บทที่ 3
แนวคิดที่ใช้ในการศึกษา

3.1 แบบจำลองมาร์โควิซ (Markowitz Model)

โดยการนำแบบจำลองการตั้งราคาในหลักทรัพย์ (Capital Asset Pricing Model : CAPM) มาประกอบการศึกษาทำการวิเคราะห์ผลทางสถิติเพื่อประเมินผลตอบแทน ซึ่งบ่งชี้ถึงผลการดำเนินงานของหน่วยลงทุน โดยในทฤษฎีดังกล่าวเกิดขึ้นจาก Harry Markowitz ค้นพบทฤษฎีกลุ่มหลักทรัพย์สมัยใหม่ใน ค.ศ.1952 ต่อมา William F.Sharpe, John Lintner และ Jan Mossin ได้นำทฤษฎีดังกล่าวมาประยุกต์เป็นทฤษฎีการกำหนดราคาหลักทรัพย์ หรือเป็นที่รู้จักกันอย่างกว้างขวางว่าแบบจำลองการตั้งราคาหลักทรัพย์ (Capital Asset Pricing Model : CAPM) มาเป็นแบบจำลองดุลยภาพของความสัมพันธ์ระหว่างผลตอบแทนที่คาดหวังกับความเสี่ยงภายใต้แบบจำลองดังกล่าว ความเสี่ยงในที่นี้จะหมายถึง ความเสี่ยงที่เป็นระบบ (Systematic Risk) หรือความเสี่ยงที่ไม่สามารถกำจัดได้โดยการกระจายการลงทุน

ข้อสมมุติของแบบจำลอง การตั้งราคาหลักทรัพย์ (Capital Asset Pricing Model : CAPM)

1. นักลงทุนแต่ละคนเป็นผู้หลีกเลี่ยงความเสี่ยง มีความคาดหวังอรรถประโยชน์จากการลงทุนสูงสุด
2. นักลงทุนเป็นผู้รับราคาและมีความคาดหวังในผลตอบแทนของสินทรัพย์ที่มีการแจกแจงปกติ
3. สินทรัพย์ที่ไม่มีความเสี่ยงที่นักลงทุนอาจกู้ยืมหรือให้กู้ยืมโดยไม่จำกัดจำนวนด้วยอัตราผลตอบแทนที่ไม่มีความเสี่ยง
4. ปริมาณสินทรัพย์มีจำนวนจำกัด ทำให้สามารถกำหนดราคาซื้อขายและแบ่งแยกเป็นหน่วยย่อยได้ไม่จำกัดจำนวน
5. ตลาดสินทรัพย์ไม่มีการกีดกัน ไม่มีต้นทุนเกี่ยวกับข่าวสารข้อมูล และทุกคนได้รับข่าวสารอย่างสมบูรณ์
6. ตลาดสินทรัพย์เป็นตลาดที่มีลักษณะสมบูรณ์ ไม่มีเรื่องภาษี กฎระเบียบ หรือ ข้อห้ามในการซื้อขายแบบขายก่อนซื้อ (Short Sale) หมายถึง การขายหุ้นโดยไม่มีหุ้นอยู่ในบัญชี ของตน

จากข้อสมมติที่กล่าวว่า นักลงทุนต่างมีความคาดหวังจากการลงทุนเหมือนกัน เป็นผู้มีเหตุผล และเป็นผู้ที่หลีกเลี่ยงความเสี่ยง ทำให้นักลงทุนให้ความสนใจลงทุนในสินทรัพย์ที่ไม่มีความเสี่ยงและกลุ่มสินทรัพย์เสี่ยงอยู่บนเส้นกลุ่มหลักทรัพย์ที่มีประสิทธิภาพ (จิรัตน์ สังข์แก้ว, 2540) นั่นคือนักลงทุนต่างสนใจลงทุนในหลักทรัพย์กลุ่มตลาดเหมือนกัน กลุ่มหลักทรัพย์ตลาดเป็นกลุ่มหลักทรัพย์ที่รวมหลักทรัพย์ทุกประเภท ที่มีผู้ถือครองดุลยภาพ จึงเกิดจากการเปลี่ยนแปลงในน้ำหนักของหลักทรัพย์ที่ถูกกำหนดจากราคาหลักทรัพย์ ถ้าหลักทรัพย์ชนิดหนึ่งราคาต่ำกว่าอีกชนิดหนึ่ง เมื่อเทียบจากความเสี่ยงที่เท่ากัน นักลงทุนจะเลือกซื้อหรือลงทุนในหลักทรัพย์ที่ราคาถูกกว่า ทำให้ราคาหลักทรัพย์นั้นปรับตัวสูงขึ้นและการขายหลักทรัพย์ที่ราคาแพงกว่า จะทำให้ราคาหลักทรัพย์นั้นต่ำหรือลดลง กระบวนการดังกล่าวทำให้ราคาหลักทรัพย์ถูกผลักดันสู่จุดดุลยภาพในที่สุด และผลตอบแทนที่คาดหวังของแต่ละหลักทรัพย์อยู่ในระดับสูงสุด ณ แต่ละระดับความเสี่ยง แบบจำลอง CAPM นี้เน้นสนใจในความเสี่ยงที่เป็นระบบของหลักทรัพย์ เนื่องจากอยู่ภายใต้เงื่อนไขว่าหากการกระจายการลงทุนในหลักทรัพย์ให้หลากหลายขึ้นจะสามารถกำจัดความเสี่ยงที่ไม่เป็นระบบได้ ความเสี่ยงใน CAPM นั้น หมายถึง ความเสี่ยงที่เป็นระบบ (Systematic Risk) โดยจะใช้ตัว (β) เป็นตัวแทน เมื่อค่าเบต้า (β) น้อยกว่า 1 หมายความว่าหลักทรัพย์นั้นมีความเสี่ยงน้อยกว่าหลักทรัพย์ที่มีค่าเบต้า (β) มากกว่า 1 ความเสี่ยงของแต่ละหลักทรัพย์วัดได้จากการเปรียบเทียบความเสี่ยงของหลักทรัพย์นั้นกับกับความเสี่ยงในตลาด แต่การวัดความแปรปรวนของผลตอบแทนของหลักทรัพย์ในตลาดใด ๆ ไม่อาจเทียบกับตัวเองได้ เพราะไม่สามารถนำค่าสถิตินี้ไปเปรียบเทียบกับความแปรปรวนของหลักทรัพย์ตัวอื่นในตลาดได้ จึงใช้การวัดความแปรปรวนผลตอบแทนของหลักทรัพย์นั้นเทียบกับผลตอบแทนของตลาด

ความเสี่ยงของหลักทรัพย์แต่ละตัว เป็นค่าความแปรปรวนของหลักทรัพย์และของตลาดจากหลักทรัพย์ใดๆ ค่าเบต้า (β) สามารถคำนวณได้จากสูตรทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

$$\beta_i \text{ (ความเสี่ยง)} = \frac{\text{covariance}\,(R_i R_m)}{\text{variance}\,(R_m)}$$

โดยความสัมพันธ์ระหว่างอัตราผลตอบแทนที่คาดหวังและค่าความเสี่ยงของหลักทรัพย์แสดงได้จากสมการ ดังนี้

$$R_i = R_f + \beta_i (R_m - R_f)$$

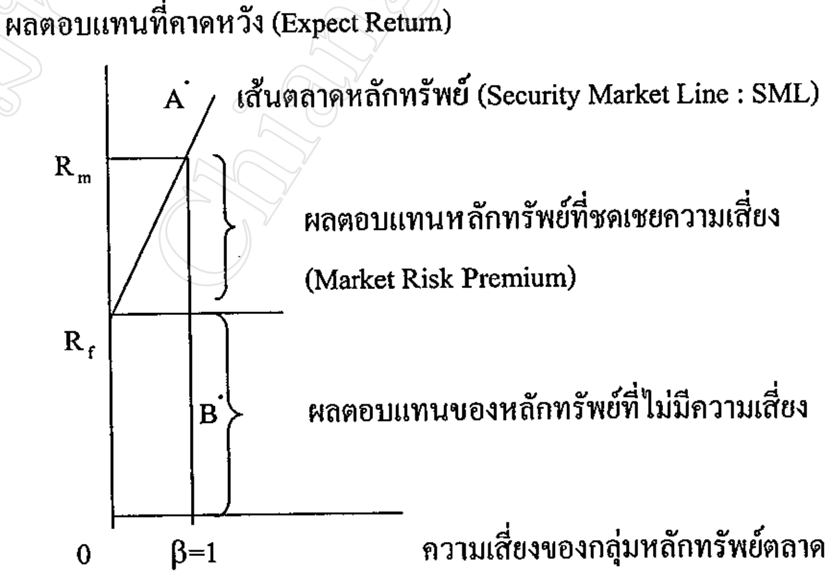
โดยที่ R_i = อัตราผลตอบแทนจากการลงทุนในหลักทรัพย์ i (return from portfolio)

R_f = อัตราผลตอบแทนจากหลักทรัพย์ที่ปราศจากความเสี่ยง (return from the risk – free rate)

R_m = อัตราผลตอบแทนที่ได้รับจากกลุ่มหลักทรัพย์ตลาด (return from the market)

ความสัมพันธ์ของอัตราผลตอบแทนที่คาดหวังกับความเสี่ยง สามารถกำหนดแสดงเป็นเส้นตลาดหลักทรัพย์ (Security Market Line : SML) โดยเป็นความสัมพันธ์ที่แสดงระดับผลตอบแทนที่นักลงทุนต้องการ ณ ระดับความเสี่ยงต่างๆ หรือเป็นการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างประสิทธิภาพของผลตอบแทนที่คาดหวังกับความเสี่ยงต่อการลงทุนในหลักทรัพย์ โดยเส้นตลาดหลักทรัพย์นี้ มีข้อสมมติฐานว่า ตลาดหลักทรัพย์เป็นตลาดที่มีประสิทธิภาพสูงและอยู่ในดุลยภาพความแตกต่างของผลตอบแทนที่คาดหวังของหลักทรัพย์แต่ละตัวแสดงถึงความแตกต่างกันของค่าเบต้า (β) ในแต่ละหลักทรัพย์ด้วย ความเสี่ยงที่สูงกว่าของหลักทรัพย์หนึ่ง จะแสดงถึงผลตอบแทนที่สูงกว่าด้วย ความสัมพันธ์ระหว่างความเสี่ยงและผลตอบแทนที่คาดหวังนี้เป็นเส้นตรง ซึ่งถ้าความสัมพันธ์นี้ไม่เป็นเส้นตรงหรือตลาดหลักทรัพย์ไม่เป็นตลาดที่มีประสิทธิภาพแล้ว การลงทุนในหลักทรัพย์ก็จะไม่มีประสิทธิภาพด้วย โดยหากเป็นเส้นโค้งคว่ำลง แสดงให้เห็นว่าเมื่อถือหลักทรัพย์ที่มีความเสี่ยงมากขึ้นกลับให้ผลตอบแทนลดลง หรือหากเป็นเส้นโค้งที่หงายขึ้นแสดงให้เห็นเมื่อถือหลักทรัพย์ที่มีความเสี่ยงน้อยจะให้ผลตอบแทนที่มากขึ้น ดังนั้นการที่ความสัมพันธ์ระหว่างผลตอบแทนที่คาดหวังกับความเสี่ยงเป็นเส้นตรง ผลตอบแทนที่ควรได้รับจากการลงทุนในหลักทรัพย์ใด ควรเท่ากับการถือหลักทรัพย์ที่ปราศจากความเสี่ยงบวกผลตอบแทนส่วนเพิ่มจากการถือหลักทรัพย์ที่มีความเสี่ยงเท่านั้น หากมีผลตอบแทนอื่นใดที่มากขึ้นกว่าการลงทุนในหลักทรัพย์นั้นให้ผลตอบแทนที่ผิดปกติ ความสัมพันธ์ระหว่างผลตอบแทนที่คาดหวังกับความเสี่ยงในการลงทุนในหลักทรัพย์สามารถแสดงได้ด้วยภาพที่ 1 ดังนี้

ภาพที่ 1 ความสัมพันธ์ระหว่างผลตอบแทนที่คาดหวังกับความเสี่ยงในการลงทุนในหลักทรัพย์



ที่มา : Donald E.Fischer, Ronald J . Jordan (1995) Security Analysis and Portfolio Management. 1995. (P.642)

จากภาพความสัมพันธ์ระหว่างความเสี่ยงและผลตอบแทนที่คาดหวังนี้เป็นแบบเส้นตรง และจุด A ให้ผลตอบแทนสูงกว่าจุดบนเส้นตลาดหลักทรัพย์ (SML) ซึ่งแสดงว่าหลักทรัพย์มีราคาซื้อขายในตลาดต่ำกว่าราคาสมดุลที่ควรจะเป็น และจุด B คือหลักทรัพย์ที่มีผลตอบแทนต่ำกว่าหลักทรัพย์อื่นบนเส้นตลาดหลักทรัพย์ (SML) กล่าวคือ ณ ระดับความเสี่ยงหนึ่ง ผู้ลงทุนจะพากันซื้อหลักทรัพย์ A มากขึ้น เมื่อมีอุปสงค์มากขึ้น จะทำให้ราคาหลักทรัพย์ A นี้สูงขึ้น ทำให้อัตราผลตอบแทนลดลงจนสู่สมดุลบนเส้นตลาดหลักทรัพย์ (SML) ส่วนหลักทรัพย์ B ผู้ลงทุนจะไม่ซื้อเนื่องจากผลตอบแทนที่ได้ต่ำกว่าผลตอบแทนที่ต้องการ บนเส้นตลาดหลักทรัพย์ (SML) ทำให้อุปสงค์ลดลง ราคาหลักทรัพย์ B จะลดลง จนทำให้อัตราผลตอบแทนเพิ่มขึ้นสู่สภาวะสมดุลบนเส้นตลาดหลักทรัพย์ (Security Market Line : SML)

3.2 แบบจำลองการถดถอยสวิชชิง (Switching Regression Model)

แบบจำลองการถดถอยสวิชชิงเป็นแบบจำลองที่ประกอบด้วย 2 สถานการณ์ สมมุติให้ทั้งสองสถานการณ์เป็นดังนี้ (ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์ และอารีวิบูลย์พงศ์, 2543)

สถานการณ์ 1 : $Y_{1i} = \beta_1 X'_{1i} + U_{1i}$ ....(3.1)

สถานการณ์ 2 : $Y_{0i} = \beta_0 X_{0i} + U_{0i}$ ....(3.2)

$$I' = (Y_{1i}-Y_{0i})\lambda - U_I \qquad \text{..............(3.3)}$$

$$I' = Z_{1i}\lambda - U_I Z_{1i} = (Y_{1i}-Y_{0i}) \qquad \text{..............(3.4)}$$

$$U_i \sim (0,\sigma_i^2),\ U_{1i} \sim (0,\sigma_{1i}^2),\ U_{0i} \sim (0,\sigma_{0i}^2)$$

โดยที่ Y_{1i} คือ ข้อมูลอนุกรมเวลาของตัวแปรตาม ณ สถานการณ์ 1

Y_{0i} คือ ข้อมูลอนุกรมเวลาของตัวแปรตาม ณ สถานการณ์ 2

X_{1i} คือ ข้อมูลอนุกรมเวลาของตัวแปรอิสระ ณ สถานการณ์ 1

X_{0i} คือ ข้อมูลอนุกรมเวลาของตัวแปรอิสระ ณ สถานการณ์ 2

β_1 , β_2 , λ คือ ค่าพารามิเตอร์

$U_{1i,}$ $U_{2i,}$ $U_{i.}$ คือ ค่าความคลาดเคลื่อนของตัวแปรสุ่ม

I' คือตัวแปรที่ไม่สามารถสังเกตได้ จึงสร้างตัวแปรหุ่น (Dummy Variable : I_i) ขึ้นมาซึ่งสามารถสังเกตได้

$$\left.\begin{array}{l} I_i = 1 \text{ เมื่อ } I_i' \geq 0 \text{ หรือ } Z_i\lambda \geq U_i \\ I_i = 0 \text{ เมื่อ } I_i' < 0 \text{ หรือ } Z_i\lambda < U_i \end{array}\right\} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3.5)$$

ซึ่งในการเกิดสถานการณ์ 1 จะไม่เกิดสถานการณ์ 2 อย่างแน่นอน ดังนั้น Y_i ที่ได้จะเป็นดังนี้

$$\left.\begin{array}{l} Y_i = Y_{1i} \text{ เมื่อ } I_i = 1 \\ Y_i = Y_{0i} \text{ เมื่อ } I_i = 0 \end{array}\right\} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3.6)$$

ในกรณีที่ซึ่งการแบ่งแยกตัวอย่างสามารถสังเกตได้ ค่าสังเกต I_i นั้นสามารถใช้วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดแบบโพรบิท (Probit Maximum Likelihood) ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ และเนื่องจาก สามารถประมาณค่าได้ในลักษณะที่เป็นสัดส่วนของปัจจัย (a scale factor) เท่านั้น จึงสมมุติให้ var (u_i)=1 และสมมุติว่า และ มีการแจกแจงแบบปกติสามตัวแปร (A Trivariate Normal Distribution) เวกเตอร์ของค่าเฉลี่ย (Mean Vector)เป็นศูนย์และเมตริกซ์ของความแปรปรวนร่วมเป็นดังนี้

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{10} & \sigma_{1u} \\ \sigma_{10} & \sigma_0^2 & \sigma_{0u} \\ \sigma_{1u} & \sigma_{0u} & 1 \end{bmatrix}$$

ภาวะความน่าจะเป็นสูงสุด (Likelihood Function) สำหรับแบบจำลองนี้คือ

$$L\left(\beta_1, \beta_0, \sigma_1^2 \sigma,_0^2, \sigma_{1u}, \sigma_{0u}\right)$$

$$= \prod \left[\int_{-\infty}^{Z_i\lambda} g\left(y_{1i} - \beta_1 X_{1i}, u_{1i}\right) du_i\right]^{I_i} \left[\int_{Z_i\lambda}^{\infty} f\left(y_{0i} - \beta_0 X_{0i}, u_i\right) du_i\right]^{1-I_i} \qquad \ldots\ldots\ldots(3.7)$$

โดยที่ g และ f คือ ฟังก์ชันความหนาแน่นปกติสองตัวแปร (Bivariate Normal Density Functions) ของ (u_{1i},u_i)และ(u_{0i},u_i) ตามลำดับ

การประมาณค่าฟังก์ชันดังสมการ (3.7) สามารถหาได้โดยใช้วิธีการถดถอยสลับเปลี่ยน 2 ขั้นตอน (Two-Stage Switching Regression Method) เพื่อปรับค่าความคลาดเคลื่อนของฟังก์ชันให้มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ ดังจะอธิบายได้ดังต่อไปนี้

เนื่องจากฟังก์ชันดังสมการ (3.7) ขึ้นอยู่กับฟังก์ชันสมการ (3.4) ค่าความคาดเคลื่อนของสมการ (3.1) และ (3.2) จึงสามารถเขียนได้ดังนี้คือ

$$E\left(u_{1i} \middle| u_i \leq Z_i\lambda\right) = E\left(\sigma_{1u} u_i \middle| u_i \leq Z_i\lambda\right)$$

$$= -\sigma_{1u}\left[\frac{\varphi\left(\gamma' Z_i\right)}{\Phi\left(\gamma' Z_i\right)}\right] \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3.8)$$

และ $E\left(u_{0i} \middle| u_i \geq Z_i \lambda\right) = E\left(\sigma_{0u} u_i \middle| u_i \leq Z_i \lambda\right)$

$$= \sigma_{0u}\left[\frac{\varphi\left(\gamma' Z_i\right)}{1-\Phi\left(\gamma' Z_i\right)}\right] \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3.9)$$

จะเห็นว่าค่าคาดหวังของค่าความคลาดเคลื่อนของสมการ (3.8) และ (3.9) มีค่าไม่เป็นศูนย์ การใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของสมการ (3.1) และ (3.2) จึงให้ค่าประมาณของพารามิเตอร์เหล่านี้มีความเอนเอียง (Bias) และไม่สอดคล้อง (Inconsistent) ลี (Lee: 1976) จึงได้เสนอวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของสมการ (3.1) และ (3.2) ใหม่ โดยการเพิ่มตัวแปร W1iและW0I เข้าไปในสมการ (3.1) และ (3.2) เพื่อขจัดปัญหาเอนเอียง ซึ่งจะได้สมการใหม่ ดังนี้

$$Y_{1i} = \beta_1 X_{1i} - \sigma_{1u} W_{1i} + \varepsilon_{1i} \qquad \text{สำหรับ } I_i = 1 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3.10)$$

$$Y_{0i} = \beta_0 X_{0i} + \sigma_{0i} W_{0i} + \varepsilon_{0i} \qquad \text{สำหรับ } I_i = 0 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3.11)$$

โดยที่

$$W_{1i} = \phi\left(Z_i \lambda\right) / \Phi\left(Z_i \lambda\right)$$

$$W_{0i} = \phi\left(Z_i \lambda\right) / \left[1 - \Phi\left(Z_i \lambda\right)\right]$$

ε_{1i} , ε_{0i} เป็นค่าความคลาดเคลื่อนตัวใหม่ที่มีค่าเฉลี่ยแบบมีเงื่อนไข (Conditional Means) เป็นศูนย์ (ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์ และอารีวิบูลย์พงศ์, 2543)

3.3 การวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลา

ในการศึกษาข้อมูลอนุกรมเวลา ลักษณะข้อมูลพื้นฐานของข้อมูลอนุกรมเวลาใดๆ มีข้อควรพิจารณาคือ ข้อมูลอนุกรมเวลานั้นๆ เป็นข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่งหรือไม่ ข้อมูลอนุกรมเวลาที่สามารถนำไปใช้พยากรณ์ได้จะต้องเป็นข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่ง ดังนั้นจึงต้องทำการทดสอบก่อนว่าข้อมูลอนุกรมเวลามีลักษณะนิ่งหรือไม่ ดังมีรายละเอียดต่อไปนี้

ข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่ง (Stationary) หมายถึงการที่ข้อมูลอนุกรมเวลาอยู่ในสภาพของการสมดุลเชิงสถิติ (Statistical Equilibrium) ซึ่งหมายถึง การที่คุณสมบัติทางสถิติของข้อมูลอนุกรมเวลาไม่มีการเปลี่ยนแปลงถึงแม้เวลาจะเปลี่ยนแปลงไป แสดงได้ดังนี้

1. กำหนดให้ $X_t, X_{t+1}, X_{t+2}, \ldots, X_{t+k}$ เป็นข้อมูลอนุกรมเวลาที่เวลา t, t+1, t+2, ... , t+k
2. กำหนดให้ $X_{t+m}, X_{t+m+1}, X_{t+m+2}, \ldots, X_{t+m+k}$ เป็นข้อมูลอนุกรมเวลาที่เวลา t+m, t+m+1, t+m+2, ... , t+m+k

3. กำหนดให้ $P(X_t, X_{t+1}, X_{t+2}, ..., X_{t+k})$ เป็นการแจกแจงความน่าจะเป็นร่วมของ Z_t, $Z_{t+1}, Z_{t+2}, ..., Z_{t+k}$
4. กำหนดให้ $P(X_{t+m}, X_{t+m+1}, X_{t+m+2}, ..., X_{t+m+k})$ เป็นการแจกแจงความน่าจะเป็นร่วมของ $Z_{t+m}, Z_{t+m+1}, Z_{t+m+2}, ..., Z_{t+m+k}$

จากข้อกำหนดทั้ง 4 ข้อดังกล่าว X จะเป็นข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่งเมื่อ

$P(X_t, X_{t+1}, X_{t+2}, ..., X_{t+k}) = P(X_{t+m}, X_{t+m+1}, X_{t+m+2}, ..., X_{t+m+k})$

ข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีคุณสมบัติสอดคล้องกับเงื่อนไขนี้เรียกว่า ข้อมูลอนุกรมเวลาที่ลักษณะนิ่งแบบเข้มงวด แต่ในทางปฏิบัตินิยมใช้ข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่งแบบอ่อน กล่าวคือ X จะเป็นข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่งแบบอ่อนเมื่อ

1. ค่าเฉลี่ย : $E(X_t) = \mu$ = ค่าคงที่
2. ความแปรปรวน $V(X_t) = \sigma^2$ = ค่าคงที่
3. ความแปรปรวนร่วม $Cov(X_t, X_{t+k}) = E(X_t - \mu)(X_{t+k} - \mu) = \sigma_k - \mu$

ถ้าหากไม่เป็นดังข้อกำหนดข้างต้นข้อใดข้อหนึ่ง กล่าวได้ว่าข้อมูลอนุกรมเวลาดังกล่าวมีลักษณะไม่นิ่ง (Non-Stationary)

การทดสอบว่าข้อมูลอนุกรมเวลามีลักษณะนิ่งหรือไม่นั้น แต่เดิมจะพิจารณาที่ค่าสัมประสิทธิ์ในตัวเอง (Autocorrelation Coefficient Function : ACF) ตามแบบจำลองของบ็อก-เจนกินส์ (Box-Jenkins Model) แต่ว่ากรณีที่สหสัมพันธ์ (Correlation : ρ) ใกล้ 1 มากๆ การพิจารณาที่ค่า ACF ค่อนข้างจะไม่แม่นยำ เพราะว่ากราฟแสดงค่า ACF มีค่าแนวโน้มลดลงเหมือนๆกัน ซึ่งแต่ละคนอาจจะสรุปไม่ได้เหมือนกัน ทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนได้ ดังนั้นดิกกี้-ฟูลเลอร์ (Dickey-Fuller) จึงพัฒนาการตรวจสอบข้อมูลอนุกรมเวลาว่ามีลักษณะนิ่งหรือไม่ โดยการทดสอบยูนิทรูท (Unit Root)

3.4 การทดสอบยูนิทรูท (Unit Root)

การทดสอบยูนิทรูท เป็นการตรวจสอบข้อมูลอนุกรมเวลาว่ามีลักษณะข้อมูลเป็นแบบ "นิ่ง" หรือ " ไม่นิ่ง" โดยดิกกี้-ฟูลเลอร์ (Dickey-Fuller) สมมติแบบจำลองเป็นดังนี้

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + \varepsilon_t \quad ....(3.12)$$

และ

$$X_t = \rho X_{t-1} + e_t \quad ....(3.13)$$

โดยที่ Y_t คือ ตัวแปรตาม

X_t คือ ตัวแปรอิสระ

α, β คือ ค่าพารามิเตอร์

ε_t, e_t คือ ความคลาดเคลื่อนเชิงสุ่ม (Random Error)

ρ คือ สัมประสิทธิ์อัตสหสัมพันธ์ (Autocorrelation Coefficience)

ให้ $\rho = 1$

จะได้ $X_t = X_{t-1} + e_t \quad ; e_t \sim i\,i\,d\,(0, \sigma^2 e_t)$

โดยที่ e_t เป็นอนุกรมของตัวแปรสุ่มที่แจกแจงแบบปกติเหมือนกันและเป็นอิสระต่อกัน โดยมีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ และค่าความแปรปรวนคงที่ โดยมีสมมติฐานของการทดสอบของดิกกี้-ฟลูเลอร์ คือ

$H_0: \quad \rho = 1$

$H_1: \quad |\rho| < 1$

ถ้ายอมรับ $H_0 : \rho = 1$ หมายความว่า X_t มียูนิทรูท หรือ X_t มีลักษณะไม่นิ่ง แต่ถ้ายอมรับ $H_1 : |\rho| < 1$ หมายความว่า X_t ไม่มียูนิทรูท หรือ X_t มีลักษณะนิ่ง อย่างไรก็ตามการทดสอบยูนิทรูทดังกล่าวข้างต้นสามารถทำได้อีกวิธีหนึ่ง คือ

ให้ $\rho = (1 + \theta) \; ; -1 < \theta < 0$

โดยที่ θ คือ พารามิเตอร์

จากสมการ (13) จะได้ $X_t = (1+\theta)X_{t-1} + e_t$

$$X_t = X_{t-1} + \theta X_{t-1} + e_t$$

$$X_t - X_{t-1} = \theta X_{t-1} + e_t$$

$$\Delta X_t = \theta X_{t-1} + e_t \qquad \text{.................(3.14)}$$

จากสมการ (3.13) จะได้สมมติฐานการทดสอบของดิกกี้-ฟลูเลอร์ใหม่ คือ

$$H_0 : \theta = 0$$

$$H_1 : \theta < 0$$

ถ้ายอมรับ $H_0 : \theta = 0$ จะได้ว่า $\rho = 1$ หมายความว่า X_t มียูนิทรูท หรือ X_t มีลักษณะไม่นิ่ง แต่ถ้ายอมรับ $H_1 : \theta < 0$ จะได้ว่า $\rho < 1$ หมายความว่า X_t ไม่มียูนิทรูท หรือ X_t มีลักษณะนิ่ง (ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์ และอารีวิบูลย์พงศ์, 2542)

เนื่องจากข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา t มีส่วนสัมพันธ์กับข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา t-1 ค่าคงที่และแนวโน้ม

ดังนั้นสรุปแล้ว ดิกกี้-ฟลูเลอร์จะพิจารณาสมการถดถอย 3 รูปแบบที่แตกต่างกัน ในการทดสอบว่ามียูนิทรูทหรือไม่ ซึ่ง 3 สมการดังกล่าว ได้แก่

$$\Delta X_t = \theta X_{t-1} + e_t \qquad \text{..................(3.15)}$$

$$\Delta X_t = \alpha + \theta X_{t-1} + e_t \qquad \text{..................(3.16)}$$

$$\Delta X_t = \alpha + \beta t + \theta X_{t-1} + e_t \qquad \text{..................(3.17)}$$

การตั้งสมมติฐานของการทดสอบของดิกกี้-ฟลูเลอร์เป็นเช่นเดียวกับที่กล่าวมาแล้วข้างต้น ส่วนการทดสอบโดยใช้การทดสอบอ๊อกเม็นต์เทค ดิกกี้-ฟลูเลอร์ (Augmented Dickey-Fuller test : ADF test) โดยเพิ่มขบวนการถดถอยในตัวเอง (Autoregressive Processes) เข้าไปในสมการ (3.15) และ (3.17) ซึ่งเป็นการแก้ปัญหากรณีที่ใช้การทดสอบของดิกกี้-ฟลูเลอร์แล้วค่าเดอร์บิน-วัตสันต่ำ การเพิ่มขบวนการถดถอยในตัวเองเข้าไปนั้น ผลการทดสอบ อ๊อกเม็นต์เทค ดิกกี้-ฟลูเลอร์จะทำให้ได้ค่าเดอร์บิน-วัตสันเข้าใกล้ 2 (ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์ และอารีวิบูลย์พงศ์, 2542) ทำให้ได้สมการใหม่เป็น

$$\Delta x_t = \theta x_{t-1} + \quad \phi_i \Delta x_{t-i} + e_t \qquad \text{..................(3.18)}$$

$$\Delta x_t = \alpha + \theta x_{t-1} + \sum_{i=1}^{p} \phi_i \Delta x_{t-i} + e_t \qquad \text{..................(3.19)}$$

$$\Delta x_t = \alpha + \beta_t + \theta x_{t-1} + \sum_{i=1}^{p} \phi_i \Delta x_{t-i} + e_t \qquad \text{..................(3.20)}$$

โดยที่ X_t คือ ข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา t

X_{t-i} คือ ข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา t-i

$\alpha, \beta, \phi, \theta$ คือ ค่าพารามิเตอร์

t คือ ค่าแนวโน้ม

e_t คือ ข้อมูลอนุกรมเวลาของตัวแปรสุ่ม

3.5 สมการถดถอยไม่แท้จริง (Spurious Regression)

ในหัวข้อก่อนได้กล่าวถึงข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่งไปแล้ว หัวข้อต่อไปนี้จะกล่าวถึงการใช้ข้อมูลอนุกรมเวลาเพื่อการพยากรณ์ค่าในอนาคต โดยไม่ได้ทำการตรวจสอบความนิ่งของ

ข้อมูลอนุกรมเวลา จึงอาจทำให้การพยากรณ์ดังกล่าวไม่ถูกต้อง กล่าวคือได้สมการถดถอยไม่แท้จริงนั่นเอง

พิจารณา 2 สมการที่ไม่มีความสัมพันธ์กันดังนี้

$$Y_t = Y_{t-1} + u_t \qquad \text{..................(3.21)}$$

$$X_t = X_{t-1} + v_t \qquad \text{..................(3.22)}$$

โดยที่ Y_t , X_t คือ ข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา t

Y_{t-1} , X_{t-1} คือ ข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา t-1

u_t , v_t คือ ส่วนที่เหลือของสมการอนุกรมเวลา

เมื่อกำหนดให้ Y_t และ X_t เป็นข้อมูลอนุกรมเวลาที่ไม่มีความสัมพันธ์กันเลย แต่สมการถดถอยไม่แท้จริงสามารถเกิดขึ้นได้ถึงแม้ว่าข้อมูลอนุกรมเวลาดังกล่าวจะมีขนาดใหญ่ ทั้งนี้เป็นเพราะว่า ข้อมูลอนุกรมนั้นมีลักษณะไม่นิ่งนั่นเองเมื่อการเคลื่อนที่ของ u_t และ v_t เป็นอิสระกันทำให้ไม่เกิดความสัมพันธ์ต่อกันระหว่าง Y_t และ X_t แต่ความสัมพันธ์ระหว่าง Y_t กับ Y_{t-1} และ X_t กับ X_{t-1} กลับมีค่าสูงมาก ดังนั้นสมการถดถอยของ X_t เพื่อพยากรณ์ Y_t มีค่า R^2 ที่สูง และค่าเดอร์บิน-วัตสันต่ำมาก ทั้งๆ ที่ Y_t และ X_t ไม่มีความสัมพันธ์กัน ถ้า R^2 ที่ได้มีค่าสูงมากๆ ให้สงสัยว่าสมการถดถอยที่ได้เป็นสมการถดถอยไม่แท้จริง ให้หาสมการถดถอยใหม่ จากข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีหนึ่งอันดับของการร่วมกัน [I(1)] แล้วดูว่า R^2 ที่ได้เข้าใกล้ 0 และค่าเดอร์บิน-วัตสันเข้าใกล้ 2 หรือไม่ ถ้าใช่ แสดงว่า Y_t และ X_t ไม่มีความสัมพันธ์กัน R^2 ที่ได้เป็น R^2 ที่ไม่แท้จริง และสมการถดถอยที่ได้ก็เป็นสมการถดถอยที่ไม่แท้จริงเช่นกัน ดังนั้นถ้ามีการนำสมการถดถอยไม่แท้จริงไปใช้ย่อมไม่ถูกต้อง

3.6 แนวคิดเกี่ยวกับการร่วมกันไปด้วยกัน (Cointegration)

ข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่งสามารถนำไปใช้หาสมการถดถอยได้ ส่วนอนุกรมเวลาที่มีลักษณะไม่นิ่งเมื่อนำไปใช้หาสมการถดถอยอาจได้สมการถดถอยที่ไม่แท้จริง เมื่อทราบว่าข้อมูลอนุกรมเวลามีลักษณะไม่นิ่งแล้ว อาจไม่เกิดปัญหาสมการถดถอยไม่แท้จริงก็ได้ หากว่าสมการถดถอยดังกล่าวมีลักษณะการร่วมกันไปด้วยกัน

การร่วมไปด้วยกันคือ การมีความสัมพันธ์ระยะยาวระหว่างข้อมูลอนุกรมเวลาตั้งแต่ 2 ตัวแปรขึ้นไปมีลักษณะไม่นิ่งส่วนเบี่ยงเบนที่ออกจากความสัมพันธ์ในระยะยาวมีลักษณะนิ่ง สมมุติให้ตัวแปรข้อมูลอนุกรมเวลา 2 ตัวแปรใด ๆ ที่มีลักษณะไม่นิ่งแต่มีค่าสูงขึ้นตามไปด้วยกันทั้งคู่ และมีอันดับความสัมพันธ์ของข้อมูลเหมือนกัน (Integration of the Same Order) ความแตกต่างระหว่าง

ตัวแปรทั้งสองไม่มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นหรือลดลง อาจเป็นไปได้ว่าความแตกต่างระหว่างตัวแปรทั้งสองดังกล่าวมีลักษณะนิ่ง กล่าวได้ว่าข้อมูลอนุกรมเวลาดังกล่าวมีการร่วมกันไปด้วยกัน

ดังนั้นการถดถอยร่วมกันไปด้วยกัน (Cointegration Regression) คือเทคนิคการประมาณค่าความสัมพันธ์ดุลยภาพระยะยาวระหว่างข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะไม่นิ่ง โดยที่การเบี่ยงเบนออกจากดุลยภาพระยะยาวต้องมีลักษณะนิ่ง

การถดถอยการร่วมกันไปด้วยกันคือ การใช้ส่วนที่เหลือจากสมการถดถอยที่ได้มาทำการทดสอบว่ามีการร่วมกันไปด้วยกันหรือไม่ โดยการทดสอบยูนิทรูท จะได้ว่าจากสมการ (3.12)

นำค่า ε_t มาหาสมการถดถอยใหม่ดังต่อไปนี้

$$\Delta\hat{\varepsilon}_t = \gamma\hat{\varepsilon}_{t-1} + W_t \qquad \text{................(3.23)}$$

โดยที่ $\hat{\varepsilon}_t$, $\hat{\varepsilon}_{t-1}$ คือ ส่วนที่เหลือ ณ เวลา t และ t-1 ที่นำมาหาสมการถดถอยใหม่

γ คือ ค่าพารามิเตอร์

W_t คือ ส่วนที่เหลือของสมการถดถอยใหม่

ตั้งสมมุติฐาน $H_0 : \gamma = 0$ ไม่มีการร่วมกันไปด้วยกัน

$H_1 : \gamma \neq 0$ มีการร่วมกันไปด้วยกัน

โดยใช้สถิติที (t-statistic) : ซึ่งมีสูตรดังต่อไปนี้

$$t = \frac{\hat{\gamma}}{S.E.\hat{\gamma}}$$

นำค่าสถิติ t ที่ใช้ในการทดสอบเทียบกับค่าวิกฤต Mackinnon ถ้ายอมรับ H_0 หมายความว่าสมการถดถอยที่ได้ไม่มีการร่วมกันไปด้วยกัน และถ้ายอมรับ H_1 หมายความว่าสมการถดถอยที่ได้มีการร่วมกันไปด้วยกันนั่นเอง ถึงแม้ว่าข้อมูลอนุกรมเวลาในสมการ (3.12) นั้นจะเป็นข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะไม่นิ่งก็ตาม

3.7 แนวความคิดเกี่ยวกับแบบจำลองเอเรอร์คอเรคชัน (Error-Correction Model: ECM)

แบบจำลองเอเรอร์คอเรคชัน (ECM) คือกลไกการปรับตัวเข้าสู่ดุลยภาพในระยะยาวสมมุติให้ Y_t และ X_t เป็นข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะไม่นิ่ง และไม่เกิดปัญหาสมการถดถอยไม่แท้จริงสมการถดถอยที่ได้มีการร่วมกันไปด้วยกัน โดยมีกลไกการปรับตัวเข้าสู่ดุลยภาพในระยะยาวหมายความว่าตัวแปรทั้งสองมีความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพระยะยาว แต่ในระยะสั้นอาจมีการออกนอกดุลยภาพได้ เพราะฉะนั้นจึงให้พจน์ค่าความคลาดเคลื่อนดุลยภาพนี้เป็นตัวเชื่อมพฤติกรรมระยะสั้นและระยะยาวเข้าด้วยกัน โดยลักษณะที่สำคัญของตัวแปรอนุกรมเวลาที่มีการร่วมกันไป

ด้วยกันคือวิถีเวลา (Time Path) ของอนุกรมเวลาเหล่านี้ได้รับอิทธิพลจากการเบี่ยงเบนออกจากดุลยภาพระยะยาว ดังนั้นเมื่อกลับเข้าสู่ดุลยภาพระยะยาว การเคลื่อนไหวของข้อมูลอนุกรมเวลาบางตัวแปรจะต้องตอบสนองต่อขนาดของการออกนอกดุลยภาพในแบบจำลองเอเรอร์คอเรคชันพลวัตพจน์ระยะสั้น (Short-term Dymanmics) ของตัวแปรในระบบจะได้รับอิทธิพลการเบี่ยงเบนออกจากดุลยภาพ (ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์ และอารี วิบูลย์พงศ์, 2542)

ตัวอย่างแบบจำลองเอเรอร์คอเรคชัน (ECM) เป็นดังนี้

$$\Delta Y_t = a_1 + a_2 \hat{\varepsilon}_{t-1} + \sum_{m=1}^{n} a_3 \Delta X_{t-m} + \sum_{p=1}^{q} a_4 \Delta Y_{t-m} + \mu y_t \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3.24)$$

$$\Delta X_t = b_1 + b_2 \hat{\varepsilon}_{t-1} + \sum_{r=1}^{s} b_3 \Delta X_{t-r} + \sum_{u=1}^{v} b_4 \Delta Y_{t-u} + \mu x_t \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3.25)$$

โดยที่ X_t, Y_t คือ ข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา t

Y_{t-p}, Y_{t-u} คือ ข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา t-p และ ณ เวลา t-u

X_{t-m}, X_{t-r} คือ ข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา t-m และ ณ เวลา t-r

ε_{t-1} คือ ส่วนที่เหลือ ณ เวลา t-1 จากสมการความสัมพันธ์ระยะยาว

μ_{Yr}, μ_{xr} คือ ความคลาดเคลื่อนของตัวแปรสุ่ม

a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2, b_3, b_4 คือ ค่าพารามิเตอร์