บทที่ 3

ทฤษฎีและแนวคิดที่ใช้ในการศึกษา

ในบทนี้จะกล่าวถึง ทฤษฎีและแนวคิดที่ใช้ในการศึกษา ซึ่งประกอบด้วย ทฤษฎีของการละทิ้งตัวแปรที่เกี่ยวข้องออกไปจากแบบจำลอง และทฤษฎีของการสร้างตัวเลขจำลองตามวิธีการ Monte Carlo

3.1 ทฤษฎีการละทิ้งตัวแปรที่เกี่ยวข้องออกไปจากแบบจำลอง (Omission of a relevant explanatory variables)

โดยปกติแล้วในการศึกษา หรือการวิจัยต่างๆ พยายามที่จะหาตัวแปรที่ดีที่สุดในการอธิบายผลลัพธ์ที่เกิดขึ้น แต่บางครั้งก็มักจะต้องใช้ตัวแปรที่ดีที่สุดรองลงมา อันเนื่องมาจากการที่ไม่สามารถหาตัวแปรที่ดีที่สุดมาได้ ไม่ว่าจะเป็นการที่ไม่มีข้อมูลที่ตรงกับกรณีที่ศึกษาอยู่ หรือเรื่องที่ต้องการศึกษา เป็นกรณีที่ตัวแปรนั้นไม่สามารถที่จะวัดได้ หรืองบประมาณและเครื่องไม้เครื่องมืออุปกรณ์ต่างๆ มีอยู่จำกัด ข้อจำกัดเหล่านี้บางทีอาจจะทำให้ต้องทิ้งตัวแปรบางตัวออกไป หรือยอมรับการประมาณค่าใกล้เคียง หรือข้อมูลแบบผลรวม (aggregate) ซึ่งจะทำให้เกิดค่าความคลาดเคลื่อนจากการสร้างแบบจำลอง (specification error)

ถ้าพิจารณาในกรณีที่มีการละทิ้งตัวแปรอิสระตัวที่ k (X_k) ออกไปจากแบบจำลองที่แท้จริงจะเกิดผลความเอนเอียงในการประมาณค่าพารามิเตอร์เป็นดังนี้

จากแบบจำลองที่แท้จริง

$$\underline{y} = \left[X^* : X_k \right] \begin{bmatrix} \beta^* \\ \beta_k \end{bmatrix} + \underline{u} \qquad (3.1)$$

เมื่อ X^* เป็นเมตริกซ์ X ที่มีการละทิ้งตัวแปร X_k ไป นั้นคือ

$$X^* = \left[X_1 \, X_2 \ldots X_{k-1} \right]$$

ทำให้แบบจำลองที่จะทำการถดถอยเปลี่ยนเป็น

$$\underline{y} = X^* \beta^* + \underline{e}^*$$

โดยที่ $\underline{e}^* = \underline{u} + X_k \beta_k$ ดังนั้นแล้วการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่มีการละทิ้งตัวแปร X_k คือ

$$\hat{\underline{\beta}}^* = \left(X^{*\prime} X^*\right)^{-1} X^{*\prime} \underline{y} \tag{3.2}$$

$$\hat{\underline{\beta}}^* = \left(X^{*\prime} X^*\right)^{-1} X^{*\prime} \left[X^* \underline{\beta}^*\right] + \left(X^{*\prime} X^*\right)^{-1} X^{*\prime} X_k \beta_k + \left(X^{*\prime} X^*\right)^{-1} X^{*\prime} \underline{u}$$

เพราะฉะนั้น

$$E\left(\hat{\underline{\beta}}^*\right) = \underline{\beta}^* + \left(X^{*\prime} X^*\right)^{-1} X^{*\prime} X_k \beta_k$$

หรืออยู่ในรูป

$$E\left(\hat{\underline{\beta}}^*\right) = \underline{P}_k \beta_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & \vdots & p_{1k} \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & \vdots & p_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & \vdots & p_{k-1,k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \beta_1 + p_{1k}\beta_k \\ \beta_2 + p_{2k}\beta_k \\ \vdots \\ \beta_{k-1} + p_{k-1,k}\beta_k \end{bmatrix}$$

ดังนั้นแล้ว $$E\left(\hat{\underline{\beta}}^*\right) - \underline{\beta}^* = [Bias] = \left(X^{*\prime} X^*\right)^{-1} X^{*\prime} X_k \beta_k \tag{3.3}$$

เมื่อ $\underline{p}_k = \left(X^{*\prime} X^*\right)^{-1} X^{*\prime} X_k$ เป็นคอลัมพ์เวกเตอร์ที่เป็น สัมประสิทธิ์การถดถอย X_k กับ X^* และจะได้ว่า

$$[Bias] = \underline{p}_k \beta_k = \begin{bmatrix} p_{1k} \\ p_{2k} \\ \vdots \\ p_{k-1,k} \end{bmatrix} \beta_k \tag{3.4}$$

ถ้าพิจารณาสำหรับ P เราจะพบว่า สมาชิกของ P เป็นสัมประสิทธิ์ของการถดถอย $X_1,\ldots,X_k$ ในเมตริกซ์ X กับสมาชิกในเมตริกซ์ X^* แบบยกกำลังสองน้อยที่สุด โดยค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้จะมาจากสมการถดถอยช่วย (auxiliry regression) ดังนี้

$$X_i = p_{1i}X_1 + \ldots + p_{k^*i}X_{k^*} + v_i \tag{3.5}$$

โดยที่ v's เป็นค่าส่วนตกค้างหรือส่วนที่เหลือ แล้วถ้าจัดให้ในรูปของคอลัมน์เวกเตอร์ก็จะได้เมตริกซ์ P ออกมา

ดังนั้นแล้วการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยจะเอนเอียง (bias) ไปจากค่าที่แท้จริง โดยจะขึ้นอยู่กับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรที่อยู่ในแบบจำลอง กับตัวแปรที่ละทิ้งไปจากแบบจำลอง กับค่าของ β_j ของตัวแปรที่ละทิ้งไป (ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์, 2002 : 111)

การประมาณค่าความแปรปรวนของความเคลื่อน (σ^2) จะเกิดความเอนเอียงไปจากค่าที่แท้จริง ซึ่งมีค่าดังนี้ (Greene, 2000 : 337)

การประมาณค่า σ^2 จะหาได้จาก $s^2 = \dfrac{e^{*\prime}e^*}{n-k-1}$ เมื่อใส่ค่าคาดหวังใน $e'e$ และให้ $E\left(X^{*\prime}e^*\right) = 0$ แล้วจะได้

$$E\left(e^{*\prime}e^*\right) = \beta_k' X_k' M^* X_k \beta_k + \sigma^2(n-k-1) \tag{3.6}$$

เมื่อ $M^* = I - X^*\left(X^{*\prime}X^*\right)^{-1}X^{*\prime}$ เป็น idempotent matrix ซึ่งในเทอมแรกจะแสดงถึงการเพิ่มขึ้นในผลรวมของส่วนที่เหลือยกกำลัง 2 (residual sum of squares) ที่จะมีค่าเป็นบวก นั่นคือ s^2 จะมีค่าเพิ่มขึ้นถึงแม้ว่า $X^{*\prime}X_k = 0$ (orthogonal) ก็ตาม

ในการประมาณความแปรปรวนของพารามิเตอร์ก็จะเกิดความเอนเอียงด้วย โดยที่ $\mathrm{var}\left(\hat{\beta}_i^*\right)$ (Gujarati, 1995 : 457) คือ

$$\operatorname{var}\left(\hat{\beta}_i^*\right)=\frac{\sigma^2}{\sum x_i^2} \tag{3.7}$$

แต่ $\operatorname{var}\left(\hat{\beta}_i\right)$ ที่แท้จริงเป็น

$$\operatorname{var}\left(\hat{\beta}_i\right)=\frac{\sigma^2}{\sum x_i^2\left(1-r_{ik}^2\right)} \tag{3.8}$$

จะเห็นได้ว่า แม้ว่า $\hat{\beta}_i^*$ จะเป็นตัวประมาณค่าที่มีความเอนเอียง แต่ว่าจะมีความแปรปรวนน้อยกว่าตัวประมาณค่าที่แท้จริง ถ้า σ^2 ของทั้ง 2 แบบจำลองมีค่าไม่ต่างกันมากนัก

จากผลลัพธ์ที่กล่าวมานี้ พอจะสรุปผลของการละทิ้งตัวแปรที่เกี่ยวข้องออกไปได้ว่า (Gujarati,1995 : 457)

1. ถ้าตัวแปรอิสระที่ถูกละทิ้งนั้น มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวอื่นที่อยู่ในแบบจำลอง แล้วค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณค่ามาได้นั้นจะมีค่าความเอนเอียง (biased) และความน่าจะเป็นของค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณค่ามาได้นั้น ($p\lim \hat{\beta}$) จะไม่มีค่าเท่ากันกับค่าที่แท้จริง (β) เมื่อจำนวนของค่าสังเกตมีขนาดเพิ่มขึ้นจนมีค่ามาก นั้นคือจะเกิดความไม่แนบนัย (inconsistent)

2. ถึงแม้ว่าตัวแปรอิสระที่ถูกละทิ้งนั้น ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระตัวอื่นที่อยู่ในแบบจำลอง และค่าพารามิเตอร์ที่เป็นค่าสัมประสิทธ์ของตัวแปรตัวอื่นที่อยู่ในแบบจำลอง จะยังคงไม่เอนเอียง (unbiased) แต่ค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณค่ามาได้ของตัวตัดแกน (intercept term) จะยังเอนเอียงอยู่ (bias)

3. ค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อนที่ประมาณ ($\hat{\sigma}_e^2$) มานั้น จะไม่ถูกต้อง และค่าความแปรปรวนของค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณมาได้นั้น จะมีความเอนเอียงไปจากการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริง ถึงแม้ว่าจะไม่มีความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรที่ละทิ้งกับตัวแปรที่อยู่ในแบบจำลอง

4. จากผลลัพธ์ที่กล่าวมาทั้งหมด อาจจะทำให้ช่วงความเชื่อมั่น และกระบวนการทดสอบสมมุติฐาน มีการลงความเห็นที่ผิดพลาดได้ ในระดับนัยสำคัญทางสถิติของการประมาณค่าพารามิเตอร์

จากที่กล่าวมาทั้งหมดนี้จะเป็นการพิจารณาในกรณีที่ $e_i^*=X_k\beta_k+u_i$ ซึ่งถ้าพิจารณาในกรณีที่ $X_k=\bar{X}_k+\nu_i$ เมื่อ $E(\nu)=0;E(\nu'\nu)=\sigma_\nu^2$ ดังนั้นแล้วแบบจำลองที่ต้องทำการประมาณค่าพารามิเตอร์คือ

$$Y_i=\tilde{\beta}_0+\tilde{\beta}_1X_1+\tilde{\beta}_2X_2+\ldots+\tilde{\beta}_{k-1}X_{k-1}+\tilde{e}_i \tag{3.9}$$

เมื่อ $\tilde{\beta}_0 = \beta_0 + \beta_k \bar{X}_k$ และ $\tilde{e}_i = u_i + \beta_k \nu_i$ โดย $E(\tilde{e}) = 0$ ดังนั้นการประมาณค่าพารามิเตอร์ $\tilde{\beta}_0$ ก็จะเป็นการประมาณค่า$\left(\beta_0 + \beta_k \bar{X}_k\right)$ ซึ่งผลการประมาณค่าที่เอนเอียงไปของ β_0 น่าจะมีค่าเท่ากับ $\beta_k \bar{X}_k$

และไม่ว่ากรณีของส่วนที่เหลือของแบบจำลองที่มีการละทิ้งตัวแปรจะเป็น e_i^* หรือ $\tilde{e}_i$ ก็อาจจะทำให้เกิดปัญหาความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าไม่คงที่ (heteroscedasticity) และปัญหาอัตราสหสัมพันธ์ (autocorrelation) ขึ้นมาได้

3.2 ทฤษฎีของการสร้างตัวเลขจำลองตามวิธีการ Monte Carlo

กระบวนการ Monte Carlo เป็นวิธีการสร้างตัวเลขจำลองขึ้นมา สำหรับในการทดสอบปัญหาต่างๆ ในแต่ละสถานการณ์ของแบบจำลอง เพื่อดูผลลัพธ์ที่ได้ และลงความเห็นในปัญหาที่เกิดขึ้น

<u>เหตุผลของการใช้วิธี Monte Carlo</u>

วิธีการสร้างตัวเลขจำลอง หรือการจำลองเหตุการณ์นั้น มีความเหมาะสมต่อการวิเคราะห์ปัญหาอยู่หลายอย่าง (Rubinstein, 1981: 9) คือ

1. การสร้างตัวเลขจำลอง จะทำให้มีความเป็นไปได้ในการศึกษาถึงความซับซ้อนในสิ่งที่เกิดขึ้นภายในของระบบ ไม่ว่าจะเป็นหน่วยธุรกิจ อุตสาหกรรม หรือระบบต่างๆ

2. การสร้างตัวเลขจำลอง จะสามารถดูถึงผลกระทบของการเปลี่ยนแปลงในระบบ เมื่อมีการกำหนดเงื่อนไขต่างๆ ในระบบนั้น

3. เงื่อนไขของค่าสังเกตที่มีการสร้างตัวเลขจำลองนั้น อาจทำให้เกิดความเข้าใจในระบบได้ดียิ่งขึ้น และอาจทำให้มีการปรับปรุงระบบนั้นให้ดีขึ้นได้

4. การจำลองเหตุการณ์ สามารถใช้เป็นแนวทาง หรือข้อแนะนำในการวิเคราะห์ในทางทฤษฎี ทางสถิติ และการตัดสินใจได้

5. การทดลองของการออกแบบเหตุการณ์จำลองทางคอมพิวเตอร์ อาจจะมีคุณค่ามากกว่าการทดลองในสิ่งที่เกิดขึ้นจริงก็ได้

6. การจำลองในระบบที่มีความซับซ้อนอย่างมากนั้น สามารถที่จะพิจารณาตัวแปรต่างๆ ได้อย่างถี่ถ้วน และสามารถพิจารณาถึงผลกระทบระหว่างตัวแปรได้

7. สามารถจำลองเหตุการณ์ต่างๆ ในกรณีที่ไม่มีข้อมูลเพียงพอต่อการตัดสินใจในสิ่งที่เกิดขึ้นได้

8. การจำลองเหตุการณ์นี้ สามารถที่จะทำการทดสอบสิ่งที่เกิดขึ้นได้ ก่อนที่จะมีการนำไปใช้จริง เพื่อเป็นหลักของการตัดสินใจในระบบที่เกิดขึ้นจริง

9. เมื่อมีการนำองค์ประกอบอันใหม่เข้ามาในระบบ วิธีการจำลองนี้สามารถที่จะช่วยในการพิจารณาสิ่งที่จะเกิดขึ้น และปัญหาต่างๆ ในระบบได้

<u>ข้อแนะนำในการใช้วิธี Monte Carlo</u>

ข้อแนะนำที่สำคัญในการใช้วิธี Monte Carlo มีดังนี้ (Johnston, 1997 : 349)

1.ผลลัพธ์ที่ได้จากการทำ Monte Carlo นั้น ควรจะเป็นสิ่งที่เข้าใจได้ง่าย ซึ่งทำให้ต้องคำนึงถึง การออกแบบของกระบวนการในการทดลอง และวิธีการนำเสนอผลลัพธ์ที่ได้มานั้น จะต้องเป็นไปในลักษณะที่สามารถทำให้ผู้อื่นเข้าใจได้ง่าย

วิธีการอย่างหนึ่งคือ "Response Surface" ซึ่ง Hendry และ Davidson และ Mac Kinnon ได้กล่าวไว้ โดยพื้นฐานทางความคิดก็คือ การสรุปผลของผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์การถดถอย โดยวิธี Monte Carlo ให้มีรูปแบบที่ง่ายต่อการเข้าใจ และลักษณะเด่นอย่างหนึ่งของวิธีการนี้ก็คือ การทำให้เป็นรูปแบบที่เข้าใจได้ง่ายนี้ สามารถที่จะเลือกวิธีการทดสอบได้จากผลลัพธ์ที่ได้มาหลายๆ ค่า โดยส่วนใหญ่แล้ว ฮิสโตแกรม (histogram) และตารางจะถูกนำมาใช้ในการนำเสนอผลสรุปที่ได้มา

2. ถ้าหากว่าเงื่อนไขหรือสภาวะของการทำการทดลองนี้ มีตัวประมาณค่าบางตัว ในวิธีการ Monte Carlo ไม่เคยที่จะเกิดขึ้นเลยในโลกของความเป็นจริง จะทำให้ไม่สามารถแน่ใจได้ว่าผลลัพธ์ที่ได้มานั้นจะมีความสอดคล้องกันกับความเป็นจริงหรือไม่ ซึ่งแน่นอนได้ว่าในโลกของความเป็นจริงนั้น จะต้องมีความสลับซับซ้อนกันอยู่มาก ดังนั้นแล้วจึงต้องมีการเลือก (trade-off) ระหว่างการเป็นลักษณะโดยทั่วไปกับการง่ายที่จะทำการเข้าใจ

อย่างไรก็ตาม ถึงแม้ว่าผลการวิเคราะห์ที่ได้มาจะเป็นสิ่งที่เกิดขึ้นในกรณีหนึ่งเท่านั้น แต่ผลลัพธ์ของวิธีการ Monte Carlo ยังสามารถที่จะใช้ได้อย่างทั่วๆ ไปได้ และอาจมีความเป็นไปได้ในการใช้ข้อมูลที่เกิดขึ้นจริง ในการออกแบบวิธีการทดลองด้วย

3. ศักยภาพของตัวประมาณค่าพารามิเตอร์นั้นบ่อยครั้งที่ขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายอย่าง เช่น ขนาดของตัวอย่าง และความสัมพันธ์ของตัวแปร ซึ่งวิธีการ Monte Carlo นี้จะเป็นตัวช่วยในการตัดสินใจถึงผลกระทบต่างๆ ที่เกิดขึ้นในแบบจำลองนั้น

4. ควรจะระลึกอยู่เสมอว่าความแน่นอนของผลลัพธ์ขึ้นอยู่กับจำนวนของการทำการทดลอง ซึ่งอาจจะใช้วิธีการ "Variance Reduction" เพื่อที่จะเป็นการทำให้ใช้จำนวนของการทดลองน้อยที่สุดสำหรับการที่จะได้ระดับการตัดสินใจที่เหมาะสม

ซึ่งข้อแนะนำทั้ง 4 ข้อนี้เป็นเพียงข้อแนะนำเบื้องต้นเท่านั้น สิ่งสำคัญควรจะคำนึงถึงรูปแบบของการทดลองที่จะต้องสอดคล้องกับลักษณะของคำถามที่กำลังถามอยู่

<u>การสร้างตัวเลขจำลอง (Generating pseudorandom number)</u>

ลักษณะที่สำคัญของวิธีการ Monte Carlo ก็คือ การสร้างข้อมูลหรือตัวเลข ที่ไม่เป็นเชิงสุ่มขึ้นมา ซึ่งมีอยู่หลายวิธีในการที่จะสร้างตัวเลขไม่เป็นเชิงสุ่ม ที่มีรูปแบบของการกระจาย และมีความเป็นอิสระในทางสถิติ สิ่งสำคัญก็คือ ชุดของข้อมูลตัวเลขที่สร้างขึ้นมาอย่างไม่เป็นเชิงสุ่มนั้นจะถูกกำหนดไว้อย่างสมบูรณ์ และก็สามารถที่จะรู้ถึงตัวเลขต่างๆ ที่สร้างขึ้นที่จะนำไปใช้ได้ วิธีการอย่างหนึ่งที่นิยมในการสร้างตัวเลขจำลองขึ้นมาก็คือ วิธีการ "Congruential Generators" (Rubinstein, 1981 : 21-25)

Congruential Generators

วิธีการในการสร้างตัวเลขจำลองอย่างหนึ่งที่ใช้กันอย่างทั่วไปคือ การสร้างลำดับของตัวเลขแบบไม่เป็นเชิงสุ่มที่มีสูตรการคำนวณที่อยู่บนพื้นฐานของการคำนวณค่าที่เหลือของสัมประสิทธิ์ (modulus) ของจำนวนเต็ม m ของการแปลงเชิงเส้น ที่แม้ว่ากระบวนการนี้จะถูกกำหนดไว้อย่างสมบูรณ์ แต่ตัวเลขจำลองที่สร้างขึ้นมานี้ก็จะเป็นการกระจายอย่างมีรูปแบบและมีความเป็นอิสระในเชิงสถิติ ซึ่งจะมีสูตรดังนี้

$$X_{i+1} = (aX_i + c)(\mathrm{mod}\, m) \quad , i = 1, \ldots, n \qquad (3.10a)$$

เมื่อมีตัวคูณ (multiplier) a และค่าเพิ่ม (increment) c และมีค่าสัมประสิทธิ์ (modulus) m ที่ไม่เป็นจำนวนเต็มลบ ซึ่งค่าของ modulus (mod m) หมายถึง

$$X_{i+1} = (aX_i + c) - mk_i \qquad (3.10b)$$

เมื่อ $k_i = \left[(aX_i + c)/m\right]$ ที่แสดงถึงค่าของจำนวนเต็มบวกที่มากที่สุดใน $(aX_i + c)/m$ ถ้าให้ค่าเริ่มต้น (seed) คือ X_0 ก็จะได้ค่าจำลองลำดับของตัวเลข X_i ออกมา เช่น ถ้าให้ a=c=X_0=3 และ m=5 ก็จะได้ตัวเลขจากลำดับ $X_{i+1} = (3X_i + 3)(\bmod 5)$ คือ X_i =3,2,4,0,3 ซึ่งวิธีการสร้างตัวเลขจำลองที่อยู่ในรูปของสมการที่ 3.10a เรียกว่า " Mixed Congruential Generators "

และจากสมการที่ 3.10b ที่ $X_i < m$ สำหรับทุกๆ ค่า i ซึ่งสมการนี้ จะหมายถึงระยะของการสร้างตัวเลขจำลองนี้จะไม่สามารถที่จะเกินกว่า m ได้ นั้นก็คือชุดลำดับของ X_i จะมีตัวเลขอย่างมากที่สุด m ตัว

นอกจากวิธีการข้างต้น ยังมีการสร้างตัวเลขจำลองอยู่อีกรูปแบบหนึ่งที่มีความนิยมใช้กัน นั้นก็คือวิธี " Multiplicative Generator " ซึ่งจะมีรูปของสมการดังต่อไปนี้

$$X_{i+1} = aX_i (\bmod m) \tag{3.11}$$

ซึ่งเป็นรูปแบบอีกอย่างหนึ่งในการสร้างตัวเลขจำลองที่มาจากสมการที่ 3.10a เมื่อ c=0 ซึ่งการคำนวณจากคอมพิวเตอร์มักจะให้ m =2^{β} เมื่อ β เป็น ค่าความยาวของการคำนวณเฉพาะ

สำหรับกระบวนการสำหรับการสร้างตัวเลขจำลอง มีวิธีการดังนี้

1. เลือกค่าจำนวนเต็มใดๆ ที่มีค่าเป็นจำนวนคี่เป็นค่าเริ่มต้นของค่า X_0
2. เลือกค่าจำนวนเต็มของค่า a ที่มีค่าใกล้กับค่า $2^{\beta/2}$
3. คำนวณหาค่า X_1 จากค่าเริ่มต้น

จากที่กล่าวมานี้จะเห็นได้ว่าชุดลำดับของตัวเลขจำลองที่สร้างมานั้นจะขึ้นอยู่กับค่าของ X_0 .a.c และ m ดังนั้นแล้วในการที่จะให้ได้ผลลัพธ์ในทางสถิติที่เหมาะสมแล้วนั้นจะต้องอยู่บนพื้นฐานดังนี้

1. ค่าของ X_0 ควรที่จะเลือกมาโดยไม่มีกฎเกณฑ์ในการเลือก
2. ค่าของ m ควรที่จะมีค่ามากๆ เพื่อที่จะให้มีประสิทธิภาพ
3. ตัวคูณ a ควรที่จะมีค่าที่มากกว่าค่า $\sqrt{m}$ หรือมากกว่าค่า m/100 แต่ต้องเล็กกว่าค่า m-$\sqrt{m}$
4. ค่าคงที่ c ควรจะเป็นจำนวนเต็มคี่