่อให้ครัวเรือนอุปโภค นอกจากนั้นครัวเรือนทั้ง 2 ครัวเรือนยังมีความสัมพันธ์กันโดยที่ครัวเรือนที่กู้เงินจะกู้เงินจากครัวเรือนที่ให้กู้เงินโดยใช้ที่อยู่อาศัยเป็นหลักทรัพย์ค้ำประกันสำหรับการกู้ยืม

3.1.1 ครัวเรือน (Households)

สมมติให้ในระบบเศรษฐกิจประกอบด้วยครัวเรือนจำนวนมาก และครัวเรือนสามารถแบ่งออกเป็น 2 ประเภทคือ ครัวเรือนที่ให้กู้เงินและครัวเรือนที่กู้เงิน โดยความสำคัญทางเศรษฐกิจครัวเรือนทั้ง 2 ประเภทสามารถวัดได้โดยสัดส่วนของค่าจ้าง (Wage share) โดยที่ครัวเรือนทั้ง 2 มีสมการอรรถประโยชน์ดังนี้

$$u_t = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \left(\beta G_C\right)^t z_t \left(\Gamma_C \ln\left(c_t - \varepsilon c_{t-1}\right) + j_t \ln h_t - \frac{\tau_t}{1+\eta}\left(n_{c,t}^{1+\xi} + n_{h,t}^{1+\xi}\right)^{\frac{1+\eta}{1+\xi}} \right) \tag{3.1}$$

$$u'_t = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \left(\beta' G_C\right)^t z_t \left[\Gamma'_C \ln\left(c'_t - \varepsilon' c'_{t-1}\right) + j_t \ln h'_t - \frac{\tau_t}{1+\eta'}\left(\left(n'_{ct}\right)^{1+\xi'} + \left(n'_{ht}\right)^{1+\xi'}\right)^{\frac{1+\eta'}{1+\xi'}} \right] \tag{3.2}$$

โดยที่ $\Gamma_C = \dfrac{G_C - \varepsilon}{G_C - \beta\varepsilon G_C}$ และ $\Gamma'_C = \dfrac{G_C - \varepsilon'}{G_C - \beta'\varepsilon' G_C}$

ตัวแปรที่แสดงสัญลักษณ์ “ ' ” แสดงถึงครัวเรือนที่กู้เงิน โดยที่ c คือ การบริโภค h คือ ที่อยู่อาศัย n_c คือ ชั่วโมงการทำงานในภาคการผลิตสินค้าที่ไม่ใช้ที่อยู่อาศัย n_h คือ ชั่วโมงการทำงานในภาคการผลิตที่อยู่อาศัย β คือ มูลค่าคิดลด ซึ่ง $\left(\beta' < \beta\right)$ เนื่องจากครัวเรือนที่ให้กู้มีความอดทนมากกว่าครัวเรือนที่กู้เงิน z_t, τ_t และ j_t คือ การเปลี่ยนแปลงอย่างฉับพลัน (Shocks) ของความชื่นชอบ (Preference) การเปลี่ยนแปลงอย่างฉับพลันจากด้านอุปทานของแรงงานและการ

[1] ครัวเรือนที่ให้กู้จะให้ทุนแก่ธุรกิจที่ผลิตที่อยู่อาศัย 2 ประเภท คือ ทุนสำหรับผลิตที่อยู่อาศัยและทุนสำหรับสินค้าขั้นกลาง ดังนั้นผลตอบแทนทุนที่ได้รับคือ ผลตอบแทนจากทุนที่ผลิตที่อยู่อาศัยและผลตอบแทนจากทุนสินค้าขั้นกลาง

เปลี่ยนแปลงอย่างฉับพลันของความชอบในที่อยู่อาศัย (Housing preference shocks) ตามลำดับ โดยกำหนดให้

$$\ln z_t = \rho_z \ln z_{t-1} + \upsilon_{z,t}$$

$$\ln \tau_t = \rho_\tau \ln \tau_{t-1} + \upsilon_{\tau,t}$$

$$\ln j_t = \rho_j \ln j_{t-1} + \upsilon_{j,t}$$

โดยที่ $\upsilon_{z,t}$, $\upsilon_{\tau,t}$ และ $\upsilon_{j,t}$ คือ พจน์รบกวน (Error term) ρ_z , ρ_τ และ ρ_j คือค่าสัมประสิทธิ์ของการเปลี่ยนแปลงอย่างฉับพลันในคาบที่ผ่านมา ที่เป็นอิสระต่อกันและมีการกระจายที่มีความแปรปรวนเท่ากับ σ_z^2 , σ_τ^2 และ σ_j^2 ตามลำดับ ค่า ε แสดงถึงการยึดติดพฤติกรรมในอดีตของการบริโภค $\Gamma_c = (G_C - \varepsilon)/(G_C - \beta\varepsilon G_C)$ และ $\Gamma'_c = (G_C - \varepsilon')/(G_C - \beta'\varepsilon' G_C)$ คือ ตัวปรับลดที่ทำให้ค่าความพอใจส่วนเพิ่มในการบริโภค ณ จุดสถานะคงตัวจะมีค่าเท่ากับ $1/c$ และ $1/c'$ สำหรับครัวเรือนที่ให้กู้และครัวเรือนที่กู้เงินตามลำดับ ค่า G_C คืออัตราการเติบโตของการบริโภค ส่วนค่า ξ และ η แสดงถึงความไม่พอใจจากการทำงาน (Disutility of work) โดยที่ Horvath (2000) ได้แสดงแนวคิดไว้ว่า ถ้า $\xi, \eta \geq 0$ แสดงว่าแรงงานระหว่างภาคการผลิตไม่สามารถทดแทนกันได้อย่างสมบูรณ์ ถ้า ξ และ ξ' มีค่าเท่ากับศูนย์ แสดงว่าแรงงานจาก 2 ภาคการผลิตจะทดแทนกันได้อย่างสมบูรณ์

ครัวเรือนที่ให้กู้เงินจะสะสมทุน ที่อยู่อาศัยและเป็นแหล่งเงินทุนให้แก่ครัวเรือนที่กู้เงินและหน่วยธุรกิจ นอกจากนั้นครัวเรือนที่กู้เงินจะขายบ้านในขณะราคาของบ้านยังเหลือมูลค่าอยู่ ดังนั้นข้อจำกัดทางด้านงบประมาณของครัวเรือนที่ให้กู้สามารถแสดงได้โดยสมการดังนี้

$$\begin{aligned} c_t + \frac{k_{ct}}{A_{kt}} + k_{ht} + k_{bt} + q_t h_t + p_{lt} l_t + \phi_t + b_t = \frac{w_{ct}}{X_{wct}} n_{ct} + \frac{w_{ht}}{X_{wht}} n_{ht} + \left(R_{ct} + \frac{1-\delta_k}{A_{kt}} \right) k_{ct-1} \\ + \left[R_{ht} + (1-\delta_k) \right] k_{ht-1} + p_{bt} k_{bt} + \frac{R_{t-1} b_{t-1}}{\pi_t} + (R_{lt} + p_{lt}) l_{t-1} + (1-\delta_h) h_{t-1} + Div_t \end{aligned} \tag{3.3}$$

ตัวแทนของครัวเรือนที่ให้กู้จะแสวงหาอรรถประโยชน์สูงสุดจากการเลือกบริโภค (c_t) ทุนที่ใช้ในภาคการผลิตสินค้าเพื่อการบริโภค[2] $(k_{c,t})$ ทุนที่ใช้ในภาคการผลิตที่อยู่อาศัย $(k_{h,t})$ สินค้าขั้นกลาง $(k_{b,t})$ (ณ ระดับราคา $p_{b,t}$) ที่อยู่อาศัย (h_t) (ณ ระดับราคา q_t) ที่ดิน (l_t) (ณ

---

[2] จาก Fisher (2006) $K_{t+1} \leq (1-\delta) K_t + V_t X_t$ โดยที่ X_t คือ การลงทุน K_t คือ สต็อกของทุน และ V_t คือ Investment-specific technology shocks ซึ่งจากสมการสามารถปรับรูปแบบของสมการได้ $X_t \geq \frac{K_{t+1}}{V_t} - \frac{(1-\delta)}{V_t} K_t$

ระดับราคา $p_{l,t}$) ชั่วโมงการทำงานทั้ง 2 ภาคการผลิต $\left(n_{c,t}, n_{h,t}\right)$ และจำนวนเงินที่ปล่อยกู้ $\left(b_t\right)$ (b_t มีค่าเป็นลบ)

A_{kt} คือ Investment-specific technology shocks แสดงถึงต้นทุนส่วนเพิ่มหน่วยสุดท้าย (ในรูปของการบริโภค) ของการใช้ทุนในการผลิตสินค้าทั่วไปที่ไม่ใช่ที่อยู่อาศัย R_t คือ อัตราผลตอบแทนของการปล่อยเงินกู้ w_{ct} และ w_{ht} แสดงถึงอัตราค่าจ้างที่แท้จริงในแต่ละภาคการผลิต R_{ct} และ R_{ht} คือ ผลตอบแทนของทุนที่ใช้ในการผลิตสินค้าทั่วไปและที่อยู่อาศัยตามลำดับ δ_{kc} และ δ_{kh} คือ อัตราค่าเสื่อมของทุนที่ใช้ในการผลิตสินค้าทั่วไปและที่อยู่อาศัยตามลำดับ X_{wct} และ X_{wht} คือ อัตราการเพิ่มขึ้นของราคา (Markup) ของอัตราค่าจ้างที่หน่วยธุรกิจจ่ายให้แก่แรงงาน $\pi_t = P_t / P_{t-1}$ แสดงถึงอัตราเงินเฟ้อที่เกิดขึ้นจากภาคการผลิตสินค้าทั่วไป ϕ_t แสดงถึงต้นทุนในการปรับเปลี่ยนทุน (Capital adjustment cost) และ Div_t คือ เงินปันผลที่ครัวเรือนได้จากการเป็นเจ้าของธุรกิจ

พิจารณาสมการที่ (3.3) ด้านซ้ายของสมการแสดงถึงรายจ่าย (Uses of fund) ของครัวเรือนที่ให้กู้เงิน ซึ่งประกอบด้วย การบริโภค การให้ยืมทุนที่ใช้ในการผลิตสินค้า (สินค้าทั่วไป สินค้าขั้นกลางและที่อยู่อาศัย) รายจ่ายในการซื้อที่อยู่อาศัย รายจ่ายในการซื้อที่ดิน ต้นทุนในการปรับเปลี่ยนทุน (Capital adjustment cost) และจำนวนเงินที่ปล่อยกู้ ส่วนทางด้านขวาของสมการแสดงถึงที่มาของรายรับ (Sources of fund) ประกอบด้วย ค่าจ้างแรงงานจากทั้ง 2 ภาคการผลิต เงินปันผล ผลตอบแทนจากการให้ยืมทุนทั้ง 2 ภาคการผลิต ทุนที่เหลือหลังหักค่าเสื่อมทั้ง 2 ภาคการผลิต ผลตอบแทนของสินค้าขั้นกลาง ผลตอบแทนจากการให้กู้ยืมเงิน รายรับจากการขายหรือให้เช่าที่ดิน และมูลค่าที่เหลือหลังหักค่าเสื่อมของที่อยู่อาศัย

ครัวเรือนที่กู้เงินจะไม่มีการสะสมทุน ไม่มีที่ดินและธุรกิจเป็นของตนเอง ซึ่งมีข้อจำกัดทางด้านงบประมาณ ข้อจำกัดของการกู้ยืม ซึ่งสามารถแสดงได้โดยสมการดังนี้

$$c'_t + q_t\left(h'_t - \left(1-\delta_h\right)h'_{t-1}\right) + \frac{R_{t-1}b'_{t-1}}{\pi_t} = w'_{ct}n'_{ct} + w'_{ht}n'_{ht} + b_t \tag{3.4}$$

และมีข้อจำกัดเพิ่มเติมคือ

$$b_t \le mE_t\left[\frac{q_{t+1}h'_t\pi_{t+1}}{R_t}\right] \tag{3.5}$$

โดยที่ m แสดงถึงสภาพคล่องของที่อยู่อาศัย ครัวเรือนที่กู้เงินจะไม่สะสมทุนแต่จะทำการสะสมที่อยู่อาศัยเท่านั้นและต้องการกู้เงินมากที่สุดเท่าที่จะทำได้โดยจำนวนเงินที่กู้ได้จะขึ้นอยู่กับมูลค่าของที่อยู่อาศัยที่ใช้เป็นหลักประกัน ซึ่งสังเกตได้จากสมการข้อจำกัดของการกู้ยืม

โดยครัวเรือนที่กู้เงินจะแสวงหาอรรถประโยชน์สูงสุดจากการเลือกบริโภค (c_t') ที่อยู่อาศัย (h_t') จำนวนเงินที่กู้ (b_t') และชั่วโมงในการทำงานทั้ง 2 ภาคการผลิต $(n_{c,t}', n_{h,t}')$

พิจาณาสมการที่ (3.4) ด้านซ้ายของสมการแสดงถึงรายจ่าย (Uses of funds) ของครัวเรือนที่กู้เงิน ซึ่งประกอบด้วย การบริโภค รายจ่ายในการซื้อที่อาศัย และจำนวนเงินที่ใช้คืนเงินกู้ ส่วนทางด้านขวาของสมการแสดงถึงที่มาของรายรับ (Sources of funds) ประกอบด้วย ค่าจ้างแรงงานจากทั้ง 2 ภาคการผลิต และเงินกู้ยืม

3.1.2 หน่วยธุรกิจ (Firms)

สมมติให้หน่วยธุรกิจในระบบเศรษฐกิจที่พิจารณามี 2 ประเภทคือ หน่วยธุรกิจที่ผลิตสินค้าทั่วไปที่ไม่ใช่ที่อยู่อาศัย (Non-housing sector) จะผลิตสินค้าทั่วไปที่ใช้ในการบริโภค (Y_t) และหน่วยธุรกิจที่ผลิตที่อยู่อาศัย (Housing sector) จะผลิตสินค้าที่เป็นที่อยู่อาศัย (IH_t) โดยแต่ละธุรกิจกำหนดให้มีฟังก์ชันการผลิตที่แตกต่างกันคือ

$$Y_t = \left[A_{ct} \left(n_{ct}^{\alpha} n_{ct}'^{1-\alpha} \right) \right]^{1-\mu_c} \left(k_{ct-1} \right)^{\mu_c} \tag{3.6}$$

$$IH_t = \left[A_{ht} \left(n_{ht}^{\alpha} n_{ht}'^{1-\alpha} \right) \right]^{1-\mu_h-\mu_b-\mu_l} \left(k_{ht-1} \right)^{\mu_h} k_{bt}^{\mu_b} l_{t-1}^{\mu_l} \tag{3.7}$$

ฟังก์ชันการผลิตของทั้ง 2 หน่วยธุรกิจเป็นฟังก์ชันการผลิตแบบ Cobb-Douglas ซึ่งจากสมการจะเห็นได้ว่าการผลิตสินค้าทั่วไปที่ไม่ใช่ที่อยู่อาศัยจะใช้ปัจจัยการผลิตแค่ 2 ปัจจัยเท่านั้น คือ แรงงานและทุน ส่วนการผลิตที่อยู่อาศัยนั้นใช้ปัจจัยการผลิต 4 ปัจจัยได้แก่ แรงงาน ทุน ที่ดิน และสินค้าขั้นกลาง (k_{bt}) โดยที่ A_{ct} และ A_{ht} คือ ผลิตภาพในการผลิต (Productivity) ของการผลิตสินค้าทั่วไปและการผลิตสินค้าสำหรับที่อยู่อาศัยตามลำดับ ผลผลิตที่หน่วยธุรกิจผลิตได้จะถูกขายเข้าตลาดภายใต้เงื่อนไขตลาดกึ่งแข่งขันกึ่งผูกขาด (Monopolistic competition)

หน่วยธุรกิจจะแสวงหากำไรสูงสุดดังสมการนี้

$$\max \frac{Y_t}{X_t} + q_t IH_t - \left(\sum_{i=c,h} w_{it} n_{it} + \sum_{i=c,h} w_{it}' n_{it}' + \sum_{i=c,h} R_{it} k_{it-1} + R_{lt} l_{t-1} + p_{bt} k_{bt} \right) \tag{3.8}$$

ซึ่ง X_t คือ ราคาส่วนเพิ่มของสินค้าขั้นสุดท้าย

3.1.3 ความหนืดของตัวแปรและนโยบายการเงิน (Nominal rigidities and monetary policy)

ในแบบจำลองจะกำหนดให้ระดับราคาของสินค้าทั่วไปที่ไม่ใช่ที่อยู่อาศัยและอัตราค่าจ้างทั้ง 2 ภาคการผลิตมีความหนืดของราคาและอัตราค่าจ้างอยู่ แต่ระดับราคาของที่อยู่อาศัยจะมีความยืดหยุ่นของราคา โดยที่ Robert B., Christopher L. House และ Miles S. Kimball (2007) ได้ให้เหตุผลบางประการว่าทำไมราคาของที่อยู่อาศัยจึงมีความยืดหยุ่น ประการแรกราคาของที่อยู่อาศัยมีราคาที่สูง ถ้ามีการตกลงในการซื้อขายขนาดใหญ่หรือจำนวนมากทำให้สามารถต่อรองลดราคาได้ ประการที่สอง ราคาบ้านโดยทั่วไปในการซื้อขายครั้งแรกจะมีราคาสูง แต่ในการขายครั้งถัดไปราคาจะลดลง

จากที่กำหนดให้ราคาของสินค้าทั่วไปที่ไม่ใช่ที่อยู่อาศัยไม่มีความยืดหยุ่นเป็นเพราะจากข้อสมมติของตลาดกึ่งแข่งขันกึ่งผูกขาด โดยในระบบเศรษฐกิจจะมีผู้ขายรายย่อย (Retail) ซึ่งจะมีต้นทุนในการปรับเปลี่ยนระดับราคาตามแบบของ Calvo ผู้ขายรายย่อยจะซื้อสินค้า (Y_t) จากหน่วยธุรกิจที่ราคา P_t^w และจะสร้างความแตกต่างให้กับตัวสินค้าโดยไม่มีต้นทุนและขายเข้าสู่ตลาดโดยมีส่วนเพิ่มของราคา (Markup) เท่ากับ $X_t = P_t / P_t^w$ (ต้นทุนส่วนเพิ่ม) โดยในแต่ละช่วงเวลาผู้ค้ารายย่อยสามารถปรับเปลี่ยนระดับราคาที่เหมาะสมได้เท่ากับ $1-\theta_\pi$ ดังนั้นจะมีผู้ค้ารายย่อยที่ไม่สามารถปรับเปลี่ยนราคาได้อยู่ θ_π ซึ่งจะต้องยอมรับราคาที่เกิดขึ้นในท้องตลาด ค่าดัชนีของราคาในช่วงก่อนหน้าจะมีค่าความยืดหยุ่นเท่ากับ ι_π ดังนั้นจากข้อสมมติทั้งหมดสามารถสร้างสมการ Phillips curve ของภาคการผลิตสินค้าทั่วไปได้ดังนี้

$$\ln \pi_t - \iota_\pi \ln \pi_{t-1} = \beta G_C \left(E_t \ln \pi_{t+1} - \iota_\pi \ln \pi_t \right) - \varepsilon_\pi \ln \left(X_t / X \right) + \upsilon_{p,t} \qquad (3.9)$$

โดยที่ $\varepsilon_\pi = \dfrac{(1-\theta_\pi)(1-\beta G_C \theta_\pi)}{\theta_\pi}$ และ $\upsilon_{p,t}$ กำหนดให้มีการกระจายแบบเป็นอิสระ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์และมีความแปรปรวนเท่ากับ σ_p^2

นอกจากนั้นการกำหนดอัตราค่าจ้างในแบบจำลองยังมีลักษณะเช่นเดียวกับสมการ Phillips curve ของภาคการผลิตสินค้าทั่วไป (ภายใต้ข้อสมมติของ Calvo) ครัวเรือนที่ให้กู้และครัวเรือนที่กู้เงินเป็นสมาชิกสหภาพแรงงานโดยที่กำหนดให้ระบบเศรษฐกิจประกอบสหภาพแรงงาน 4 สหภาพ คือ 1) แรงงานจากครัวเรือนที่ให้กู้ที่ใช้ในภาคการผลิตสินค้าทั่วไป 2) แรงงานจากครัวเรือนที่กู้เงินที่ใช้ในภาคการผลิตสินค้าทั่วไป 3) แรงงานจากครัวเรือนที่ให้กู้ที่ใช้ผลิตที่อยู่อาศัย และ 4) แรงงานจากครัวเรือนที่กู้เงินที่ใช้ผลิตที่อยู่อาศัย โดยสหภาพแรงงานแต่ละแห่งจะ

รักษาผลประโยชน์ให้กับสมาชิกในสหภาพแรงงานนั้นๆ จากข้อกำหนดข้างต้นสามารถกำหนดสมการอัตราค่าจ้างแบบ Phillips curve ได้ ซึ่งมีลักษณะคล้ายสมการการกำหนดระดับราคา ดังนี้

$$\ln w_{ct} - \iota_{wc} \ln \pi_{t-1} = \beta G_C \left(E_t \ln w_{ct+1} - \iota_{wc} \ln \pi_t \right) - \varepsilon_{wc} \ln \left(\frac{X_{wct}}{X_{wc}} \right) \tag{3.10}$$

$$\ln w_{ht} - \iota_{wh} \ln \pi_{t-1} = \beta G_C \left(E_t \ln w_{ht+1} - \iota_{wh} \ln \pi_t \right) - \varepsilon_{wh} \ln \left(\frac{X_{wht}}{X_{wh}} \right) \tag{3.11}$$

$$\ln w'_{ct} - \iota_{wc} \ln \pi_{t-1} = \beta G_C \left(E_t \ln w'_{ct+1} - \iota_{wc} \ln \pi_t \right) - \varepsilon'_{wc} \ln \left(\frac{X_{wct}}{X_{wc}} \right) \tag{3.12}$$

$$\ln w'_{ht} - \iota_{wh} \ln \pi_{t-1} = \beta G_C \left(E_t \ln w'_{ht+1} - \iota_{wh} \ln \pi_t \right) - \varepsilon'_{wh} \ln \left(\frac{X_{wht}}{X_{wh}} \right) \tag{3.13}$$

โดยที่ Nominal wage inflation, $w_{it} = \dfrac{w_{it}\pi_t}{w_{it-1}}$ และค่าความชันของสมการอัตราค่าจ้าง คือ

$$\varepsilon_{wc} = \frac{(1-\theta_{wc})(1-\beta G_C \theta_{wc})}{\theta_{wc}}, \quad \varepsilon_{wh} = \frac{(1-\theta_{wh})(1-\beta G_C \theta_{wh})}{\theta_{wh}}$$
$$\varepsilon'_{wc} = \frac{(1-\theta_{wc})(1-\beta' G_C \theta_{wc})}{\theta_{wc}}, \quad \varepsilon'_{wh} = \frac{(1-\theta_{wh})(1-\beta' G_C \theta_{wh})}{\theta_{wh}}$$

สำหรับนโยบายการเงินธนาคารกลางจะกำหนดอัตราดอกเบี้ยที่ R_t โดยจะสอดคล้องกับกฎของเทย์เลอร์ (Taylor rule) ซึ่งอัตราดอกเบี้ยดังกล่าวจะขึ้นอยู่กับอัตราเงินเฟ้อและผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศ

$$R_t = R_{t-1}^{r_R} \pi_t^{(1-r_R)r_\pi} \left(\frac{GDP_t}{G_C GDP_{t-1}} \right)^{(1-r_R)r_Y} \overline{rr}^{1-r_R} \frac{\upsilon_{R,t}}{s_t} \tag{3.14}$$

โดยที่ $\overline{rr}$ คืออัตราดอกเบี้ยที่สถานะคงตัว $\upsilon_{R,t}$ คือ ผลกระทบจากการเปลี่ยนทางด้านนโยบายการเงิน ซึ่งกำหนดให้มีลักษณะการกระจายที่เป็นอิสระ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์และมีค่าความแปรปรวนเท่ากับ σ_R^2 และ s_t คือ ค่าที่มีกระบวนการแบบสุ่มที่ใช้ดูการเบี่ยงเบนของอัตราเงินเฟ้อจากสภาวะหยุดนิ่ง โดยที่ $\ln s_t = \rho_s \ln s_{t-1} + \upsilon_{s,t}$ และ $\upsilon_{s,t} \sim N(0, \sigma_s)$ โดยที่ $\rho_s > 0$

3.1.4 เงื่อนไขดุลยภาพ (Equilibrium)

ในตลาดสินค้า (Goods market) จะประกอบไปด้วย สินค้าที่ใช้ในการบริโภค (C_t) การลงทุนของภาคธุรกิจ ซึ่งมี 2 ประเภทคือการลงทุนในธุรกิจที่ไม่ใช่ที่อยู่อาศัย $(IK_{c,t})$ การลงทุน

ที่เกี่ยวกับที่อยู่อาศัย $\left(IK_{h,t}\right)$ และสินค้าขั้นกลาง $\left(k_{b,t}\right)$ ส่วนในตลาดที่อยู่อาศัย (Housing market) จะมีสินค้าเพียงชนิดเดียวคือ ที่อยู่อาศัยที่สร้างใหม่ $\left(IH_t\right)$ ดังนั้นจะได้เงื่อนไขด้านดุลยภาพคือ

$$C_t + \frac{IK_{c,t}}{A_{k,t}} + IK_{h,t} + k_{b,t} = Y_t - \phi_t \tag{3.15}$$

$$H_t - \left(1-\delta_h\right)H_{t-1} = IH_t \tag{3.16}$$

นอกจากนั้นยังกำหนดให้ การบริโภคโดยรวมเท่ากับ $C_t = c_t + c_t'$ สต็อกของที่อยู่อาศัยโดยรวมมีค่าเท่ากับ $H_t = h_t + h_t'$ การลงทุนในธุรกิจที่ไม่ใช่ที่อยู่อาศัยมีค่าเท่ากับ $IK_{c,t} = k_{c,t} - \left(1-\delta_{kc}\right)k_{c,t-1}$ การลงทุนในธุรกิจที่อยู่อาศัยมีค่าเท่ากับ $IK_{h,t} = k_{h,t} - \left(1-\delta_{kh}\right)k_{h,t-1}$ และกำหนดให้ที่ดิน $\left(l_t\right)$ มีค่าเท่ากับหนึ่ง

3.1.5 แนวโน้มและความสมดุลของการเติบโต (Trends and Balanced Growth)

กำหนดให้ค่าแนวโน้มของผลิตภาพในการบริโภค ผลิตภาพของตัวแปรที่ไม่เกี่ยวข้องภาคที่อยู่อาศัย และภาคที่เกี่ยวข้องกับที่อยู่อาศัยมีแนวโน้มที่แตกต่างกัน สามารถอธิบายได้โดยสมการดังนี้

$$\ln A_{c,t} = \ln\left(1+\gamma_{AC}\right) + \ln Z_{c,t}, \qquad \ln Z_{c,t} = \rho_{AC}\ln Z_{c,t-1} + \upsilon_{C,t}$$

$$\ln A_{h,t} = \ln\left(1+\gamma_{AH}\right) + \ln Z_{h,t}, \qquad \ln Z_{h,t} = \rho_{AH}\ln Z_{c,h-1} + \upsilon_{H,t}$$

$$\ln A_{k,t} = \ln\left(1+\gamma_{AK}\right) + \ln Z_{k,t}, \qquad \ln Z_{k,t} = \rho_{AK}\ln Z_{k,t-1} + \upsilon_{K,t}$$

โดยที่ค่า $\upsilon_{C,t}$ $\upsilon_{H,t}$ และ $\upsilon_{K,t}$ ไม่มีความสัมพันธ์กันโดยที่ตัวแปรเหล่านี้มีค่าเฉลี่ยเท่าศูนย์และมีค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ σ_{AC} σ_{AH} และ σ_{AK} ตามลำดับ และค่าของ γ_{AC} γ_{AH} และ γ_{AK} แสดงถึงอัตราการเติบโตของเทคโนโลยีในแต่ละภาคเศรษฐกิจ จากฟังก์ชันการผลิตที่มีลักษณะแบบ Cobb-Douglas ซึ่งจะมีค่าแนวทางของการเติบโตอย่างสมดุล (Balanced growth path) อยู่ ดังนั้นอัตราการเติบโตของตัวแปรที่แท้จริง คือ

$$G_C = G_{IK_h} = G_{q\times IH} = 1 + \gamma_{AC} + \frac{\mu_c}{1-\mu_c}\gamma_{AK} \tag{3.17}$$

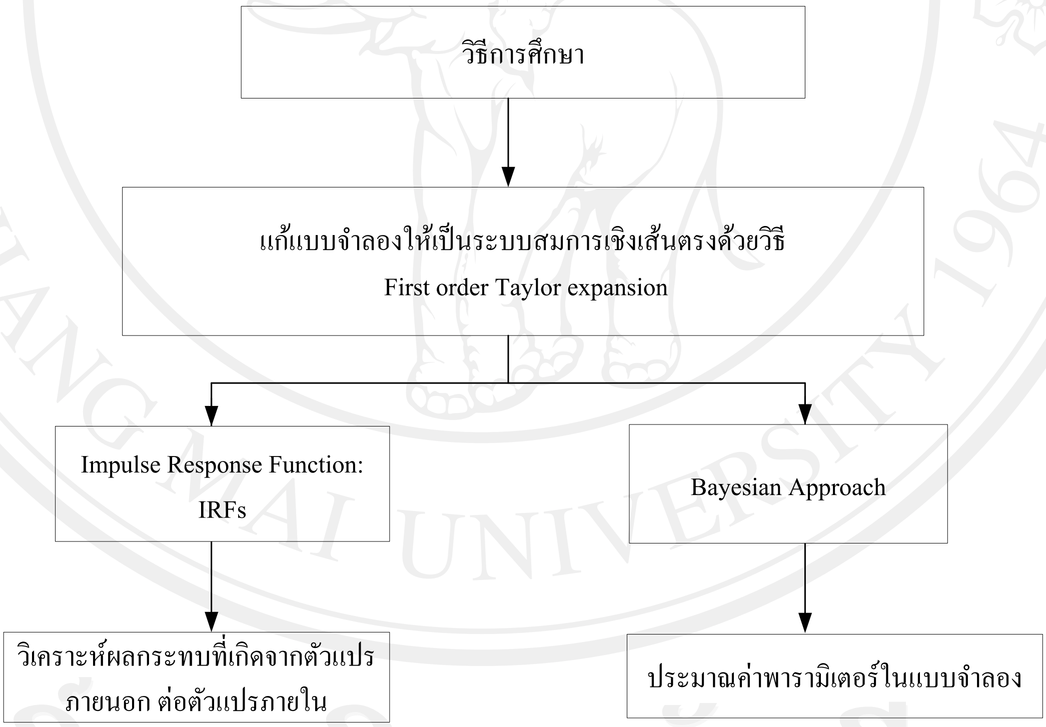
$$G_{IK_c} = 1 + \gamma_{AC} + \frac{1}{1-\mu_c}\gamma_{AK} \tag{3.18}$$

$$G_{IH} = 1 + \left(\mu_h + \mu_b\right)\gamma_{AC} + \frac{\mu_c\left(\mu_h + \mu_b\right)}{1-\mu_c}\gamma_{AK} + \left(1-\mu_h-\mu_l-\mu_b\right)\gamma_{AH} \tag{3.19}$$

$$G_q = 1 + \left(1 - \mu_h - \mu_b\right)\gamma_{AC} + \frac{\mu_c\left(1 - \mu_h - \mu_b\right)}{1 - \mu_c}\gamma_{AK} - \left(1 - \mu_h - \mu_l - \mu_b\right)\gamma_{AH} \tag{3.20}$$

3.2 วิธีการวิจัย

ระบบสมการที่ใช้ในการศึกษาเป็นระบบสมการที่มีความซับซ้อน และเป็นสมการที่ไม่ใช่เส้นตรง ซึ่งในระบบสมการมีตัวแปรที่ใช้ในการพิจารณาจำนวนมาก ทำให้การประมาณค่าพารามิเตอร์เกิดความยุ่งยาก ดังนั้นในการประมาณต้องทำให้ระบบสมการที่พิจารณาอยู่นั้นอยู่ในรูปสมการเส้นตรง โดยอาศัยวิธีการเงื่อนไขลำดับที่หนึ่งของอนุกรมเทย์เลอร์ (First order Taylor expansion) ในการจัดรูปแบบสมการให้เป็นเส้นตรง ในการศึกษาครั้งนี้สามารถสรุปขั้นตอนการศึกษาในการวิเคราะห์และประมาณค่าพารามิเตอร์ในแบบจำลองได้ดังรูปที่ 3.2 ดังนี้



รูปที่ 3.2 ขั้นตอนการศึกษาในการวิเคราะห์และประมาณค่าพารามิเตอร์ในแบบจำลอง

การวิเคราะห์จะออกเป็น 2 ส่วนคือ ส่วนแรกเป็นการวิเคราะห์การตอบสนองของตัวแปรภายใน จากการเปลี่ยนแปลงในส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานไป 1 หน่วย ของตัวแปรภายนอกในแบบจำลอง ซึ่งสามารถวิเคราะห์โดยใช้วิธีการวิเคราะห์ปฏิกิริยาตอบสนอง (Impulse Response Function: IRFs) ส่วนที่สอง เป็นประมาณค่าพารามิเตอร์โดยใช้วิธีการประมาณแบบเบย์เซียน

(Bayesian Approach) ซึ่งเป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีความน่าจะเป็น ที่คำนวณจากค่าการแจกแจงก่อนหน้า (Prior distribution) และค่าความน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood) จะได้ค่าการแจกแจงภายหลัง (Posterior distribution) ซึ่งขั้นตอนของกระบวนการในการหาค่าต่างๆ สามารถอธิบายได้ดังนี้

3.2.1 โครงสร้างของแบบจำลองและวิธีแก้ปัญหา (Model construction and solution)

แบบจำลองที่ทำการศึกษาสามารถนำมาหาแนวทางการตัดสินใจของครัวเรือนทั้งสองครัวเรือน จากสมการ Lagrange และสำหรับหน่วยธุรกิจจะทำการตัดสินใจโดยมีพื้นฐานสมการและหากำไรสูงสุด และหาค่าเงื่อนไขอันดับหนึ่งของทั้งครัวเรือนและหน่วยธุรกิจ ซึ่งสมการการตัดสินใจที่ได้จะได้มาจากเงื่อนไขที่เกิดขึ้นและจะส่งผลให้แบบจำลองดุลยภาพในทุกช่วงเวลา

การรวมสมการพฤติกรรมของตัวแทน (Agents behavioral equations) ในระบบเศรษฐกิจ เช่น ฟังก์ชันอรรถประโยชน์ ข้อจำกัดด้านงบประมาณ และสมการนโยบายการเงินที่ใช้ร่วมกับสมการเงื่อนไขทางดุลยภาพและสมการกระบวนการเปลี่ยนแปลง (Shocks process) จะถูกใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ ค่าของตัวแปร และโครงสร้างของผลกระทบภายนอกที่กระทบต่อระบบเศรษฐกิจ ซึ่งสมการดังกล่าวจะเป็นตัวกำหนดลักษณะของแบบจำลอง และสมการเหล่านี้จะเป็นจุดเริ่มต้นของกระบวนการทำงานและการคำนวณหาจุดที่มีความเสถียรภาพของแบบจำลอง อย่างไรก็ตามสมการต่าง ๆ ของแบบจำลองจะต้องเขียนอยู่ในรูปทั่วไป

การเขียนแบบจำลองในรูปทั่วไป

แบบจำลองสามารถเขียนอยู่ในรูประบบสมการของแบบจำลองได้ดังนี้

$$E_t\left\{f\left(y_{t+1}, y_t, y_{t-1}, e_{t+1}, e_t\right)\right\} = 0 \tag{3.21}$$

ซึ่ง y_t คือ เวคเตอร์ของตัวแปรภายใน ณ เวลาที่ t และ e_t คือเวคเตอร์ของตัวแปรภายนอก โดยที่กำหนดให้ e_t มีคุณสมบัติแบบ Gaussian white noise คือ

$$E\left(e_t\right) = 0; \qquad E\left(e_t e_t'\right) = \Sigma_e; \quad E\left(e_t e_s'\right) = 0 \quad t \neq s; \quad e_t \sim N\left(0, \Sigma_e\right)$$

ในการหาผลลัพธ์ของสมการ เช่น การหาเส้นทาง (Path) การปรับตัวของตัวแปรภายในของแบบจำลอง ซึ่งสามารถทำได้โดยการปรับค่าของตัวแปรภายในของทุกช่วงเวลาให้อยู่ในรูปของตัวแปรที่สามารถสังเกตได้ โดยการปรับค่าสมการตัวแปรภายในที่เขียนในรูปตัวแปรในช่วงเวลาที่ t เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นอยู่กับตัวแปรในช่วงเวลาที่ $t-1$ ให้อยู่ในรูปแบบตัวแปรภายในในช่วงเวลาที่ $t+1$ เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นอยู่กับตัวแปรในช่วงเวลาที่ t จากสมการ

$$y_t = g\left(y_{t-1}, e_t\right) \tag{3.22}$$

โดย $g(\bullet)$ คือ ฟังก์ชันนโยบาย (Policy function) จากสมการที่ (3.22) สามารถเขียนใหม่ได้

$$y_{t+1} = g\left(y_t, e_{t+1}\right) = g\left(g\left(y_{t-1}, e_t\right), e_{t+1}\right) \tag{3.23}$$

จากนั้นแทนสมการที่ (3.22) และสมการที่ (3.23) ในสมการที่ (3.21) และปรับสมการใหม่ได้

$$E_t\left\{f\left(g\left(g\left(y_{t-1}, e_t\right), e_{t+1}\right), g\left(y_{t-1}, e_t\right), y_{t-1}, e_{t+1}, e_t\right)\right\} \tag{3.24}$$

สิ่งที่ต้องการคือต้องการหาผลลัพธ์จากการคำนวณจากระบบสมการทั้งหมด แต่ระบบสมการที่ได้นั้นไม่เป็นเส้นตรง (Non-linear) ซึ่งการหาค่า $g(\bullet)$ นั้นทำได้ยากในทางปฏิบัติ ดังนั้นในการคำนวณหาค่า $g(\bullet)$ นั้นจะใช้โปรแกรม Dynare ในการคำนวณ (ซึ่งจะอธิบายในหัวข้อถัดไป)

การคำนวณค่าสถานะคงตัวของแบบจำลอง (Computing the steady-state of the model)

ในการคำนวณหาค่าสถานะคงตัวของแบบจำลอง จะกำหนดให้ค่าที่จุดสถานะคงตัวของ y_t มีค่าเท่ากับ $\bar{y}$ หรือ $\left(y_t = y_{t-1} = \bar{y}\right)$ ดังนั้นจากสมการที่ (3.21) และสมการที่ (3.22) จะได้

$$f\left(\bar{y}, \bar{y}, \bar{y}, 0, 0\right) = 1 \tag{3.25}$$

$$\bar{y} = g\left(\bar{y}, 0\right) \tag{3.26}$$

วิธีการ log-linearisation (Approximating the model with a log-linearisation)

ในการคำนวณค่าที่จุดสถานะคงตัว จากสมการที่ (3.21) คำนวณโดยการใช้ค่าคาดหวังของเงื่อนไขลำดับที่หนึ่งของ Taylor expansion ในรูป logarithm จากจุดสถานะคงตัว[3] ซึ่ง

[3] สำหรับฟังก์ชัน $f\left(x_t^1, x_t^2\right)$ เงื่อนไขลำดับหนึ่งของอนุกรมเทย์เลอร์ในรูป logarirhm ของฟังก์ชัน $f(\bullet)$ ในจุดสถานะคงตัว $\left(\tilde{x}^1, \tilde{x}^2\right)$ จะได้

ผลลัพธ์ที่ได้คือ กลุ่มสมการ “ใหม่” ของตัวแปรภายในในรูปแบบของร้อยละของการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรจากจุดสถานะคงตัว ซึ่งจากสมการที่ (3.21) และสมการที่ (3.22) จะได้

$$E_t\left\{ f_{y+1}\hat{y}_{t+1} + f_y\hat{y}_t + f_{y-1}\hat{y}_{t-1} + f_{e+1}e_{t+1} + f_e e_t \right\} = 0 \tag{3.27}$$

$$\hat{y}_t = g_{y-1}\hat{y}_{t-1} + g_e e_t \tag{3.28}$$

โดยที่ f_{y+1}, f_y และ f_{y-1} คือ เมทริกซ์ที่ได้จากการหาค่าอนุพันธ์ของ $f(\bullet)$ เทียบกับ y_{t+1}, y_t และ y_{t-1} ตามลำดับ f_{e+1} และ f_e คือ เมทริกซ์ที่ได้จากการหาค่าอนุพันธ์ของ $f(\bullet)$ เทียบกับ e_{t+1} และ e_t ตามลำดับ g_{y-1} คือ เมทริกซ์ที่ได้จากการหาค่าอนุพันธ์ของ $g(\bullet)$ เทียบกับ y_{t-1} g_e คือ เมทริกซ์ที่ได้จากการหาค่าอนุพันธ์ของ $g(\bullet)$ เทียบกับ e_t และค่า $\hat{y}_{t+1}$, $\hat{y}_t$ และ $\hat{y}_{t-1}$ คือ เวคเตอร์การเปลี่ยนแปลงของตัวแปรภายในจากจุดสถานะคงตัวในรูปร้อยละในช่วงเวลาที่ $t+1$, t และ $t-1$ ตามลำดับ

สมการที่ (3.27) คือ รูปแบบทั่วไปของแบบจำลองที่เป็นเส้นตรง ส่วนสมการที่ (3.28) คือ สมการ forward looking ของตัวแปรภายในที่ขึ้นอยู่กับตัวแปรภายในในช่วงเวลาที่ t (Endogenous state variables) และค่าความคลาดเคลื่อน นอกจากนั้นในสมการที่ (3.28) ยังขึ้นอยู่กับ g_{y-1} และ g_e ซึ่งยังไม่ทราบค่า โดยที่ g_{y-1} เรียกว่า “feedback matrix” เนื่องจากได้รับอิทธิพลมาจากตัวแปรภายในในช่วงเวลาที่ t เคลื่อนที่ส่งผลต่อตัวแปร forward-looking ส่วน g_e เรียกว่า “feedforward matrix” เนื่องจากได้รับอิทธิพลจากค่าความคลาดเคลื่อนที่ส่งผลต่อตัวแปร forward-looking

เมื่อได้ผลของตัวแปรภายในที่เป็นเส้นตรง สามารถหาค่าเริ่มต้นของตัวแปรภายในได้โดยการคูณค่าที่เบี่ยงเบนจุดสถานะคงตัว $(\hat{y}_t^i)$ กับค่าสถานะคงตัว $(\bar{y}^i)$ และบวกกับค่าที่จุดสถานะคงตัว สามารถเขียนในรูปแบบของสมการได้ดังนี้

$$y_t^i = \bar{y}^i + \bar{y}^i\hat{y}_t^i \tag{3.29}$$

$$\begin{aligned}\ln f\left(x_t^1, x_t^2\right) &= \ln f\left(\tilde{x}^1, \tilde{x}^2\right) + \frac{1}{f\left(\tilde{x}^1, \tilde{x}^2\right)}\left(\frac{\partial f\left(x_t^1, x_t^2\right)}{\partial x_t^1}\left(\tilde{x}^1, \tilde{x}^2\right)\left(x_t^1 - \tilde{x}^1\right) + \frac{\partial f\left(x_t^1, x_t^2\right)}{\partial x_t^2}\left(\tilde{x}^1, \tilde{x}^2\right)\left(x_t^2 - \tilde{x}^2\right)\right) \\ &= \ln f\left(\tilde{x}^1, \tilde{x}^2\right) + \frac{1}{f\left(\tilde{x}^1, \tilde{x}^2\right)}\left(\frac{\partial f\left(x_t^1, x_t^2\right)}{\partial x_t^1}\left(\tilde{x}^1, \tilde{x}^2\right)\tilde{x}^1\hat{x}_t^1 + \frac{\partial f\left(x_t^1, x_t^2\right)}{\partial x_t^2}\left(\tilde{x}^1, \tilde{x}^2\right)\tilde{x}^2\hat{x}_t^2\right)\end{aligned}$$

โดยที่ $\hat{x}_t^i = \dfrac{x_t^i - \bar{x}^i}{\bar{x}^i}$ คือค่าร้อยละของการเปลี่ยนแปลงของ x_t^i ($i = 1, 2$) จากค่าในจุดสถานะคงตัว

การแก้สมการเชิงเส้นตรงเพื่อหาค่าเริ่มต้น (Original model) ของแบบจำลอง จะเริ่มต้นโดยการหาค่า g_{y-1} และ g_e ในสมการที่ (3.28) เมื่อทราบค่า g_{y-1} และ g_e แล้วจะสามารถหาผลลัพธ์ของแบบจำลองได้ และสามารถหาค่าที่จุดสถานะคงตัวของแบบจำลอง (จากสมการที่ (3.29)) ส่วนวิธีในการหาค่า g_{y-1} และ g_e จะกล่าวในหัวข้อถัดไป

การแก้แบบจำลองเชิงเส้น (Solving the approximate linear model)

ในการหาค่า g_{y-1} และ g_e เริ่มจากสมการที่ (3.28) โดยกำหนดให้

$$\begin{aligned} \hat{y}_{t+1} &= g_{y-1}\hat{y}_t + g_e e_{t+1} = g_{y-1}\left(g_{y-1}\hat{y}_{t-1} + g_e e_t\right) + g_e e_{t+1} \\ &= g_{y-1}g_{y-1}\hat{y}_{t-1} + g_{y-1}g_e e_t + g_e e_{t+1} \end{aligned} \tag{3.30}$$

แทนค่าสมการที่ (3.28) และสมการที่ (3.30) ในสมการที่ (3.27) จะได้

$$E_t\left\{ f_{y+1}\left(g_{y-1}g_{y-1}\hat{y}_{t-1} + g_{y-1}g_e e_t + g_e e_{t+1}\right) + f_y\left(g_{y-1}\hat{y}_{t-1} + g_e e_t\right) + f_{y-1}\hat{y}_{t-1} + f_{e+1}e_{t+1} + f_e e_t \right\} = 0$$

$$\left(f_{y+1}g_{y-1}g_{y-1} + f_y g_{y-1} + f_{y-1}\right)\hat{y}_{t-1} + \left(f_{y+1}g_{y-1}g_e + f_y g_e + f_e\right)e_t = 0 \tag{3.31}$$

หาอนุพันธ์เทียบกับ $\hat{y}_{t-1}$ และ e_t เพื่อหาค่า g_{y-1} และ g_e จะได้

$$f_{y+1}g_{y-1}g_{y-1} + f_y g_{y-1} + f_{y-1} = 0 \tag{3.32}$$

$$f_{y+1}g_{y-1}g_e + f_y g_e + f_e = 0 \tag{3.33}$$

สมการที่ (3.31) สามารถปรับใหม่ได้ดังนี้

$$f_{y+1}g_{y-1}g_{y-1}\hat{y}_{t-1} + f_y g_{y-1}\hat{y}_{t-1} + f_{y-1}\hat{y}_{t-1} + f_{y+1}g_{y-1}g_e e_t + f_y g_e e_t + f_e e_t = 0$$

$$f_{y+1}g_{y-1}\left(g_{y-1}\hat{y}_{t-1} + g_e e_t\right) + \left(f_y g_{y-1} + f_{y-1}\right)\hat{y}_{t-1} + \left(f_y g_e + f_e\right)e_t = 0$$

$$f_{y+1}g_{y-1}\hat{y}_t + \left(f_y g_{y-1} + f_{y-1}\right)\hat{y}_{t-1} + \left(f_y g_e + f_e\right)e_t = 0 \tag{3.34}$$

เมื่อนำสมการที่ (3.28) และสมการที่ (3.34) มาเขียนในรูปเมทริกซ์

$$Ax_{t+1} = Bx_t + Ce_t \tag{3.35}$$

โดยที่

$$A = \begin{bmatrix} 0 & f_{y+1} \\ I & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -f_{y-1} & -f_y \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad x_t = \begin{bmatrix} \hat{y}_{t-1} \\ g_{y-1}\hat{y}_{t-1} \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} -\left(f_y g_e + f_e\right) \\ g_e \end{bmatrix}$$

จะได้ First order linear stochastic difference equation โดยการกำหนดค่าของเมทริกซ์ A, B, C และ x_t ดังที่แสดงไว้ข้างต้น จากนั้นจะหาค่าที่แสดงเสถียรภาพของแบบจำลอง ซึ่งหมายความถึงตัวแปรจะปรับเข้าสู่ค่าในสถานะคงตัวหลังจากได้รับผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลง จาก Blanchard และ Kahn (1980) “ ระบบสมการจะสามารถหาผลลัพธ์ได้ ถ้าจำนวนของค่าเฉพาะ (Eigenvalues) มีมากกว่าหนึ่ง และเท่ากับจำนวนของตัวแปรที่ไม่ได้กำหนดล่วงหน้า (Non-predetermined variables) ในระบบสมการ ” ในการหาค่าเฉพาะของระบบสมการสามารถหาได้โดยการวิธีการแยกเมทริกซ์ ซึ่งใช้วิธีการของ Schur Decomposition โดยกำหนดให้

$$A = QTZ$$

$$B = QSZ$$

โดยที่ T และ S คือ เมทริกซ์สามเหลี่ยมบน (upper triangular matrices) และ Q และ Z คือ เมทริกซ์ยูนิแทรี (unitary matrices) เราสามารถหาค่าเฉพาะโดยทั่วไป (Generalised eigenvalues) ของเมทริกซ์ (A,B) โดยการกำหนดรูปแบบ $\lambda Ax = Bx$ ซึ่ง λ คือ ค่าเฉพาะโดยทั่วไปสามารถคำนวณได้จากสัดส่วนของค่าสมาชิกบนเส้นทแยงมุม (Diagonal) ของเมทริกซ์ S และ เมทริกซ์ T หรือ $\lambda_i = S_{ii}/T_{ii}$ ถ้าเป็นไปตามเงื่อนไขของ Blanchard และ Kahn แบบจำลองจะสามารถหาผลลัพธ์ได้

จากสมการที่ (3.35) และ $A = QTZ$ และ $B = QSZ$ สามารถเขียนสมการใหม่ได้

$$QTZx_{t+1} = QSZx_t + Ce_t \quad \Leftrightarrow \quad Q^{-1}QTZx_{t+1} = Q^{-1}QSZx_t + Q^{-1}Ce_t$$

$$TZx_{t+1} = SZx_t + Q^{-1}Ce_t$$

$$TZx_{t+1} = SZx_t + w_t \qquad ; w_t = Q^{-1}Ce_t$$

แทนค่าให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ได้

$$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ 0 & T_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} x_{t+1} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ 0 & S_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} x_t + \begin{bmatrix} w_{1,t} \\ w_{2,t} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ 0 & T_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} z_{1,t+1} \\ z_{2,t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ 0 & S_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} z_{1,t} \\ z_{2,t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_{1,t} \\ w_{2,t} \end{bmatrix}$$

โดยที่ T_{22} และ S_{22} คือ เมทริกซ์บนเส้นทแยงมุม ซึ่งให้ค่าเฉพาะ $\lambda_i > 1$ (ในกรณีที่ $\lambda_i > 1$ หมายความว่าเป็นไปตามเงื่อนไขของ Blanchard และ Kahn) และ $z_{2,t} = \begin{bmatrix} Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$ และ $w_t = Q^{-1}Ce_t$ พิจารณา lower block ของระบบสมการ สามารถเขียนระบบสมการย่อยของค่าเฉพาะได้ดังนี้

$$T_{22}z_{2,t+1} = S_{22}z_{2,t} + w_{2,t} \tag{3.36}$$

แก้สมการหาค่า $z_{2,t}$ จะได้

$$z_{2,t} = S_{22}^{-1}T_{22}z_{2,t+1} - S_{22}^{-1}w_{2,t}$$

$$z_{2,t} = Pz_{2,t+1} - S_{22}^{-1}w_{2,t} \tag{3.37}$$

ซึ่ง $P = S_{22}^{-1}T_{22}$ จากนั้นแทนค่าของ $z_{2,t+1}, z_{2,t+2}, \ldots,$ จะได้

$$\begin{aligned} z_{2,t} &= P\left(Pz_{2,t+2} - S_{22}^{-1}w_{2,t+1}\right) - S_{22}^{-1}w_{2,t} \\ &= P^2 z_{2,t+2} - PS_{22}^{-1}w_{2,t+1} - S_{22}^{-1}w_{2,t} \\ &= P^2\left(Pz_{2,t+3} - S_{22}^{-1}w_{2,t+2}\right) - PS_{22}^{-1}w_{2,t+1} - S_{22}^{-1}w_{2,t} \\ &= P^3 z_{2,t+3} - P^2 S_{22}^{-1}w_{2,t+2} - PS_{22}^{-1}w_{2,t+1} - S_{22}^{-1}w_{2,t} \\ &= P^i z_{2,t+i} - \sum_{i=0}^{\infty} P^i S_{22}^{-1} w_{2,t+1} \end{aligned} \tag{3.38}$$

จาก $P^{-1} = T_{22}^{-1}S_{22}$ คือ เมทริกซ์ทแยงมุม (Diagonal matrices) ที่ให้ค่าลักษณะเฉพาะ (Eigenvalue) ของระบบ ดังนั้นเมทริกซ์ P ซึ่งเป็นเมทริกซ์ผกผันจะให้ค่าเฉพาะของระบบแบบผกผัน จากสมการ P^t เมื่อเวลามากขึ้นค่าที่ได้จะมีค่าลู่เข้าสู่ศูนย์ นั่นคือ $\sum_{i=0}^{\infty} P^i S_{22}^{-1} w_{2,t+1} = 0$ ดังนั้น

$$P^i z_{2,t+i} = 0 \tag{3.39}$$

ดังนั้น $z_{2,t}$ สามารถเขียนได้ดังนี้

$$z_{2,t} = -\sum_{i=0}^{\infty} P^i S_{22}^{-1} w_{2,t+1} \tag{3.40}$$

ผลที่ได้แสดงให้เห็นว่า ค่าของ $z_{2,t}$ ณ เวลาที่ t มีค่าเท่ากับศูนย์ นั่นคือ

$$z_{2,t} = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} x_t = 0 \quad \Leftrightarrow \begin{bmatrix} Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{y}_t \\ g_{y-1}\hat{y}_t \end{bmatrix} = 0$$

$$Z_{21}\hat{y}_t + Z_{22}g_{y-1}\hat{y}_t = 0$$

$$\left(Z_{21} + Z_{22}g_{y-1}\right)\hat{y}_t = 0$$

$$Z_{21} + Z_{22}g_{y-1} = 0 \qquad (3.41)$$

ดังนั้นเราสามารถหาค่า g_{y-1} ได้ดังนี้

$$g_{y-1} = -Z_{22}^{-1}Z_{21} \qquad (3.42)$$

เมื่อทราบค่า g_{y-1} สามารถแทนเข้าในสมการที่ (3.33) เพื่อหาค่า g_e ได้

$$f_{y+1}g_{y-1}g_e + f_y g_e + f_e = 0 \quad \Leftrightarrow \quad g_e = -\left(f_{y+1}g_{y-1} + f_y\right)^{-1} f_e \qquad (3.43)$$

จากนั้นแทนค่า g_{y-1} และ g_e ที่หาได้ในสมการที่ (3.28) จะได้

$$\hat{y}_t = g_{y-1}\hat{y}_{t-1} + g_e e_t \qquad (3.44)$$

เมื่อทราบค่า g_{y-1} และ g_e เราสามารถหาค่าเงื่อนไขเบื้องต้น (Initial conditions) ตัวแปรภายในของแบบจำลอง $(\hat{y}_0)$ ได้ ซึ่งทำให้สามารถหาค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองได้ จากนั้นจะใช้วิธีการ Bayesian Maximum Likelihood Estimator (Bayesian MLE) เป็นเครื่องมือในการหาค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลอง

3.2.2 การวิเคราะห์ปฏิกิริยาตอบสนอง (Impulse Response Function: IRF)

ในกระบวนการวิเคราะห์ จะเริ่มต้นที่สถานะคงตัวของตัวแปร $(\hat{y}_0 = 0)$ โดย IRFs จะสร้างการปรับตัวของระบบสมการเมื่อเกิดการเปลี่ยนแปลงจากตัวแปรภายนอก (e_t) ที่กระทบต่อตัวแปรภายใน และสามารถนำมาเปรียบเทียบกับเส้นทาง (Trajectory) ของระบบในกรณีที่ไม่เกิดการเปลี่ยนแปลงใด ๆ

ถ้าตัวแปรทุกตัวในเมทริกซ์ $\hat{y}_t$ สามารถหาค่าได้ และสามารถคำนวณหาค่าของเมทริกซ์ g_{y-1} จะได้ Autoregressive ดังนี้

$$\hat{y}_t = g_{y-1}\hat{y}_{t-1} + \hat{u}_t \qquad (3.45)$$

โดยที่ $\hat{u}_t = g_e \cdot e_t$ คือ เวคเตอร์ที่เป็นส่วนประกอบของการรวมกันเชิงเส้น (Linear combination) ของโครงสร้างของการเปลี่ยนแปลงตัวแปรภายนอก (e_t) (ซึ่งค่ารบกวน (Residuals) ของ Vector Autoregressive: VAR ไม่ใช่โครงสร้างของการเปลี่ยนแปลงแต่เป็นการรวมกันเชิงเส้นของเมทริกซ์ Impact และตัวแปรภายนอก) สมมติให้

$$u_t = g_e \cdot e_t = \begin{pmatrix} i_{11} & 0 & 0 \\ i_{21} & i_{22} & i_{23} \\ i_{31} & i_{32} & i_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_{1t} \\ z_{2t} \\ z_{3t} \end{pmatrix} \tag{3.46}$$

เมื่อพิจารณาเฉพาะองค์ประกอบแถวแรก จากสมการข้างต้นจะเห็นได้ว่า $\hat{y}_t$ จะได้รับการเปลี่ยนแปลงจาก z_{1t} โดยที่ $u_{1t} = i_{11} z_{1t}$ นั่นคือ ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของ $i_{11} z_{1t}$ จะมีค่าท่ากับพจน์รบกวน u_{1t}

3.2.3 การประมาณแบบจำลองด้วยวิธีการเบย์เซียน (Bayesian approach)

การประมาณค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองด้วยวิธีการประมาณเบย์เซียน มีส่วนประกอบที่สำคัญอยู่ 3 อย่างคือ ค่าการแจกแจงก่อนหน้า (Prior distribution) ฟังก์ชันความน่าจะเป็น (Likelihood Function) และค่าการแจกแจงภายหลัง (Posterior distribution) ซึ่งความสัมพันธ์ของทั้งสามค่าสามารถอธิบายได้โดยสมการดังนี้

$$p(\theta|x) \propto f(x|\theta)\pi(\theta) \tag{3.47}$$

จากสมการจะเห็นได้ว่าค่าการแจกแจงภายหลัง $(p(\theta|x))$ นั้นเป็นค่าที่ได้จากการคูณกับระหว่างค่าความน่าจะเป็นสูงสุด $(f(x|\theta))$ และค่าการแจกแจงก่อนหน้า $(\pi(\theta))$ ซึ่งสามารถอธิบายขั้นตอนรายละเอียดองวิธีการเบย์เซียนได้ดังนี้

ฟังก์ชันความน่าจะเป็น (Likelihood Function)

ในการประมาณจะใช้วิธีการประมาณความน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimators: MLE) โดยที่ความน่าจะเป็นจะสอดคล้องกับความหนาแน่นร่วม (Joint density) ของตัวแปรทั้งหมดในตัวอย่างข้อมูล (Data sample) โดยมีเงื่อนไขจากโครงสร้างของแบบจำลอง และค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลอง ซึ่งขั้นตอนแรกจำเป็นต้องสร้างความสัมพันธ์ของข้อมูลและแบบจำลอง โดยจะกำหนดให้การประมาณค่าตัวแปรนั้นมาจากสองส่วนคือ ส่วนแรกมาจากค่าของตัวแปรจากแบบจำลอง $(\hat{y}_t)$ และส่วนที่สองมาจากความไม่แน่นอนของแบบจำลอง (หรือค่าความคลาดเคลื่อน) (u_t) โดยสามารถเขียนได้ดังสมการ

$$y_t^* = F\hat{y}_t + Gu_t \tag{3.48}$$

โดยที่ y_t^* คือ เวคเตอร์ของตัวแปรที่ทราบค่า F คือ เมทริกซ์ที่เชื่อมความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรภายในและข้อมูล u_t คือ เวคเตอร์ของค่าคลาดเคลื่อน และ G คือ เมทริกซ์ที่เชื่อมโยงกับค่าความคลาดเคลื่อน โดยกำหนดให้ค่าความคลาดเคลื่อนมีคุณสมบัติแบบ Gaussian white noise

$$E(u_t) = 0; \qquad E(u_t u_t') = \Sigma_u; \;\; E(u_t u_s') = 0 \quad t \neq s; \quad u_t \sim N(0, \Sigma_u)$$

แทนค่า g_{y-1} และ g_e ในสมการที่ (3.44) ด้วย D และ E ตามลำดับ และรวมกับสมการที่ (3.48) สามารถเขียนสมการใหม่ได้

$$\hat{y}_t = D\hat{y}_{t-1} + Ee_t \tag{3.49}$$

$$y_t^* = F\hat{y}_t + Gu_t \tag{3.50}$$

กำหนดให้ e_t, $\hat{y}_0$ และ u_t มีการแจกแจงแบบปกติ (Normal distribution) ดังนั้น $\hat{y}_t$ และ y_t^* จะมีการแจกแจงแบบปกติเช่นกัน แทนสัญลักษณ์ของข้อมูลทั้งหมดด้วย y^* ดังนั้น สามารถเขียนสมการ log-likelihood ได้ดังนี้

$$L\left(y^* \middle| \bar{y}^*, \Sigma_{y^*}\right) = -\frac{Tn}{2}\log 2\pi - \frac{1}{2}\log\left|\Sigma_{y^*}\right| - \frac{1}{2}\left(y^* - \bar{y}^*\right)' \Sigma_{y^*}^{-1}\left(y^* - \bar{y}^*\right) \tag{3.51}$$

โดยที่ n คือ จำนวนของตัวแปรที่ทราบค่า T คือ ระยะเวลาของกลุ่มตัวอย่าง $\bar{y}^*$ คือ ค่าคาดหวังของ y^* และ Σ_{y^*} คือ เมทริกซ์ความแปรปรวนและความแปรปรวนร่วม การคำนวณสมการที่ (3.51) นั้นมีความซับซ้อนมาก จึงกำหนดรูปแบบของฟังก์ชันความน่าจะเป็นโดยใช้การแยกพยากรณ์ค่าความคลาดเคลื่อน (Predictor error decomposition) จะได้

$$L\left(y^* \middle| \theta\right) = -\frac{Tn}{2}\log 2\pi - \frac{1}{2}\log\left|\Sigma_{y^*_{t|t-1}}\right| - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\left(y_t^* - \bar{y}_{t|t-1}^*\right)' \Sigma_{y^*}^{-1}\left(y_t^* - \bar{y}_{t|t-1}^*\right) \tag{3.52}$$

โดยที่ $y_{t|t-1}^*$ คือ การพยากรณ์ y_t^* โดยใช้ข้อมูลในช่วงเวลาที่ $t-1$ ส่วน $\Sigma_{y^*_{t|t-1}}$ คือ การพยากรณ์เมทริกซ์ความแปรปรวนและความแปรปรวนร่วมของ y_t^* โดยใช้ข้อมูลในช่วงเวลาที่ $t-1$ และ θ คือ เวคเตอร์ของค่าพารามิเตอร์ที่ประกอบด้วย $y_{t|t-1}^*$ และ $\Sigma_{y^*_{t|t-1}}$ ในการพยากรณ์จะใช้สมการที่ (3.51) และสมการที่ (3.52) คำนวณแบบทำซ้ำ (Recursively) ในการพยากรณ์ y_t^* และ Σ_{y^*} โดยใช้วิธีการของ Kalman filter

สมการที่ (3.49) และ (3.50) เป็นสมการในระบบ state space ซึ่งเป็นสมการที่แสดงความสัมพันธ์ของค่าเงื่อนไขเริ่มต้น (Initial condition) $\left(\hat{y}_t\right)$ และสมการที่ (3.50) คือ สมการ Measurement equations เป็นสมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าที่วัดได้ $\left(y_t^*\right)$ กับค่าเงื่อนไขเริ่มต้น ซึ่งเป็นระบบสมการเส้นตรง โดยวิธีการทำงานของ Kalman filter จะประเมินความน่าจะเป็นของข้อมูลในช่วงเวลาที่ t โดยใช้ข้อมูลในอดีต (ช่วงเวลาที่ $t-1$) มาพยากรณ์ค่าที่เหมาะสมของ y_t^* และ Σ_{y^*} เพียง 1 ช่วงเวลาข้างหน้า (one step-ahead) โดยสามารถสรุปกระบวนการทำงานของ Kalman filter ได้ดังนี้

1. เริ่มต้นในช่วงเวลา $t=1$ กำหนดค่าเงื่อนไขเพื่อพยากรณ์ค่า $\hat{y}_{t|t-1}$ และ $\Sigma_{t|t-1}^{\hat{y}}$

2. คำนวณหาค่าของข้อมูลในช่วงเวลาที่ t $\left(y_{t|t-1}^*\right)$ และค่าความแปรปรวนร่วมในช่วงเวลาที่ t $\left(\Sigma_{y_{t|t-1}^*}\right)$ จากสมการ

$$y_{t|t-1}^* = E\left(y_t^* \middle| t-1\right) = E\left(\left(F\hat{y}_t + Gu_t\right) \middle| t-1\right) = F\hat{y}_{t|t-1} \tag{3.53}$$

$$\begin{aligned}
\Sigma_{y_{t|t-1}^*} &= E\left(y_t^* - y_{t|t-1}^*\right)\left(y_t^* - y_{t|t-1}^*\right)' \\
&= E\left(F\hat{y}_t + Gu_t - F\hat{y}_{t|t-1}\right)\left(F\hat{y}_t + Gu_t - F\hat{y}_{t|t-1}\right)' \\
&= E\left[\left(F\left(\hat{y}_t - \hat{y}_{t|t-1}\right) + Gu_t\right)\left(F'\left(\hat{y}_t - \hat{y}_{t|t-1}\right)' + G'u_t'\right)\right] \\
&= E[F\left(\hat{y}_t - \hat{y}_{t|t-1}\right)\left(\hat{y}_t - \hat{y}_{t|t-1}\right)' F' + Gu_t\left(\hat{y}_t - \hat{y}_{t|t-1}\right)' F' \\
&\qquad + F\left(\hat{y}_t - \hat{y}_{t|t-1}\right) G'u_t' + Gu_t u_t' G'] \\
&= FE\left(\hat{y}_t - \hat{y}_{t|t-1}\right)\left(\hat{y}_t - \hat{y}_{t|t-1}\right)' F' + G\Sigma_u G' \\
&= F\Sigma_{t|t-1}^{\hat{y}} F' + G\Sigma_u G' \quad ; E\left(\hat{y}_t - \hat{y}_{t|t-1}\right)\left(\hat{y}_t - \hat{y}_{t|t-1}\right)' = \Sigma_{t|t-1}^{\hat{y}}
\end{aligned} \tag{3.54}$$

3. เมื่อทราบข้อมูลในช่วงเวลาที่ t แล้ว คำนวณหาค่าความน่าจะเป็นจากสมการ ดังนี้

$$L\left(y^* \middle| \theta\right) = -\frac{n}{2}\log 2\pi - \frac{1}{2}\log\left|\Sigma_{y_{t|t-1}^*}\right| - \frac{1}{2}\left(y_t^* - \overline{y}_{t|t-1}^*\right)' \Sigma_{y^*}^{-1}\left(y_t^* - \overline{y}_{t|t-1}^*\right) \tag{3.55}$$

4. ปรับการพยากรณ์โดยใช้ชุดข้อในช่วงเวลาที่ t มาพยากรณ์ค่าของข้อมูลในช่วงเวลาที่ t $\left(\hat{y}_{t|t}\right)$ และค่าความแปรปรวนร่วมในช่วงเวลาที่ t $\left(\Sigma_{t|t}^{\hat{y}}\right)$ จากสมการ

$$\hat{y}_{t|t} = \hat{y}_{t|t-1} + \Sigma^{\hat{y}}_{t|t-1} F' \Sigma^{-1}_{y^*_{t|t-1}} \left(y^*_t - y^*_{t|t-1} \right) \tag{3.56}$$

$$\Sigma^{\hat{y}}_{t|t} = \Sigma^{\hat{y}}_{t|t-1} - \Sigma^{\hat{y}}_{t|t-1} F' \Sigma^{-1}_{y^*_{t|t-1}} F \Sigma^{\hat{y}}_{t|t-1} \tag{3.57}$$

5. พยากรณ์หาค่าข้อมูลในช่วงเวลาที่ $t+1$ $\left(\hat{y}_{t+1|t}\right)$ และค่าความแปรปรวนร่วมในช่วงเวลาที่ $t+1 \left(\Sigma^{\hat{y}}_{t+1|t}\right)$ จากสมการ

$$\hat{y}_{t+1|t} = E\left(\hat{y}_{t+1} \middle| t\right) = E\left(\left(D\hat{y}_t + Ee_{t+1}\right) \middle| t\right) = D\hat{y}_{t|t} \tag{3.58}$$

$$\begin{aligned}
\Sigma^{\hat{y}}_{t+1|t} &= E\left(\hat{y}_{t+1} - \hat{y}_{t+1|t}\right)\left(\hat{y}_{t+1} - \hat{y}_{t+1|t}\right)' \\
&= E\left(D\hat{y}_t + Ee_{t+1} - D\hat{y}_{t|t}\right)\left(D\hat{y}_t + Ee_{t+1} - D\hat{y}_{t|t}\right)' \\
&= E[D\left(\hat{y}_t - \hat{y}_{t|t}\right)\left(\hat{y}_t - \hat{y}_{t|t}\right)' D' + Ee_{t+1}\left(\hat{y}_t - \hat{y}_{t|t}\right)' D' \\
&\quad + D\left(\hat{y}_t - \hat{y}_{t|t}\right) E' e'_{t+1} + Ee_{t+1} e'_{t+1} E'] \\
&= D\Sigma^{\hat{y}}_{t|t} D' + E\Sigma_e E' \\
&= D\left(\Sigma^{\hat{y}}_{t|t-1} - \Sigma^{\hat{y}}_{t|t-1} F' \Sigma^{-1}_{y^*_{t|t-1}} F \Sigma^{\hat{y}}_{t|t-1}\right) D' + E\Sigma_e E'
\end{aligned} \tag{3.59}$$

6. ทำซ้ำขั้นตอนที่สองถึงขั้นตอนที่ห้า สำหรับ $t = 2, 3, 4, \ldots T$

วิธีการนี้เป็นวิธีการทำซ้ำเพื่อที่จะหาความน่าจะเป็นของข้อมูล แบบช่วงเวลาต่อช่วงเวลา (Period by period) ซึ่งเมื่อแทนข้อมูลในสมการที่ (3.52) จะได้ค่าความน่าจะเป็นของข้อมูลทั้งหมด สังเกตได้ว่าผลจากการพยากรณ์นั้นได้มาจากเมทริกซ์ F , G และ Σ_u ซึ่งเราทราบค่าอยู่แล้ว และเมทริกซ์ D, E และ Σ_e ซึ่งเป็นฟังก์ชันของโครงสร้างพารามิเตอร์แบบจำลองต้นแบบ (Original model) ซึ่งเป็นสิ่งที่เราต้องการประมาณค่า

3.3 ข้อมูลที่ใช้ในการศึกษา

การศึกษาผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงด้านความชอบในที่อยู่อาศัย การเปลี่ยนแปลงด้านเทคโนโลยีของภาคการผลิตที่อยู่อาศัย และการเปลี่ยนแปลงด้านนโยบายการเงินที่มีต่อตลาดที่อยู่อาศัยในประเทศไทยครั้งนี้ใช้ข้อมูลทุติยภูมิที่มีลักษณะเป็นอนุกรมเวลารายไตรมาส ย้อนหลัง 10 ปี ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2544 ถึงปี พ.ศ. 2553 มีรายละเอียดดังนี้

3.3.1 การบริโภคโดยรวม (Aggregate Consumption) (หน่วย: ล้านบาท) ใช้ข้อมูลการใช้จ่ายในการบริโภคของครัวเรือน (Private consumption expenditure) จากสำนักงานคณะกรรมการพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ

3.3.2 การลงทุน (Business Fixed Investment) (หน่วย: ล้านบาท) ใช้ข้อมูลปริมาณการจำหน่ายเครื่องจักรและการนำเข้าสินค้าทุน จากธนาคารแห่งประเทศไทย

3.3.3 การลงทุนในที่อยู่อาศัย (Resident Investment) (หน่วย: ล้านบาท) ใช้ข้อมูลลงทุนในการก่อสร้างที่อยู่อาศัย จากธนาคารแห่งประเทศไทย

3.3.4 อัตราเงินเฟ้อ (Inflation) (หน่วย: เปอร์เซ็นต์) ใช้ ดัชนีผลิตภัณฑ์ประชาชาติ (GDP deflator) จากฐานข้อมูลของกองทุนการเงินระหว่างประเทศ (International Financial Statistics: IFS)

3.3.5 อัตราดอกเบี้ย (Interest Rate) (หน่วย: เปอร์เซ็นต์) ใช้อัตราดอกเบี้ยซื้อคืนพันธบัตร 14 วัน (RP 14) จากฐานข้อมูลของกองทุนการเงินระหว่างประเทศ (International Financial Statistics: IFS)

3.3.6 ราคาบ้านที่แท้จริง (Real House Price) (หน่วย: ดัชนี) ใช้ข้อมูลดัชนีราคาบ้านเดี่ยวโดยใช้ปี 2534 เป็นปีฐาน จากธนาคารแห่งประเทศไทย

3.3.7 ชั่วโมงการทำงานในภาคผลิตสินค้าเพื่อการบริโภค (หน่วย: ชั่วโมง) (Hour in Consumption Sector) ใช้ข้อมูลชั่วโมงการทำงานโดยเฉลี่ยต่อสัปดาห์ของภาคการผลิต จากสำนักงานคณะกรรมการพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ

3.3.8 ชั่วโมงการทำงานในภาคผลิตที่อยู่อาศัย (Hour in Housing Sector) (หน่วย: ชั่วโมง) ใช้ข้อมูลชั่วโมงการทำงานโดยเฉลี่ยต่อสัปดาห์ของภาคการก่อสร้าง จากสำนักงานคณะกรรมการพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ

3.3.9 อัตราค่าจ้างในภาคผลิตสินค้าเพื่อการบริโภค (Wage Inflation in Consumption-good Sector) (หน่วย: บาท) ใช้ข้อมูลอัตราค่าจ้างแรงงานเฉลี่ยของภาคการผลิต จากธนาคารแห่งประเทศไทย

3.3.10 อัตราค่าจ้างในภาคผลิตที่อยู่อาศัย (Wage Inflation in Housing Sector) (หน่วย: บาท) ใช้ข้อมูลอัตราค่าจ้างแรงงานเฉลี่ยของภาคการก่อสร้าง จากธนาคารแห่งประเทศไทย

3.4 พารามิเตอร์ที่ถูกหาค่า (Calibrated parameter)

การศึกษาครั้งนี้จะกำหนดค่าพารามิเตอร์บางตัวให้มีค่าคงที่ โดยนำมาจากการศึกษาของ Iacoveillo และ Neri (2010), Davis และ Heathcote (2008) ประกอบด้วย มูลค่าคิดลดของทั้ง 2

ครัวเรือน (Discount factors: β, β') สัดส่วนของการใช้ปัจจัยในการผลิต (Technology parameters: $\mu_c, \mu_h, \mu_l, \mu_b$) อัตราค่าเสื่อมของสินค้าทุน (Depreciation rate: $\delta_h, \delta_{kc}, \delta_{kh}$) มูลค่าเพิ่มของราคาและค่าจ้าง ณ จุดสถานะคงตัว (Markups: X, X_{wc}, X_{wh}) สัดส่วนสินเชื่อต่อมูลค่าหลักทรัพย์ค้ำประกัน (Loan to value: m) และค่าสัมประสิทธิ์ของอัตราเงินเฟ้อในสภาวะหยุดนิ่ง (ρ_s) โดยที่สาเหตุที่กำหนดให้ค่าพารามิเตอร์กลุ่มนี้มีค่าคงที่เนื่องจากเป็นพารามิเตอร์ที่ยากต่อการประมาณ ซึ่งค่าของการแจกแจงเหล่านี้แสดงในตารางที่ 3.1

ตารางที่ 3.1 ค่าพารามิเตอร์ที่กำหนดให้คงที่

พารามิเตอร์	**นิยาม**	**ค่า**
β	มูลค่าคิดลด (ครัวเรือนที่ให้กู้)	0.9925
β'	มูลค่าคิดลด (ครัวเรือนที่กู้เงิน)	0.97
μ_c	สัดส่วนของการใช้ทุนในการผลิตสินค้าทั่วไป	0.35
μ_h	สัดส่วนของการใช้ทุนในการผลิตที่อยู่อาศัย	0.10
μ_l	สัดส่วนของการใช้ที่ดินในการผลิต	0.10
μ_b	สัดส่วนของการสินค้าขั้นกลางในการผลิต	0.10
δ_h	อัตราการเสื่อมของที่อยู่อาศัย	0.01
δ_{kc}	อัตราการเสื่อมของทุน สำหรับสินค้าทั่วไป	0.025
δ_{kh}	อัตราการเสื่อมของทุน สำหรับที่อยู่อาศัย	0.03
X, X_{wc}, X_{wh}	การบวกเพิ่มของค่าจ้าง (Mark up)	1.15
m	อัตราส่วนสินเชื่อต่อมูลค่าหลักทรัพย์ค้ำประกัน (LTV)	0.85

จากข้อมูลในตารางจะเห็นได้ว่ามูลค่าคิดลดของครัวเรือนที่ให้กู้เงิน (β) กำหนดให้มีค่าเท่ากับ 0.9925 และมูลค่าคิดลดของครัวเรือนที่กู้เงิน (β') กำหนดให้มีค่าเท่ากับ 0.97 การที่กำหนดให้ $\beta' > \beta$ เพื่อแสดงให้เห็นว่าครัวเรือนที่ให้กู้เงินมีความอดทนมากกว่าครัวเรือนที่กู้เงินและสามารถปล่อยเงินให้อีกครัวเรือนกู้เงินได้

สำหรับสัดส่วนการใช้ปัจจัยทุนในการผลิตสำหรับสินค้าทั่วไป (μ_c) กำหนดให้มีค่าเท่ากับ 0.35 สัดส่วนการใช้ปัจจัยทุนในการผลิตสำหรับที่อยู่อาศัย (μ_h) กำหนดให้มีค่าเท่ากับ 0.1 สัดส่วนการใช้ที่ดินในการผลิตที่อยู่อาศัย (μ_l) มีค่าเท่ากับ 0.1 และกำหนดให้สัดส่วนการใช้สินค้าขั้นกลางในการผลิตที่อยู่อาศัย (μ_b) มีค่าเท่ากับ 0.1

อัตราค่าเสื่อมของที่อยู่อาศัย (δ_h) อัตราค่าเสื่อมของสินค้าทุนสำหรับการผลิตสินค้าทั่วไป (δ_{kc}) และอัตราค่าเสื่อมของสินค้าทุนสำหรับการผลิตที่อยู่อาศัย (δ_{kh}) กำหนดให้มีค่าเท่ากับ

0.01, 0.025, 0.03 ตามลำดับ นอกจากนั้นยังกำหนดให้การเพิ่มขึ้นของราคา (X) ค่าจ้างในภาคการผลิตสินค้าทั่วไป (X_{wc}) และค่าจ้างในภาคการผลิตที่อยู่อาศัย (X_{wh}) ณ จุดสถานะคงตัว มีค่าเท่ากับ 1.15 ซึ่งแสดงว่าราคาและค่าจ้างในระบบเศรษฐกิจมีการปรับตัวร้อยละ 15 ต่อปี อัตราส่วนสินเชื่อต่อมูลค่าหลักทรัพย์ค้ำประกัน (m) กำหนดให้มีค่าเท่ากับ 0.85

3.5 การแจกแจงก่อนหน้า (Prior distributions)

วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีเบย์เซียน จำเป็นต้องมีการกำหนดค่าการแจกแจงก่อนหน้า (Prior) ของพารามิเตอร์ที่ต้องการประมาณค่า แทนด้วยสัญลักษณ์ “ $p(\theta)$” โดยแต่ละค่า Prior คือ ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของพารามิเตอร์ สามารถกำหนดได้จากงานวิจัยหรือการศึกษาเชิงประจักษ์ที่ผ่านมาในอดีต หรือมาจากความเชื่อหรือแนวคิดของผู้ทำวิจัยเอง ซึ่งในการกำหนดค่า Prior แต่ละตัวจะต้องกำหนดค่าเฉลี่ย (Mean) ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน (Standard deviation) และลักษณะการแจกแจง (Probability)

ตารางที่ 3.2 แสดงลักษณะของค่าแจงแจกก่อนหน้า (Prior) โดยนำมาจากการศึกษาของ Iacoveillo และ Neri (2010), Almeida (2009), Paries และ Notarpietro (2008) ซึ่งพารามิเตอร์ที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้แบ่งออกเป็น 4 กลุ่มตามลักษณะของการแจกแจงของข้อมูล คือ 1) กลุ่มที่กำหนดให้การกระจายเป็นการกระจายแบบเบต้า (Beta distribution) 2) กลุ่มที่กำหนดให้การกระจายเป็นการกระจายแบบแกมมา (Gamma distribution) 3) กลุ่มที่กำหนดให้การกระจายเป็นการกระจายแบบปกติ (Normal distribution) และ 4) กลุ่มที่กำหนดให้การกระจายเป็นการกระจายแบบอินเวอร์สแกมมา (Inverse-gamma distribution)

การแจกแจงแบบเบต้าจะใช้สำหรับพารามิเตอร์ที่มีขอบเขตระหว่าง 0 ถึง 1 เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\left(x \in (0,1)\right)$ โดยที่พารามิเตอร์กลุ่มนี้ประกอบด้วย ค่าส่วนแบ่งรายได้ของปัจจัยแรงงานของครัวเรือนที่ให้กู้เงิน (Capital share of credit-constrained agent: α) กำหนดให้มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0.65 และค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานเท่ากับ 0.05 ค่าเฉลี่ยของความเป็นไปได้ในการปรับเปลี่ยนราคา (θ_{π}) และค่าจ้าง $(\theta_{wc}, \theta_{wh})$ ตามข้อสมมติของ Calvo กำหนดให้มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0.667 และค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานเท่ากับ 0.05 ค่าความยืดหยุ่นของเงินเฟ้อในคาบที่ผ่านมา (ι_{π}) และค่าสัมประสิทธิ์ของสมการแนวทางกำหนดค่าจ้าง (Wage-setting rule) ที่ตอบสนองต่อเงินเฟ้อในภาคการผลิตสินค้าทั่วไปและภาคการผลิตที่อยู่อาศัย (ι_{wc}, ι_{wh}) กำหนดให้มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0.5 และค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานเท่ากับ 0.2 ค่าความยึดติดพฤติกรรมของการบริโภคในอดีต (Habit persistence: $\varepsilon, \varepsilon'$) ของทั้ง 2 ครัวเรือน กำหนดให้มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0.5 และค่าความคลาดเคลื่อน

มาตรฐานเท่ากับ 0.075 และค่าสัมประสิทธิ์ของการเปลี่ยนแปลง $\left(\rho_{AC}, \rho_{AH}, \rho_{AK}, \rho_{j}, \rho_{z}, \rho_{\tau}\right)$ กำหนดให้มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0.8 และค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานเท่ากับ 0.1 และค่าสัมประสิทธิ์ของอัตราดอกเบี้ยในช่วงเวลาที่ผ่านมา (r_R) กำหนดให้มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0.75 และค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานเท่ากับ 0.1

การแจกแจงแบบแกมมาจะใช้สำหรับพารามิเตอร์ที่มีค่ามากกว่า 0 เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $(x \in [0, \infty))$ โดยที่พารามิเตอร์กลุ่มนี้ประกอบด้วย ค่าความยืดหยุ่นของอุปทานแรงงาน (The elasticity of labor substitution: η, η') กำหนดให้มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0.5 และค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานเท่ากับ 0.1 และค่าต้นทุนในการปรับเปลี่ยนทุน (ϕ_{kc}, ϕ_{kh}) กำหนดให้มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 10 และค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานเท่ากับ 2.5

การแจกแจงแบบปกติจะใช้สำหรับพารามิเตอร์ที่เป็นจำนวนจริง สามารถเป็นได้ทั้งค่าบวก ลบ และศูนย์ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $(x \in R)$ โดยที่พารามิเตอร์กลุ่มนี้ประกอบด้วยค่าสัมประสิทธิ์ของการทดแทนกันระหว่างแรงงานของ 2 ภาคการผลิต (ξ, ξ') กำหนดให้มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 1 และค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานเท่ากับ 0.1 ค่าสัมประสิทธิ์ของการให้น้ำหนักสำหรับอัตราเงินเฟ้อ (r_π) กำหนดให้มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 1.5 และค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานเท่ากับ 0.1 และค่าสัมประสิทธิ์ของการให้น้ำหนักสำหรับอัตราการเติบโตของผลผลิต (r_Y) กำหนดให้มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานเท่ากับ 0.1

การแจกแจงแบบอินเวอร์สแกมมาจะใช้สำหรับพารามิเตอร์ที่มีตั้งแต่ 0 ถึง ∞ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $(x \in (0, \infty))$ ซึ่งกำหนดให้เป็นการแจกแจงของความแปรปรวนของการเปลี่ยนแปลง $\left(\sigma_{AC}, \sigma_{AH}, \sigma_{AK}, \sigma_{j}, \sigma_{R}, \sigma_{z}, \sigma_{\tau}, \sigma_{p},\right)$ และกำหนดให้มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0.001 และค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานเท่ากับ 0.01

ตารางที่ 3.2 ค่าเฉลี่ยและการกระจายของค่าพารามิเตอร์ก่อนหน้า

พารามิเตอร์	**การแจกแจง**	**ค่าเฉลี่ย**	**ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน**
α	Beta	0.65	0.05
r_R	Beta	0.75	0.1
θ_π	Beta	0.667	0.05
θ_{wc}	Beta	0.667	0.05
θ_{wh}	Beta	0.667	0.05
ι_π	Beta	0.5	0.2

ตารางที่ 3.2 (ต่อ)

พารามิเตอร์	การแจกแจง	ค่าเฉลี่ย	ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน
ι_{wc}	Beta	0.5	0.2
ι_{wh}	Beta	0.5	0.2
ε	Beta	0.5	0.075
ε'	Beta	0.5	0.075
ρ_{AC}	Beta	0.8	0.1
ρ_{AH}	Beta	0.8	0.1
ρ_{AK}	Beta	0.8	0.1
ρ_{j}	Beta	0.8	0.1
ρ_{z}	Beta	0.8	0.1
ρ_{τ}	Beta	0.8	0.1
η	Gamma	0.5	0.1
η'	Gamma	0.5	0.1
ϕ_{kc}	Gamma	10	2.5
ϕ_{kh}	Gamma	10	2.5
ξ	Normal	1	0.1
ξ'	Normal	1	0.1
r_{π}	Normal	1.5	0.1
r_{Y}	Normal	0	0.1
σ_{AC}	Inv. Gamma	0.001	0.01
σ_{AH}	Inv. Gamma	0.001	0.01
σ_{AK}	Inv. Gamma	0.001	0.01
σ_{j}	Inv. Gamma	0.001	0.01
σ_{R}	Inv. Gamma	0.001	0.01
σ_{z}	Inv. Gamma	0.001	0.01
σ_{τ}	Inv. Gamma	0.001	0.01
σ_{p}	Inv. Gamma	0.001	0.01

3.6 การหาค่าการแจกแจงภายหลัง (Posterior distributions)

ค่าความควรจะเป็น (Likelihood) และค่า Prior ที่หาได้ สามารถนำมาคำนวณหาค่าการแจกแจงภายหลัง (Posterior) โดยค่าการแจกแจงภายหลัง สามารถหาได้จากการเอาค่าการแจกแจงก่อนหน้า (Prior distributions) คูณกับค่าความน่าจะเป็น (Likelihood) ซึ่งวิธีการนี้คือวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์โดยใช้ทฤษฎีของ (Bayes theorem) จากสมการของเบย์

$$p\left(\theta|y^*\right)=\frac{p\left(\theta,y^*\right)}{p\left(y^*\right)} \quad \Leftrightarrow \quad p\left(\theta,y^*\right)=p\left(\theta|y^*\right)p\left(y^*\right) \tag{3.60}$$

$$p\left(y^*|\theta\right)=\frac{p\left(\theta,y^*\right)}{p\left(\theta\right)} \quad \Leftrightarrow \quad p\left(\theta,y^*\right)=p\left(y^*|\theta\right)p\left(\theta\right) \tag{3.61}$$

โดยที่ $p\left(\theta|y^*\right)$ คือความหนาแน่น (Density) ของพารามิเตอร์ โดยมีเงื่อนไขจากข้อมูล (The posterior) $p\left(\theta,y^*\right)$ คือความหนาแน่นของพารามิเตอร์และข้อมูล $p\left(y^*|\theta\right)$ คือความหนาแน่นของข้อมูลโดยมีเงื่อนไขขากพารามิเตอร์ (The likelihood) $p\left(\theta\right)$ คือค่าการแจกแจงก่อนหน้า (The prior) และ $p\left(y^*\right)$ คือ ความหนาแน่นส่วนเพิ่ม (The marginal density) ของข้อมูล จากสมการที่ (3.60) และ (3.61) จะได้

$$p\left(\theta|y^*\right)=\frac{p\left(y^*|\theta\right)p\left(\theta\right)}{p\left(y^*\right)} \tag{3.62}$$

จากสมการจะเห็นได้ว่า $p\left(y^*\right)$ นั้นไม่ได้ขึ้นอยู่กับค่าพารามิเตอร์แต่อย่างใด ดังนั้นสามารถเขียนสมการใหม่ได้

$$p\left(\theta|y^*\right)=p\left(y^*|\theta\right)p\left(\theta\right)=K\left(\theta|y^*\right) \tag{3.63}$$

โดยที่ $K\left(\theta|y^*\right)$ คือ Posterior kernel จากนั้นปรับรูปสมการโดยการใช้ Log จะได้

$$\ln K\left(\theta|y^*\right)=\ln p\left(y^*|\theta\right)+\ln p\left(\theta\right)=L\left(y^*|\theta\right)+\ln p\left(\theta\right) \tag{3.64}$$

กำหนดให้ค่า Prior มีการแจกแจงอย่างอิสระ สามารถคำนวณได้โดยใช้สมการนี้

$$K\left(\theta|y^*\right)=L\left(y^*|\theta\right)+\sum_{x=1}^{I}\ln p\left(\theta_x\right) \tag{3.65}$$

โดยที่ I คือ จำนวนของพารามิเตอร์ที่จะประมาณค่า อย่างไรก็ตามในทางปฏิบัตินั้นทำได้ยากเนื่องจากแบบจำลองเป็นแบบจำลองที่ไม่ใช่เส้นตรงและมีความซับซ้อนในการ

ประมาณค่า θ จากสมการที่ (3.61) หาค่าสูงสุดโดยพิจารณาเทียบกับ θ เพื่อหาค่าฐานนิยม (Mode) ของการแจกแจงภายหลัง แทนด้วยสัญลักษณ์ (θ_m) และสำหรับเมทริกซ์ Hessian จะประมาณค่าจากค่าฐานนิยม $H(\theta^m)$ ในการคำนวณนั้นจะใช้ขั้นตอนวิธีการที่พัฒนาโดย Christopher Sims[4] ในการหาค่า (csmiwell)

การจำลองการแจกแจงภายหลังจะใช้วิธีการ Markov Chain Monte Carlo (MCMC) เป็นเครื่องมือในการสร้างการแจกแจงภายหลัง (Posterior distribution) ซึ่งการสร้างลำดับ (Sequence) ของข้อมูลถูกสร้างขึ้นโดยวิธีการ Markov Chain จากนั้นจะนำข้อมูลที่ได้มาสร้างฮิสโตแกรม (Histogram) เพื่อจำลองการแจกแจงภายหลังด้วยวิธีการ Monte Corlo ขั้นตอนการทำงานของ MCMC โดยทั่วไปจะกำหนดค่า Candidate จาก Jumping distribution โดยกำหนดให้ค่า Candidate ที่เลือกนั้นมีการกระจายเป็นปกติ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ θ^{t-1} (ค่าพารามิเตอร์เดิม) และความแปรปรวนเท่ากับ $c\Sigma_{\theta m}$ จากนั้นจะพิจารณาว่าจะยอมรับค่า Candidate ที่เลือกมาหรือไม่โดยพิจารณาจากสัดส่วนของความหนาแน่นของค่า Candidate เทียบกับสัดส่วนความหนาแน่นของพารามิเตอร์เดิม ซึ่งถ้ายอมรับค่า Candidate แล้วจะต้องอัพเดตค่าเฉลี่ยเพื่อทำการประมาณซ้ำในรอบต่อไป ซึ่งสรุปขั้นของกระบวนการทำงานได้ดังนี้

1. พิจารณา Jumping distribution สำหรับพารามิเตอร์ของแบบจำลอง

$$J\left(\theta \middle| \theta^{t-1}\right) = N\left(\theta^{t-1}, c\Sigma_{\theta m}\right) \tag{3.66}$$

ซึ่ง θ^{t-1} คือค่าเฉลี่ยของ Jumping distribution $\Sigma_{\theta m}$ คือความแปรปรวนของการแจกแจง และ c คือ scale factor

2. เลือกค่า Candidate θ^* จากการแจกแจง Jumping distribution

3. คำนวณค่า r ซึ่ง r คือสัดส่วนของ Posterior kernel ที่ประมาณจากโครงร่างใหม่ $K\left(\theta^* \middle| y^*\right)$ และ Posterior kernel ที่ประมาณจากโครงร่างเดิม $K\left(\theta^{t-1} \middle| y^*\right)$

$$r = \frac{K\left(\theta^* \middle| y^*\right)}{K\left(\theta^{t-1} \middle| y^*\right)} \tag{3.67}$$

4. พิจารณาว่าจะยอมรับหรือปฏิเสธค่า θ^* ที่ประมาณได้โดนพิจารณาจากกฎดังนี้

$$\theta^t = \begin{cases} \theta^* & \textit{with probaility} \min(r,1) \\ \theta^{t-1} & \textit{otherwise} \end{cases}$$

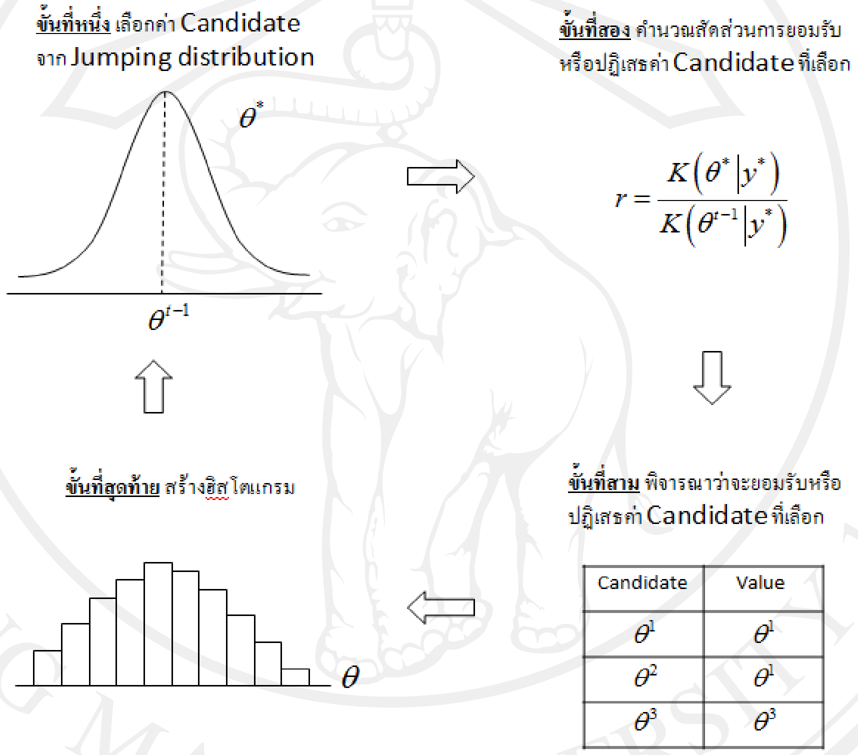
ในการพิจารณานั้นจะสุ่ม u จากการแจกแจงแบบเอกรูป (Uniform distribution) $U(0,1)$ โดยจะยอมรับ θ^* ถ้า $u \le r$ และให้ $\theta^* = \theta$ หรือปฏิเสธ θ^* ถ้า $u \ge r$ และให้ $\theta^{t-1} = \theta$

[4] เป็นคำสั่งที่ใช้ในการประมาณกับโปรแกรม Matlab

5. ถ้ายอมรับค่า θ^* แล้วจะต้องอัพเดตค่าเฉลี่ยของการแจกแจง แต่ถ้าปฏิเสธจะใช้ค่า θ^{t-1}

6. วนทำซ้ำตั้งแต่ขั้นตอนที่ 2-5

7. ทำซ้ำไปเรื่อยๆ จนกระทั่งได้จำนวนข้อมูลที่เพียงพอ จากนั้นนำค่าที่ยอมรับทั้งหมดไปสร้างกราฟแสดงความถี่ของข้อมูล (Histogram)



รูปที่ 3.3 กระบวนการการทำงานของ Metropolis Hasting (MH) ในการสร้างการแจกแจงภายหลัง

3.7 ขั้นตอนในการศึกษาโดยสรุป

ขั้นตอนและวิธีการโดยสรุปในการศึกษาแสดงด้วยรูปที่ 3.4 ซึ่งสามารถอธิบายได้ดังนี้

1. จากแบบจำลอง DSGE ที่ใช้ในการศึกษา นำมาสร้างสมการ Lagrange เพื่อหาเงื่อนไขลำดับหนึ่ง (First Order Condition: FOC) ของตัวแทนในระบบเศรษฐกิจ จากนั้นจะปรับสมการที่ได้ให้อยู่ในรูปเส้นตรงโดยอาศัยวิธีการ First order Taylor expansion แล้วหาสมการ Policy function เพื่อใช้ในการหาฟังก์ชันความควรจะเป็นและใช้วิเคราะห์ปฏิกิริยาตอบสนอง (Impulse Response Function: IRFs)

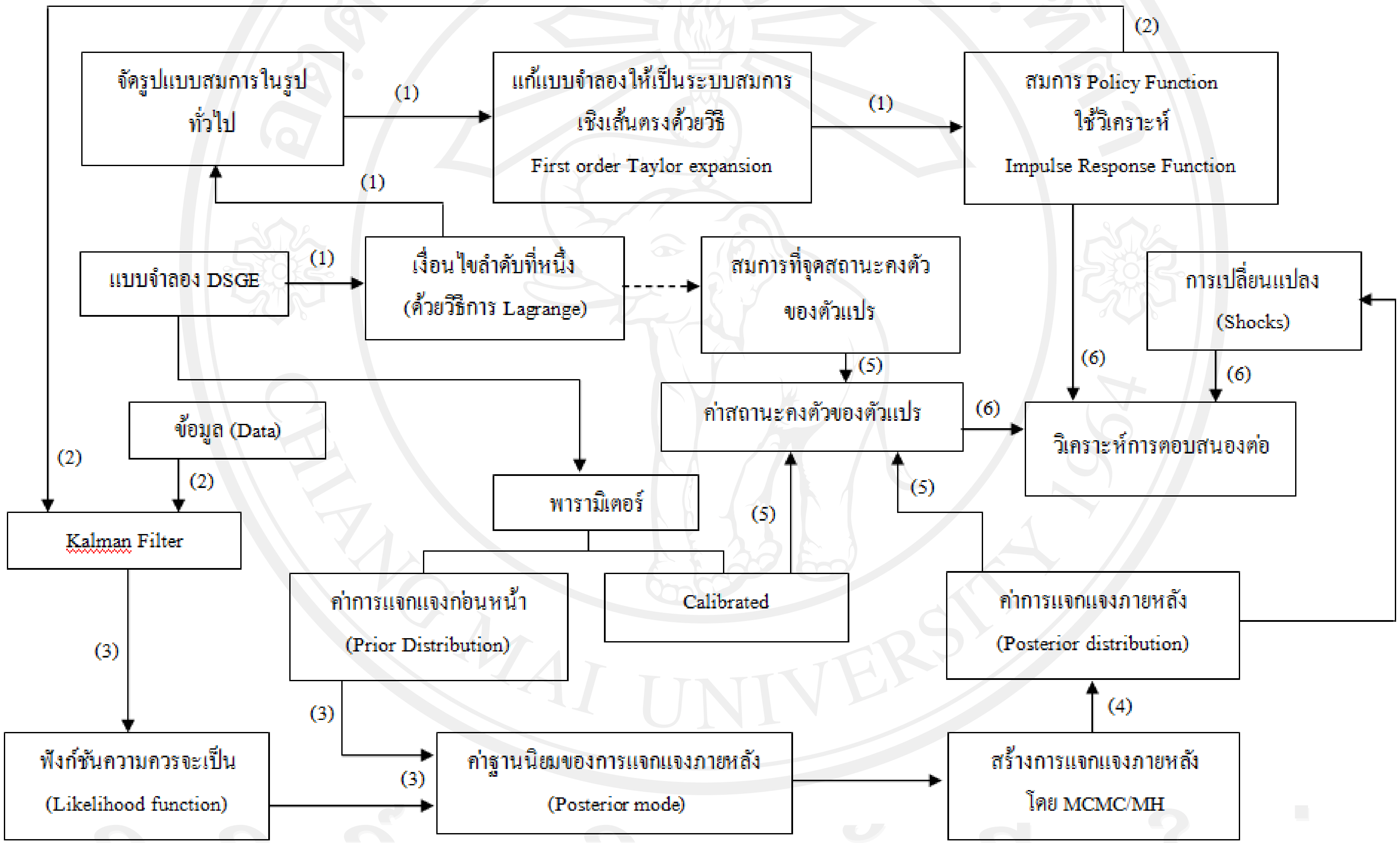
2. หาฟังก์ชันความควรจะเป็นจากการนำสมการ Policy function ที่ได้จากขั้นตอนที่ 1 รวมกับข้อมูลที่ใช้ในการศึกษา โดยอาศัยหลักการทำงานของ Kalman filter

3. หาค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงภายหลัง โดยการรวมค่าการแจกแจงก่อนหน้า (Prior distribution) กับฟังก์ชันความควรจะเป็น (Likelihood function) ตามวิธีการของเบย์

4. หาการแจกแจงภายหลังได้โดยอาศัยวิธีการ Markov Chain Monte Carlo (MCMC) หรือ Metropolis-Hasting (MH) เป็นเครื่องมือในการสร้างการแจกแจงภายหลัง

5. หาค่าสถานะคงตัวของตัวแปรภายใน และสมการการเปลี่ยนแปลง (Shocks) เพื่อใช้ในการวิเคราะห์ปฏิกิริยาตอบสนอง โดยหาได้จากการนำสมการเงื่อนไขลำดับหนึ่งของตัวแทนในระบบเศรษฐกิจมาหาสมการที่จุดสถานะคงตัว จากนั้นแทนค่าพารามิเตอร์ calibrated และค่าการแจกแจงภายหลัง จะได้ค่าสถานะคงตัวของตัวแปรภายใน ส่วนสมการการเปลี่ยนแปลง สามารถหาได้โดยแทนค่าการแจกแจงภายหลัง

6. วิเคราะห์ปฏิกิริยาตอบสนองของแบบจำลอง เพื่อดูการปรับตัวของตัวแปรภายในหลังจากเกิดการเปลี่ยนแปลง



รูปที่ 3.4 ขั้นตอนวิธีการศึกษาโดยสรุป