ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

เงื่อนไขลำดับที่หนึ่งของแบบจำลอง

ภาคผนวก ก.
เงื่อนไขลำดับหนึ่งของแบบจำลอง

1. ครัวเรือนที่ให้กู้เงิน (Patient households)

สมการความพึงพอใจของครัวเรือนที่ให้กู้เงินกำหนดให้มีลักษณะดังนี้

$$U_t = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \left(\beta G_C\right)^t z_t \left(\frac{\left(G_C - \varepsilon\right)}{\left(G_C - \beta \varepsilon G_C\right)} \ln\left(c_t - \varepsilon c_{t-1}\right) + j_t \ln h_t - \frac{\tau_t}{1+\eta} \left(n_{c,t}^{1+\xi} + n_{h,t}^{1+\xi} \right)^{\frac{1+\eta}{1+\xi}} \right) \tag{ก.1}$$

โดยที่ค่าความพอใจส่วนเพิ่มสำหรับการบริโภค (Marginal utility of consumption) มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} u_{ct} &= \left(\beta G_C\right)^t z_t \left[\frac{G_C - \varepsilon}{G_C - \beta \varepsilon G_C} \frac{1}{\left(c_t - \varepsilon c_{t-1}\right)} \right] + \left(\beta G_C\right)^{t+1} z_{t+1} \left[\frac{G_C - \varepsilon}{G_C - \beta \varepsilon G_C} \frac{-\varepsilon}{\left(c_{t+1} - \varepsilon c_t\right)} \right] \\ &= z_t \left[\frac{G_C - \varepsilon}{G_C - \beta \varepsilon G_C} \frac{1}{\left(c_t - \varepsilon c_{t-1}\right)} \right] + \left(\beta G_C\right) z_{t+1} \left[\frac{G_C - \varepsilon}{G_C - \beta \varepsilon G_C} \frac{-\varepsilon}{\left(c_{t+1} - \varepsilon c_t\right)} \right] \\ &= \left[\frac{G_C - \varepsilon}{G_C - \beta \varepsilon G_C} \right] \left[\frac{z_t}{\left(c_t - \varepsilon c_{t-1}\right)} - \frac{z_{t+1} \beta G_C \varepsilon}{\left(c_{t+1} - \varepsilon c_t\right)} \right] \end{aligned} \tag{ก.2}$$

ค่าความพอใจส่วนเพิ่มสำหรับที่อยู่อาศัย (Marginal utility of housing) ของครัวเรือนที่ให้กู้เงินมีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} u_{ht} &= z_t \left[j_t \frac{1}{h_t} \right] \\ &= \frac{j_t z_t}{h_t} \end{aligned} \tag{ก.3}$$

และค่าความไม่พอใจส่วนเพิ่มสำหรับการทำงาน (Marginal disutility of working) ในภาคการผลิตสินค้าทั่วไป $\left(u_{nct}\right)$ และภาคการผลิตที่อยู่อาศัย $\left(u_{nht}\right)$ มีค่าเท่ากับ

$$u_{nct} = -\frac{\tau_t}{1+\eta}\frac{1+\eta}{1+\xi}\left(n_{ct}^{1+\xi}+n_{ht}^{1+\xi}\right)^{\frac{1+\eta}{1+\xi}-1}\left(1+\xi\right)n_{ct}^{1+\xi-1}$$

$$= -\tau_t n_{ct}^{\xi}\left(n_{ct}^{1+\xi}+n_{ht}^{1+\xi}\right)^{\frac{\eta+\xi}{1+\xi}} \qquad (ก.4)$$

$$u_{nht} = -\frac{\tau_t}{1+\eta}\frac{1+\eta}{1+\xi}\left(n_{ct}^{1+\xi}+n_{ht}^{1+\xi}\right)^{\frac{1+\eta}{1+\xi}-1}\left(1+\xi\right)n_{ht}^{1+\xi-1}$$

$$= -\tau_t n_{ht}^{\xi}\left(n_{ct}^{1+\xi}+n_{ht}^{1+\xi}\right)^{\frac{\eta+\xi}{1+\xi}} \qquad (ก.5)$$

ในเส้นทางการเติบโตที่สมดุล (Balance growth path: BGP) การบริโภคมีอัตราการเติบโตอยู่ที่อัตรา G_C ในทุกๆ ไตรมาส ดังนั้นค่าความพอใจส่วนเพิ่มสำรับการบริโภคจะมีค่าลดลงเท่ากับอัตราการเติบโตดังกล่าว ซึ่งสามารถปรับรูปสมการความพอใจได้ดังนี้ โดยกำหนดให้ $\hat{u}_{ct} = u_{ct}G_C^t$

$$\hat{u}_{ct} = u_{ct}G_c^t = \left[\frac{G_C-\varepsilon}{G_C-\beta\varepsilon G_C}\right]\left[\frac{z_t}{\left(c_t-\varepsilon c_{t-1}\right)}-\frac{z_{t+1}\beta G_C\varepsilon}{\left(c_{t+1}-\varepsilon c_t\right)}\right]G_C^t$$

$$= \left[\frac{G_C-\varepsilon}{G_C-\beta\varepsilon G_C}\right]\left[\frac{z_t G_C^t}{\left(c_t-\varepsilon c_{t-1}\right)}-\frac{z_{t+1}\beta G_C^{t+1}\varepsilon}{\left(c_{t+1}-\varepsilon c_t\right)}\right]$$

$$= \left[\frac{G_C-\varepsilon}{G_C-\beta\varepsilon G_C}\right]\left[\frac{z_t}{\frac{\left(c_t-\varepsilon c_{t-1}\right)}{G_C^t}}-\frac{z_{t+1}\beta\varepsilon}{\frac{\left(c_{t+1}-\varepsilon c_t\right)}{G_C^{t+1}}}\right]$$

$$= \left[\frac{G_C-\varepsilon}{G_C-\beta\varepsilon G_C}\right]\left[\frac{z_t}{\frac{c_t}{G_C^t}-\frac{\varepsilon c_{t-1}}{G_C^t}\frac{G_C}{G_C}}-\frac{z_{t+1}\beta\varepsilon}{\frac{c_{t+1}}{G_C^{t+1}}-\frac{\varepsilon c_t}{G_C^{t+1}}}\right]$$

$$= \left[\frac{G_C-\varepsilon}{G_C-\beta\varepsilon G_C}\right]\left[\frac{z_t}{\frac{c_t}{G_C^t}-\frac{\varepsilon}{G_C}\frac{c_{t-1}}{G_C^{t-1}}}-\frac{z_{t+1}\beta\varepsilon}{\frac{c_{t+1}}{G_C^{t+1}}-\frac{\varepsilon}{G_C}\frac{c_t}{G_C^t}}\right]$$

$$= \left[\frac{G_C-\varepsilon}{G_C-\beta\varepsilon G_C}\right]\left[\frac{z_t}{\hat{c}_t-\frac{\varepsilon}{G_C}\hat{c}_{t-1}}-\frac{z_{t+1}\beta\varepsilon}{\hat{c}_{t+1}-\frac{\varepsilon}{G_C}\hat{c}_t}\right]$$

ณ จุดสถานะคงตัว (Steady state) จะได้ $c_{t-1} = c_t = c$ ดังนั้นจะได้

$$\hat{u}_c = \left[\frac{G_C - \varepsilon}{G_C - \beta\varepsilon G_C}\right]\left[\frac{z}{\hat{c} - \frac{\varepsilon}{G_C}\hat{c}} - \frac{z\beta\varepsilon}{\hat{c} - \frac{\varepsilon}{G_C}\hat{c}}\right]$$

$$= \left[\frac{G_C - \varepsilon}{G_C - \beta\varepsilon G_C}\right]\left[\frac{z}{1 - \frac{\varepsilon}{G_C}} - \frac{z\beta\varepsilon}{1 - \frac{\varepsilon}{G_C}}\right]\frac{1}{\hat{c}}$$

$$= \left[\frac{G_C - \varepsilon}{G_C - \beta\varepsilon G_C}\right]\left[\frac{z - z\beta\varepsilon}{\frac{G_C - \varepsilon}{G_C}}\right]\frac{1}{\hat{c}}$$

$$= \left[\frac{G_C - \varepsilon}{G_C - \beta\varepsilon G_C}\right]\left[\frac{(z - z\beta\varepsilon)G_C}{G_C - \varepsilon}\right]\frac{1}{\hat{c}}$$

$$= \left[\frac{G_C - \varepsilon}{G_C - \beta\varepsilon G_C}\right]\left[\frac{(G_C - G_C\beta\varepsilon)z}{G_C - \varepsilon}\right]\frac{1}{\hat{c}} = \frac{z}{\hat{c}} \quad (ก.6)$$

ซึ่ง ณ จุดสถานะคงตัว $\hat{u}_c = 1/\hat{c}$ โดยที่ค่าของ z_t จะมีค่าเท่ากับ 1

ค่าความพอใจส่วนเพิ่มสำหรับที่อยู่อาศัย $u_{ht} = j_t z_t / h_t$ จะถูกปรับลดด้วยอัตราการเติบโต ที่อัตรา G_H ดังนั้นจะได้

$$\hat{u}_{ht} = u_{ht} G_H^t = \frac{j_t z_t}{h_t} G_H^t$$

$$= \frac{j_t z_t}{\frac{h_t}{G_H^t}}$$

$$= \frac{j_t z_t}{\hat{h}_t} \quad (ก.7)$$

ซึ่ง ณ จุดสถานะคงตัว $\hat{u}_h = 1/\hat{h}$ โดยที่ค่าของ j_t และ z_t จะมีค่าเท่ากับ 1

ข้อจำกัดทางด้านงบประมาณ (Budget constraint) ของครัวเรือนที่ให้กู้

$$c_t + \frac{k_{ct}}{A_{kt}} + k_{ht} + k_{bt} + q_t\left[h_t - \left(1-\delta_h\right)h_{t-1}\right] + p_{lt} l_t = \frac{w_{ct}}{X_{wct}} n_{ct} + \frac{w_{ht}}{X_{wht}} n_{ht} + Div - \phi_t$$
$$+\left(R_{ct} + \frac{1-\delta_k}{A_{kt}}\right) k_{ct-1} + \left[R_{ht} + \left(1-\delta_k\right)\right] k_{ht-1}$$
$$+ p_{bt} k_{bt} + b_t - \frac{R_{t-1} b_{t-1}}{\pi_t} + \left(R_{lt} + p_{lt}\right) l_{t-1} \tag{ก.8}$$

โดยที่สมการต้นทุนในการปรับเปลี่ยนระดับการสะสมทุนทุน (Adjustment costs on capital: ϕ_t) คือ

$$\phi_t = \frac{\phi_{kc}}{2}\left(\frac{k_{ct}}{k_{ct-1}} - G_{KC}\right)^2 \frac{k_{ct-1}}{\Gamma_{AK}^t} + \frac{\phi_{kh}}{2}\left(\frac{k_{ht}}{k_{ht-1}} - G_C\right)^2 k_{ht-1} \tag{ก.9}$$

โดยที่ Γ_{AK} คืออัตราการเติบโตเบื้องต้นของ Investment specific technology ในภาคการผลิตสินค้าทั่วไป และ G_{KC} อัตราการเติบโตของทุนใน BGP

ข้อจำกัดทางด้านงบประมาณของครัวเรือนที่ให้กู้เงินสามารถปรับให้อยู่ในสมการแบบลดอัตราการเติบโตได้ดังนี้

$$\frac{c_t}{G_C^t} + \frac{k_{ct}}{A_{kt} G_C^t} + \frac{k_{ht}}{G_C^t} + \frac{k_{bt}}{G_C^t} + \frac{q_t}{G_C^t}\left[\frac{h_t}{G_H^t} - \left(1-\delta_h\right)\frac{h_{t-1}}{G_H^t}\right] + \frac{p_{lt} l_t}{G_C^t} = \frac{w_{ct}}{X_{wct} G_C^t} n_{ct} + \frac{w_{ht}}{X_{wht} G_C^t} n_{ht}$$
$$+\frac{Div_t}{G_C^t} - \frac{\phi_t}{G_C^t} + \left(R_{ct} + \frac{1-\delta_k}{A_{kt}}\right)\frac{k_{ct-1}}{G_C^t} + \left[R_{ht} + \left(1-\delta_k\right)\right]\frac{k_{ht-1}}{G_H^t} + \frac{p_{bt} k_{bt}}{G_C^t} + \frac{b_t}{G_C^t} - \frac{R_{t-1} b_{t-1}}{\pi_t G_C^t}$$
$$+\frac{\left(R_{lt} + p_{lt}\right) l_{t-1}}{G_C^t}$$

$$\frac{c_t}{G_C^t} + \frac{k_{ct}}{A_{kt} G_C^t}\frac{\Gamma_{AK}^t}{\Gamma_{AK}^t} + \frac{k_{ht}}{G_C^t} + \frac{k_{bt}}{G_C^t} + \frac{q_t}{G_C^t}\left[\frac{h_t}{G_H^t} - \left(1-\delta_h\right)\frac{h_{t-1}}{G_H^t}\frac{G_H}{G_H}\right] + \frac{p_{lt} l_t}{G_C^t} = \frac{w_{ct}}{X_{wct} G_C^t} n_{ct}$$
$$+\frac{w_{ht}}{X_{wht} G_C^t} n_{ht} + \frac{Div_t}{G_C^t} - \frac{\phi_t}{G_C^t} + \frac{R_{ct} k_{ct-1}}{G_C^t}\frac{G_C}{G_C}\frac{\Gamma_{AK}^{t-1}}{\Gamma_{AK}^{t-1}} + \left(1-\delta_k\right)\frac{k_{ct-1}}{A_{kt} G_C^t}\frac{G_C}{G_C}\frac{\Gamma_{AK}^{t-1}}{\Gamma_{AK}^{t-1}}$$
$$+\left[R_{ht} + \left(1-\delta_k\right)\right]\frac{k_{ht-1}}{G_H^t}\frac{G_H}{G_H} + \frac{p_{bt} k_{bt}}{G_C^t} + \frac{b_t}{G_C^t} - \frac{R_{t-1} b_{t-1}}{\pi_t G_C^t}\frac{G_C}{G_C} + \frac{\left(R_{lt} + p_{lt}\right) l_{t-1}}{G_C^t}$$

$$\frac{c_t}{G_C^t}+\frac{k_{ct}}{A_{kt}G_C^t\Gamma_{AK}^t}\Gamma_{AK}^t+\frac{k_{ht}}{G_C^t}+\frac{k_{bt}}{G_C^t}+\frac{q_t}{G_C^t}\left[\frac{h_t}{G_H^t}-(1-\delta_h)\frac{h_{t-1}}{G_H^{t-1}G_H}\right]+\frac{p_{lt}l_t}{G_C^t}=\frac{w_{ct}}{X_{wct}G_C^t}n_{ct}$$
$$+\frac{w_{ht}}{X_{wht}G_C^t}n_{ht}+\frac{Div_t}{G_C^t}-\frac{\phi_t}{G_C^t}+\frac{R_{ct}k_{ct-1}}{G_C^{t-1}\Gamma_{AK}^{t-1}}\frac{\Gamma_{AK}^{t-1}}{G_C}+\frac{p_{bt}k_{bt}}{G_C^t}+\frac{b_t}{G_C^t}-\frac{R_{t-1}b_{t-1}}{\pi_t G_C^{t-1}G_C}+\frac{(R_{lt}+p_{lt})l_{t-1}}{G_C^t}$$
$$+(1-\delta_k)\frac{k_{ct-1}}{G_C^{t-1}\Gamma_{AK}^{t-1}A_{kt}}\frac{\Gamma_{AK}^{t-1}}{G_C}+\left[R_{ht}+(1-\delta_k)\right]\frac{k_{ht-1}}{G_H^{t-1}G_H}$$

$$\hat{c}_t+\frac{\hat{k}_{ct}}{a_{kt}}+\hat{k}_{ht}+\frac{k_{bt}}{G_C^t}+\hat{q}_t\left[\hat{h}_t-(1-\delta_h)\frac{\hat{h}_{t-1}}{G_H}\right]+\hat{p}_{lt}l_t=\frac{\hat{w}_{ct}}{X_{wct}}n_{ct}+\frac{\hat{w}_{ht}}{X_{wht}}n_{ht}+D\hat{i}v_t-\hat{\phi}_t$$
$$+\left(R_{ct}+\frac{1-\delta_k}{a_{kt}}\right)\frac{\hat{k}_{ct-1}}{G_{KC}}+\left[R_{ht}+(1-\delta_k)\right]\frac{\hat{k}_{ht-1}}{G_H}+\hat{p}_{bt}k_{bt}+\hat{b}_t-\frac{R_{t-1}\hat{b}_{t-1}}{\pi_t G_C}+\left(\hat{R}_{lt}+\hat{p}_{lt}\right)l_{t-1} \qquad (ก.10)$$

โดยที่กำหนดให้ $G_{KC}^t=\Gamma_{AK}^tG_C^t$, $\hat{k}_{ct}*\Gamma_{AK}^t=\hat{k}_{ct}$ และ $\hat{k}_{ct-1}*\Gamma_{AK}^t=\hat{k}_{ct-1}$ และสมการต้นทุนในการปรับเปลี่ยนทุนสามารถปรับให้อยู่ในสมการแบบลดอัตราการเติบโตได้ดังนี้

$$\frac{\phi_t}{G_C^t}=\frac{\phi_{kc}}{2}\left(\frac{k_{ct}}{k_{ct-1}}-G_{KC}\right)^2\frac{k_{ct-1}}{\Gamma_{AK}^tG_C^t}\frac{G_C}{G_C}\frac{\Gamma_{AK}}{\Gamma_{AK}}+\frac{\phi_{kh}}{2}\left(\frac{k_{ht}}{k_{ht-1}}-G_C\right)^2\frac{k_{ht-1}}{G_C^t}\frac{G_C}{G_C}$$

$$\frac{\phi_t}{G_C^t}=\frac{\phi_{kc}}{2}\left(\frac{\frac{k_{ct}}{G_C^t}\frac{\Gamma_{AK}^t}{\Gamma_{AK}^t}}{\frac{k_{ct-1}}{G_C^t}\frac{G_C}{G_C}\frac{\Gamma_{AK}^{t-1}}{\Gamma_{AK}^{t-1}}}-G_{KC}\right)^2\frac{k_{ct-1}}{\Gamma_{AK}^{t-1}G_C^{t-1}}\frac{1}{G_C\Gamma_{AK}}+\frac{\phi_{kh}}{2}\left(\frac{\frac{k_{ht}}{G_C^t}}{\frac{k_{ht-1}}{G_C^t}\frac{G_C}{G_C}}-G_C\right)^2\frac{k_{ht-1}}{G_C^{t-1}}\frac{1}{G_C}$$

$$\frac{\phi_t}{G_C^t}=\frac{\phi_{kc}}{2}\left(\frac{\frac{k_{ct}}{G_{KC}^t}\Gamma_{AK}^t}{\frac{k_{ct-1}}{G_C^{t-1}\Gamma_{AK}^{t-1}}\frac{\Gamma_{AK}^{t-1}}{G_C}}-G_{KC}\right)^2\frac{k_{ct-1}}{\Gamma_{AK}^tG_C^t}\frac{1}{G_{KC}}+\frac{\phi_{kh}}{2G_C}\left(\frac{\frac{k_{ht}}{G_C^t}}{\frac{k_{ht-1}}{G_C^{t-1}}\frac{1}{G_C}}-G_C\right)^2\hat{k}_{ht-1}$$

$$\frac{\phi_t}{G_C^t}=\frac{\phi_{kc}}{2}\left(\frac{\hat{k}_{ct}\Gamma_{AK}^t}{\hat{k}_{ct-1}\frac{\Gamma_{AK}^t}{G_C\Gamma_{AK}}}-G_{KC}\right)^2\hat{k}_{ct-1}\frac{1}{G_{KC}}+\frac{\phi_{kh}}{2G_C}\left(G_C\frac{\hat{k}_{ht}}{\hat{k}_{ht-1}}-G_C\right)^2\hat{k}_{ht-1}$$

$$\hat{\phi}_t=\frac{\phi_{kc}}{2G_{KC}}\left(G_{KC}\frac{\hat{k}_{ct}}{\hat{k}_{ct-1}}-G_{KC}\right)^2\hat{k}_{ct-1}+\frac{\phi_{kh}}{2G_C}\left(G_C\frac{\hat{k}_{ht}}{\hat{k}_{ht-1}}-G_C\right)^2\hat{k}_{ht-1} \qquad (ก.11)$$

กำหนดสมการให้เงินปันผล (Dividends) มีค่าเท่ากับ

$$Div_t = \left(1-\frac{1}{X_{wct}}\right)w_{ct}n_{ct} + \left(1-\frac{1}{X_{wht}}\right)w_{ht}n_{ht} + \left(1-\frac{1}{X_t}\right)Y_t$$

$$\frac{Div_t}{G_C^t} = \left(1-\frac{1}{X_{wct}}\right)\frac{w_{ct}n_{ct}}{G_C^t} + \left(1-\frac{1}{X_{wht}}\right)\frac{w_{ht}n_{ht}}{G_C^t} + \left(1-\frac{1}{X_t}\right)\frac{Y_t}{G_C^t}$$

$$D\hat{i}v_t = \left(1-\frac{1}{X_{wct}}\right)\hat{w}_{ct}n_{ct} + \left(1-\frac{1}{X_{wht}}\right)\hat{w}_{ht}n_{ht} + \left(1-\frac{1}{X_t}\right)\hat{Y}_t \qquad (ก.12)$$

ดังนั้นแทนค่าสมการที่ (ก.11) และสมการที่ (ก.12) ในสมการที่ (ก.10) จะได้สมการข้อจำกัดด้านงบประมาณที่กำจัดอิทธิพลของอัตราการเติบโต ดังนี้

$$\begin{aligned}
&\hat{c}_t + \frac{\hat{k}_{ct}}{a_{kt}} + \hat{k}_{ht} + \frac{k_{bt}}{G_C^t} + \hat{q}_t\left[\hat{h}_t - (1-\delta_h)\frac{\hat{h}_{t-1}}{G_H}\right] + \hat{p}_{lt}l_t = \frac{\hat{w}_{ct}}{X_{wct}}n_{ct} + \frac{\hat{w}_{ht}}{X_{wht}}n_{ht} \\
&+\left(R_{ct} + \frac{1-\delta_k}{a_{kt}}\right)\frac{\hat{k}_{ct-1}}{G_{KC}} + \left[R_{ht} + (1-\delta_k)\right]\frac{\hat{k}_{ht-1}}{G_H} + \hat{p}_{bt}k_{bt} + \hat{b}_t - \frac{R_{t-1}\hat{b}_{t-1}}{\pi_t G_C} \\
&+\left(\hat{R}_{lt} + \hat{p}_{lt}\right)l_{t-1} + \left[\left(1-\frac{1}{X_{wct}}\right)\hat{w}_{ct}n_{ct} + \left(1-\frac{1}{X_{wht}}\right)\hat{w}_{ht}n_{ht} + \left(1-\frac{1}{X_t}\right)\hat{Y}_t\right] \\
&-\left[\frac{\phi_{kc}}{2G_{KC}}\left(G_{KC}\frac{\hat{k}_{ct}}{\hat{k}_{ct-1}} - G_{KC}\right)^2\hat{k}_{ct-1} + \frac{\phi_{kh}}{2G_C}\left(G_C\frac{\hat{k}_{ht}}{\hat{k}_{ht-1}} - G_C\right)^2\hat{k}_{ht-1}\right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\hat{c}_t + \frac{\hat{k}_{ct}}{a_{kt}} + \hat{k}_{ht} + \frac{k_{bt}}{G_C^t} + \hat{q}_t\left[\hat{h}_t - (1-\delta_h)\frac{\hat{h}_{t-1}}{G_H}\right] + \hat{p}_{lt}l_t = \hat{w}_{ct}n_{ct} + \hat{w}_{ht}n_{ht} + \left(1-\frac{1}{X_t}\right)\hat{Y}_t \\
&+\left(R_{ct} + \frac{1-\delta_k}{a_{kt}}\right)\frac{\hat{k}_{ct-1}}{G_{KC}} + \left[R_{ht} + (1-\delta_k)\right]\frac{\hat{k}_{ht-1}}{G_H} + \hat{p}_{bt}k_{bt} + \hat{b}_t - \frac{R_{t-1}\hat{b}_{t-1}}{\pi_t G_C} + \left(\hat{R}_{lt} + \hat{p}_{lt}\right)l_{t-1} \qquad (ก.13) \\
&-\left[\frac{\phi_{kc}}{2G_{KC}}\left(G_{KC}\frac{\hat{k}_{ct}}{\hat{k}_{ct-1}} - G_{KC}\right)^2\hat{k}_{ct-1} + \frac{\phi_{kh}}{2G_C}\left(G_C\frac{\hat{k}_{ht}}{\hat{k}_{ht-1}} - G_C\right)^2\hat{k}_{ht-1}\right]
\end{aligned}$$

จากสมการความพึงพอใจของครัวเรือนที่ให้กู้และสมการข้อจำกัดด้านงบประมาณ สามารถสร้างสมการ Lagrange ได้ดังนี้

$$L = E_0 \left[\sum_{t=0}^{\infty} \left(\beta G_C\right)^t \left[\begin{array}{l} z_t \left[\frac{\left(G_C - \varepsilon\right)}{\left(G_C - \beta\varepsilon G_C\right)} \ln\left(c_t - \varepsilon c_{t-1}\right) + j_t \ln h_t - \frac{\tau_t}{1+\eta}\left(n_{ct}^{1+\xi} + n_{ht}^{1+\xi}\right)^{\frac{1+\eta}{1+\xi}} \right] \\ -\lambda_t \left[\begin{array}{l} c_t + \frac{k_{ct}}{A_{kt}} + k_{ht} + k_{bt} + q_t\left[h_t - \left(1-\delta_h\right)h_{t-1}\right] + p_{lt} l_t \\ -\frac{w_{ct}}{X_{wct}} n_{ct} - \frac{w_{ht}}{X_{wht}} n_{ht} - Div_t + \phi_t - \left(R_{ct} + \frac{1-\delta_k}{A_{kt}}\right) k_{ct-1} \\ -\left[R_{ht} + \left(1-\delta_k\right)\right] k_{ht-1} - p_{bt} k_{bt} - b_t + \frac{R_{t-1} b_{t-1}}{\pi_t} - \left(R_{lt} + p_{lt}\right) l_{t-1} \end{array} \right] \end{array} \right] \right]$$

(ก.14)

ครัวเรือนจะแสวงหาความพอใจสูงสุด โดยครัวเรือนจะพิจารณาเลือก (Choice variable) การบริโภค $\left(c_t\right)$ ที่อยู่อาศัย $\left(h_t\right)$ สต็อกของทุนที่ใช้ในการผลิตสินค้าเพื่อการบริโภค $\left(k_{ct}\right)$ สต็อกของทุนที่ใช้ในการผลิตที่อยู่อาศัย $\left(k_{ht}\right)$ จำนวนเงินที่ให้กู้ $\left(b_t\right)$ ชั่วโมงการทำงานในภาคการผลิตสินค้าที่ใช้ในการบริโภค $\left(n_{ct}\right)$ ชั่วโมงการทำงานในภาคการผลิตที่อยู่อาศัย $\left(n_{ht}\right)$ สต็อกของทุนที่เป็นสินค้าขั้นที่ใช้ในการผลิตที่อยู่อาศัย $\left(k_{bt}\right)$ และที่ดิน $\left(l_t\right)$ ซึ่งจะได้เงื่อนไขลำดับที่หนึ่ง (First Order Condition: FOC) ของครัวเรือนที่ให้กู้ดังนี้

เงื่อนไขลำดับที่หนึ่งเมื่อพิจารณาเทียบกับการบริโภค $\left(c_t\right)$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial c_t} &= \left(\beta G_C\right)^t \left[z_t \left[\frac{\left(G_C - \varepsilon\right)}{\left(G_C - \beta\varepsilon G_C\right)} \frac{1}{c_t - \varepsilon c_{t-1}} \right] - \lambda_t \left[1\right] \right] \\ &\quad + \left(\beta G_C\right)^{t+1} \left[z_{t+1} \left[\frac{\left(G_C - \varepsilon\right)}{\left(G_C - \beta\varepsilon G_C\right)} \frac{-\varepsilon}{c_t - \varepsilon c_{t-1}} \right] \right] = 0 \\ \lambda_t &= \frac{\left(G_C - \varepsilon\right)}{\left(G_C - \beta\varepsilon G_C\right)} \frac{z_t}{c_t - \varepsilon c_{t-1}} - \frac{\left(G_C - \varepsilon\right)}{\left(G_C - \beta\varepsilon G_C\right)} \frac{\varepsilon\beta G_C z_{t+1}}{c_t - \varepsilon c_{t-1}} \end{aligned}$$

$$\lambda_t = \frac{\left(G_C - \varepsilon\right)}{\left(G_C - \beta\varepsilon G_C\right)} \left[\frac{z_t}{c_t - \varepsilon c_{t-1}} - \frac{\varepsilon\beta G_C z_{t+1}}{c_{t+1} - \varepsilon c_t} \right] = u_{ct} \quad \text{(ก.15)}$$

เงื่อนไขลำดับที่หนึ่งเมื่อพิจารณาเทียบกับที่อยู่อาศัย (h_t)

$$\frac{\partial L}{\partial h_t} = (\beta G_C)^t \left[z_t \left[j_t \frac{1}{h_t} \right] - \lambda_t [q_t] \right] + (\beta G_C)^{t+1} E_t \left[-\lambda_{t+1} \left[-q_{t+1} (1-\delta_h) \right] \right] = 0$$

$$\left[z_t \left[j_t \frac{1}{h_t} \right] - \lambda_t [q_t] \right] + (\beta G_C) E_t \left[-\lambda_{t+1} \left[-q_{t+1} (1-\delta_h) \right] \right] = 0$$

$$\lambda_t q_t = z_t \left[j_t \frac{1}{h_t} \right] + (\beta G_C) E_t \left[\lambda_{t+1} q_{t+1} (1-\delta_h) \right]$$

จากสมการ (ก.7) และ (ก.15) จะได้

$$u_{ct} q_t = u_{ht} + (\beta G_C) E_t \left[u_{ct+1} q_{t+1} (1-\delta_h) \right] \quad \text{(ก.16)}$$

เงื่อนไขลำดับที่หนึ่งเมื่อพิจารณาเทียบกับจำนวนเงินที่ให้กู้ (b_t)

$$\frac{\partial L}{\partial b_t} = (\beta G_C)^t \left[-\lambda_t [1] \right] + (\beta G_C)^{t+1} E_t \left[-\lambda_{t+1} \left[-\frac{R_t}{\pi_{t+1}} \right] \right] = 0$$

$$\lambda_t = (\beta G_C) E_t \left[\lambda_{t+1} \left[\frac{R_t}{\pi_{t+1}} \right] \right]$$

$$u_{ct} = (\beta G_C) E_t \left[u_{ct+1} \left[\frac{R_t}{\pi_{t+1}} \right] \right] \quad \text{(ก.17)}$$

เงื่อนไขลำดับที่หนึ่งเมื่อพิจารณาเทียบกับทุนสำหรับการผลิตสินค้าทั่วไป (k_{ct})

$$\frac{\partial L}{\partial k_{ct}} = (\beta G_C)^t \left[-\lambda_t \left[\frac{1}{A_{kt}} + \frac{\partial \phi_t}{\partial k_{ct}} \right] \right] + (\beta G_C)^{t+1} E_t \left[-\lambda_{t+1} \left[\frac{\partial \phi_{t+1}}{\partial k_{ct}} - \left[R_{ct+1} + \frac{1-\delta_k}{A_{kt+1}} \right] \right] \right] = 0$$

$$-\lambda_t \left[\frac{1}{A_{kt}} + \frac{\partial \phi_t}{\partial k_{ct}} \right] + (\beta G_C) E_t \left[-\lambda_{t+1} \left[\frac{\partial \phi_{t+1}}{\partial k_{ct}} - R_{ct+1} - \frac{1-\delta_k}{A_{kt+1}} \right] \right] = 0$$

$$\lambda_t \left[\frac{1}{A_{kt}} + \frac{\partial \phi_t}{\partial k_{ct}} \right] = (\beta G_C) E_t \left[-\lambda_{t+1} \left[\frac{\partial \phi_{t+1}}{\partial k_{ct}} - R_{ct+1} - \frac{1-\delta_k}{A_{kt+1}} \right] \right]$$

$$\lambda_t\left[\frac{1}{A_{kt}}+\frac{\partial\phi_t}{\partial k_{ct}}\right] = \left(\beta G_C\right)E_t\left[\lambda_{t+1}\left[R_{ct+1}+\frac{1-\delta_k}{A_{kt+1}}-\frac{\partial\phi_{t+1}}{\partial k_{ct}}\right]\right]$$

จากสมการ (ก.7) จะได้

$$u_{ct}\left[\frac{1}{A_{kt}}+\frac{\partial\phi_t}{\partial k_{ct}}\right] = \left(\beta G_C\right)E_t\left[u_{ct+1}\left[R_{ct+1}+\frac{1-\delta_k}{A_{kt+1}}-\frac{\partial\phi_{t+1}}{\partial k_{ct}}\right]\right] \quad (ก.18)$$

เงื่อนไขลำดับที่หนึ่งเมื่อพิจารณาเทียบกับทุนสำหรับการผลิตที่อยู่อาศัย $\left(k_{ht}\right)$

$$\frac{\partial L}{\partial k_{ht}} = \left(\beta G_C\right)^t\left[-\lambda_t\left[(1)+\frac{\partial\phi_t}{\partial k_{ht}}\right]\right]$$

$$+\left(\beta G_C\right)^{t+1}E_t\left[-\lambda_{t+1}\left[\frac{\partial\phi_{t+1}}{\partial k_{ht}}-R_{ht+1}-\left(1-\delta_k\right)\right]\right] = 0$$

$$\lambda_t\left[1+\frac{\partial\phi_t}{\partial k_{ht}}\right] = \left(\beta G_C\right)E_t\left[-\lambda_{t+1}\left[\frac{\partial\phi_{t+1}}{\partial k_{ht}}-R_{ht+1}-\left(1-\delta_k\right)\right]\right]$$

$$\lambda_t\left[1+\frac{\partial\phi_t}{\partial k_{ht}}\right] = \left(\beta G_C\right)E_t\left[\lambda_{t+1}\left[R_{ht+1}+\left(1-\delta_k\right)-\frac{\partial\phi_{t+1}}{\partial k_{ht}}\right]\right]$$

จากสมการ (ก.7) จะได้

$$u_{ct}\left[1+\frac{\partial\phi_t}{\partial k_{ht}}\right] = \left(\beta G_C\right)E_t\left[u_{ct+1}\left[R_{ht+1}+\left(1-\delta_k\right)-\frac{\partial\phi_{t+1}}{\partial k_{ht}}\right]\right] \quad (ก.19)$$

เงื่อนไขลำดับที่หนึ่งเมื่อพิจารณาเทียบกับแรงงานสำหรับการผลิตสินค้าทั่วไป $\left(n_{ct}\right)$

$$\frac{\partial L}{\partial n_{ct}} = \left(\beta G_C\right)^t\left[z_t\left[-\frac{\tau_t}{1+\eta}\frac{1+\eta}{1+\xi}\left(n_{ct}^{1+\xi}+n_{ht}^{1+\xi}\right)^{\frac{1+\eta}{1+\xi}-1}\left(1+\xi\right)n_{ct}^{-\xi}\right]-\lambda_t\left[-\frac{w_{ct}}{X_{wct}}\right]\right] = 0$$

$$\left[z_t\left[-\tau_t\left(n_{ct}^{1+\xi}+n_{ht}^{1+\xi}\right)^{\frac{1+\eta}{1+\xi}-1}n_{ct}^{-\xi}\right]+\lambda_t\frac{w_{ct}}{X_{wct}}\right] = 0$$

$$\lambda_t\frac{w_{ct}}{X_{wct}} = z_t\tau_t\left(n_{ct}^{1+\xi}+n_{ht}^{1+\xi}\right)^{\frac{1+\eta}{1+\xi}-1}n_{ct}^{\xi}$$

จากสมการ (ก.7) จะได้

$$u_{ct}\frac{w_{ct}}{X_{wct}} = z_t\tau_t n_{ct}^{\xi}\left(n_{ct}^{1+\xi}+n_{ht}^{1+\xi}\right)^{\frac{1+\eta}{1+\xi}-1} \qquad (ก.20)$$

เงื่อนไขลำดับที่หนึ่งเมื่อพิจารณาเทียบกับแรงงานสำหรับการผลิตที่อยู่อาศัย (n_{ht})

$$\frac{\partial L}{\partial n_{ht}} = (\beta G_C)^t\left[z_t\left[-\frac{\tau_t}{1+\eta}\frac{1+\eta}{1+\xi}\left(n_{ct}^{1+\xi}+n_{ht}^{1+\xi}\right)^{\frac{1+\eta}{1+\xi}-1}(1-\xi)n_{ht}^{1+\xi-1}\right]-\lambda_t\left[-\frac{w_{ht}}{X_{wht}}\right]\right]=0$$

$$\left[z_t\left[-\tau_t\left(n_{ct}^{1+\xi}+n_{ht}^{1+\xi}\right)^{\frac{\eta+\xi}{1+\xi}}n_{ht}^{\xi}\right]-\lambda_t\left[-\frac{w_{ht}}{X_{wht}}\right]\right]=0$$

$$\lambda_t\frac{w_{ht}}{X_{wht}} = z_t\left[\tau_t\left(n_{ct}^{1+\xi}+n_{ht}^{1+\xi}\right)^{\frac{\eta+\xi}{1+\xi}}n_{ht}^{\xi}\right]$$

จากสมการ (ก.7) จะได้

$$u_{ct}\frac{w_{ht}}{X_{wht}} = z_t\tau_t n_{ht}^{\xi}\left(n_{ct}^{1+\xi}+n_{ht}^{1+\xi}\right)^{\frac{\eta+\xi}{1+\xi}} \qquad (ก.21)$$

เงื่อนไขลำดับที่หนึ่งเมื่อพิจารณาเทียบกับที่ดิน (l_t)

$$\frac{\partial L}{\partial l_t} = (\beta G_C)^t\left[-\lambda_t\left[p_{lt}\right]\right]+(\beta G_C)^{t+1}E_t\left[-\lambda_{t+1}\left[-(R_{lt+1}+p_{lt+1})\right]\right]=0$$

$$\lambda_t p_{lt} = (\beta G_C)E_t\left[\lambda_{t+1}\left[(R_{lt+1}+p_{lt+1})\right]\right]$$

จากสมการ (ก.7) จะได้

$$u_{ct}p_{lt} = (\beta G_C)E_t\left[u_{ct+1}\left[(R_{lt+1}+p_{lt+1})\right]\right] \qquad (ก.22)$$

เงื่อนไขลำดับที่หนึ่งเมื่อพิจารณาเทียบกับสต็อกของทุนที่เป็นสินค้าขั้นกลางที่ใช้ในการผลิตที่อยู่อาศัย (k_{bt})

$$\frac{\partial L}{\partial k_{bt}} = (\beta G_C)^t\left[z_t(0)-\lambda_t(1-p_{bt})\right]=0$$

$$\lambda_t(1-p_{bt})=0$$

$$u_{ct}\left(1-p_{bt}\right)=0 \qquad (ก.23)$$

แต่ผลลัพธ์ที่ได้จากการหาเงื่อนไขลำดับที่หนึ่งดังกล่าวยังมีการเติบโตทำให้ไม่สามารถหาค่าของตัวแปรที่จุดสถานะคงตัว (Steady state) ได้ ดังนั้นในการศึกษาครั้งนี้จะต้องกำจัดอิทธิพลของการเติบโตของสมการเหล่านี้ออก ซึ่งสามารถทำได้ดังนี้

จากสมการที่ (ก.16) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบที่กำจัดอิทธิพลของอัตราการเติบโตได้ดังนี้

$$u_{ct}q_t = u_{ht}+\left(\beta G_C\right)E_t\left[u_{ct+1}q_{t+1}\left(1-\delta_h\right)\right]$$

$$u_{ct}G_C^t\frac{q_t}{G_Q^t} = u_{ht}G_H^t+\left(\beta G_C\right)E_t\left[u_{ct+1}G_C^t\frac{q_{t+1}}{G_Q^t}\left(1-\delta_h\right)\right]$$

$$u_{ct}G_C^t\frac{q_t}{G_Q^t} = u_{ht}G_H^t+\left(\beta G_C\right)E_t\left[u_{ct+1}G_C^t\frac{G_C}{G_C}\frac{q_{t+1}}{G_Q^t}\frac{G_Q}{G_Q}\left(1-\delta_h\right)\right]$$

$$u_{ct}G_C^t\frac{q_t}{G_Q^t} = u_{ht}G_H^t+\left(\beta G_C\right)E_t\left[u_{ct+1}G_C^{t+1}\frac{1}{G_C}\frac{q_{t+1}}{G_Q^{t+1}}G_Q\left(1-\delta_h\right)\right]$$

$$\hat{u}_{ct}\hat{q}_t = \hat{u}_{ht}+\left(\beta G_C\right)E_t\left[\hat{u}_{ct+1}\hat{q}_{t+1}\left(1-\delta_h\right)\right]\frac{G_Q}{G_C} \qquad (ก.24)$$

สมการที่ (ก.17) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบที่กำจัดอิทธิพลของอัตราการเติบโตได้ดังนี้

$$u_{ct} = \left(\beta G_C\right)E_t\left[u_{ct+1}\left[\frac{R_t}{\pi_{t+1}}\right]\right]$$

$$u_{ct}G_C^t = \left(\beta G_C\right)E_t\left[u_{ct+1}G_C^t\left[\frac{R_t}{\pi_{t+1}}\right]\right]$$

$$u_{ct}G_C^t = \left(\beta G_C\right)E_t\left[u_{ct+1}G_C^t\frac{G_C}{G_C}\left[\frac{R_t}{\pi_{t+1}}\right]\right]$$

$$u_{ct}G_C^t = \left(\beta G_C\right)E_t\left[u_{ct+1}G_C^{t+1}\frac{1}{G_C}\left[\frac{R_t}{\pi_{t+1}}\right]\right]$$

$$\hat{u}_{ct} = \beta E_t\left[\frac{\hat{u}_{ct+1}}{G_C}\left[\frac{R_t}{\pi_{t+1}}\right]\right] \qquad (ก.25)$$

สมการที่ (ก.18) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบที่กำจัดอิทธิพลของอัตราการเติบโตได้ดังนี้

$$u_{ct}\left[\frac{1}{A_{kt}}+\frac{\partial\phi_t}{\partial k_{ct}}\right]=\left(\beta G_C\right)E_t\left[u_{ct+1}\left[R_{ct+1}+\frac{1-\delta_k}{A_{kt+1}}-\frac{\partial\phi_{t+1}}{\partial k_{ct}}\right]\right]$$

$$G_C^t u_{ct}\left[\frac{1}{A_{kt}}+\frac{\partial\phi_t}{\partial k_{ct}}\right]=\left(\beta G_C\right)E_t\left[G_C^t u_{ct+1}\left[\frac{\Gamma_{AK}^{t+1}}{\Gamma_{AK}^{t+1}}R_{ct+1}+\frac{1-\delta_k}{A_{kt+1}}-\frac{\partial\phi_{t+1}}{\partial k_{ct}}\right]\right]$$

$$G_C^t u_{ct}\left[\frac{1}{A_{kt}}+\frac{\partial}{\partial k_{ct}}\frac{\phi_t}{G_C^t}\right]=\left(\beta G_C\right)E_t\left[G_C^t u_{ct+1}\frac{G_C}{G_C}\left[\frac{\Gamma_{AK}^{t+1}}{\Gamma_{AK}^{t+1}}R_{ct+1}+\frac{1-\delta_k}{A_{kt+1}}-\frac{\partial}{\partial k_{ct}}\frac{\phi_{t+1}}{G_C^t}\frac{G_C}{G_C}\right]\right]$$

$$G_C^t u_{ct}\left[\frac{1}{A_{kt}}+\frac{\partial}{\partial k_{ct}}\frac{\phi_t}{G_C^t}\right]=\left(\beta G_C\right)E_t\left[\frac{G_C^{t+1}u_{ct+1}}{G_C}\left[\frac{\Gamma_{AK}^{t+1}R_{ct+1}}{\Gamma_{AK}^{t+1}}+\frac{1-\delta_k}{A_{kt+1}}-\frac{\partial}{\partial k_{ct}}\frac{\phi_{t+1}G_C}{G_C^{t+1}}\right]\right]$$

$$\hat{u}_{ct}\left[\frac{1}{a_{kt}}+\frac{\partial\hat{\phi}_t}{\partial k_{ct}}\right]=\left(\beta G_C\right)E_t\left[\frac{\hat{u}_{ct+1}}{G_C}\left[\frac{\hat{R}_{ct+1}}{\Gamma_{AK}^{t+1}}+\frac{1-\delta_k}{a_{kt+1}}-\frac{\partial\hat{\phi}_{t+1}G_C}{\partial k_{ct}}\right]\right]$$

โดยที่ $\frac{\partial\hat{\phi}_t}{\partial k_{ct}}=\phi_{kc}\left(\frac{\hat{k}_{ct}}{\hat{k}_{ct-1}}-1\right)$ และ $\frac{\partial\hat{\phi}_{t+1}}{\partial\hat{k}_{ct}}=\frac{\phi_{kc}G_{KC}}{2}\left[1-\left[\frac{\hat{k}_{ct+1}}{\hat{k}_{ct}}\right]^2\right]$ ดังนั้นแทนค่าจะได้

$$\hat{u}_{ct}\left[\frac{1}{a_{kt}}+\phi_{kc}\left(\frac{\hat{k}_{ct}}{\hat{k}_{ct-1}}-1\right)\right]=$$
$$\left(\beta G_C\right)E_t\left[\frac{\hat{u}_{ct+1}}{G_C}\left[\frac{\hat{R}_{ct+1}}{\Gamma_{AK}^{t+1}}+\frac{1-\delta_k}{a_{kt+1}}-\frac{\phi_{kc}G_{KC}}{2}\left[1-\left[\frac{\hat{k}_{ct+1}}{\hat{k}_{ct}}\right]^2\right]\right]\right]$$

$$\hat{u}_{ct}\left[\frac{1}{a_{kt}}+\phi_{kc}\left(\frac{\hat{k}_{ct}}{\hat{k}_{ct-1}}-1\right)\right]=$$
$$\left(\beta G_C\right)E_t\left[\frac{\hat{u}_{ct+1}}{G_{KC}}\left[\frac{\hat{R}_{ct+1}}{\Gamma_{AK}^{t}}+\frac{(1-\delta_k)\Gamma_{AK}}{a_{kt+1}}-\frac{\phi_{kc}G_{KC}}{2}\left[1-\left[\frac{\hat{k}_{ct+1}}{\hat{k}_{ct}}\right]^2\right]\Gamma_{AK}\right]\right] \tag{ก.26}$$

สมการที่ (ก.19) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบที่กำจัดอิทธิพลของอัตราการเติบโตได้ดังนี้

$$u_{ct}\left[1+\frac{\partial\phi_t}{\partial k_{ht}}\right]=\left(\beta G_C\right)E_t\left[u_{ct+1}\left[R_{ht+1}+\left(1-\delta_k\right)-\frac{\partial\phi_{t+1}}{\partial k_{ht}}\right]\right]$$

$$G_C^t u_{ct}\left[1+\frac{\partial}{\partial k_{ht}}\frac{\phi_t}{G_C^t}\right] = (\beta G_C)E_t\left[G_C^t u_{ct+1}\left[R_{ht+1}+(1-\delta_k)-\frac{\partial}{\partial k_{ht}}\frac{\phi_{t+1}}{G_C^t}\right]\right]$$

$$G_C^t u_{ct}\left[1+\frac{\partial}{\partial k_{ht}}\frac{\phi_t}{G_C^t}\right] = (\beta G_C)E_t\left[G_C^t u_{ct+1}\frac{G_C}{G_C}\left[R_{ht+1}+(1-\delta_k)-\frac{\partial}{\partial k_{ht}}\frac{\phi_{t+1}}{G_C^t}\frac{G_C}{G_C}\right]\right]$$

$$\hat{u}_{ct}\left[1+\frac{\partial\hat{\phi}_t}{\partial k_{ht}}\right] = (\beta G_C)E_t\left[\frac{\hat{u}_{ct+1}}{G_C}\left[R_{ht+1}+(1-\delta_k)-\frac{\partial\hat{\phi}_{t+1}G_C}{\partial k_{ht}}\right]\right]$$

โดยที่ $\frac{\partial\hat{\phi}_t}{\partial k_{ht}} = \phi_{kh}\left(\frac{\hat{k}_{ht}}{\hat{k}_{ht-1}}-1\right)$ และ $\frac{\partial\hat{\phi}_{t+1}}{\partial\hat{k}_{ht}} = \frac{\phi_{kh}G_C}{2}\left[1-\left[\frac{\hat{k}_{ht+1}}{\hat{k}_{ht}}\right]^2\right]$ ดังนั้นจะได้

$$\hat{u}_{ct}\left[1+\phi_{kh}\left(\frac{\hat{k}_{ht}}{\hat{k}_{ht-1}}-1\right)\right] = (\beta G_C)E_t\left[\frac{\hat{u}_{ct+1}}{G_C}\left[R_{ht+1}+(1-\delta_k)-\frac{\phi_{kh}G_C}{2}\left[1-\left[\frac{\hat{k}_{ht+1}}{\hat{k}_{ht}}\right]^2\right]\right]\right] \quad \text{(ก.27)}$$

สมการที่ (ก.20) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบที่กำจัดอิทธิพลของอัตราการเติบโตได้ดังนี้

$$z_t\tau_t n_{c,t}^{\xi}\left(n_{c,t}^{1+\xi}+n_{h,t}^{1+\xi}\right)^{\frac{\eta+\xi}{1+\xi}} = \frac{u_{ct}w_{ct}}{X_{wct}}$$

$$z_t\tau_t n_{c,t}^{\xi}\left(n_{c,t}^{1+\xi}+n_{h,t}^{1+\xi}\right)^{\frac{\eta+\xi}{1+\xi}} = \frac{G_C^t u_{ct}w_{ct}}{G_C^t X_{wct}}$$

$$z_t\tau_t n_{c,t}^{\xi}\left(n_{c,t}^{1+\xi}+n_{h,t}^{1+\xi}\right)^{\frac{\eta+\xi}{1+\xi}} = \frac{\hat{u}_{ct}\hat{w}_{ct}}{X_{wct}} \quad \text{(ก.28)}$$

สมการที่ (ก.21) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบที่กำจัดอิทธิพลของอัตราการเติบโตได้ดังนี้

$$z_t\tau_t n_{ht}^{\xi}\left(n_{ct}^{1+\xi}+n_{ht}^{1+\xi}\right)^{\frac{\eta+\xi}{1+\xi}} = \frac{u_{ct}w_{ht}}{X_{wht}}$$

$$z_t\tau_t n_{ht}^{\xi}\left(n_{ct}^{1+\xi}+n_{ht}^{1+\xi}\right)^{\frac{\eta+\xi}{1+\xi}} = \frac{G_C^t u_{ct}w_{ht}}{G_C^t X_{wht}}$$

$$z_t \tau_t n_{ht}^{\xi} \left(n_{ct}^{1+\xi} + n_{ht}^{1+\xi} \right)^{\frac{\eta+\xi}{1+\xi}} = \frac{\hat{u}_{ct} \hat{w}_{ht}}{X_{wht}} \qquad (ก.29)$$

สมการที่ (ก.22) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบที่กำจัดอิทธิพลของอัตราการเติบโตได้ดังนี้

$$u_{ct} p_{lt} = \left(\beta G_C \right) E_t \left[u_{ct+1} \left[\left(R_{lt+1} + p_{lt+1} \right) \right] \right]$$

$$G_C^t u_{ct} \frac{p_{lt}}{G_C^t} = \left(\beta G_C \right) E_t \left[G_C^t u_{ct+1} \left[\frac{R_{lt+1}}{G_C^t} + \frac{p_{lt+1}}{G_C^t} \right] \right]$$

$$G_C^t u_{ct} \frac{p_{lt}}{G_C^t} = \left(\beta G_C \right) E_t \left[G_C^t u_{ct+1} \frac{G_C}{G_C} \left[\frac{R_{lt+1}}{G_C^t} \frac{G_C}{G_C} + \frac{p_{lt+1}}{G_C^t} \frac{G_C}{G_C} \right] \right]$$

$$G_C^t u_{ct} \frac{p_{lt}}{G_C^t} = \left(\beta G_C \right) E_t \left[\frac{G_C^{t+1} u_{ct+1}}{G_C} \left[\frac{R_{lt+1}}{G_C^{t+1}} G_C + \frac{p_{lt+1}}{G_C^{t+1}} G_C \right] \right]$$

$$\hat{u}_{ct} \hat{p}_{lt} = \left(\beta G_C \right) E_t \left[\frac{\hat{u}_{ct+1}}{G_C} \left[\hat{R}_{lt+1} G_C + \hat{p}_{lt+1} G_C \right] \right]$$

$$\hat{u}_{ct} \hat{p}_{lt} = \left(\beta G_C \right) E_t \left[\frac{\hat{u}_{ct+1}}{G_C} G_C \left[\hat{R}_{lt+1} + \hat{p}_{lt+1} \right] \right]$$

$$\hat{u}_{ct} \hat{p}_{lt} = \left(\beta G_C \right) E_t \left[\hat{u}_{ct+1} \left[\hat{R}_{lt+1} + \hat{p}_{lt+1} \right] \right] \qquad (ก.30)$$

สมการที่ (ก.23) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบที่กำจัดอิทธิพลของอัตราการเติบโตได้ดังนี้

$$u_{ct} \left(p_{bt} - 1 \right) = 0 \qquad (ก.31)$$

จากสมการจะเห็นได้ว่า ระดับราคาของสินค้าขั้นกลาง $\left(p_{bt} \right)$ จะมีค่าเท่ากับ 1 เสมอ

2. ครัวเรือนที่กู้เงิน (Impatient households)

สมการความพึงพอใจของครัวเรือนที่กู้เงินกำหนดให้มีลักษณะดังนี้

$$U_t = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \left(\beta' G_C \right)^t z_t \left[\frac{G_C - \varepsilon'}{G_C - \beta' \varepsilon' G_C} \log \left(c_t' - \varepsilon' c_{t-1}' \right) + j_t \log h_t' - \frac{\tau_t}{1+\eta'} \left(\left(n_{ct}' \right)^{1+\xi'} + \left(n_{ht}' \right)^{1+\xi'} \right)^{\frac{1+\eta'}{1+\xi'}} \right] \qquad (ก.32)$$

โดยที่ค่าความพอใจส่วนเพิ่มสำหรับการบริโภคมีค่าเท่ากับ

$$u'_{ct} = \left(\beta G_C\right)^t z_t \left[\frac{G_C - \varepsilon'}{G_C - \beta'\varepsilon' G_C}\frac{1}{\left(c'_t - \varepsilon' c'_{t-1}\right)}\right] + \left(\beta G_C\right)^{t+1} z_{t+1}\left[\frac{G_C - \varepsilon'}{G_C - \beta'\varepsilon' G_C}\frac{-\varepsilon}{c'_{t+1} - \varepsilon' c'_t}\right]$$

$$= \left[\frac{G_C - \varepsilon'}{G_C - \beta'\varepsilon' G_C}\frac{z_t}{\left(c'_t - \varepsilon' c'_{t-1}\right)}\right] - \left[\frac{G_C - \varepsilon'}{G_C - \beta'\varepsilon' G_C}\frac{\varepsilon'\left(\beta' G_C\right) z_{t+1}}{c'_{t+1} - \varepsilon' c'_t}\right]$$

$$= \left[\frac{G_C - \varepsilon'}{G_C - \beta'\varepsilon' G_C}\right]\left[\frac{z_t}{\left(c'_t - \varepsilon' c'_{t-1}\right)} - \frac{z_{t+1}\left(\beta' G_C\right)\varepsilon'}{c'_{t+1} - \varepsilon' c'_t}\right] \qquad \text{(ก.33)}$$

ค่าความพอใจส่วนเพิ่มสำหรับที่อยู่อาศัยมีค่าเท่ากับ

$$u'_{ht} = z_t\left[j_t \frac{1}{h'_t}\right]$$

$$= j_t \frac{z_t}{h'_t} \qquad \text{(ก.34)}$$

โดยที่ค่าของ u'_{ct} และ u'_{ht} ที่จุดสถานะคงตัวมีค่าเท่ากับ $\frac{1}{c'}$ และ $\frac{j}{h'}$ ซึ่ง $z_t = z_{t+1} = 0$

ค่าความไม่พอใจส่วนเพิ่มสำหรับการทำงานในภาคการผลิตสินค้าทั่วไป (u'_{nct}) และภาคการผลิตที่อยู่อาศัย (u'_{nht}) มีค่าเท่ากับ

$$u'_{nct} = -\frac{\tau_t}{1+\eta'}\frac{1+\eta'}{1+\xi'}\left(\left(n'_{ct}\right)^{1+\xi'} + \left(n'_{ht}\right)^{1+\xi'}\right)^{\frac{1+\eta'}{1+\xi'}-1}\left(1-\xi'\right)\left(n'_{ct}\right)^{1+\xi'-1}$$

$$= -\tau_t\left(n'_{ct}\right)^{\xi'}\left(\left(n'_{ct}\right)^{1+\xi'} + \left(n'_{ht}\right)^{1+\xi'}\right)^{\frac{\eta'+\xi}{1+\xi'}} \qquad \text{(ก.35)}$$

$$u'_{nht} = -\frac{\tau_t}{1+\eta'}\frac{1+\eta'}{1+\xi'}\left(\left(n'_{ct}\right)^{1+\xi'} + \left(n'_{ht}\right)^{1+\xi'}\right)^{\frac{1+\eta'}{1+\xi'}-1}\left(1-\xi'\right)\left(n'_{ht}\right)^{1+\xi'-1}$$

$$= -\tau_t\left(n'_{ht}\right)^{\xi'}\left(\left(n'_{ct}\right)^{1+\xi'} + \left(n'_{ht}\right)^{1+\xi'}\right)^{\frac{\eta'+\xi}{1+\xi'}} \qquad \text{(ก.36)}$$

ข้อจำกัดทางด้านงบประมาณของครัวเรือนที่กู้ คือ

$$c'_t + q_t\left(h'_t - \left(1-\delta_h\right)h'_{t-1}\right) = \frac{w'_{ct}n'_{ct}}{X_{wct}} + \frac{w'_{ht}n'_{ht}}{X_{wht}} + Div'_t + b'_t - \frac{R_{t-1}b'_{t-1}}{\pi_t} \qquad \text{(ก.37)}$$

ข้อจำกัดทางด้านงบประมาณของครัวเรือนที่กู้สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบของการลดอัตราการเติบโตได้ดังนี้

$$\frac{c'_t}{G_C^t}+\frac{q_t}{G_C^t}\left(\frac{h'_t}{G_H^t}-\left(1-\delta_h\right)\frac{h'_{t-1}}{G_H^t}\frac{G_H}{G_H}\right) = \frac{w'_{ct}n'_{ct}}{G_C^t X_{wct}}+\frac{w'_{ht}n'_{ht}}{G_C^t X_{wht}}+\frac{Div'_t}{G_C^t}+\frac{b'_t}{G_C^t}-\frac{R_{t-1}b'_{t-1}}{\pi_t G_C^t}\frac{G_C^{t-1}}{G_C^{t-1}}$$

$$\frac{c'_t}{G_C^t}+\frac{q_t}{G_C^t}\left(\frac{h'_t}{G_H^t}-\left(1-\delta_h\right)\frac{h'_{t-1}}{G_H^{t-1}}\frac{1}{G_H}\right) = \frac{w'_{ct}n'_{ct}}{G_C^t X_{wct}}+\frac{w'_{ht}n'_{ht}}{G_C^t X_{wht}}+\frac{Div'_t}{G_C^t}+\frac{b'_t}{G_C^t}-\frac{R_{t-1}}{\pi_t}\frac{b'_{t-1}}{G_C^{t-1}}\frac{G_C^{t-1}}{G_C^t}$$

$$\hat{c}'_t+\hat{q}_t\left[\hat{h}'_t-\left(1-\delta_h\right)\frac{\hat{h}'_{t-1}}{G_H}\right] = \frac{\hat{w}'_{ct}n'_{ct}}{X_{wct}}+\frac{\hat{w}'_{ht}n'_{ht}}{X_{wht}}+D\hat{i}v'_t+\hat{b}'_t-\frac{R_{t-1}}{\pi_t}\frac{\hat{b}'_{t-1}}{G_C}$$

$$\hat{c}'_t+\hat{q}_t\hat{h}'_t-\left(1-\delta_h\right)\hat{q}_t\frac{\hat{h}'_{t-1}}{G_H} = \frac{\hat{w}'_{ct}n'_{ct}}{X_{wct}}+\frac{\hat{w}'_{ht}n'_{ht}}{X_{wht}}+D\hat{i}v'_t+\hat{b}'_t-\frac{R_{t-1}}{\pi_t}\frac{\hat{b}'_{t-1}}{G_C} \qquad (ก.38)$$

กำหนดสมการให้เงินปันผล (Dividends) มีค่าเท่ากับ

$$Div'_t=\left(1-\frac{1}{X_{wct}}\right)w'_{ct}n'_{ct}+\left(1-\frac{1}{X_{wht}}\right)w'_{ht}n'_{ht}$$

$$\frac{Div'_t}{G_C^t}=\left(1-\frac{1}{X_{wct}}\right)\frac{w'_{ct}n'_{ct}}{G_C^t}+\left(1-\frac{1}{X_{wht}}\right)\frac{w'_{ht}n'_{ht}}{G_C^t}$$

$$D\hat{i}v'_t=\left(1-\frac{1}{X_{wct}}\right)\hat{w}'_{ct}n'_{ct}+\left(1-\frac{1}{X_{wht}}\right)\hat{w}'_{ht}n'_{ht} \qquad (ก.39)$$

แทนค่าสมการที่ (ก.39) ในสมการที่ (ก.38) จะได้

$$\hat{c}'_t+\hat{q}_t\hat{h}'_t-\left(1-\delta_h\right)\hat{q}_t\frac{\hat{h}'_{t-1}}{G_H} = \hat{w}'_{ct}n'_{ct}+\hat{w}'_{ht}n'_{ht}+\hat{b}'_t-\frac{R_{t-1}}{\pi_t}\frac{\hat{b}'_{t-1}}{G_C} \qquad (ก.40)$$

ข้อจำกัดทางด้านการกู้ยืม (The borrowing constraint)

$$b'_t = mE_t\left[\frac{q_{t+1}h'_t\pi_{t+1}}{R_t}\right]$$

$$\frac{b'_t}{G_C^t} = mE_t\left[\frac{q_{t+1}h'_t\pi_{t+1}}{G_C^t G_Q^t R_t}\right]$$

$$\frac{b'_t}{G_C^t} = mE_t\left[\frac{q_{t+1}h'_t\pi_{t+1}}{G_C^t G_Q^t R_t}\frac{G_Q}{G_Q}\right]$$

$$\frac{b'_t}{G_C^t} = mE_t\left[\frac{q_{t+1}}{G_Q^{t+1}}\frac{h'_t}{G_C^t}\frac{\pi_{t+1}G_Q}{R_t}\right]$$

$$\hat{b}'_t = mE_t\left[\frac{\hat{q}_{t+1}\hat{h}'_t\pi_{t+1}G_Q}{R_t}\right] \qquad (ก.41)$$

จากสมการความพึงพอใจของครัวเรือนที่ให้กู้ ข้อจำกัดด้านงบประมาณ และข้อจำกัดด้านการกู้ยืมสามารถสร้างสมการ Lagrange ได้ดังนี้

$$L = E_0\left[\sum_{t=0}^{\infty}(\beta' G_C)^t\left[\begin{array}{l} z_t\left[\begin{array}{l}\frac{G_C-\varepsilon'}{G_C-\beta'\varepsilon' G_C}\log(c'_t-\varepsilon' c'_{t-1})+j_t\log h'_t \\ -\frac{\tau_t}{1+\eta'}\left((n'_{ct})^{1+\xi'}+(n'_{ht})^{1+\xi'}\right)^{\frac{1+\eta'}{1+\xi'}}\end{array}\right] \\ -\lambda_t\left[c'_t+q_t\left(h'_t-(1-\delta_h)h'_{t-1}\right)-w'_{ct}n'_{ct}-w'_{ht}n'_{ht}-b'_t+\frac{R_{t-1}b'_{t-1}}{\pi_t}\right] \\ -\psi_t\left[b'_t-mE_t\left[\frac{q_{t+1}h'_t\pi_{t+1}}{R_t}\right]\right]\end{array}\right]\right]$$

(ก.42)

ครัวเรือนจะแสวงหาอรรถประโยชน์สูงยุด จากการเลือกบริโภค (c'_t) ที่อยู่อาศัย (h'_t) และการเลือกจำนวนเงินที่กู้ (b'_t) ชั่วโมงการทำงานในภาคการผลิตสินค้าที่ใช้ในการบริโภค (n'_{ct}) ชั่วโมงการทำงานในภาคการผลิตที่อยู่อาศัย (n'_{ht}) ซึ่งจะได้เงื่อนไขลำดับที่หนึ่ง (First Order Condition: FOC) ของครัวเรือนที่กู้เงินดังนี้

เงื่อนไขลำดับที่หนึ่งเมื่อพิจารณาเทียบกับการบริโภค (c'_t)

$$\begin{aligned} u'_{ct} &= (\beta' G_C)^t\left[z_t\left[\frac{G_C-\varepsilon'}{G_C-\beta'\varepsilon' G_C}\frac{1}{(c'_t-\varepsilon' c'_{t-1})}\right]-\lambda_t\right] \\ &+(\beta' G_C)^{t+1}\left[z_{t+1}\left[\frac{G_C-\varepsilon'}{G_C-\beta'\varepsilon' G_C}\frac{-\varepsilon'}{c'_{t+1}-\varepsilon' c'_t}\right]\right] = 0 \end{aligned}$$

$$\left[z_t\left[\frac{G_C-\varepsilon'}{G_C-\beta'\varepsilon'G_C}\frac{1}{\left(c'_t-\varepsilon'c'_{t-1}\right)}\right]-\lambda_t\right]+\left(\beta'G_C\right)\left[z_{t+1}\left[\frac{G_C-\varepsilon'}{G_C-\beta'\varepsilon'G_C}\frac{-\varepsilon'}{c'_{t+1}-\varepsilon'c'_t}\right]\right]=0$$

$$\lambda_t=\left[\frac{G_C-\varepsilon'}{G_C-\beta'\varepsilon'G_C}\right]\left[\frac{z_t}{\left(c'_t-\varepsilon'c'_{t-1}\right)}-\frac{\varepsilon'\beta'G_C z_{t+1}}{c'_{t+1}-\varepsilon'c'_t}\right]=u'_{ct} \qquad \text{(ก.43)}$$

เงื่อนไขลำดับที่หนึ่งเมื่อพิจารณาเทียบกับที่อยู่อาศัย $\left(h'_t\right)$

$$\begin{aligned} u'_{ht} = {} & \left(\beta'G_C\right)^t\left[z_t\left[j_t\frac{1}{h'_t}\right]-\lambda_t\left[q_t\right]-\psi_t\left[-mE_t\left[\frac{q_{t+1}\pi_{t+1}}{R_t}\right]\right]\right] \\ & +\left(\beta'G_C\right)^{t+1}E_t\left[-\lambda_{t+1}\left[-q_{t+1}\left(1-\delta_h\right)\right]\right] = 0 \end{aligned}$$

$$\left[z_t\left[j_t\frac{1}{h'_t}\right]-\lambda_t\left[q_t\right]-\psi_t\left[-mE_t\left[\frac{q_{t+1}\pi_{t+1}}{R_t}\right]\right]\right]+\left(\beta'G_C\right)E_t\left[-\lambda_{t+1}\left[-q_{t+1}\left(1-\delta_h\right)\right]\right]=0$$

$$\lambda_t q_t=\left[\frac{j_t z_t}{h'_t}\right]+\psi_t\left[mE_t\left[\frac{q_{t+1}\pi_{t+1}}{R_t}\right]\right]+\left(\beta'G_C\right)E_t\left[\lambda_{t+1}\left[q_{t+1}\left(1-\delta_h\right)\right]\right]$$

$$\lambda_t q_t=\left[\frac{j_t z_t}{h'_t}\right]+\left(\beta'G_C\right)E_t\left[\lambda_{t+1}\left[q_{t+1}\left(1-\delta_h\right)\right]\right]+E_t\left[\psi_t\frac{mq_{t+1}\pi_{t+1}}{R_t}\right]$$

จากสมการ (ก.43) จะได้

$$u'_{ct}q_t=u'_{ht}+\left(\beta'G_C\right)E_t\left[u'_{ct+1}\left[q_{t+1}\left(1-\delta_h\right)\right]\right]+E_t\left[\psi_t\frac{mq_{t+1}\pi_{t+1}}{R_t}\right] \qquad \text{(ก.44)}$$

เงื่อนไขลำดับที่หนึ่งเมื่อพิจารณาเทียบกับจำนวนเงินกู้ $\left(b'_t\right)$

$$u'_{bt}=\left(\beta'G_C\right)^t\left[-\lambda_t\left[-1\right]-\psi_t\left(1\right)\right]+\left(\beta'G_C\right)^{t+1}E_t\left[-\lambda_{t+1}\left[\frac{R_t}{\pi_{t+1}}\right]\right]=0$$

$$\left[\lambda_t-\psi_t\right]+\left(\beta'G_C\right)E_t\left[-\lambda_{t+1}\left[\frac{R_t}{\pi_{t+1}}\right]\right]=0$$

$$\lambda_t=\left(\beta'G_C\right)E_t\left[\lambda_{t+1}\left[\frac{R_t}{\pi_{t+1}}\right]\right]+\psi_t$$

จากสมการ (ก.43) จะได้

$$u'_{ct} \quad = (\beta' G_C) E_t \left[u'_{ct+1} \left[\frac{R_t}{\pi_{t+1}} \right] \right] + \psi_t \qquad (ก.45)$$

เงื่อนไขลำดับที่หนึ่งเมื่อพิจารณาเทียบกับแรงงานสำหรับการผลิตที่อยู่อาศัย (n'_{ht})

$$\frac{\partial L}{\partial n'_{ht}} = (\beta' G_C)^t \begin{bmatrix} z_t \left[-\frac{\tau_t}{1+\eta'} \frac{1+\eta'}{1+\xi'} \left((n'_{ct})^{1+\xi'} + (n'_{ht})^{1+\xi'} \right)^{\frac{1+\eta'}{1+\xi'}-1} (1+\xi') \hat{n}_{ht}^{1+\xi'-1} \right] \\ -\lambda'_t \left[-\frac{w'_{ht}}{X_{wht}} \right] \end{bmatrix} = 0$$

$$(\beta' G_C)^t \left[z_t \left[-\tau_t \left((n'_{ct})^{1+\xi'} + (n'_{ht})^{1+\xi'} \right)^{\frac{1+\eta'-1-\xi'}{1+\xi'}} \hat{n}_{ht}^{1+\xi'+1} \right] + \lambda'_t \frac{w'_{ht}}{X_{wht}} \right] = 0$$

$$\left[z_t \left[-\tau_t \left((n'_{ct})^{1+\xi'} + (n'_{ht})^{1+\xi'} \right)^{\frac{\eta'-\xi'}{1+\xi'}} \hat{n}_{ht}^{\xi'} \right] + \frac{\lambda'_t w'_{ht}}{X_{wht}} \right] = 0$$

$$\frac{\lambda'_t w'_{ht}}{X_{wht}} \quad = z_t \tau_t \left((n'_{ct})^{1+\xi'} + (n'_{ht})^{1+\xi'} \right)^{\frac{\eta'-\xi'}{1+\xi'}} \hat{n}_{ht}^{\xi'}$$

จากสมการ (ก.43) จะได้

$$\frac{u'_{ct} w'_{ht}}{X_{wht}} \quad = z_t \tau_t \left((n'_{ct})^{1+\xi'} + (n'_{ht})^{1+\xi'} \right)^{\frac{\eta'-\xi'}{1+\xi'}} \hat{n}_{ht}^{\xi'} \qquad (ก.46)$$

เงื่อนไขลำดับที่หนึ่งเมื่อพิจารณาเทียบกับแรงงานสำหรับการผลิตสินค้าทั่วไป (n'_{ct})

$$\frac{\partial L}{\partial n'_{ct}} = (\beta' G_C)^t \begin{bmatrix} z_t \left[-\frac{\tau_t}{1+\eta'} \frac{1+\eta'}{1+\xi'} \left((n'_{ct})^{1+\xi'} + (n'_{ht})^{1+\xi'} \right)^{\frac{1+\eta'}{1+\xi'}-1} (1+\xi') \hat{n}_{ct}^{1+\xi'-1} \right] \\ -\lambda'_t \left[-\frac{w'_{ct}}{X_{wct}} \right] \end{bmatrix} = 0$$

$$(\beta' G_C)^t \left[z_t \left[-\tau_t \left((n'_{ct})^{1+\xi'} + (n'_{ht})^{1+\xi'} \right)^{\frac{1+\eta'-1-\xi'}{1+\xi'}} \hat{n}_{ct}^{\xi'} \right] + \lambda_t \frac{w'_{ct}}{X_{wct}} \right] \quad = 0$$

$$\frac{\lambda_t' w_{ct}'}{X_{wct}} = z_t \tau_t \left(\left(n_{ct}'\right)^{1+\xi'} + \left(n_{ht}'\right)^{1+\xi'} \right)^{\frac{\eta'-\xi'}{1+\xi'}} \hat{n}_{ct}^{\xi'}$$

จากสมการ (ก.43) จะได้

$$\frac{u_{ct}' w_{ct}'}{X_{wct}} = z_t \tau_t \left(\left(n_{ct}'\right)^{1+\xi'} + \left(n_{ht}'\right)^{1+\xi'} \right)^{\frac{\eta'-\xi'}{1+\xi'}} \hat{n}_{ct}^{\xi'} \qquad \text{(ก.47)}$$

แต่ว่าผลที่ได้จากการหาเงื่อนไขลำดับที่หนึ่งดังกล่าวยังมีการเติบโต ดังนั้นในการศึกษาครั้งนี้จะต้องกำจัดอิทธิพลของการเติบโตของสมการเหล่านี้ออก ซึ่งสามารถทำได้ดังนี้

สมการที่ (ก.44) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบที่กำจัดอิทธิพลของอัตราการเติบโตได้ดังนี้

$$u_{ct}' q_t = \left[\frac{j_t z_t}{h_t'}\right] + \left(\beta' G_C\right) E_t \left[u_{ct+1}' \left[q_{t+1}\left(1-\delta_h\right)\right]\right] + E_t \left[\psi_t \frac{m q_{t+1} \pi_{t+1}}{R_t}\right]$$

$$u_{ct}' G_C^t \frac{q_t}{G_Q^t} = \left[\frac{j_t z_t}{h_t'}\right] G_H^t + \left(\beta' G_C\right) E_t \left[u_{ct+1}' G_C^t \frac{G_C}{G_C}\left[\frac{q_{t+1}}{G_Q^t}\frac{G_Q}{G_Q}\left(1-\delta_h\right)\right]\right] + E_t \left[\psi_t G_C^t \frac{m\pi_{t+1}}{R_t}\frac{q_{t+1}}{G_Q^t}\frac{G_Q}{G_Q}\right]$$

$$u_{ct}' G_C^t \frac{q_t}{G_Q^t} = \left[\frac{j_t z_t}{h_t'}\right] G_H^t + \left(\beta' G_C\right) E_t \left[u_{ct+1}' G_C^{t+1} \frac{1}{G_C}\left[\frac{q_{t+1}}{G_Q^{t+1}} G_Q \left(1-\delta_h\right)\right]\right] + E_t \left[\psi_t G_C^t \frac{m\pi_{t+1}}{R_t}\frac{q_{t+1}}{G_Q^{t+1}} G_Q\right]$$

$$\hat{u}_{ct}' \hat{q}_t = \left[\frac{j_t z_t}{\hat{h}_t'}\right] + \left(\beta' G_C\right) E_t \left[\hat{u}_{ct+1}' \frac{1}{G_C}\left[\hat{q}_{t+1} G_Q \left(1-\delta_h\right)\right]\right] + E_t \left[\hat{\psi}_t \frac{m\pi_{t+1}}{R_t} \hat{q}_{t+1} G_Q\right]$$

$$\hat{u}_{ct}' \hat{q}_t = \left[\frac{j_t z_t}{\hat{h}_t'}\right] + \left(\beta' G_C\right) E_t \left[\hat{u}_{ct+1}' \hat{q}_{t+1}\left(1-\delta_h\right)\frac{G_Q}{G_C}\right] + E_t \left[\hat{\psi}_t \frac{m\hat{q}_{t+1}\pi_{t+1}}{R_t} G_Q\right]$$

$$\hat{u}'_{ct}\hat{q}_t = \left[\frac{j_t z_t}{\hat{h}'_t}\right] + \left(\beta' G_C\right) E_t\left[\hat{u}'_{ct+1}\hat{q}_{t+1}\left(1-\delta_h\right)\frac{G_Q}{G_C}\right] + mE_t\left[\hat{\psi}_t \frac{\hat{q}_{t+1}\pi_{t+1}}{R_t} G_Q\right] \tag{ก.48}$$

สมการที่ (ก.45) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบที่กำจัดอิทธิพลของอัตราการเติบโตได้ดังนี้

$$u'_{ct} = \left(\beta' G_C\right) E_t\left[u'_{ct+1}\left[\frac{R_t}{\pi_{t+1}}\right]\right] + \psi_t$$

$$u'_{ct} G_C^t = \left(\beta' G_C\right) E_t\left[u'_{ct+1} G_C^t \frac{G_C}{G_C}\left[\frac{R_t}{\pi_{t+1}}\right]\right] + \psi_t G_C^t$$

$$u'_{ct} G_C^t = \left(\beta' G_C\right) E_t\left[u'_{ct+1} \frac{G_C^{t-1}}{G_C}\left[\frac{R_t}{\pi_{t+1}}\right]\right] + \psi_t G_C^t$$

$$\hat{u}'_{ct} = \beta' E_t\left[\hat{u}'_{ct+1}\left[\frac{R_t}{\pi_{t+1}}\right]\right] + \hat{\psi}_t \tag{ก.49}$$

สมการที่ (ก.46) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบที่กำจัดอิทธิพลของอัตราการเติบโตได้ดังนี้

$$\frac{u'_{ct} w'_{ht}}{X_{wht}} = z_t \tau_t \left(\left(n'_{ct}\right)^{1+\xi'} + \left(n'_{ht}\right)^{1+\xi'}\right)^{\frac{\eta'-\xi'}{1+\xi'}} \hat{n}_{ht}^{\xi'}$$

$$G_C^t u'_{ct} \frac{w'_{ht}}{G_C^t X_{wht}} = z_t \tau_t \left(\left(n'_{ct}\right)^{1+\xi'} + \left(n'_{ht}\right)^{1+\xi'}\right)^{\frac{\eta'-\xi'}{1+\xi'}} \hat{n}_{ht}^{\xi'}$$

$$\frac{\hat{u}'_{ct} \hat{w}'_{ht}}{X_{wht}} = z_t \tau_t \left(\left(n'_{ct}\right)^{1+\xi'} + \left(n'_{ht}\right)^{1+\xi'}\right)^{\frac{\eta'-\xi'}{1+\xi'}} \hat{n}_{ht}^{\xi'} \tag{ก.50}$$

สมการที่ (ก.47) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบที่กำจัดอิทธิพลของอัตราการเติบโตได้ดังนี้

$$\frac{u'_{ct} w'_{ct}}{X_{wct}} = z_t \tau_t \left(\left(n'_{ct}\right)^{1+\xi'} + \left(n'_{ht}\right)^{1+\xi'}\right)^{\frac{\eta'-\xi'}{1+\xi'}} \hat{n}_{ct}^{\xi'}$$

$$G_C^t u'_{ct} \frac{w'_{ct}}{G_C^t X_{wct}} = z_t \tau_t \left(\left(n'_{ct}\right)^{1+\xi'} + \left(n'_{ht}\right)^{1+\xi'}\right)^{\frac{\eta'-\xi'}{1+\xi'}} \hat{n}_{ct}^{\xi'}$$

$$\frac{\hat{u}'_{ct} \hat{w}'_{ct}}{X_{wct}} = z_t \tau_t \left(\left(n'_{ct}\right)^{1+\xi'} + \left(n'_{ht}\right)^{1+\xi'}\right)^{\frac{\eta'-\xi'}{1+\xi'}} \hat{n}_{ct}^{\xi'} \tag{ก.51}$$

3. หน่วยธุรกิจผลิตสินค้าทั่วไป (Non-housing sector)

หน่วยธุรกิจผลิตสินค้าทั่วไปจะผลิตสินค้าเพื่อการอุปโภคและบริโภคขายในระบบเศรษฐกิจ โดยที่แสวงหากำไรสูงสุด ซึ่งคำนวณจากรายรับจากการขายสิน หักด้วยต้นทุนที่ใช้ในการผลิต

$$\max \frac{Y_t}{X_t} + q_t IH_t - \left(\sum w_{it} n_{it} + R_{ct} k_{ct-1} + R_{ht} k_{ht-1} + R_{lt} l_{t-1} + p_{bt} k_{bt} \right) \qquad (ก.52)$$

และกำหนดให้ฟังก์ชันการผลิตสำหรับสินค้าทั่วไป (Y_t) คือ

$$Y_t = \left[A_{ct} \left(n_{ct}^{\alpha} n_{ct}'^{1-\alpha} \right) \right]^{1-\mu_c} \left(k_{ct-1} \right)^{\mu_c} \qquad (ก.53)$$

ในการผลิตสินค้าหน่วยธุรกิจจะพิจารณาเลือกปัจจัยการผลิต ประกอบด้วย แรงงานสำหรับการผลิตสินค้าทั่วไปจากครัวเรือนที่ให้กู้เงิน (n_{ct}) แรงงานสำหรับการผลิตสินค้าทั่วไปจากครัวเรือนที่กู้เงิน (n'_{ct}) และทุนที่ใช้สำหรับการผลิตสินค้าทั่วไป (k_{ct-1}) โดยแทนค่า (*ก*.53) ใน (*ก*.52) จะได้

$$\begin{aligned} L = \; & \max \left[A_{ct} \left(n_{ct}^{\alpha} n_{ct}'^{1-\alpha} \right) \right]^{1-\mu_c} \left(k_{ct-1} \right)^{\mu_c} \frac{1}{X_t} + q_t IH_t \\ & - \left(\sum w_{it} n_{it} + R_{ct} k_{ct-1} + R_{ht} k_{ht-1} + R_{lt} l_{t-1} + p_{bt} k_{bt} \right) \end{aligned} \qquad (ก.54)$$

ซึ่งสามารถหาเงื่อนไขลำดับหนึ่งในการเลือกปัจจัยการผลิตได้ดังนี้

เงื่อนไขลำดับที่หนึ่งเมื่อพิจารณาเทียบกับแรงงานสำหรับการผลิตสินค้าทั่วไปจากครัวเรือนที่ให้กู้เงิน (n_{ct})

$$\frac{\partial L}{\partial n_{ct}} = (1-\mu_c) \left[A_{ct} \left(n_{ct}^{\alpha} n_{ct}'^{1-\alpha} \right) \right]^{1-\mu_c-1} \frac{\partial}{\partial n_{ct}} \left[A_{ct} \left(n_{ct}^{\alpha} n_{ct}'^{1-\alpha} \right) \right] \left(k_{ct-1} \right)^{\mu_c} \frac{1}{X_t} - w_{ct} = 0$$

$$w_{ct} = (1-\mu_c) \left[A_{ct} \left(n_{ct}^{\alpha} n_{ct}'^{1-\alpha} \right) \right]^{-\mu_c} A_{ct} \alpha n_{ct}^{\alpha-1} n_{ct}'^{1-\alpha} \left(k_{ct-1} \right)^{\mu_c} \frac{1}{X_t}$$

$$w_{ct} = (1-\mu_c) \left[A_{ct} \left(n_{ct}^{\alpha} n_{ct}'^{1-\alpha} \right) \right]^{-\mu_c} \frac{\alpha}{n_{ct}} \left[A_{ct} n_{ct}^{\alpha} n_{ct}'^{1-\alpha} \right] \left(k_{ct-1} \right)^{\mu_c} \frac{1}{X_t}$$

$$w_{ct} = (1-\mu_c) \left[A_{ct} \left(n_{ct}^{\alpha} n_{ct}'^{1-\alpha} \right) \right]^{1-\mu_c} \left(k_{ct-1} \right)^{\mu_c} \frac{\alpha}{n_{ct}} \frac{1}{X_t}$$

$$w_{ct} = (1-\mu_c)\alpha \frac{Y_t}{X_t n_{ct}} \quad \text{(ก.55)}$$

เงื่อนไขลำดับที่หนึ่งเมื่อพิจารณาเทียบกับแรงงานสำหรับการผลิตสินค้าทั่วไปจากครัวเรือนที่กู้เงิน (n'_{ct})

$$\frac{\partial L}{\partial n'_{ct}} = (1-\mu_c)\left[A_{ct}\left(n_{ct}^{\alpha} n_{ct}^{\prime 1-\alpha}\right)\right]^{1-\mu_c-1} A_{ct} n_{ct}^{\alpha}(1-\alpha) n_{ct}^{\prime 1-\alpha-1}(k_{ct-1})^{\mu_c}\frac{1}{X_t} - w'_{ct} = 0$$

$$w'_{ct} = (1-\mu_c)\left[A_{ct}\left(n_{ct}^{\alpha} n_{ct}^{\prime 1-\alpha}\right)\right]^{-\mu_c} A_{ct} n_{ct}^{\alpha}(1-\alpha) n_{ct}^{\prime -\alpha}(k_{ct-1})^{\mu_c}\frac{1}{X_t}$$

$$w'_{ct} = (1-\mu_c)\left[A_{ct}\left(n_{ct}^{\alpha} n_{ct}^{\prime 1-\alpha}\right)\right]^{-\mu_c}(1-\alpha) A_{ct} n_{ct}^{\alpha} n_{ct}^{\prime -\alpha}\frac{n'_{ct}}{n'_{ct}}(k_{ct-1})^{\mu_c}\frac{1}{X_t}$$

$$w'_{ct} = (1-\mu_c)\left[A_{ct}\left(n_{ct}^{\alpha} n_{ct}^{\prime 1-\alpha}\right)\right]^{-\mu_c}\frac{(1-\alpha)}{n'_{ct}}\left[A_{ct} n_{ct}^{\alpha} n_{ct}^{\prime 1-\alpha}\right](k_{ct-1})^{\mu_c}\frac{1}{X_t}$$

$$w'_{ct} = (1-\mu_c)\left[A_{ct}\left(n_{ct}^{\alpha} n_{ct}^{\prime 1-\alpha}\right)\right]^{1-\mu_c}(k_{ct-1})^{\mu_c}\frac{(1-\alpha)}{n'_{ct}}\frac{1}{X_t}$$

$$w'_{ct} = (1-\mu_c)(1-\alpha)\frac{Y_t}{X_t n'_{ct}} \quad \text{(ก.56)}$$

เงื่อนไขลำดับที่หนึ่งเมื่อพิจารณาเทียบกับทุนที่ใช้สำหรับการผลิตสินค้าทั่วไป (k_{ct-1})

$$\frac{\partial L}{\partial k_{ct-1}} = \left[A_{ct}\left(n_{ct}^{\alpha} n_{ct}^{\prime 1-\alpha}\right)\right]^{1-\mu_c}\mu_c(k_{ct-1})^{\mu_c-1}\frac{1}{X_t} - R_{ct} = 0$$

$$R_{ct} = \left[A_{ct}\left(n_{ct}^{\alpha} n_{ct}^{\prime 1-\alpha}\right)\right]^{1-\mu_c}(k_{ct-1})^{\mu_c}\frac{\mu_c}{k_{ct-1}}\frac{1}{X_t}$$

$$R_{ct} = \mu_c\frac{Y_t}{X_t k_{ct-1}} \quad \text{(ก.57)}$$

แต่ว่าผลที่ได้จากการหาเงื่อนไขลำดับที่หนึ่งดังกล่าวยังมีการเติบโต ดังนั้นในการศึกษาครั้งนี้จะต้องกำจัดอิทธิพลของการเติบโตของสมการเหล่านี้ออก ซึ่งสามารถทำได้ดังนี้

จากสมการ (ก.55) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบที่กำจัดอิทธิพลของอัตราการเติบโตได้ดังนี้

$$w_{ct} = \left(1-\mu_c\right)\alpha \frac{Y_t}{X_t n_{ct}}$$

$$\frac{w_{ct}}{G_C^t} = \left(1-\mu_c\right)\alpha \frac{Y_t}{X_t n_{ct}} \frac{1}{G_C^t}$$

$$\hat{w}_{ct} = \left(1-\mu_c\right)\alpha \frac{\hat{Y}_t}{X_t n_{ct}} \qquad (ก.58)$$

จากสมการ (ก.56) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบที่กำจัดอิทธิพลของอัตราการเติบโตได้ดังนี้

$$w'_{ct} = \left(1-\mu_c\right)\left(1-\alpha\right) \frac{Y_t}{X_t n'_{ct}}$$

$$\frac{w'_{ct}}{G_C^t} = \left(1-\mu_c\right)\left(1-\alpha\right) \frac{Y_t}{X_t n'_{ct} G_C^t}$$

$$\hat{w}'_{ct} = \left(1-\mu_c\right)\left(1-\alpha\right) \frac{\hat{Y}_t}{X_t n'_{ct}} \qquad (ก.59)$$

จากสมการ (ก.57) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบที่กำจัดอิทธิพลของอัตราการเติบโตได้ดังนี้

$$R_{ct}\Gamma^t_{AK} = \frac{\mu_c}{X_t} \frac{\frac{Y_t}{G_C^t}}{\frac{k_{ct-1}}{G_C^t}} \Gamma^t_{AK}$$

$$R_{ct}\Gamma^t_{AK} = \frac{\mu_c}{X_t} \frac{\frac{Y_t}{G_C^t}}{\frac{k_{ct-1}}{G_C^{t-1}} \frac{G_C^{t-1}}{G_C^t \Gamma^t_{AK}} \frac{\Gamma_{AK}}{\Gamma_{AK}}}$$

$$R_{ct}\Gamma^t_{AK} = \frac{\mu_c}{X_t} \frac{\frac{Y_t}{G_C^t}}{\frac{k_{ct-1}}{\Gamma^{t-1}_{AK} G_C^{t-1}} \frac{1}{G_C \Gamma_{AK}}}$$

$$\hat{R}_{ct} = \frac{\mu_c}{X_t} \frac{\hat{Y}_t}{\frac{\hat{k}_{ct-1}}{G_{KC}}} \qquad (ก.60)$$

โดยที่ $G^t_{KC} = \Gamma^t_{AK} G^t_C$ และ $R_{ct}\Gamma^t_{AK} = \hat{R}_{ct}$

4. หน่วยธุรกิจผลิตสินค้าที่อยู่อาศัย (Housing sector)

หน่วยธุรกิจผลิตสินค้าที่อยู่อาศัยจะผลิตที่อยู่อาศัยขายในระบบเศรษฐกิจ โดยที่แสวงหากำไรสูงสุด ซึ่งคำนวณจากรายรับจากการขายสินค้าหักด้วยต้นทุนที่ใช้ในการผลิต

$$\max \frac{Y_t}{X_t} + q_t IH_t - \left(\sum w_{it} n_{it} + R_{ct} k_{ct-1} + R_{ht} k_{ht-1} + R_{lt} l_{t-1} + p_{bt} k_{bt}\right) \quad (\text{ก.61})$$

โดยกำหนดให้ฟังก์ชันการผลิตสำหรับสินค้าที่อยู่อาศัย (IH_t) คือ

$$IH_t = \left[A_{ht}\left(n_{ht}^{\alpha} n_{ht}'^{1-\alpha}\right)\right]^{1-\mu_h-\mu_b-\mu_l} \left(k_{ht-1}\right)^{\mu_h} k_{bt}^{\mu_b} l_{t-1}^{\mu_l} \quad (\text{ก.62})$$

ในการผลิตสินค้าหน่วยธุรกิจจะพิจารณาเลือกปัจจัยการผลิต ประกอบด้วย แรงงานสำหรับการผลิตที่อยู่อาศัยจากครัวเรือนที่ให้กู้เงิน (n_{ht}) แรงงานสำหรับการผลิตสินที่อยู่อาศัยจากครัวเรือนที่กู้เงิน (n'_{ht}) และทุนที่ใช้สำหรับการผลิตที่อยู่อาศัย (k_{ht-1}) สินค้าขั้นกลาง (k_{bt}) และที่ดิน (l_{t-1}) โดยแทนค่า (ก.62)ใน (ก.61) จะได้

$$L = \max \frac{Y_t}{X_t} + q_t\left[A_{ht}\left(n_{ht}^{\alpha} n_{ht}'^{1-\alpha}\right)\right]^{1-\mu_h-\mu_b-\mu_l}\left(k_{ht-1}\right)^{\mu_h} k_{bt}^{\mu_b} l_{t-1}^{\mu_l} - \left(\sum w_{it} n_{it} + R_{ct} k_{ct-1} + R_{ht} k_{ht-1} + R_{lt} l_{t-1} + p_{bt} k_{bt}\right) \quad (\text{ก.63})$$

ซึ่งสามารถหาเงื่อนไขลำดับหนึ่งในการเลือกปัจจัยการผลิตได้ดังนี้

เงื่อนไขลำดับที่หนึ่งเมื่อพิจารณาเทียบกับแรงงานสำหรับการผลิตที่อยู่อาศัยจากครัวเรือนที่ให้กู้เงิน (n_{ht})

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial n_{ht}} &= q_t\left(1-\mu_h-\mu_b-\mu_l\right)\left[A_{ht}\left(n_{ht}^{\alpha} n_{ht}'^{1-\alpha}\right)\right]^{1-\mu_h-\mu_b-\mu_l-1} \\
&\quad \times \frac{\partial}{\partial n_{ht}} A_{ht}\left(n_{ht}^{\alpha} n_{ht}'^{1-\alpha}\right)\left(k_{ht-1}\right)^{\mu_h} k_{bt}^{\mu_b} l_{t-1}^{\mu_l} - w_{ht} \qquad = 0 \\
w_{ht} &= q_t\left(1-\mu_h-\mu_b-\mu_l\right)\left[A_{ht}\left(n_{ht}^{\alpha} n_{ht}'^{1-\alpha}\right)\right]^{-\mu_h-\mu_b-\mu_l} \\
&\quad \times \alpha A_{ht} n_{ht}^{\alpha-1} n_{ht}'^{1-\alpha}\left(k_{ht-1}\right)^{\mu_h} k_{bt}^{\mu_b} l_{t-1}^{\mu_l} \\
w_{ht} &= q_t\left(1-\mu_h-\mu_b-\mu_l\right)\left[A_{ht}\left(n_{ht}^{\alpha} n_{ht}'^{1-\alpha}\right)\right]^{-\mu_h-\mu_b-\mu_l} \\
&\quad \times \frac{\alpha}{n_{ht}}\left[A_{ht} n_{ht}^{\alpha} n_{ht}'^{1-\alpha}\right]\left(k_{ht-1}\right)^{\mu_h} k_{bt}^{\mu_b} l_{t-1}^{\mu_l}
\end{aligned}$$

$$w_{ht} = q_t \frac{\alpha}{n_{ht}}(1-\mu_h-\mu_b-\mu_l)\left[A_{ht}\left(n_{ht}^{\alpha}n_{ht}'^{1-\alpha}\right)\right]^{1-\mu_h-\mu_b-\mu_l} \times \left(k_{ht-1}\right)^{\mu_h} k_{bt}^{\mu_b} l_{t-1}^{\mu_l}$$

$$w_{ht} = (1-\mu_h-\mu_b-\mu_l)\alpha \frac{q_t IH_t}{n_{ht}} \quad \text{(ก.64)}$$

เงื่อนไขลำดับที่หนึ่งเมื่อพิจารณาเทียบกับแรงงานสำหรับการผลิตสินที่อยู่อาศัยจากครัวเรือนที่กู้เงิน (n'_{ht})

$$\frac{\partial L}{\partial n'_{ht}} = q_t(1-\mu_h-\mu_b-\mu_l)\left[A_{ht}\left(n_{ht}^{\alpha}n_{ht}'^{1-\alpha}\right)\right]^{1-\mu_h-\mu_b-\mu_l-1} \times \frac{\partial}{\partial n'_{ht}} A_{ht}\left(n_{ht}^{\alpha}n_{ht}'^{1-\alpha}\right)\left(k_{ht-1}\right)^{\mu_h} k_{bt}^{\mu_b} l_{t-1}^{\mu_l} - w'_{ht} = 0$$

$$w'_{ht} = q_t(1-\mu_h-\mu_b-\mu_l)\left[A_{ht}\left(n_{ht}^{\alpha}n_{ht}'^{1-\alpha}\right)\right]^{1-\mu_h-\mu_b-\mu_l-1} \times (1-\alpha)A_{ht}n_{ht}^{\alpha}n_{ht}'^{1-\alpha-1}\left(k_{ht-1}\right)^{\mu_h} k_{bt}^{\mu_b} l_{t-1}^{\mu_l}$$

$$w'_{ht} = q_t(1-\mu_h-\mu_b-\mu_l)\left[A_{ht}\left(n_{ht}^{\alpha}n_{ht}'^{1-\alpha}\right)\right]^{-\mu_h-\mu_b-\mu_l} \times (1-\alpha)A_{ht}n_{ht}^{\alpha}n_{ht}'^{-\alpha}\frac{n'_{ht}}{n'_{ht}}\left(k_{ht-1}\right)^{\mu_h} k_{bt}^{\mu_b} l_{t-1}^{\mu_l}$$

$$w'_{ht} = q_t(1-\mu_h-\mu_b-\mu_l)\left[A_{ht}\left(n_{ht}^{\alpha}n_{ht}'^{1-\alpha}\right)\right]^{-\mu_h-\mu_b-\mu_l} \times \frac{(1-\alpha)}{n'_{ht}}\left[A_{ht}n_{ht}^{\alpha}n_{ht}'^{1-\alpha}\right]\left(k_{ht-1}\right)^{\mu_h} k_{bt}^{\mu_b} l_{t-1}^{\mu_l}$$

$$w'_{ht} = q_t\frac{(1-\alpha)}{n'_{ht}}(1-\mu_h-\mu_b-\mu_l)\left[A_{ht}\left(n_{ht}^{\alpha}n_{ht}'^{1-\alpha}\right)\right]^{1-\mu_h-\mu_b-\mu_l} \times \left(k_{ht-1}\right)^{\mu_h} k_{bt}^{\mu_b} l_{t-1}^{\mu_l}$$

$$w'_{ht} = (1-\alpha)(1-\mu_h-\mu_b-\mu_l)\frac{q_t IH_t}{n'_{ht}} \quad \text{(ก.65)}$$

เงื่อนไขลำดับที่หนึ่งเมื่อพิจารณาเทียบกับทุนที่ใช้สำหรับการผลิตที่อยู่อาศัย (k_{ht-1})

$$\frac{\partial L}{\partial k_{ht-1}} = q_t\left[A_{ht}\left(n_{ht}^{\alpha}n_{ht}'^{1-\alpha}\right)\right]^{1-\mu_h-\mu_b-\mu_l}\mu_h\left(k_{ht-1}\right)^{\mu_h-1} k_{bt}^{\mu_b} l_{t-1}^{\mu_l} - R_{ht} = 0$$

$$R_{ht} = q_t\left[A_{ht}\left(n_{ht}^{\alpha}n_{ht}'^{1-\alpha}\right)\right]^{1-\mu_h-\mu_b-\mu_l}\mu_h\left(k_{ht-1}\right)^{\mu_h-1} k_{bt}^{\mu_b} l_{t-1}^{\mu_l}$$

$$R_{ht} = q_t \frac{\mu_h}{k_{ht-1}} \left[A_{ht} \left(n_{ht}^{\alpha} n_{ht}'^{1-\alpha} \right) \right]^{1-\mu_h-\mu_b-\mu_l} \left(k_{ht-1} \right)^{\mu_h} k_{bt}^{\mu_b} l_{t-1}^{\mu_l}$$

$$R_{ht} = \mu_h \frac{q_t IH_t}{k_{ht-1}} \qquad (ก.66)$$

เงื่อนไขลำดับที่หนึ่งเมื่อพิจารณาเทียบกับที่ดิน (l_{t-1}) และกำหนดให้ $l_{t-1} = 1$

$$\frac{\partial L}{\partial l_t} = q_t \left[A_{ht} \left(n_{ht}^{\alpha} n_{ht}'^{1-\alpha} \right) \right]^{1-\mu_h-\mu_b-\mu_l} \left(k_{ht-1} \right)^{\mu_h} k_{bt}^{\mu_b} \mu_l l_{t-1}^{\mu_l - 1} - R_{lt} = 0$$

$$R_{lt} = q_t \frac{\mu_l}{l_{t-1}} \left[A_{ht} \left(n_{ht}^{\alpha} n_{ht}'^{1-\alpha} \right) \right]^{1-\mu_h-\mu_b-\mu_l} \left(k_{ht-1} \right)^{\mu_h} k_{bt}^{\mu_b} l_{t-1}^{\mu_l}$$

$$R_{lt} = q_t \frac{\mu_l}{l_{t-1}} IH_t$$

$$R_{lt} = q_t \mu_t IH_t \qquad (ก.67)$$

เงื่อนไขลำดับที่หนึ่งเมื่อพิจารณาเทียบกับสินค้าขั้นกลาง (k_{bt})

$$\frac{\partial L}{\partial k_{bt}} = q_t \left[A_{ht} \left(n_{ht}^{\alpha} n_{ht}'^{1-\alpha} \right) \right]^{1-\mu_h-\mu_b-\mu_l} \left(k_{ht-1} \right)^{\mu_h} \mu_b k_{bt}^{\mu_b - 1} l_{t-1}^{\mu_l} - p_{bt} = 0$$

$$p_{bt} = q_t \frac{\mu_b}{k_{bt}} \left[A_{ht} \left(n_{ht}^{\alpha} n_{ht}'^{1-\alpha} \right) \right]^{1-\mu_h-\mu_b-\mu_l} \left(k_{ht-1} \right)^{\mu_h} k_{bt}^{\mu_b} l_{t-1}^{\mu_l}$$

$$p_{bt} = q_t \frac{\mu_b}{k_{bt}} IH_t \qquad (ก.68)$$

แต่ว่าผลที่ได้จากการหาเงื่อนไขลำดับที่หนึ่งดังกล่าวยังมีการเติบโต ดังนั้นในการศึกษาครั้งนี้จะต้องกำจัดอิทธิพลของการเติบโตของสมการเหล่านี้ออก ซึ่งสามารถทำได้ดังนี้

สมการที่ (ก.64) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบที่กำจัดอิทธิพลของอัตราการเติบโตได้ดังนี้

$$w_{ht} = \left(1 - \mu_h - \mu_b - \mu_l \right) \alpha \frac{q_t IH_t}{n_{ht}}$$

$$\frac{w_{ht}}{G_C^t} = \left(1 - \mu_h - \mu_b - \mu_l \right) \alpha \frac{1}{n_{ht}} \frac{IH_t}{G_H^t} \frac{q_t}{G_Q^t}$$

$$\hat{w}_{ht} = \left(1 - \mu_h - \mu_b - \mu_l \right) \alpha \frac{\hat{q}_t I\hat{H}_t}{n_{ht}} \qquad (ก.69)$$

สมการที่ (ก.65) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบที่กำจัดอิทธิพลของอัตราการเติบโตได้ดังนี้

$$w'_{ht} = (1-\alpha)(1-\mu_h-\mu_b-\mu_l)\frac{q_t IH_t}{n'_{ht}}$$

$$\frac{w'_{ht}}{G_C^t} = (1-\alpha)(1-\mu_h-\mu_b-\mu_l)\frac{1}{n'_{ht}}\frac{q_t}{G_Q^t}\frac{IH_t}{G_H^t}$$

$$\hat{w}'_{ht} = (1-\alpha)(1-\mu_h-\mu_b-\mu_l)\frac{\hat{q}_t I\hat{H}_t}{n'_{ht}} \qquad (ก.70)$$

สมการที่ (ก.66) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบที่กำจัดอิทธิพลของอัตราการเติบโตได้ดังนี้

$$R_{ht} = \mu_h \frac{\dfrac{q_t}{G_Q^t}\dfrac{IH_t}{G_H^t}}{\dfrac{k_{ht-1}}{G_C^t}\dfrac{G_C}{G_C}}$$

$$R_{ht} = \mu_h \frac{\dfrac{q_t}{G_Q^t}\dfrac{IH_t}{G_H^t}}{\dfrac{k_{ht-1}}{G_C^{t-1}}\dfrac{1}{G_C}}$$

$$R_{ht} = \mu_h \frac{\hat{q}_t I\hat{H}_t}{\dfrac{\hat{k}_{ht-1}}{G_C}} \qquad (ก.71)$$

สมการที่ (ก.67) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบที่กำจัดอิทธิพลของอัตราการเติบโตได้ดังนี้

$$\frac{R_{lt}}{G_C^t} = \frac{q_t}{G_Q^t}\mu_t\frac{IH_t}{G_H^t}$$

$$\hat{R}_{lt} = \mu\hat{q}_t I\hat{H}_t \qquad (ก.72)$$

สมการที่ (ก.68) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบที่กำจัดอิทธิพลของอัตราการเติบโตได้ดังนี้

$$p_{bt} = \frac{q_t}{G_G^t}\frac{\mu_b}{\dfrac{k_{bt}}{G_C^t}}\frac{IH_t}{G_H^t}$$

$$p_{bt} = \hat{q}_t\frac{\mu_b}{\hat{k}_{bt}}I\hat{H}_t \qquad (ก.73)$$

5. ดุลยภาพในตลาด (Market Clearing)

เงื่อนไขดุลยภาพของตลาด คือ

$$C_t + \frac{IK_{ct}}{A_{kt}} + IK_{ht} + k_{bt} = Y_t - \frac{\phi_{kc}}{2}\left[\frac{k_{ct}}{k_{ct-1}} - G_{KC}\right]^2 \frac{k_{ct-1}}{\Gamma_{AK}^{t}} - \frac{\phi_{kh}}{2}\left[\frac{k_{ht}}{k_{ht-1}} - G_C\right]^2 k_{ht-1} \qquad (ก.74)$$

$$IH_t = h_t + h'_t - \left(1-\delta_h\right)\left(h_{t-1} + h'_{t-1}\right) \qquad (ก.75)$$

$$b_t + b'_t = 0 \qquad (ก.76)$$

จากสมการที่ (ก.74) สามารถเขียนในรูปแบบที่กำจัดอิทธิพลของอัตราการเติบโตได้ดังนี้

$$C_t + \frac{IK_{ct}}{A_{kt}} + IK_{ht} + k_{bt} = Y_t - \frac{\phi_{kc}}{2}\left[\frac{k_{ct}}{k_{ct-1}} - G_{KC}\right]^2 \frac{k_{ct-1}}{\Gamma_{AK}^{t}} - \frac{\phi_{kh}}{2}\left[\frac{k_{ht}}{k_{ht-1}} - G_C\right]^2 k_{ht-1}$$

$$\frac{C_t}{G_C^t} + \frac{IK_{ct}}{A_{kt}G_C^t} + \frac{IK_{ht}}{G_C^t} + \frac{k_{bt}}{G_C^t}$$

$$= \frac{Y_t}{G_C^t} - \frac{\phi_{kc}}{2}\left[\frac{\frac{k_{ct}}{G_C^t}}{\frac{k_{ct-1}}{G_C^t}} - G_{KC}\right]^2 \frac{k_{ct-1}}{\Gamma_{AK}^{t}G_C^t} - \frac{\phi_{kh}}{2}\left[\frac{\frac{k_{ht}}{G_C^t}}{\frac{k_{ht-1}}{G_C^t}} - G_C\right]^2 \frac{k_{ht-1}}{G_C^t}$$

$$\frac{C_t}{G_C^t} + \frac{IK_{ct}}{A_{kt}G_C^t} + \frac{IK_{ht}}{G_C^t} + \frac{k_{bt}}{G_C^t}$$

$$= \frac{Y_t}{G_C^t} - \frac{\phi_{kc}}{2}\left[\frac{\frac{k_{ct}}{G_C^t}\frac{\Gamma_{AK}^t}{\Gamma_{AK}^t}}{\frac{k_{ct-1}}{G_C^t}\frac{G_C}{G_C}\frac{\Gamma_{AK}^{t-1}}{\Gamma_{AK}^{t-1}}} - G_{KC}\right]^2 \frac{k_{ct-1}}{\Gamma_{AK}^{t}G_C^t}\frac{G_C}{G_C}\frac{\Gamma_{AK}}{\Gamma_{AK}} - \frac{\phi_{kh}}{2}\left[\frac{\frac{k_{ht}}{G_C^t}}{\frac{k_{ht-1}}{G_C^t}\frac{G_C}{G_C}} - G_C\right]^2 \frac{k_{ht-1}}{G_C^t}\frac{G_C}{G_C}$$

$$\frac{C_t}{G_C^t} + \frac{IK_{ct}}{A_{kt}G_C^t} + \frac{IK_{ht}}{G_C^t} + \frac{k_{bt}}{G_C^t}$$

$$= \frac{Y_t}{G_C^t} - \frac{\phi_{kc}}{2}\left[\frac{\frac{k_{ct}}{G_C^t\Gamma_{AK}^t}\Gamma_{AK}^t}{\frac{k_{ct-1}}{G_C^{t-1}\Gamma_{AK}^{t-1}}\frac{\Gamma_{AK}^{t-1}}{G_C}} - G_{KC}\right]^2 \frac{k_{ct-1}}{\Gamma_{AK}^{t-1}G_C^{t-1}}\frac{1}{G_C\Gamma_{AK}} - \frac{\phi_{kh}}{2}\left[\frac{\frac{k_{ht}}{G_C^t}}{\frac{k_{ht-1}}{G_C^{t-1}}\frac{1}{G_C}} - G_C\right]^2 \frac{k_{ht-1}}{G_C^{t-1}}\frac{1}{G_C}$$

$$\hat{C}_t + \frac{I\hat{K}_{ct}}{a_{kt}} + I\hat{K}_{ht} + \hat{k}_{bt}$$

$$= \hat{Y}_t - \frac{\phi_{kc}}{2G_C\Gamma_{AK}}\left[\frac{\hat{k}_{ct}\Gamma^t_{AK}}{\hat{k}_{ct-1}\frac{\Gamma^t_{AK}}{\Gamma_{AK}G_C}} - G_{KC}\right]^2 \hat{k}_{ct-1} - \frac{\phi_{kh}}{2G_C}\left[\frac{\hat{k}_{ht}}{\hat{k}_{ht-1}\frac{1}{G_C}} - G_C\right]^2 \hat{k}_{ht-1}$$

$$\hat{C}_t + \frac{I\hat{K}_{ct}}{a_{kt}} + I\hat{K}_{ht} + \hat{k}_{bt}$$

$$= \hat{Y}_t - \frac{\phi_{kc}}{2G_C\Gamma_{AK}}\left[G_{KC}\frac{\hat{k}_{ct}}{\hat{k}_{ct-1}} - G_{KC}\right]^2 \hat{k}_{ct-1} - \frac{\phi_{kh}}{2G_C}\left[G_C\frac{\hat{k}_{ht}}{\hat{k}_{ht-1}} - G_C\right]^2 \hat{k}_{ht-1} \qquad \text{(ก.77)}$$

จากสมการที่ (ก.75) สามารถเขียนในรูปแบบที่กำจัดอิทธิพลของอัตราการเติบโตได้ดังนี้

$$IH_t = h_t + h'_t - (1-\delta_h)(h_{t-1} + h'_{t-1})$$

$$\frac{IH_t}{G^t_H} = \frac{h_t}{G^t_H} + \frac{h'_t}{G^t_H} - (1-\delta_h)\left(\frac{h_{t-1}}{G^t_H} + \frac{h'_{t-1}}{G^t_H}\right)$$

$$\frac{IH_t}{G^t_H} = \frac{h_t}{G^t_H} + \frac{h'_t}{G^t_H} - (1-\delta_h)\left(\frac{h_{t-1}}{G^t_H}\frac{G_H}{G_H} + \frac{h'_{t-1}}{G^t_H}\frac{G_H}{G_H}\right)$$

$$I\hat{H}_t = \hat{h}_t + \hat{h}'_t - (1-\delta_h)\left(\frac{\hat{h}_{t-1}}{G_H} + \frac{\hat{h}'_{t-1}}{G_H}\right) \qquad \text{(ก.78)}$$

จากสมการที่ (ก.76) สามารถเขียนในรูปแบบที่กำจัดอิทธิพลของอัตราการเติบโตได้ดังนี้

$$b_t + b'_t = 0$$

$$\frac{b_t}{G^t_C} + \frac{b'_t}{G^t_C} = 0$$

$$\hat{b}_t + \hat{b}'_t = 0 \qquad \text{(ก.79)}$$

ภาคผนวก ข

สถานะคงตัวของแบบจำลอง

ภาคผนวก ข.

สถานะคงตัวของแบบจำลอง

1. สถานะคงตัวของแบบจำลอง (Steady state of the model)

สิ่งที่น่าสนใจในการศึกษาครั้งนี้คือ การหาค่าสถานะคงตัว (Steady state) ของแบบจำลอง โดยในการหาค่าดังกล่าวต้องอาศัยการปรับแบบจำลองด้วยการขจัดอิทธิพลของอัตราการเติบโตในระยะยาวออก เช่น

$$\hat{c}_t = \frac{c_t}{G_C^t}$$

$$\hat{c}_{t-1} = \frac{c_{t-1}}{G_C^{t-1}}$$

ดังนั้นในแต่ละสมการสามารถเขียนแทนได้โดย

$$c_t = \hat{c}_t G_C^t$$

$$c_{t-1} = \hat{c}_{t-1} G_C^{t-1}$$

$$q_t = \hat{q}_t G_Q^t$$

$$u_{ct} = \hat{u}_{ct} G_C^{-t}$$

2. การคำนวณ (Calculations)

ค่าความพอใจส่วนเพิ่มของการบริโภค (Marginal utility of consumption: u_{ct}, u'_{ct}) และค่าความพอใจส่วนเพิ่มของที่อยู่อาศัย (Marginal utility of housing: u_{ht}, u'_{ht}) ณ จุดสถานะคงตัว (Steady state) มีค่าเท่ากับ $\frac{1}{c}$ และ $\frac{j}{h}$ ตามลำดับ และจากสมการ (ก.25) คือ สมการ Euler ของการบริโภค

$$\hat{u}_{ct} = \beta E_t \left[\frac{\hat{u}_{ct+1}}{G_C} \left[\frac{R_t}{\pi_{t+1}} \right] \right]$$

ในจุดสถานะคงตัวค่าอัตราการเติบโตของการบริโภค (G_C) จะมีค่าเท่ากับ 1 ดังนั้นสามารถหาค่าของอัตราดอกเบี้ยที่สถานะคงตัวได้ โดยกำหนดให้ $\bar{\pi}=1$ จะได้

$$
\begin{aligned}
\hat{u}_c &= \beta\left[\frac{\hat{u}_c}{G_C}\frac{R}{\pi}\right] \\
\hat{u}_c &= \beta\hat{u}_c R \\
1 &= \beta R \\
R &= \frac{1}{\beta} \qquad (ข.80)
\end{aligned}
$$

จากสมการ (ก.26) คือ สมการ Euler ของการสะสมทุนที่ใช้ในการผลิตสินค้าทั่วไป (k_c) สามารถหาค่าผลตอบแทนของทุนในสถานะคงตัวได้ดังนี้

$$
\begin{aligned}
\hat{u}_{ct}\left[\frac{1}{a_{kt}}+\phi_{kc}\left(\frac{\hat{k}_{ct}}{\hat{k}_{ct-1}}-1\right)\right] &= (\beta G_C)E_t\left[\frac{\hat{u}_{ct+1}}{G_C}\left[\frac{\hat{R}_{ct+1}}{\Gamma_{AK}^{t+1}}+\frac{1-\delta_k}{a_{kt+1}}-\frac{\phi_{kc}G_{KC}}{2}\left[1-\left[\frac{\hat{k}_{ct+1}}{\hat{k}_{ct}}\right]^2\right]\right]\right] \\
\hat{u}_{c}\left[\frac{1}{a_{k}}+\phi_{kc}\left(\frac{\hat{k}_{c}}{\hat{k}_{c}}-1\right)\right] &= (\beta G_C)\left[\frac{\hat{u}_{c}}{G_C}\left[\frac{\hat{R}_{c}}{\Gamma_{AK}}+\frac{1-\delta_k}{a_{k}}-\frac{\phi_{kc}G_{KC}}{2}\left[1-\left[\frac{\hat{k}_{c}}{\hat{k}_{c}}\right]^2\right]\right]\right] \\
1 &= \beta\left[\frac{\hat{R}_c}{\Gamma_{AK}}+1-\delta_k\right] \\
\hat{R}_{kc} &= \left[\frac{1}{\beta}-(1-\delta_k)\right]\Gamma_{AK} \qquad (ข.81)
\end{aligned}
$$

จากสมการ (ก.27) สมการ Euler ของการสะสมทุนที่ใช้ในการผลิตที่อยู่อาศัย (k_h) สามารถหาค่าผลตอบแทนของทุนในสถานะคงตัวได้ดังนี้

$$
\hat{u}_{ct}\left[1+\phi_{kh}\left(\frac{\hat{k}_{ht}}{\hat{k}_{ht-1}}-1\right)\right] = (\beta G_C)E_t\left[\frac{\hat{u}_{ct+1}}{G_C}\left[R_{ht+1}+(1-\delta_k)-\frac{\phi_{kh}G_C}{2}\left[1-\left[\frac{\hat{k}_{ht+1}}{\hat{k}_{ht}}\right]^2\right]\right]\right]
$$

$$\hat{u}_c\left[1+\phi_{kh}\left(\frac{\hat{k}_h}{\hat{k}_h}-1\right)\right] = \left(\beta G_C\right)\left[\frac{\hat{u}_c}{G_C}\left[R_h+\left(1-\delta_k\right)-\frac{\phi_{kh}G_C}{2}\left[1-\left[\frac{\hat{k}_h}{\hat{k}_h}\right]^2\right]\right]\right]$$

$$1 = \beta\left[R_h+\left(1-\delta_k\right)\right]$$

$$R_{kh} = \frac{1}{\beta}-\left(1-\delta_k\right) \qquad (ข.82)$$

จากสมการที่ (ข.81) และสมการที่ (ก.60)[1] สามารถหาอัตราส่วน $\frac{k_c}{Y}$ และเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ ζ_0 ได้ดังนี้

$$\left[\frac{1-\beta\left(1-\delta_{kc}\right)}{\beta}\right]\Gamma_{AK} = \frac{\mu_c Y_t G_{KC}}{k_{ct-1}X_t}$$

$$\frac{\left[1-\beta\left(1-\delta_{kc}\right)\right]\Gamma_{AK}}{\beta} = \frac{\mu_c y G_{KC}}{k_c X}$$

$$\frac{\left[1-\beta\left(1-\delta_{kc}\right)\right]\Gamma_{AK}X}{\beta\mu_c G_{KC}} = \frac{y}{k_c}$$

$$\frac{k_c}{y} = \left[\frac{\beta\mu_c G_{KC}}{\left[1-\beta\left(1-\delta_{kc}\right)\right]\Gamma_{AK}}\right]\frac{1}{X} = \zeta_0 \qquad (ข.83)$$

จากสมการที่ (ข.82) และสมการที่ (ก.71)[2] สามารถหาอัตราส่วน $\frac{k_h}{Y}$ และเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ ζ_0 ได้ดังนี้

$$\frac{1}{\beta}-\left(1-\delta_{kh}\right) = \frac{\mu_h q_t IH_t G_C}{k_{ht-1}}$$

---

[1] สมการที่ (ก.60) คือ สมการเงื่อนไขลำดับหนึ่งเมื่อพิจารณาเทียบกับทุนที่ใช้สำหรับการผลิตสินค้าทั่วไปของหน่วยธุรกิจผลิตสินค้าทั่วไปในรูปแบบที่กำจัดอิทธิพลของอัตราการเติบโต, $R_{kh} = \frac{\mu_h q_t IH_t G_C}{k_{ht-1}}$

[2] สมการที่ (ก.71) คือ สมการเงื่อนไขลำดับหนึ่งเมื่อพิจารณาเทียบกับทุนที่ใช้สำหรับการผลิตที่อยู่อาศัย ของหน่วยธุรกิจผลิตที่อยู่อาศัยในรูปแบบที่กำจัดอิทธิพลของอัตราการเติบโต, $R_{ht} = \mu_h \frac{\hat{q}_t I\hat{H}_t}{\hat{k}_{ht-1}/G_C}$

$$\frac{1-\beta\left(1-\delta_{kh}\right)}{\beta} = \frac{\mu_h qIHG_C}{k_h}$$

$$\frac{1-\beta\left(1-\delta_{kh}\right)}{\beta\mu_h G_C} = \frac{qIH}{k_h}$$

$$\frac{k_h}{qIH} = \frac{\beta\mu_h G_C}{1-\beta\left(1-\delta_{kh}\right)} = \zeta_1 \qquad (ข.84)$$

จากสมการที่ (ก.16) คือ สมการ Euler ของที่อยู่อาศัยของครัวเรือนที่ให้กู้เงิน สามารถหาค่า $\frac{qh}{c}$ และเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ ζ_2 ได้ดังนี้

$$\hat{u}_{ct} q_t = \hat{u}_{ht} + \left(\beta G_C\right) E_t\left[\hat{u}_{ct+1}\hat{q}_{t+1}\left(1-\delta_h\right)\right]\frac{G_Q}{G_C}$$

$$\hat{u}_c q = \hat{u}_h + \left(\beta G_C\right)\hat{u}_c q\left(1-\delta_h\right)\frac{G_Q}{G_C}$$

$$1 = \frac{\hat{u}_h}{\hat{u}_c q} + \frac{\beta\hat{u}_c q\left(1-\delta_h\right)G_Q}{\hat{u}_c q}$$

$$\frac{\hat{u}_h}{\hat{u}_c q} = 1-\beta\left(1-\delta_h\right)G_Q$$

$$\hat{u}_h = \hat{u}_c q\left(1-\beta\left(1-\delta_h\right)G_Q\right)$$

$$\frac{j}{h} = \frac{q}{c}\left(1-\beta\left(1-\delta_h\right)G_Q\right)$$

$$\frac{qh}{c} = \frac{j}{1-\beta\left(1-\delta_h\right)G_Q} = \zeta_2 \qquad (ข.85)$$

จากสมการที่ (ก.44) คือ สมการ Euler ของที่อยู่อาศัยของครัวเรือนที่กู้เงิน สามารถหาค่า $\frac{qh'}{c'}$ และเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ ζ_3 ได้ดังนี้

$$\hat{u}'_{ct} q_t = \hat{u}'_{ht} + \left(\beta' G_C\right) E_t\left[\hat{u}'_{ct+1} q_{t+1}\left(1-\delta_h\right)\frac{G_Q}{G_C}\right] + mE_t\left[\hat{\psi}_t \frac{q_{t+1}\pi_{t+1}}{R_t} G_Q\right]$$

$$\hat{u}'_c q = \hat{u}'_{ht} + \left(\beta' G_C\right)\left[\hat{u}'_c q\left(1-\delta_h\right)\frac{G_Q}{G_C}\right] + m\left[\hat{\psi}\frac{q\pi}{R} G_Q\right]$$

$$1 \quad = \frac{\hat{u}'_{ht}}{\hat{u}'_c q} + \frac{1}{\hat{u}'_c q}\beta' G_C \hat{u}'_c q\left(1-\delta_h\right)\frac{G_Q}{G_C} + \frac{1}{\hat{u}'_c q} m\left[\hat{\psi}\frac{q\pi}{R}G_Q\right]$$

$$1 \quad = \frac{\hat{u}'_{ht}}{\hat{u}'_c q} + \beta'\left(1-\delta_h\right)G_Q + \frac{1}{\hat{u}'_c} m\left[\hat{\psi}\frac{1}{R}G_Q\right]$$

$$\frac{\hat{u}'_{ht}}{\hat{u}'_c q} = 1-\beta'\left(1-\delta_h\right)G_Q - \frac{1}{\hat{u}'_c} m\left[\hat{\psi}\frac{1}{R}G_Q\right]$$

โดยกำหนดให้ $\pi = 1$ และ $\psi = \dfrac{1-\beta'/\beta}{c'}$ จากนั้นแทนค่าสมการที่ (ข.80) $,\hat{u}'_c = \dfrac{1}{c'}$ และ $\hat{u}'_{ht} = \dfrac{j}{h'}$ จะได้

$$\frac{\hat{u}'_{ht}}{\hat{u}'_c q} = 1-\beta'\left(1-\delta_h\right)G_Q - \frac{1}{\hat{u}'_c} m\left[\frac{\frac{\left(\beta-\beta'\right)}{\beta}}{c'}\frac{1}{R}G_Q\right]$$

$$\frac{\hat{u}'_{ht}}{\hat{u}'_c q} = 1-\beta'\left(1-\delta_h\right)G_Q - \frac{1}{\hat{u}'_c} m\left[\frac{\left(\beta-\beta'\right)R}{c'}\frac{1}{R}G_Q\right]$$

$$\frac{j}{h'}\frac{c'}{q} = 1-\beta'\left(1-\delta_h\right)G_Q - m\left(\beta-\beta'\right)G_Q$$

$$\frac{c'}{qh'} = \frac{1-\beta'\left(1-\delta_h\right)G_Q - m\left(\beta-\beta'\right)G_Q}{j}$$

$$\frac{qh'}{c'} = \frac{j}{1-\beta'\left(1-\delta_h\right)G_Q - m\left(\beta-\beta'\right)G_Q} = \zeta_3 \qquad \text{(ข.86)}$$

ณ จุดสถานะคงตัวกำหนดให้ $b+b'=0$ ซึ่ง $b = mG_Q qh'/R$ กำหนดให้ กำหนดให้อัตราดอกเบี้ย $r \equiv \dfrac{R}{G_C}-1$ และผลตอบแทนที่ได้รับในจุดสถานะคงตัวเท่ากับ $\left[\dfrac{R}{G_C}-1\right]b$ ดังนั้นผลตอบแทนที่ได้คือ $\left[\dfrac{R}{G_C}-1\right]\dfrac{mG_Q}{R}qh'$ ซึ่งกำหนดให้มีค่าเท่ากับ $\zeta_4 qh'$ ดังนั้น $\zeta_4 = \left[\dfrac{R}{G_C}-1\right]\dfrac{mG_Q}{R}$ และกำหนดให้อัตราค่าเสื่อมของครัวเรือนที่กู้เงินคือ

$$\delta_h' = 1 - \frac{1-\delta_h}{G_H}$$

$$\delta_{kc}' = 1 - \frac{1-\delta_{kc}}{G_{KC}}$$

$$\delta_{kh}' = 1 - \frac{1-\delta_{kh}}{G_C}$$

จากสมการที่ (ข.83) - (ข.86) จะได้

$$k_c = \zeta_0 Y \quad \text{(ข.87)}$$

$$k_h = \zeta_1 qIH \quad \text{(ข.88)}$$

$$qh = \zeta_2 c \quad \text{(ข.89)}$$

$$qh' = \zeta_3 c' \quad \text{(ข.90)}$$

กำหนดให้มูลค่าของที่อยู่อาศัยในระบบเศรษฐกิจ ณ จุดสถานะคงตัว คือ

$$\delta_h'\left(qh + qh'\right) = qIH \quad \text{(ข.91)}$$

จากสมการเงื่อนไขของระบบเศรษฐกิจแบบปิด ผลิตภัณฑ์มวลรวมในประเทศในระบบเศรษฐกิจ คำนวณได้จากการบริโภค $(c+c')$ และการลงทุน $\delta_k'\left(k_c + k_h\right)$ จะได้

$$c + c' + \delta_k'\left(k_c + k_h\right) = Y \quad \text{(ข.92)}$$

จากข้อจำกัดด้านงบประมาณของครัวเรือนที่ให้กู้เงิน และโดยที่กำหนดให้ $f = \frac{X-1}{X}Y$ จะได้

$$c + \delta_h' qh = f + rk_c + rk_h + \mu_l qIH + \sum wn + \zeta_4 qh' + div \quad \text{(ข.93)}$$

จากข้อจำกัดด้านงบประมาณของครัวเรือนที่ให้กู้เงินจะได้

$$c' + \delta_h' qh' = \sum wn - \zeta_4 qh' + div \quad \text{(ข.94)}$$

จากสมการ (ข.87) - (ข.94) สามารถปรับค่าของสมการข้างต้นได้ดังนี้

$$\delta_h'\left(\zeta_2 c + \zeta_3 c'\right) = qIH \quad \text{(ข.95)}$$

$$c + c' + \delta_k'\left(\zeta_0 Y + \zeta_1 qIH\right) = Y \quad \text{(ข.96)}$$

$$\begin{aligned} c+\delta_h'\zeta_2 c &= f + r\zeta_0 Y + r\zeta_1 qIH \\ &\quad +\mu_l qIH + \sum wn + \zeta_4\zeta_3 c' \end{aligned} \qquad (ข.97)$$

$$c'+\delta_h'\zeta_3 c' = \sum w'n' - \zeta_4\zeta_3 c' \qquad (ข.98)$$

จากอุปสงค์ต่อแรงงานในตลาดแรงงาน (พิจารณาจากเงื่อนไขอันดับหนึ่งจากหน่วยธุรกิจ)

$$w_c = (1-\mu_c)\alpha\frac{Y}{Xn_c}$$

$$w_c' = (1-\mu_c)(1-\alpha)\frac{Y}{Xn_c'}$$

$$w_h = (1-\mu_h-\mu_b-\mu_t)\alpha\frac{qIH}{n_h}$$

$$w_h' = (1-\mu_h-\mu_b-\mu_t)(1-\alpha)\frac{qIH}{n_h'}$$

คำนวณค่าที่จุดสถานะคงตัว จะได้จำนวนต้นทุนในการจ้างแรงงานโดยแบ่งตามประเภทของครัวเรือนที่ให้กู้เงินและครัวเรือนที่กู้เงิน ได้ดังนี้

$$w_c n_c + w_h n_h = (1-\mu_c)\alpha\frac{Y}{X} + (1-\mu_h-\mu_b-\mu_t)\alpha qIH$$

$$w_c n_c + w_h n_h = \alpha\left[(1-\mu_c)\frac{Y}{X} + (1-\mu_h-\mu_b-\mu_t)qIH\right] = \sum wn \qquad (ข.99)$$

$$w_c'n_c' + w_h'n_h' = (1-\mu_c)(1-\alpha)\frac{Y}{X_c} + (1-\mu_h-\mu_b-\mu_t)(1-\alpha)qIH$$

$$w_c'n_c' + w_h'n_h' = (1-\alpha)\left[(1-\mu_c)\frac{Y}{X_c} + (1-\mu_h-\mu_b-\mu_t)qIH\right] = \sum w'n' \qquad (ข.100)$$

จาก $f = \frac{X-1}{X}Y$ และกำหนดให้ $\phi = \frac{(X-1)}{X}$ ดังนั้น $f = \phi Y$ จะได้ แทนค่าสมการที่ (ข.99) ในสมการที่ (ข.97) จะได้

$$\begin{aligned} c+\delta_h'\zeta_2 c &= \phi Y + r\zeta_0 Y + r\zeta_1 qIH + \mu_l qIH \\ &\quad +\alpha\left[(1-\mu_c)\frac{Y}{X} + (1-\mu_h-\mu_b-\mu_t)qIH\right] + \zeta_4\zeta_3 c' \end{aligned}$$

แทนค่าสมการที่ (ข.100) ในสมการที่ (ข.98) จะได้

$$c' + \delta_h' \zeta_3 c' = (1-\alpha)\left[(1-\mu_c)\frac{Y}{X_c} + (1-\mu_h-\mu_b-\mu_t)qIH\right] - \zeta_4\zeta_3 c'$$

และจากสมการที่ (ข.95) สามารถปรับรูปแบบสมการจะได้

$$\begin{aligned} c + \delta_h' \zeta_2 c &= (\phi + r\zeta_0)Y + r\zeta_1\delta_h'(\zeta_2 c + \zeta_3 c') + \mu_l qIH \\ &+\alpha\left[(1-\mu_c)\frac{Y}{X} + (1-\mu_h-\mu_b-\mu_t)\delta_h'(\zeta_2 c + \zeta_3 c')\right] \\ &+\zeta_4\zeta_3 c' \end{aligned} \quad \text{(ข.101)}$$

$$\begin{aligned} c' + \delta_h' \zeta_3 c' &= (1-\alpha)\left[(1-\mu_c)\frac{Y}{X_c} + (1-\mu_h-\mu_b-\mu_t)\delta_h'(\zeta_2 c + \zeta_3 c')\right] \\ &-\zeta_4\zeta_3 c' \end{aligned} \quad \text{(ข.102)}$$

จากสมการที่ (ข.101) สามารถหาอัตราส่วนการบริโภคต่อผลผลิต (Consumption-Output ratio: $\frac{c}{Y}$) ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} c + \delta_h' \zeta_2 c &= (\phi + r\zeta_0)Y + r\zeta_1\delta_h'(\zeta_2 c + \zeta_3 c') + \mu_l qIH \\ &+\alpha\left[(1-\mu_c)\frac{Y}{X} + (1-\mu_h-\mu_b-\mu_t)\delta_h'(\zeta_2 c + \zeta_3 c')\right] + \zeta_4\zeta_3 c' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{X-1}{X} + r\zeta_0\right)Y + \frac{\alpha(1-\mu_c)Y}{X} &= c + \delta_h'\zeta_2 c - r\zeta_1\delta_h'(\zeta_2 c + \zeta_3 c') - \mu_l qIH \\ &-\zeta_4\zeta_3 c' - \alpha\left[(1-\mu_h-\mu_b-\mu_t)\delta_h'(\zeta_2 c + \zeta_3 c')\right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{X-1}{X} + r\zeta_0 + \frac{\alpha(1-\mu_c)}{X}\right)Y &= c + \delta_h'\zeta_2 c - r\zeta_1\delta_h'(\zeta_2 c + \zeta_3 c') - \mu_l qIH \\ &-\zeta_4\zeta_3 c' - \alpha\left[(1-\mu_h-\mu_b-\mu_t)\delta_h'(\zeta_2 c + \zeta_3 c')\right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{X-1}{X} + r\zeta_0 + \frac{\alpha(1-\mu_c)}{X}\right)Y &= c + \delta_h'\zeta_2 c - r\zeta_1\delta_h'\zeta_2 c - r\zeta_1\delta_h'\zeta_3 c' - \mu_l qIH \\ &-\zeta_4\zeta_3 c' - \alpha(1-\mu_h-\mu_b-\mu_t)\delta_h'\zeta_2 c \\ &-\alpha(1-\mu_h-\mu_b-\mu_t)\delta_h'\zeta_3 c' \end{aligned}$$

$$\left(\frac{X-1}{X}+r\zeta_0+\frac{\alpha(1-\mu_c)}{X}\right)Y \qquad = c+\delta_h'\zeta_2 c - r\zeta_1\delta_h'\zeta_2 c - \mu_l\delta_h'\zeta_2 c$$
$$-\alpha(1-\mu_h-\mu_b-\mu_t)\delta_h'\zeta_2 c - r\zeta_1\delta_h'\zeta_3 c'$$
$$-\mu_l\delta_h'\zeta_3 c' - \zeta_4\zeta_3 c' - \alpha(1-\mu_h-\mu_b-\mu_t)\delta_h'\zeta_3 c'$$

$$\left(\frac{X-1}{X}+r\zeta_0+\frac{\alpha(1-\mu_c)}{X}\right)Y \qquad = \begin{bmatrix} 1+\delta_h'\zeta_2 - r\zeta_1\delta_h'\zeta_2 - \mu_l\delta_h'\zeta_2 \\ -\alpha(1-\mu_h-\mu_b-\mu_t)\delta_h'\zeta_2 \end{bmatrix} c$$
$$-\begin{bmatrix} r\zeta_1\delta_h'\zeta_3 + \mu_l\delta_h'\zeta_3 + \zeta_4\zeta_3 \\ +\alpha(1-\mu_h-\mu_b-\mu_t)\delta_h'\zeta_3 \end{bmatrix} c'$$

$$\left(\frac{X-1}{X}+r\zeta_0+\frac{\alpha(1-\mu_c)}{X}\right)Y \qquad = \left[1+\delta_h'\zeta_2\left[1-r\zeta_1-\mu_l-\alpha(1-\mu_h-\mu_b-\mu_t)\right]\right]c$$
$$-\left[\left[r\zeta_1+\mu_l+\alpha(1-\mu_h-\mu_b-\mu_t)\right]\delta_h'\zeta_3+\zeta_4\zeta_3\right]c'$$

(ข.103)

จากสมการที่ (ข.102) สามารถหาอัตราส่วนการบริโภคต่อผลผลิต (Consumption-Output ratio: $\frac{c'}{Y}$) ได้ดังนี้

$$c'+\delta_h'\zeta_3 c' \qquad = (1-\alpha)\left[(1-\mu_c)\frac{Y}{X_c}+(1-\mu_h-\mu_b-\mu_t)\delta_h'(\zeta_2 c+\zeta_3 c')\right]$$
$$-\zeta_4\zeta_3 c'$$

$$(1-\alpha)\left[(1-\mu_c)\frac{Y}{X_c}+(1-\mu_h-\mu_b-\mu_t)\delta_h'(\zeta_2 c+\zeta_3 c')\right]$$
$$= c'+\delta_h'\zeta_3 c'+\zeta_4\zeta_3 c'$$
$$-(1-\alpha)\left[(1-\mu_h-\mu_b-\mu_t)\delta_h'(\zeta_2 c+\zeta_3 c')\right]$$

$$(1-\alpha)(1-\mu_c)\frac{Y}{X_c} \qquad = c'+\delta_h'\zeta_3 c'+\zeta_4\zeta_3 c'$$
$$-(1-\alpha)\left((1-\mu_h-\mu_b-\mu_t)\delta_h'\zeta_2 c-(1-\alpha)(1-\mu_h-\mu_b-\mu_t)\delta_h'\zeta_3 c'\right)$$

$$(1-\alpha)(1-\mu_c)\frac{Y}{X_c} = \left[1+\delta_h'\zeta_3-(1-\alpha)(1-\mu_h-\mu_b-\mu_t)\delta_h'\zeta_3+\zeta_4\zeta_3\right]c' - \left[(1-\alpha)(1-\mu_h-\mu_b-\mu_t)\delta_h'\zeta_2\right]c \tag{ข.104}$$

จากสมการที่ (ข.103) และ (ข.104) กำหนดให้

$$\chi_1 = \left[1+\delta_h'\zeta_2\left[1-r\zeta_1-\mu_l-\alpha(1-\mu_h-\mu_b-\mu_t)\right]\right]$$

$$\chi_2 = \left[\left[r\zeta_1+\mu_l+\alpha(1-\mu_h-\mu_b-\mu_t)\right]\delta_h'\zeta_3+\zeta_4\zeta_3\right]$$

$$\chi_3 = \left(X-1+r\zeta_0X+\alpha(1-\mu_c)\right)$$

$$\chi_4 = \left[1+\delta_h'\zeta_3-(1-\alpha)(1-\mu_h-\mu_b-\mu_t)\delta_h'\zeta_3+\zeta_4\zeta_3\right]$$

$$\chi_5 = \left[(1-\alpha)(1-\mu_h-\mu_b-\mu_t)\delta_h'\zeta_2\right]$$

$$\chi_6 = \left[(1-\alpha)(1-\mu_c)\frac{1}{X_c}\right]$$

ดังนั้นแทนค่า χ_1, χ_2, χ_3 ในสมการที่ (ข.103) จะได้

$$\chi_3Y = \chi_1c-\chi_2c' \tag{ข.105}$$

หรือ

$$\chi_3 = \chi_1\frac{c}{Y}-\chi_2\frac{c'}{Y} \tag{ข.106}$$

และ

$$\frac{c}{Y} = \frac{\chi_3}{\chi_1}+\frac{\chi_2}{\chi_1}\frac{c'}{Y} \tag{ข.107}$$

ดังนั้นแทนค่า χ_4, χ_5 และ χ_6 ในสมการที่ (ข.104) จะได้

$$\chi_6Y = \chi_4c'-\chi_5c \tag{ข.108}$$

หรือ

$$\chi_6 = \chi_4\frac{c'}{Y}-\chi_5\frac{c}{Y} \tag{ข.109}$$

และ

$$\frac{c'}{Y} = \frac{\chi_6}{\chi_4} + \frac{\chi_5}{\chi_4}\frac{c}{Y} \qquad (ข.110)$$

แทนค่าสมการที่ (ข.107) ในสมการที่ (ข.109) จะได้

$$\chi_6 = \chi_4\frac{c'}{Y} - \chi_5\left[\frac{\chi_3}{\chi_1} + \frac{\chi_2}{\chi_1}\frac{c'}{Y}\right]$$

$$\chi_4\frac{c'}{Y} - \chi_5\frac{\chi_2}{\chi_1}\frac{c'}{Y} = \chi_6 + \chi_5\frac{\chi_3}{\chi_1}$$

$$\left[\frac{\chi_4\chi_1 - \chi_5\chi_2}{\chi_1}\right]\frac{c'}{Y} = \frac{\chi_6\chi_1 + \chi_5\chi_3}{\chi_1}$$

$$\frac{c'}{Y} = \frac{\chi_6\chi_1 + \chi_5\chi_3}{\chi_4\chi_1 - \chi_5\chi_2} \qquad (ข.111)$$

แทนค่าสมการที่ (ข.110) ในสมการที่ (ข.107) จะได้

$$\chi_3 = \chi_1\frac{c}{Y} - \chi_2\left[\frac{\chi_6}{\chi_4} + \frac{\chi_5}{\chi_4}\frac{c}{Y}\right]$$

$$\chi_1\frac{c}{Y} - \chi_2\frac{\chi_5}{\chi_4}\frac{c}{Y} = \chi_3 + \chi_2\frac{\chi_6}{\chi_4}$$

$$\left[\frac{\chi_1\chi_4 - \chi_2\chi_5}{\chi_4}\right]\frac{c}{Y} = \frac{\chi_3\chi_4 + \chi_2\chi_6}{\chi_4}$$

$$\frac{c}{Y} = \frac{\chi_3\chi_4 + \chi_2\chi_6}{\chi_1\chi_4 - \chi_2\chi_5} \qquad (ข.112)$$

ดังนั้นจากสมการที่ (ข.95) จะได้

$$\frac{qIH}{Y} = \delta_h'\left(\zeta_2\frac{c}{Y} + \zeta_3\frac{c'}{Y}\right) \qquad (ข.113)$$

3. การหาตัวแปรของแบบจำลอง

ในการคำนวณค่าในจุดสถานะคงตัว จำเป็นต้องหาค่าของชั่วโมงในการทำงาน จากเงื่อนไขลำดับที่หนึ่งที่พิจารณาถึงชั่วโมงการทำงานของภาคครัวเรือนทั้ง 2 ครัวเรือน และหน่วยธุรกิจทั้ง 2 หน่วยธุรกิจ

จากสมการอุปสงค์ต่อแรงงานของหน่วยธุรกิจที่ผลิตสินค้าทั่วไป

$$w_c = (1-\mu_c)\alpha \frac{Y}{Xn_c} \quad (ข.114)$$

$$w_h = (1-\mu_h-\mu_b-\mu_l)\alpha \frac{qIH}{n_h} \quad (ข.115)$$

และสมการอุปสงค์ต่อแรงงานของหน่วยธุรกิจที่ผลิตที่อยู่อาศัย

$$w_c' = (1-\mu_c)(1-\alpha)\frac{Y}{Xn_c'} \quad (ข.116)$$

$$w_{ht}' = (1-\mu_h-\mu_b-\mu_l)(1-\alpha)\frac{q_t IH_t}{n_{ht}'} \quad (ข.117)$$

สมการเงื่อนไขลำดับที่หนึ่งที่พิจารณาถึงชั่วโมงการทำงานของครัวเรือนที่ให้กู้

$$n_c^{\xi}\left(n_c^{1+\xi}+n_h^{1+\xi}\right)^{\frac{\eta-\xi}{1+\xi}} = u_c w_c \quad (ข.118)$$

$$n_h^{\xi}\left(n_c^{1+\xi}+n_h^{1+\xi}\right)^{\frac{\eta-\xi}{1+\xi}} = u_c w_h \quad (ข.119)$$

สมการเงื่อนไขลำดับที่หนึ่งที่พิจารณาถึงชั่วโมงการทำงานของครัวเรือนที่กู้เงิน

$$\left((n_c')^{1+\xi'}+(n_h')^{1+\xi'}\right)^{\frac{\eta'-\xi'}{1+\xi'}} n_c^{\xi'} = u_c' w_c' \quad (ข.120)$$

$$\left((n_c')^{1+\xi'}+(n_h')^{1+\xi'}\right)^{\frac{\eta'-\xi'}{1+\xi'}} n_h^{\xi'} = u_c' w_h' \quad (ข.121)$$

เมื่อพิจารณาสมการ (ข.114) - (ข.121) ร่วมกัน โดยที่ $u_c = \frac{1}{c}$ และ $u_c' = \frac{1}{c'}$ จะได้

$$(1-\mu_c)\alpha \frac{Y}{Xn_c} = cn_c^{\xi}\left(n_c^{1+\xi}+n_h^{1+\xi}\right)^{\frac{\eta-\xi}{1+\xi}} \quad (ข.122)$$

$$(1-\mu_h-\mu_b-\mu_l)\alpha \frac{qIH}{n_h} = cn_h^{\xi}\left(n_c^{1+\xi}+n_h^{1+\xi}\right)^{\frac{\eta-\xi}{1+\xi}} \quad (ข.123)$$

$$\left(1-\mu_c\right)\left(1-\alpha\right)\frac{Y}{Xn'_c} = c'\left(\left(n'_c\right)^{1+\xi'}+\left(n'_h\right)^{1+\xi'}\right)^{\frac{\eta'-\xi'}{1+\xi'}} n_c^{\xi'} \quad (ข.124)$$

$$\left(1-\mu_h-\mu_b-\mu_l\right)\left(1-\alpha\right)\frac{q_t IH_t}{n'_{ht}} = c'\left(\left(n'_c\right)^{1+\xi'}+\left(n'_h\right)^{1+\xi'}\right)^{\frac{\eta'-\xi'}{1+\xi'}} n_h^{\xi'} \quad (ข.125)$$

จากสมการที่ (ข.122) และสมการที่ (ข.123) สามารถหาอัตราส่วนของชั่วโมงการทำงานในการผลิตที่อยู่อาศัยและสินค้าทั่วไปของครัวเรือนที่ให้กู้เงินได้ดังนี้

$$\frac{\left(1-\mu_h-\mu_b-\mu_l\right)\alpha\frac{qIH}{n_h}}{\left(1-\mu_c\right)\alpha\frac{Y}{Xn_c}} = \frac{cn_h^{\xi}\left(n_{ct}^{1+\xi}+n_h^{1+\xi}\right)^{\frac{\eta-\xi}{1+\xi}}}{cn_c^{\xi}\left(n_c^{1+\xi}+n_h^{1+\xi}\right)^{\frac{\eta-\xi}{1+\xi}}}$$

$$\frac{\left(1-\mu_h-\mu_b-\mu_l\right)\frac{qIH}{n_h}}{\left(1-\mu_c\right)\frac{Y}{Xn_c}} = \frac{n_h^{\xi}}{n_c^{\xi}}$$

$$\frac{\left(1-\mu_h-\mu_b-\mu_l\right)qIHX}{\left(1-\mu_c\right)Y} = \frac{n_h^{1+\xi}}{n_c^{1+\xi}}$$

$$\left[\frac{\left(1-\mu_h-\mu_b-\mu_l\right)qIHX}{\left(1-\mu_c\right)Y}\right]^{\frac{1}{1+\xi}} = \frac{n_h}{n_c} \quad (ข.126)$$

และจากสมการที่ (ข.124) และสมการที่ (ข.125) สามารถหาอัตราส่วนของชั่วโมงการทำงานในการผลิตที่อยู่อาศัยและสินค้าทั่วไปของครัวเรือนที่กู้เงิน คือ

$$\frac{\left(1-\mu_h-\mu_b-\mu_l\right)\left(1-\alpha\right)\frac{qIH}{n'_h}}{\left(1-\mu_c\right)\left(1-\alpha\right)\frac{Y}{Xn'_c}} = \frac{c'\left(\left(n'_c\right)^{1+\xi'}+\left(n'_h\right)^{1+\xi'}\right)^{\frac{\eta'-\xi'}{1+\xi'}} n_h'^{\xi'}}{c'\left(\left(n'_c\right)^{1+\xi'}+\left(n'_h\right)^{1+\xi'}\right)^{\frac{\eta'-\xi'}{1+\xi'}} n_c'^{\xi'}}$$

$$\frac{\left(1-\mu_h-\mu_b-\mu_l\right)qIHX}{\left(1-\mu_c\right)Y} = \frac{n_h'^{1+\xi'}}{n_c'^{1+\xi'}}$$

$$\left[\frac{\left(1-\mu_h-\mu_b-\mu_l\right)qIHX}{\left(1-\mu_c\right)Y}\right]^{\frac{1}{1+\xi'}} = \frac{n'_h}{n'_c} \quad (ข.127)$$

จากสมการที่ (ข.122) จะได้

$$(1-\mu_c)\alpha\frac{Y}{Xn_c} = cn_c^{\xi}\left(1+\left[\frac{n_h}{n_c}\right]^{1+\xi}\right)^{\frac{\eta-\xi}{1+\xi}} \quad (ข.128)$$

ดังนั้นสามารถหาค่า n_c ได้โดยแทนสมการที่ (ข.126) ในสมการที่ (ข.128) จะได้

$$(1-\mu_c)\alpha\frac{Y}{Xc} = n_c^{1+\xi}\left(1+\frac{(1-\mu_h-\mu_b-\mu_l)qIHX}{(1-\mu_c)Y}\right)^{\frac{\eta-\xi}{1+\xi}}$$

$$n_c = \left[\frac{(1-\mu_c)\alpha\frac{Y}{Xc}}{\left(1+\frac{(1-\mu_h-\mu_b-\mu_l)qIHX}{(1-\mu_c)Y}\right)^{\frac{\eta-\xi}{1+\xi}}}\right]^{\frac{1}{1+\xi}} \quad (ข.129)$$

ดังนั้นสามารถหาค่า n_h ได้โดยแทนสมการที่ (ข.129) ในสมการที่ (ข.126) จะได้

$$n_h = \left[\frac{(1-\mu_h-\mu_b-\mu_l)qIHX}{(1-\mu_c)Y}\right]^{\frac{1}{1+\xi}}\left[\frac{(1-\mu_c)\alpha\frac{Y}{Xc}}{\left(1+\frac{(1-\mu_h-\mu_b-\mu_l)qIHX}{(1-\mu_c)Y}\right)^{\frac{\eta-\xi}{1+\xi}}}\right]^{\frac{1}{1+\xi}}$$

(ข.130)

จากสมการที่ (ข.124) จะได้

$$(1-\mu_c)(1-\alpha)\frac{Y}{Xn_c'} = c'\left(1+\left[\frac{n_h'}{n_c'}\right]^{1+\xi'}\right)^{\frac{\eta'-\xi'}{1+\xi'}} n_c'^{\xi'} \quad (ข.131)$$

ดังนั้นสามารถหาค่า n_c' ได้โดยแทนสมการที่ (ข.127) ในสมการที่ (ข.131) จะได้

$$(1-\mu_c)(1-\alpha)\frac{Y}{Xc'_c} = n_c'^{1+\xi'}\left(1+\frac{(1-\mu_h-\mu_b-\mu_l)qIHX}{(1-\mu_c)Y}\right)^{\frac{\eta'-\xi'}{1+\xi'}}$$

$$n'_c = \left[\frac{(1-\mu_c)(1-\alpha)\frac{Y}{Xc'_c}}{\left(1+\frac{(1-\mu_h-\mu_b-\mu_l)qIHX}{(1-\mu_c)Y}\right)^{\frac{\eta'-\xi'}{1+\xi'}}}\right]^{\frac{1}{1+\xi'}}$$

(ข.132)

ดังนั้นสามารถหาค่า n'_h ได้โดยแทนสมการที่ (ข.132) ในสมการที่ (ข.127) จะได้

$$n'_h = \left[\frac{(1-\mu_h-\mu_b-\mu_l)qIHX}{(1-\mu_c)Y}\right]^{\frac{1}{1+\xi'}}\left[\frac{(1-\mu_c)(1-\alpha)\frac{Y}{Xc'_c}}{\left(1+\frac{(1-\mu_h-\mu_b-\mu_l)qIHX}{(1-\mu_c)Y}\right)^{\frac{\eta'-\xi'}{1+\xi'}}}\right]^{\frac{1}{1+\xi'}}$$

(ข.133)

หลังจากที่สามารถหาจำนวนแรงงานของ 2 ครัวเรือน ใน 2 ภาคอุตสาหกรรมได้ ดังนั้นสามารถหาค่า จำนวนสินค้าทั่วไป (Y) จำนวนที่อยู่อาศัย (IH) การบริโภคของครัวเรือนที่ให้กู้เงิน (c) การบริโภคของครัวเรือนที่กู้เงิน (c') ทุนที่ใช้สำหรับการผลิตสินค้าทั่วไป (k_c) และทุนที่ใช้สำหรับการผลิตที่อยู่อาศัย (k_h) ณ จุดสถานะคงตัวได้

จากฟังก์ชันการผลิตของหน่วยธุรกิจที่ผลิตสินค้าทั่วไป

$$Y = \left[A_c\left(n_c^{\alpha} n_c'^{1-\alpha}\right)\right]^{1-\mu_c}(k_c)^{\mu_c} \quad \text{(ข.134)}$$

แทนค่าสมการที่ (ข.87), (ข.129) และสมการที่ (ข.132) ในสมการที่ (ข.134) จะได้จำนวนสินค้าทั่วในระบบเศรษฐกิจ ณ จุดสถานะคงตัว คือ

$$Y = \left[A_c\left(n_c^{\alpha} n_c'^{1-\alpha}\right)\right]^{1-\mu_c}(\zeta_0 Y)^{\mu_c} \quad \text{(ข.135)}$$

และจากฟังก์ชันการผลิตของหน่วยธุรกิจที่อยู่อาศัย

$$IH = \left[A_h \left(n_h^{\alpha} n_h'^{1-\alpha} \right) \right]^{1-\mu_h-\mu_b-\mu_l} k_h^{\mu_h} k_b^{\mu_b} l^{\mu_l} \quad (ข.136)$$

แทนค่าสมการที่ (ก.68), (ข.88), (ข.130) และสมการที่ (ข.133) โดยกำหนดให้ $l=1$ และ $qIH=\theta$ ในสมการที่ (ข.136) จะได้จำนวนที่อยู่อาศัยที่ถูกผลิตขึ้นในระบบเศรษฐกิจ ณ จุดสถานะคงตัว คือ

$$IH = \left[A_h \left(n_h^{\alpha} n_h'^{1-\alpha} \right) \right]^{1-\mu_h-\mu_b-\mu_l} \left(\zeta_1 \theta \right)^{\mu_h} \left(\mu_b \theta \right)^{\mu_b} \quad (ข.137)$$

ดังนั้นสามารถหาระดับการบริโภคของทั้ง 2 ภาคเศรษฐกิจ ณ จุดสถานะคงตัวได้โดยแทนสมการที่ (ข.135) ในสมการที่ (ข.111) และสมการที่ (ข.112) จะได้

$$c = \left[\frac{\chi_3\chi_4 + \chi_2\chi_6}{\chi_1\chi_4 + \chi_2\chi_5} \right] Y \quad (ข.138)$$

$$c' = \left[\frac{\chi_1\chi_6 + \chi_3\chi_5}{\chi_1\chi_4 + \chi_2\chi_5} \right] Y \quad (ข.139)$$

สามารถระดับทุนที่ใช้ในการผลิตสินค้าทั่วไป ณ จุดสถานะคงตัวได้โดยแทนสมการที่ (ข.135) ในสมการที่ (ข.87) จะได้

$$k_c = \zeta_0 Y \quad (ข.140)$$

สามารถระดับทุนที่ใช้ในการผลิตที่อยู่อาศัย ณ จุดสถานะคงตัวได้โดยแทนสมการที่ (ข.137) ในสมการที่ (ข.88) จะได้

$$k_h = \zeta_1 qIH \quad (ข.141)$$

สามารถหาจำนวนที่อยู่อาศัยของครัวเรือนที่ให้กู้เงิน ณ จุดสถานะคงตัวได้โดยแทนสมการที่ (ข.138) ในสมการที่ (ข.89) จะได้

$$h = \zeta_2 \frac{c}{q} \quad (ข.142)$$

สามารถหาจำนวนที่อยู่อาศัยของครัวเรือนที่กู้เงิน ณ จุดสถานะคงตัวได้โดยแทนสมการที่ (ข.139) ในสมการที่ (ข.90) จะได้

$$h' = \zeta_3 \frac{c'}{q} \tag{ข.143}$$

และสามารถหาจำนวนเงินที่กู้ยืมในระบบเศรษฐกิจ ณ จุดสถานะคงตัวได้โดยการแทนสมการที่ (ข.143) ในสมการที่ (ก.41)

$$b = mqG_Q \frac{h'}{R} \tag{ข.144}$$

การกำหนดค่าแนวโน้มเชิงเส้น (Linear deterministic trends)

กำหนดให้ค่าแนวโน้มของการบริโภค (A_c) เทคโนโลยีการผลิตที่อยู่อาศัย (A_h) และเทคโนโลยีการผลิตสินค้าทั่วไป (A_k) มีอัตราการเติบโตเบื้องต้น (Gross growth rates) แทนด้วยสัญลักษณ์ γ_C, γ_H และ γ_K ตามลำดับ ซึ่งเป็นตัวกำหนดอัตราการเติบโตของตัวในระบบเศรษฐกิจ โดยตัวแปรดังกล่าวจะเติบโตขึ้นตามเส้นทางการเติบโตที่สมดุล (Balance growth path)

ในการคำนวณหาอัตราการเติบโตสุทธิ (Net growth rate: x) ของตัวแปรสามารถหาได้จากสมการฟังก์ชันการผลิตของหน่วยธุรกิจ ดังนั้นการหาอัตราการเติบโตสุทธิของสินค้าทั่วไป (Y) จะได้ $x_Y = (1-\mu_C)\gamma_C + \mu_C x_{KC}$ และจาก $x_Y = x_{KC} - \gamma_K$ จะได้

$$x_Y = \gamma_C + \frac{\mu_c}{1-\mu_c}\gamma_K \tag{ข.145}$$

$$x_{KC} = \gamma_C + \frac{\mu_c}{1-\mu_c}\gamma_K \tag{ข.146}$$

$$x_{KH} = \gamma_C + \frac{\mu_c}{1-\mu_c}\gamma_K \tag{ข.147}$$

สำหรับภาคการผลิตที่อยู่อาศัยสามารถหาอัตราการเติบโตสุทธิจากฟังก์ชันการผลิต ซึ่งมีค่าเท่ากับ $x_I = (1-\mu_h-\mu_l-\mu_b)\gamma_H + \mu_h x_{KH} + \mu_b x_{KB}$ ดังนั้นแทนค่าสมการ (ข.146) และ (ข.147) จะได้

$$x_I = (1-\mu_h-\mu_l-\mu_b)\gamma_H + \mu_h\left(\frac{\mu_c}{1-\mu_c}\gamma_K\right) + \mu_b\left(\frac{\mu_c}{1-\mu_c}\gamma_K\right)$$

$$x_I = \left(1-\mu_h-\mu_l-\mu_b\right)\gamma_H + \frac{\left(\mu_h+\mu_b\right)\mu_c}{1-\mu_c}\gamma_K + \left(\mu_h+\mu_b\right)\gamma_C \qquad (ข.148)$$

โดยอัตราการเติบโตของที่อยู่อาศัย (q) จะมีค่าเท่ากับ

$$x_Q = \left(1-\mu_h-\mu_b\right)\gamma_C + \frac{\left(1-\mu_h-\mu_b\right)\mu_c}{1-\mu_c}\gamma_K - \left(1-\mu_h-\mu_l-\mu_b\right)\gamma_H \qquad (ข.149)$$

โดยที่กำหนดให้ $x_Q = x_Y - x_I$

ภาคผนวก ค

Dynare code

ภาคผนวก ค.

Dynare code

```
var     a_c a_h a_j a_k a_s a_t a_z b c c1
        data_CC data_DP data_IH data_IK data_NC data_NH data_QQ
        data_RR data_WC data_WH dp h h1 I kc kh lm nc nc1 nh nh1 q r
        rkc rkh
        uc uc1 wc wc1 wh wh1 X xwc xwc1 xwh xwh1 Y zata_GDP ;

varexo  eps_c eps_e eps_h eps_j eps_k eps_p eps_s eps_t eps_z  ;

parameters   BETA BETA1 M JEI MUC MUH DKC DKH DH ETA ETA1 EC EC1 FIKC
             FIKH ALPHA TETA TAYLOR_R TAYLOR_Y TAYLOR_P X_SS LAGP
             RHO_AC RHO_AH RHO_AJ RHO_AK RHO_AM RHO_AT RHO_AZ RHO_AS
             NU NU1 KAPPA XW_SS TETAWC TETAWH LAGWC LAGWH ZETAKC
             TREND_AC TREND_AH TREND_AK MUBB ;

//% local model parameters: IKC_SS IKH_SS TRENDY TRENDK TRENDH;
//% local model parameters: NC_SS NH_SS CC_SS IH_SS IK_SS QQ_SS;


//% Calibrated parameters
X_SS        =     1.15        ;
XW_SS       =     1.15        ;
BETA        =     0.9925      ;
BETA1       =     0.97        ;
JEI         =     0.12        ;
MUC         =     0.35        ;
MUH         =     0.10        ;
KAPPA       =     0.10        ;
MUBB        =     0.10        ;
DKC         =     0.025       ;
DKH         =     0.03        ;
DH          =     0.01        ;
M           =     0.85        ;
RHO_AS      =     0.975       ;
ALPHA       =     0.79343     ;
EC          =     0.31423     ;
EC1         =     0.56897     ;
ETA         =     0.52381     ;
ETA1        =     0.50602     ;
FIKC        =     14.47013    ;
FIKH        =     11.02808    ;
LAGP        =     0.69106     ;
LAGWC       =     0.08301     ;
LAGWH       =     0.41186     ;
NU          =     -0.6833     ;
```

```
NU1          =     -0.96538    ;
TAYLOR_P     =     1.40444     ;
TAYLOR_R     =     0.59913     ;
TAYLOR_Y     =     0.51261     ;
TETA         =     0.83671     ;
TETAWC       =     0.79204     ;
TETAWH       =     0.91181     ;
TREND_AC     =     0.0032      ;
TREND_AH     =     0.0008      ;
TREND_AK     =     0.00275     ;
ZETAKC       =     0.70394     ;
RHO_AC       =     0.94265     ;
RHO_AH       =     0.99713     ;
RHO_AJ       =     0.95875     ;
RHO_AK       =     0.92384     ;
RHO_AT       =     0.92158     ;
RHO_AZ       =     0.96439     ;
STDERR_AC    =     0.01011     ;
STDERR_AE    =     0.00336     ;
STDERR_AH    =     0.01942     ;
STDERR_AJ    =     0.04094     ;
STDERR_AK    =     0.01068     ;
STDERR_AP    =     0.00457     ;
STDERR_AS    =     0.00034*100 ;
STDERR_AT    =     0.0252      ;
STDERR_AZ    =     0.01711     ;

model ;

# TRENDK     = TREND_AC + 1/(1-MUC)*TREND_AK ;
# TRENDY     = TREND_AC + MUC/(1-MUC)*TREND_AK;
# TRENDH     = (1-MUH-KAPPA-MUBB)*TREND_AH + (MUH+MUBB)*TREND_AC +
             MUC*(MUH+MUBB)/(1-MUC)*TREND_AK ;
# TRENDQ     = (1-MUH-MUBB)*TREND_AC + MUC*(1-MUH-MUBB)/(1-
             MUC)*TREND_AK - (1-MUH-KAPPA-MUBB)*TREND_AH ;

# llEXPTRENDY    = exp ( TRENDY ) ;
# llEXPTRENDK    = exp ( TRENDK ) ;
# llEXPTRENDQ    = exp ( TRENDQ ) ;
# llEXPTRENDH    = exp ( TRENDH ) ;
# llgamma_k      = exp ( TREND_AK );

# llr   = 1 / BETA ;
# llr1  =  llr / llEXPTRENDY - 1 ;

# llZETA0    = BETA*llEXPTRENDK*MUC/(1-BETA*(1-DKC))*llgamma_k/X_SS ;
# llZETA1    = BETA*llEXPTRENDY*MUH/(1-BETA*(1-DKH));
# llZETA2    = JEI/(1-BETA*llEXPTRENDQ*(1-DH)) ;
# llZETA3    = JEI/(1-BETA1*llEXPTRENDQ*(1-DH)-llEXPTRENDQ*(BETA-
BETA1)*M) ;
# llZETA4    = (llr/llEXPTRENDY-1)*M*llEXPTRENDQ/llr ;

# llDH1      = 1 - (1-DH)/llEXPTRENDH ;
# llDKC1     = 1 - (1-DKC)/llEXPTRENDK ;
# llDKH1     = 1 - (1-DKH)/llEXPTRENDY ;
```

```
# llCHI1    = 1+llDH1*llZETA2*(1-llr1*llZETA1-KAPPA-ALPHA*(1-MUH-
              KAPPA-MUBB)) ;
# llCHI2    = (llr1*llZETA1+KAPPA+ALPHA*(1-MUH-KAPPA-
              MUBB))*llDH1*llZETA3+llZETA4*llZETA3 ;
# llCHI3    = (X_SS-1+llr1*llZETA0*X_SS+ALPHA*(1-MUC))/X_SS ;
# llCHI4    = 1+llDH1*llZETA3*(1-(1-ALPHA)*(1-MUH-KAPPA-
              MUBB))+llZETA4*llZETA3 ;
# llCHI5    = (1-ALPHA)*(1-MUH-KAPPA-MUBB)*llDH1*llZETA2 ;
# llCHI6    = (1-ALPHA)*(1-MUC)/X_SS ;

# llCY      = (llCHI3*llCHI4+llCHI2*llCHI6)/(llCHI1*llCHI4-
llCHI2*llCHI5) ;
# llCYPRIME = (llCHI1*llCHI6+llCHI3*llCHI5)/(llCHI1*llCHI4-
llCHI2*llCHI5) ;
# llQIY     = llDH1*llZETA2*llCY + llDH1*llZETA3*llCYPRIME ;

# llRATION  = (1-MUH-KAPPA-MUBB)/(1-MUC)*X_SS*llQIY  ;
# llNHNC    = llRATION^(1/(1-NU)) ;
# llNHNC1   = llRATION^(1/(1-NU1)) ;

# llnc      = ( ((1-
MUC)*ALPHA/llCY/X_SS/XW_SS)/(1+llRATION)^((ETA+NU)/(1-NU))
)^(1/(1+ETA)) ;
# llnh      = llNHNC*llnc ;

# llnc1     = ( ((1-MUC)*(1-
ALPHA)/llCYPRIME/X_SS/XW_SS)/(1+llRATION)^((ETA1+NU1)/(1-NU1))
)^(1/(1+ETA1)) ;
# llnh1     = llNHNC1*llnc1 ;

# llY       = (llnc^ALPHA)*(llnc1^(1-ALPHA)) *  llZETA0^(MUC/(1-MUC))
/ llEXPTRENDK^(MUC/(1-MUC)) ;

# llI       = (llnh^(ALPHA*(1-MUH-KAPPA-MUBB))) * (llnh1^((1-
ALPHA)*(1-MUH-KAPPA-MUBB))) * llZETA1^MUH
              * (llY*llQIY)^MUH / llEXPTRENDY^(MUH) *
(MUBB*llY*llQIY)^MUBB ;

# llq       = llQIY*llY / llI ;

# llQI      = llQIY*llY ;

# llkc      = llZETA0*llY ;

# llkh      = llZETA1*llQI ;

# llc       = llCY*llY ;
# llc1      = llCYPRIME*llY ;

# llh       = llZETA2*llc/llq ;
# llh1      = llZETA3*llc1/llq ;

# llb       = M*llq*llEXPTRENDQ*llh1/llr ;

# llCC      = llc + llc1 ;
```

```
# llIH      = llI  ;
# llIK      = llDKC1 * llkc + llDKH1* llkh  ;

# llikc     = llDKC1 * llkc ;
# llikh     = llDKH1 * llkh ;
# IKC_SS    = log(llikc) ;
# IKH_SS    = log(llikh) ;

# BB_SS     = log(llb) ;
# CC_SS     = log(llCC) ;
# IH_SS     = log(llIH) ;
# IK_SS     = log(llIK) ;
# QQ_SS     = log(llq) ;
# RR_SS     = log(llr) ;
# NC_SS     = ALPHA*log(llnc) + (1-ALPHA)*log(llnc1) ;
# NH_SS     = ALPHA*log(llnh) + (1-ALPHA)*log(llnh1) ;


//% Patient households

// 1. budget constraints //     1
exp(c) + exp(kc)/exp(a_k) + exp(kh)  + exp(q+h) + exp(b) =  (1-
DH)*exp(q+h(-1)-TRENDH) + exp(wc+nc) + exp(wh+nh) + (1-
1/exp(X))*exp(Y) + exp(r(-1)-dp+b(-1)-TRENDY)
+ (exp(rkc)+(1-DKC)/exp(a_k))*exp(kc(-1)-TRENDK) + (exp(rkh)+(1-
DKH))*exp(kh(-1)-TRENDY) + KAPPA*exp(q)*exp(I);

// 2. FOC : w.r.t. ht //        2
exp(q+uc) = exp(a_z+a_j-h)*JEI + BETA*exp(TRENDY)*(1-
DH)*exp(q(+1)+TRENDQ+uc(+1)-TRENDY);

// 3. FOC : w.r.t. bt //        3
exp(uc) = BETA*exp(TRENDY)*exp(r-dp(+1)+uc(+1)-TRENDY) ;

// 4. FOC : w.r.t. kct //       4
exp(uc)*(1/exp(a_k) + FIKC * ( exp(kc-kc(-1))-1) )= BETA *
exp(TRENDY) * exp(uc(+1)-TRENDY) * (exp(rkc(+1) - llgamma_k) + (1-
DKC)/exp(a_k(+1)) - FIKC/2*exp(TRENDK) * (1 -
(exp(kc(+1))^2/(exp(kc))^2))) ;

// 5.FOC : w.r.t. kht //        5
exp(uc) * (1 + FIKH*(exp(kh-kh(-1))-1)) = BETA * exp(TRENDY) *
exp(uc(+1)-TRENDY) * (exp(rkh(+1)) + (1-DKH) - FIKH/2*exp(TRENDY)*(1-
(exp(kh(+1))^2/(exp(kh))^2))) ;

// 6. FOC : w.r.t. nct //       6
 exp(a_t) * exp(a_z) * ( exp(nc)^(1-NU) + exp(nh)^(1-NU)
)^((ETA+NU)/(1-NU)) * exp(nc)^(-NU) = exp(wc+uc-xwc)  ;

// 7. FOC : w.r.t. nht //       7
 exp(a_t) * exp(a_z) * ( exp(nc)^(1-NU) + exp(nh)^(1-NU)
)^((ETA+NU)/(1-NU)) * exp(nh)^(-NU) = exp(wh+uc-xwh)  ;


//% Impatient households
```

```
// 1. budget constraints //     8
exp(c1) + exp(q+h1) - (1-DH)*exp(q+h1(-1)-TRENDH) = exp(wc1+nc1) +
exp(wh1+nh1) + exp(b) - exp(r(-1)-dp+b(-1)-TRENDY) ;

// 2. FOC : w.r.t. ht //       9
exp(q+uc1) = exp(a_z+a_j-h1)*JEI + BETA1*exp(TRENDY)*(1-
DH)*exp(q(+1)+TRENDQ+uc1(+1)-TRENDY) + M*exp(lm+(q(+1)+ TRENDQ -
r+dp(+1))) ;


// 3. borrowing constraint //   10
b = log(M) + (q(+1)+TRENDQ) + h1  - r + dp(+1)  ;

// 4. FOC : w.r.t. bt //       11
exp(uc1) = BETA1*exp(TRENDY)*exp(r-dp(+1)+uc1(+1)-TRENDY) + exp(lm) ;

// 5. FOC : w.r.t. nh //       12
  exp(a_t) * exp(a_z) *  ( exp(nc1)^(1-NU1) + exp(nh1)^(1-NU1)
)^((ETA1+NU1)/(1-NU1)) * (exp(nc1))^(-NU1)
= exp(wc1+uc1-xwc1)  ;

// 6. FOC : w.r.t. nc //       13
 exp(a_t) * exp(a_z) * ( exp(nc1)^(1-NU1) + exp(nh1)^(1-NU1)
)^((ETA1+NU1)/(1-NU1)) * (exp(nh1))^(-NU1)
= exp(wh1+uc1-xwh1)  ;


//% Firms

// 1. non-housing sector //     14
Y = (1-MUC)*(a_c) + (1-MUC)*ALPHA*nc + (1-MUC)*(1-ALPHA)*nc1 + MUC*
kc(-1) ;

// 2. housing sector //         15
I = (1-MUH-MUBB-KAPPA)*(a_h)+(1-MUH-MUBB-KAPPA)*ALPHA*nh+(1-MUH-MUBB-
KAPPA)*(1-ALPHA)*nh1+MUH*kh(-1)+MUBB*(log(MUBB)+q+I);

// 3. FOC : w.r.t. nc //       16
log(1-MUC) + log(ALPHA) + Y - X - nc = wc ;

// 4. FOC : w.r.t. nh //       17
log(1-MUH-KAPPA-MUBB) + log(ALPHA) + q + I - nh = wh ;

// 5. FOC : w.r.t. nc1 //      18
log(1-MUC) + log(1-ALPHA) + Y - X - nc1 = wc1 ;

// 6. FOC : w.r.t. nh1 //      19
log(1-MUH-KAPPA-MUBB) + log(1-ALPHA) + q + I - nh1 = wh1 ;

// 7. FOC w.r.t. kc(-1) //      20
log(MUC) + Y - X - kc(-1) + TRENDK = rkc ;

// 8. FOC w.r.t. kh(-1) //      21
log(MUH) + q + I - kh(-1) + TRENDY = rkh  ;
```

```
// Sticky Price //              22
dp - LAGP*dp(-1) = BETA*exp(TRENDY)*(dp(1) - LAGP*dp) - ((1-TETA)*(1-
BETA*exp(TRENDY)*TETA)/TETA)*(X-log(X_SS)) + eps_p ;

// Monetary Polocy (Taylor Rules) //    23
r = TAYLOR_R*r(-1) + (1-TAYLOR_R)*(TAYLOR_P)*dp + (1-
TAYLOR_R)*TAYLOR_Y*(zata_GDP-zata_GDP(-1)) + (1-TAYLOR_R)*log(1/BETA)
+ eps_e - a_s/100 ;

// Market Clering Conditions // 24
exp(h) + exp(h1) = (1-DH)*exp(h(-1)-TRENDH) + (1-DH)*exp(h1(-1)-
TRENDH) + exp(I) ;



//% DEFINITIONS OF MARGINAL UTILITY OF CONSUMPTION

// 1. MUC patient //            25
exp(uc) =  ( ((exp(TRENDY)-EC)/(exp(TRENDY)-BETA*EC*exp(TRENDY))) * (
exp(a_z) / ( exp(c) - EC*exp(c(-1)-TRENDY)  ) - exp(a_z(+1)) *
BETA*EC*exp(TRENDY)  / ( exp(c(+1)+TRENDY) - EC*exp(c)  ) ) ) ;

 // 2. MUC impatient //          26
exp(uc1) =  ( ((exp(TRENDY)-EC1)/(exp(TRENDY)-BETA1*EC1*exp(TRENDY)))
* ( exp(a_z)  / ( exp(c1) - EC1*exp(c1(-1)-TRENDY) ) - exp(a_z(+1)) *
BETA1*EC1*exp(TRENDY) / ( exp(c1(+1)+TRENDY) - EC1*exp(c1) ) ) ) ;


//% WAGE EQUATIONS

wc = (1/(1+BETA*exp(TRENDY)))*wc(-1) + (1-
(1/(1+BETA*exp(TRENDY))))*(wc(1)+dp(+1))
- (1+BETA*exp(TRENDY)*LAGWC)/(1+BETA*exp(TRENDY))*dp +
LAGWC/(1+BETA*exp(TRENDY))*dp(-1)
- ((1-TETAWC)*(1-
BETA*exp(TRENDY)*TETAWC)/TETAWC)/(1+BETA*exp(TRENDY))*(xwc-
log(XW_SS))  ;

wc1 = (1/(1+BETA1*exp(TRENDY)))*wc1(-1) + (1-
(1/(1+BETA1*exp(TRENDY))))*(wc1(1)+dp(+1))
- (1+BETA1*exp(TRENDY)*LAGWC)/(1+BETA1*exp(TRENDY))*dp +
LAGWC/(1+BETA1*exp(TRENDY))*dp(-1)
- ((1-TETAWC)*(1-
BETA1*exp(TRENDY)*TETAWC)/TETAWC)/(1+BETA1*exp(TRENDY))*(xwc1-
log(XW_SS))  ;

wh = (1/(1+BETA*exp(TRENDY)))*wh(-1) + (1-
(1/(1+BETA*exp(TRENDY))))*(wh(1)+dp(+1))
- (1+BETA*exp(TRENDY)*LAGWH)/(1+BETA*exp(TRENDY))*dp +
LAGWH/(1+BETA*exp(TRENDY))*dp(-1)
- ((1-TETAWH)*(1-
BETA*exp(TRENDY)*TETAWH)/TETAWH)/(1+BETA*exp(TRENDY))*(xwh-
log(XW_SS))  ;
```

```
wh1 = (1/(1+BETA1*exp(TRENDY)))*wh1(-1) + (1-
(1/(1+BETA1*exp(TRENDY))))*(wh1(1)+dp(+1))
- (1+BETA1*exp(TRENDY)*LAGWH)/(1+BETA1*exp(TRENDY))*dp +
LAGWH/(1+BETA1*exp(TRENDY))*dp(-1)
- ((1-TETAWH)*(1-
BETA1*exp(TRENDY)*TETAWH)/TETAWH)/(1+BETA1*exp(TRENDY))*(xwh1-
log(XW_SS))  ;


//% DEFINITION OF VARIABLES TAKEN TO THE DATA
data_CC = log(exp(c) + exp(c1)) - CC_SS + TRENDY ;
data_DP = dp  ;
data_IH = I -  IH_SS + TRENDH ;
data_IK = log ( exp(kc) - (1-DKC)*exp(kc(-1)-TRENDK) +
          exp(kh) - (1-DKH)*exp(kh(-1)-TRENDY) ) - IK_SS + TRENDK ;
data_NC = ALPHA*nc + (1-ALPHA)*nc1 - NC_SS ;
data_NH = ALPHA*nh + (1-ALPHA)*nh1 - NH_SS ;
data_QQ = q  - QQ_SS + TRENDQ ;
data_RR = r - log(1/BETA)  ;
data_WC = log(exp(wc)+exp(wc1)) - log(exp(wc(-1))+exp(wc1(-1))) + dp
;
data_WH = log(exp(wh)+exp(wh1)) - log(exp(wh(-1))+exp(wh1(-1))) + dp
;

zata_GDP =
(exp(CC_SS)/(exp(CC_SS)+exp(QQ_SS+IH_SS)+exp(IK_SS)))*(data_CC-
TRENDY) +
(exp(IK_SS)/(exp(CC_SS)+exp(QQ_SS+IH_SS)+exp(IK_SS)))*(data_IK-
TRENDK) +
(exp(QQ_SS+IH_SS)/(exp(CC_SS)+exp(QQ_SS+IH_SS)+exp(IK_SS)))*(data_IH-
TRENDH) ;


//% STOCHASTIC PROCESSES FOR THE SHOCKS
a_c = RHO_AC * a_c(-1) + eps_c ;
a_h = RHO_AH * a_h(-1) + eps_h ;
a_j = RHO_AJ * a_j(-1) + eps_j ;
a_k = RHO_AK * a_k(-1) + eps_k ;
a_t = RHO_AT * a_t(-1) + eps_t ;
a_s = RHO_AS * a_s(-1) + eps_s ;
a_z = RHO_AZ * a_z(-1) + eps_z ;

end ;

steady;

shocks;
var eps_c ; stderr STDERR_AC  ;
var eps_h ; stderr STDERR_AH  ;
var eps_k ; stderr STDERR_AK  ;
var eps_j ; stderr STDERR_AJ  ;
var eps_e ; stderr STDERR_AE  ;
var eps_z ; stderr STDERR_AZ  ;
var eps_t ; stderr STDERR_AT  ;
var eps_p ; stderr STDERR_AP  ;
```

```
var eps_s ; stderr STDERR_AS  ;
end;

stoch_simul(order=1,irf=20) data_CC data_IK data_IH data_QQ zata_GDP
data_RR ;

estimated_params ;

 //%            START VALUES          &            PRIORS
    stderr eps_c     ,    0.0100,  0    ,  Inf   ,        inv_gamma_pdf
,   0.001   ,   0.01     ;
    stderr eps_e     ,    0.0032,  0    ,  Inf   ,        inv_gamma_pdf
,   0.001   ,   0.01     ;
    stderr eps_h     ,    0.0193,  0    ,  Inf   ,        inv_gamma_pdf
,   0.001   ,   0.01     ;
    stderr eps_j     ,    0.0390,  0    ,  Inf   ,        inv_gamma_pdf
,   0.001   ,   0.01     ;
    stderr eps_k     ,    0.0115,  0    ,  Inf   ,        inv_gamma_pdf
,   0.001   ,   0.01     ;
    stderr eps_p     ,    0.0045,  0    ,  Inf   ,        inv_gamma_pdf
,   0.001   ,   0.01     ;
    stderr eps_s     ,    0.0300,  0    ,  Inf   ,        inv_gamma_pdf
,   0.100   ,   1.00     ;
    stderr eps_t     ,    0.0230,  0    ,  Inf   ,        inv_gamma_pdf
,   0.001   ,   0.01     ;
    stderr eps_z     ,    0.0170,  0    ,  Inf   ,        inv_gamma_pdf
,   0.001   ,   0.01     ;
    stderr data_NH   ,    0.1211,  0    ,  Inf   ,        inv_gamma_pdf
,   0.001   ,   0.01     ;
    stderr data_WH   ,    0.0070,  0    ,  Inf   ,        inv_gamma_pdf
,   0.001   ,   0.01     ;
    ALPHA            ,    0.7970,  0    ,   1    ,        beta_pdf
,   0.65    ,   0.05     ;
    EC               ,    0.3117,  0    , 0.99   ,        beta_pdf
,   0.50    ,   0.075    ;
    EC1              ,    0.5749,  0    , 0.99   ,        beta_pdf
,   0.50    ,   0.075    ;
    ETA              ,    0.4789,  0    ,  Inf   ,        gamma_pdf
,   0.50    ,   0.1      ;
    ETA1             ,    0.4738,  0    ,  Inf   ,        gamma_pdf
,   0.50    ,   0.1      ;
    FIKC             ,   16.0126,  0    ,  Inf   ,        gamma_pdf
,   10      ,   2.5      ;
    FIKH             ,   10.0026,  0    ,  Inf   ,        gamma_pdf
,   10      ,   2.5      ;
    LAGP             ,    0.6961,  0    ,   1    ,        beta_pdf
,   0.5     ,   0.2      ;
    LAGWC            ,    0.0656,  0    ,   1    ,        beta_pdf
,   0.5     ,   0.2      ;
    LAGWH            ,    0.4134,  0    ,   1    ,        beta_pdf
,   0.5     ,   0.2      ;
    NU               ,   -0.7523,       ,        ,        normal_pdf
,   -1      ,   0.10     ;
    NU1              ,   -0.9790,       ,        ,        normal_pdf
,   -1      ,   0.10     ;
    RHO_AC           ,    0.9480,       ,        ,        beta_pdf
,   0.80    ,   0.10     ;
```

```
    RHO_AH          ,    0.9980,        ,       ,         beta_pdf
,   0.80    ,   0.09    ;
    RHO_AJ          ,    0.9604,        ,       ,         beta_pdf
,   0.80    ,   0.10    ;
    RHO_AK          ,    0.9256,        ,       ,         beta_pdf
,   0.80    ,   0.10    ;
    RHO_AT          ,    0.9259,        ,       ,         beta_pdf
,   0.80    ,   0.10    ;
    RHO_AZ          ,    0.9714,        ,       ,         beta_pdf
,   0.80    ,   0.10    ;
    TAYLOR_P        ,    1.3743,   0    , Inf   ,         normal_pdf
,   1.5     ,   0.1     ;
    TAYLOR_R        ,    0.6071,   0    , Inf   ,         beta_pdf
,   0.75    ,   0.1     ;
    TAYLOR_Y        ,    0.4938,   0    , Inf   ,         normal_pdf
,   0       ,   0.1     ;
    TETA            ,    0.8393,   0    , 0.999 ,         beta_pdf
,   0.667   ,   0.05    ;
    TETAWC          ,    0.7901,   0    , 0.999 ,         beta_pdf
,   0.667   ,   0.05    ;
    TETAWH          ,    0.9218,   0    , 0.999 ,         beta_pdf
,   0.667   ,   0.05    ;
    TREND_AC        ,    0.0032,        ,       ,         normal_pdf
,   0.005   ,   0.01    ;
    TREND_AH        ,    0.0008,        ,       ,         normal_pdf
,   0.005   ,   0.01    ;
    TREND_AK        ,    0.0027,        ,       ,         normal_pdf
,   0.005   ,   0.01    ;
    ZETAKC          ,    0.7469,   0    , 0.999 ,         beta_pdf
,   0.50    ,   0.20    ;

end;

varobs data_CC data_DP data_IH data_IK data_NC data_NH data_QQ
data_RR data_WC data_WH ;


observation_trends;
   data_CC (TREND_AC + MUC/(1-MUC)*TREND_AK) ;
   data_IH ( (MUH+MUBB)*TREND_AC + (1-MUH-MUBB-KAPPA)*TREND_AH
+(MUH+MUBB)*MUC/(1-MUC)*TREND_AK) ;
   data_IK (TREND_AC + 1/(1-MUC)*TREND_AK) ;
   data_QQ ((1-MUH-MUBB)*TREND_AC + MUC*(1-MUH-MUBB)/(1-MUC)*TREND_AK
- (1-MUH-MUBB-KAPPA)*TREND_AH) ;
end;


//% 10,000 runs of Metropolis in 8 minutes

estimation( datafile=dataconsumconst,
             bayesian_irf,irf=20,
             conf_sig=0.95,
             smoother,
             mh_jscale=0.2,
             mode_compute=4,
             presample=4,
             prior_trunc=1e-100,
```

```
              mh_replic=2000000,
              mh_nblocks=1,
              lik_init=1  )
data_CC data_IK data_IH zata_GDP data_QQ data_RR  ;
```

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-สกุล	นายวิทวัส วรราช
วัน เดือน ปี เกิด	3 มีนาคม 2530
ประวัติการศึกษา	สำเร็จการศึกษามัธยมศึกษาตอนปลาย โรงเรียนธาตุพนม จังหวัดนครพนม ปีการศึกษา 2548 สำเร็จการศึกษาปริญญาตรีเศรษฐศาสตร์บัณฑิต มหาวิทยาลัยแม่โจ้ ปีการศึกษา 2552