

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

หลังจากที่ได้ทำการเก็บข้อมูลอปชันจำนวน 51 อปชัน ทั้งสิ้น 4 อนุกรมราคา ที่มีกำหนดสิ้นสุดอายุสัญญาเดือนมีนาคม, มิถุนายน, กันยายน และ ธันวาคม พ.ศ. 2552 ทำให้ได้ข้อมูลสำหรับนำมาทดสอบกับวิธี Path Integral และวิธี Black-Scholes เพื่อเปรียบเทียบความแม่นยำของวิธีทั้งสองในการประเมินมูลค่าอปชัน ดังนั้นในบทนี้จะกล่าวถึง ผลการวิเคราะห์ข้อมูล โดยผลการศึกษาจะแบ่งเป็น 4 ส่วน คือ ส่วนแรกเป็นการวิเคราะห์ข้อมูลในเชิงสถิติพรรณนา ส่วนที่สองเป็นการประเมินมูลค่าอปชัน โดย Path Integral และ Black-Scholes เมื่อเทียบกับราคาจริงในตลาด ส่วนที่สามเป็นการวิเคราะห์ค่า MPE, MAPE ของอปชัน โดยแบ่งหลักทรัพย์ตามกลุ่มอุตสาหกรรม และส่วนที่สี่เป็นการเปรียบเทียบการประเมินมูลค่าอปชัน โดยแบ่งกลุ่มหลักทรัพย์ระหว่างอปชันที่ได้ผลกำไร (In-the-Money) และอปชันที่ไม่ได้กำไร (Out-of-the-Money)

4.1 สถิติเชิงพรรณนา

ในการจำลองเหตุการณ์ราคาของสินทรัพย์อ้างอิง เพื่อใช้ในการคำนวณราคาอปชัน ผู้วิจัยจำเป็นต้องทราบตัวแปรทั้งหมดที่ต้องใช้ในการจำลองเหตุการณ์ โดยการนำสมการราคาหลักทรัพย์ภายใต้ Risk-neutral Measure ในสมการที่ (46) มาใช้ในการหาราคา ณ วันสิ้นสุดอายุสัญญา ดังนั้น จะพบว่าสมการราคา ประกอบด้วย

- 1.) ตัวแปรที่คำนวณจากข้อมูลย้อนหลัง ได้แก่ อัตราผลตอบแทนรวม (μ), ความแปรปรวน (σ^2) และผลตอบแทนปราศจากความเสี่ยง (r), ราคาเริ่มต้น (S_0), ระยะเวลาก่อนสิ้นสุดสัญญา (T) ดังนั้น การคำนวณ Payoff จะได้จากข้อมูลย้อนหลัง จึงไม่สามารถปรับค่าตัวแปรใดๆ ได้ตามต้องการ
- 2.) ตัวแปรที่จะสามารถปรับค่าได้ตามต้องการ ในการคำนวณ Weight Function ในสมการที่ (22), (30), (32) จะมีตัวแปรที่จะสามารถปรับค่าได้ตามต้องการ ได้แก่ ρ , q_1 , q_2 ที่สามารถปรับค่าได้ เพื่อการประเมินมูลค่าอปชันมีความยืดหยุ่นมากขึ้น
- 3.) ตัวแปรที่กำหนดค่าขึ้นมา ได้แก่ ความเร็วในการย้อนกลับ (Reversion Speed, λ_1) และจำนวนรอบในการสุ่มเส้นทาง

สำหรับแบบจำลอง Path Integral ที่นำแบบจำลอง Ornstein-Uhlenbeck มาใช้ เพื่อแสดงลักษณะการเคลื่อนไหวของราคาหลักทรัพย์ พบว่าในการใช้ตัวแปรต่างๆ มีผลต่อความถูกต้องของข้อมูล ดังนั้น จึงจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องทราบว่า ตัวแปรใดมีผลต่อการจำลองเหตุการณ์ในลักษณะใดบ้าง ซึ่งสามารถวิเคราะห์ผลของตัวแปรดังกล่าวได้ ดังต่อไปนี้

4.1.1 ผลของค่า ρ , q_1 , q_2 ที่มีต่อการคำนวณราคาออปชัน

ในการเริ่มต้นทำการจำลองแบบ Monte Carlo นั้น จำเป็นต้องทราบผลของตัวแปรที่กำหนดค่าได้ เพื่อสามารถตั้งค่าตัวแปรให้เหมาะสมในการคำนวณราคาออปชัน ให้ได้ผลใกล้เคียงกับราคาจริงในตลาด เพื่อสะท้อนถึงความแม่นยำในการประเมินมูลค่าออปชันของแบบจำลอง Path Integral

4.1.1.1 เปรียบเทียบราคาออปชัน เมื่อใช้ค่า ρ ต่างๆกัน

ตารางที่ 1 การเปรียบเทียบราคาออปชัน โดยใช้ค่า ρ ต่างๆกัน

ราคาเริ่มต้น = 8.64, จำนวนเส้นทางที่สุ่ม 1,000 ครั้ง, ระยะเวลาก่อนสิ้นสุดสัญญา = 0.21 ปี, ระดับราคาสมมูล = 6.54, ความแปรปรวน = 0.1356, $q_1 = 1$, $q_2 = 1$

ρ	คอลออปชัน			พุทออปชัน			ค่าเฉลี่ย Weight Function
	ราคาใช้สิทธิ			ราคาใช้สิทธิ			
	2.5	5	7.5	7.5	10	12.5	
1.00	4.71	2.80	1.01	0.13	1.16	2.95	0.82
0.50	4.63	2.57	0.73	0.22	1.60	3.60	0.82
0.05	5.07	2.63	0.53	0.34	2.28	4.70	0.98
0.01	5.16	2.67	0.51	0.32	2.31	4.78	1.00
0.00	5.21	2.72	0.53	0.30	2.27	4.75	1.00

จากตารางที่ 1 จะสามารถตั้งข้อสังเกตได้ว่า ในขณะที่ค่า ρ สูงขึ้น จะส่งผลให้ค่าเฉลี่ย Weight Function จะมีค่าน้อยกว่า 1 ส่งผลให้ราคาออปชันต่ำลง แต่ในขณะที่ค่า ρ เข้าใกล้ 0 จะส่งผลให้ค่าเฉลี่ย Weight Function เข้าใกล้ 1 จะส่งผลให้ราคาออปชันสูงขึ้น

4.1.1.2 เปรียบเทียบราคาออปชันเมื่อใช้อัตราส่วน q_1 และ q_2 ไม่เท่ากัน

เพื่อให้ทราบผลของ q_1 และ q_2 จึงทำการทดลองปรับค่า q_1 และ q_2 ในระดับต่างๆ โดยใช้ค่า ρ เท่ากับ 1 และ 0 เพื่อเปรียบเทียบความสัมพันธ์ระหว่าง q_1 และ q_2 กับค่า ρ

ตารางที่ 2 การเปรียบเทียบราคาออปชันเมื่อใช้อัตราส่วน q_1 และ q_2 ไม่เท่ากัน เมื่อ $\rho = 1$

ราคาเริ่มต้น = 8.64, จำนวนเส้นทางที่สุ่ม 1,000 ครั้ง, ระยะเวลาก่อนสิ้นสุดสัญญา = 0.21 ปี, ระดับราคาสมมูล = 6.54, ความแปรปรวน = 0.1356, $\rho = 1$

q_1/q_2	คอลออปชัน			พุทออปชัน			ค่าเฉลี่ย Weight Function
	ราคาใช้สิทธิ			ราคาใช้สิทธิ			
	2.5	5	7.5	7.5	10	12.5	
0/5	6.26	4.08	1.97	0.07	0.90	2.58	0.81
1/4	5.70	3.59	1.57	0.10	0.97	2.75	0.57
2/3	5.37	3.31	1.36	0.11	1.08	2.88	1.07
1	5.04	3.04	1.17	0.13	1.16	2.96	0.81
3/2	4.85	2.86	1.02	0.16	1.27	3.12	0.86
4/1	4.96	2.80	0.89	0.24	1.62	3.66	0.86
5/0	5.05	2.51	0.41	0.44	2.58	5.12	1.03

จากตารางที่ 2 พบว่าขนาดของ q_1 และ q_2 ไม่มีความสำคัญ เนื่องจากขนาดดังกล่าวจะหักล้างกัน ในสมการ (32) แต่พบว่าอัตราส่วนระหว่าง q_1 และ q_2 ส่งผลต่อราคาออปชันโดยตรง เมื่อกำหนดให้ค่า $\rho = 1$ พบว่าเมื่อกำหนดให้ $q_1 > q_2$ ทำให้ คอลออปชัน มีราคาสูงกว่าเมื่อ $q_1 < q_2$ และเมื่อ $q_1 > q_2$ พุทออปชัน จะมีราคาต่ำกว่า เมื่อใช้ $q_1 < q_2$

ตารางที่ 3 การเปรียบเทียบเมื่อใช้อัตราส่วน q_1 และ q_2 ไม่เท่ากัน เมื่อ $\rho = 0$

ราคาเริ่มต้น = 8.64, จำนวนเส้นทางที่สุ่ม 1,000 ครั้ง, ระยะเวลาก่อนสิ้นสุดสัญญา = 0.21 ปี, ระดับราคาสมมูล = 6.54, ความแปรปรวน = 0.1356, $\rho = 0$

q_1/q_2	คอลออปชัน			พุทออปชัน			ค่าเฉลี่ย Weight Function
	ราคาใช้สิทธิ			ราคาใช้สิทธิ			
	2.5	5	7.5	7.5	10	12.5	
0/5	5.18	2.69	0.52	0.31	2.30	4.77	1.00
1/4	5.21	2.72	0.53	0.30	2.27	4.75	1.00
2/3	5.21	2.72	0.53	0.30	2.27	4.75	1.00
1	5.19	2.70	0.52	0.31	2.29	4.77	1.00
3/2	5.19	2.70	0.53	0.31	2.29	4.77	1.00
4/1	5.21	2.72	0.53	0.30	2.27	4.75	1.00
5/0	5.20	2.72	0.53	0.30	2.27	4.75	1.00

จากตารางที่ 3 พบว่า เมื่อกำหนดให้ค่า $\rho = 0$ จากสัดส่วน q_1 และ q_2 ต่างกัน ผลที่ได้ คือ ราคาพุดออปชัน และ คอลออปชัน ไม่ต่างกันอย่างชัดเจน สังเกตได้ว่า ค่าเฉลี่ยของ Weight Function ที่ได้จากค่า $\rho = 0$ มีค่าคงที่ คือ 1.0 หมายความว่า ทุกเส้นทางมีน้ำหนักเท่ากัน และถึงแม้ราคาที่ประเมินจากค่า q_1 และ q_2 จะต่างกัน แต่ก็ให้ราคาออปชันที่ค่อนข้างใกล้เคียงกัน และไม่มีแนวโน้มที่ชัดเจน

ในกรณีที่ค่าเฉลี่ยของ Weight Function ที่ได้จากค่า $\rho = 1$ มีค่าไม่แน่นอน โดย Weight Function มีค่าต่างกันในแต่ละรอบของการทดสอบ และราคาออปชัน ทั้งคอลออปชัน และพุดออปชัน มีค่าแตกต่างกันมาก และค่อนข้างมีแนวโน้ม โดยเมื่อค่า $q_1 < q_2$ คอลออปชันจะมีค่าสูง และเมื่อปรับค่า q_1 เพิ่มขึ้น มีแนวโน้มว่าคอลออปชันจะมีค่าลดลง ในทางตรงข้าม เมื่อ $q_1 < q_2$ พุดออปชันมีค่าต่ำ และเมื่อปรับค่า q_1 เพิ่มขึ้น มีแนวโน้มว่าพุดออปชันจะมีค่าเพิ่มขึ้นตามลำดับ

ผู้วิจัยจึงต้องการทราบว่า ค่า ρ จะส่งผลกระทบต่อความเที่ยงตรงของการประเมินออปชัน หรือไม่ เนื่องจาก หากราคาที่ประเมินได้จากการจำลองเหตุการณ์ในแต่ละรอบ จะส่งผลกระทบต่อความน่าเชื่อถือของราคาออปชันที่ประเมินได้ และเป็นปัจจัยหนึ่งที่ควรนำมาพิจารณาในการเลือกค่าตัวแปรที่เหมาะสม ในการทำการจำลองเหตุการณ์

4.1.1.3 การเปรียบเทียบความเที่ยงตรงในการคำนวณราคาออปชันเมื่อใช้ค่า ρ ต่างกัน และใช้สัดส่วน q_1 และ q_2 ต่างกัน โดยใช้การคำนวณซ้ำ 30 รอบ

เพื่อให้ทราบความเที่ยงตรงของการจำลองเหตุการณ์ เมื่อใช้ค่า $\rho = 0$ และ $\rho = 1$ ทั้งนี้ จะทดสอบค่า q_1 และ q_2 ไปด้วย เพื่อสังเกต ผลที่ได้ ซึ่งจะใช้กรณี $q_1 = 1, q_2 = 1$, กรณี $q_1 = 1, q_2 = 4$ และกรณี $q_1 = 4, q_2 = 1$ เนื่องจากการทดสอบ 4.1.1.2 พบว่าเมื่อ q_1 แตกต่างกับ q_2 จะส่งผลกระทบต่อแนวโน้มราคาคอลออปชัน และพุดออปชันต่างกัน โดยจะเปรียบเทียบทั้งสิ้น 30 รอบ โดยแต่ละรอบ ทำการสุ่ม 1,000 เส้นทาง โดยใช้ 3 ระดับราคาใช้สิทธิ์ จากนั้นวัดผลที่ได้ออกมาเป็นค่าเฉลี่ย และความแปรปรวนของราคาที่ประเมิน และสังเกตผลของค่า q_1, q_2 ในแต่ละกรณี โดยหากค่าที่ได้จากการประเมินมีค่าคงที่ แสดงให้เห็นว่าการประเมินดังกล่าวมีความเที่ยงตรงสูง ไม่ว่าจะประเมินกี่ครั้งก็จะได้ค่าที่เท่ากันเสมอ จากการทดสอบดังกล่าว ได้ผลดังนี้

ตารางที่ 4 ความเที่ยงตรงในการคำนวณราคาอปชันเมื่อใช้ค่า $\rho = 1, q_1 = 1, q_2 = 1$

ราคาเริ่มต้น = 8.64, จำนวนเส้นทางที่สุ่ม 1,000 ครั้ง, ระยะเวลาก่อนสิ้นสุดสัญญา = 0.21 ปี,

ระดับราคาสมมูล = 6.54, ความแปรปรวน = 0.1356

จำนวนรอบ ในการคำนวณ	คอลอปชัน			พุทอปชัน			ค่าเฉลี่ย Weight Function
	ราคาใช้สิทธิ			ราคาใช้สิทธิ			
	2.5	5	7.5	7.5	10	12.5	
1	5.31	3.24	1.30	0.13	1.16	2.97	0.81
2	6.87	4.43	2.14	0.13	1.17	2.93	0.64
3	4.75	2.82	1.03	0.13	1.17	2.96	1.03
4	4.73	2.81	1.02	0.13	1.16	2.95	0.71
5	5.63	3.47	1.45	0.13	1.16	2.99	0.74
6	4.56	2.68	0.94	0.14	1.17	2.95	0.71
7	5.45	3.34	1.37	0.13	1.16	2.98	0.73
8	4.88	2.90	1.05	0.13	1.16	3.04	0.90
9	5.22	3.15	1.22	0.13	1.15	3.03	0.69
10	4.07	2.34	0.74	0.13	1.17	2.86	0.74
11	6.08	3.81	1.67	0.13	1.15	3.00	0.71
12	5.20	3.16	1.25	0.13	1.17	2.96	0.71
13	4.50	2.64	0.91	0.12	1.16	2.93	0.63
14	4.03	2.31	0.72	0.14	1.18	2.87	0.70
15	4.48	2.63	0.90	0.13	1.17	2.93	0.62
16	5.36	3.25	1.28	0.13	1.15	3.06	0.82
17	5.00	3.01	1.15	0.13	1.17	2.97	0.66
18	4.90	2.94	1.10	0.13	1.17	2.96	0.82
19	11.40	7.86	4.45	0.13	1.17	3.09	0.75
20	4.60	2.70	0.94	0.13	1.16	2.97	0.71
21	5.11	3.08	1.19	0.13	1.16	2.99	0.91
22	5.11	3.08	1.18	0.13	1.16	3.00	0.70
23	4.91	2.94	1.10	0.14	1.17	2.99	0.68
24	4.87	2.92	1.10	0.13	1.16	2.92	0.63
25	5.23	3.19	1.27	0.13	1.16	2.95	0.74
26	4.21	2.44	0.79	0.13	1.16	2.89	0.65
27	4.80	2.86	1.06	0.14	1.18	2.94	0.62
28	8.84	5.89	3.09	0.14	1.18	3.08	0.91
29	5.13	3.08	1.16	0.12	1.15	3.05	0.75
30	4.92	2.96	1.13	0.14	1.17	2.93	0.57
ค่าเฉลี่ย	5.34	3.27	1.32	0.13	1.16	2.97	0.73
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	1.46	1.10	0.74	0.00	0.01	0.06	0.10

ตารางที่ 5 ความเที่ยงตรงในการคำนวณราคาอปชันเมื่อใช้ค่า $p = 1, q_1 = 1, q_2 = 4$

ราคาเริ่มต้น = 8.64, จำนวนเส้นทางที่สุ่ม 1,000 ครั้ง, ระยะเวลาก่อนสิ้นสุดสัญญา = 0.21 ปี,

ระดับราคาสมมูล = 6.54, ความแปรปรวน = 0.1356

จำนวนรอบ ในการคำนวณ	คอลออปชัน			พุทออปชัน			ค่าเฉลี่ย Weight Function
	ราคาใช้สิทธิ			ราคาใช้สิทธิ			
	2.5	5	7.5	7.5	10	12.5	
1	6.19	3.96	1.81	0.09	0.98	2.74	0.65
2	5.50	3.45	1.49	0.09	0.97	2.71	0.69
3	4.52	2.72	1.00	0.09	0.98	2.69	0.62
4	6.20	3.98	1.84	0.08	0.97	2.68	0.62
5	5.18	3.19	1.30	0.09	0.97	2.76	0.72
6	6.37	4.06	1.84	0.09	0.97	2.86	0.68
7	5.07	3.15	1.31	0.09	0.97	2.63	1.00
8	5.53	3.50	1.56	0.09	0.99	2.58	0.65
9	5.18	3.19	1.29	0.08	0.97	2.78	0.82
10	5.82	3.70	1.66	0.09	0.97	2.69	0.53
11	5.18	3.21	1.33	0.10	0.97	2.71	1.22
12	5.30	3.28	1.36	0.09	0.97	2.76	0.69
13	4.69	2.85	1.10	0.09	0.97	2.68	0.67
14	4.63	2.81	1.09	0.09	0.97	2.64	0.73
15	4.26	2.53	0.89	0.09	0.97	2.64	0.62
16	5.10	3.16	1.30	0.09	0.98	2.68	0.67
17	4.51	2.71	1.01	0.09	0.98	2.67	0.72
18	10.18	7.06	4.02	0.09	0.98	2.69	0.73
19	4.32	2.58	0.92	0.08	0.98	2.65	0.67
20	4.07	2.41	0.84	0.09	0.98	2.57	0.72
21	4.44	2.66	0.98	0.09	0.98	2.66	0.76
22	6.40	4.11	1.91	0.09	0.97	2.76	1.43
23	4.97	3.05	1.23	0.09	0.97	2.70	1.29
24	5.43	3.43	1.53	0.09	0.98	2.54	0.54
25	5.14	3.15	1.26	0.09	0.97	2.80	0.65
26	5.17	3.19	1.31	0.09	0.98	2.74	0.69
27	4.45	2.68	0.99	0.09	0.98	2.65	0.54
28	4.38	2.63	0.97	0.09	0.98	2.63	0.62
29	5.94	3.77	1.69	0.09	0.98	2.74	0.60
30	4.79	2.92	1.14	0.09	0.97	2.69	0.55
ค่าเฉลี่ย	5.30	3.30	1.40	0.09	0.97	2.69	0.74
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	1.13	0.86	0.58	0.00	0.00	0.07	0.22

ตารางที่ 6 ความเที่ยงตรงในการคำนวณราคาอปชันเมื่อใช้ค่า $\rho = 1, q_1 = 4, q_2 = 1$

ราคาเริ่มต้น = 8.64, จำนวนเส้นทางที่สุ่ม 1,000 ครั้ง, ระยะเวลาก่อนสิ้นสุดสัญญา = 0.21 ปี,

ระดับราคาสมมูล = 6.54, ความแปรปรวน = 0.1356

จำนวนรอบ ในการคำนวณ	คอลลอปชัน			พุทอปชัน			ค่าเฉลี่ย Weight Function
	ราคาใช้สิทธิ			ราคาใช้สิทธิ			
	2.5	5	7.5	7.5	10	12.5	
1	11.62	7.88	4.36	0.22	1.56	3.67	2.05
2	5.00	2.84	0.91	0.22	1.60	3.63	0.79
3	5.24	3.00	1.00	0.25	1.64	3.72	0.80
4	5.02	2.84	0.93	0.27	1.68	3.71	0.74
5	5.05	2.86	0.92	0.26	1.66	3.73	0.91
6	5.43	3.15	1.10	0.23	1.62	3.69	0.84
7	6.45	3.92	1.62	0.22	1.59	3.67	1.02
8	5.23	3.00	1.01	0.24	1.62	3.67	0.78
9	5.33	3.08	1.05	0.22	1.59	3.68	0.88
10	4.82	2.70	0.81	0.24	1.63	3.66	0.89
11	6.17	3.71	1.48	0.23	1.62	3.67	1.36
12	5.97	3.57	1.39	0.23	1.63	3.64	0.93
13	4.64	2.57	0.74	0.23	1.62	3.62	0.78
14	5.58	3.28	1.18	0.20	1.56	3.63	1.04
15	5.29	3.04	1.03	0.24	1.62	3.71	0.95
16	6.37	3.88	1.61	0.22	1.60	3.62	0.80
17	4.74	2.65	0.77	0.22	1.59	3.63	1.05
18	4.98	2.83	0.89	0.21	1.58	3.63	0.78
19	4.95	2.80	0.89	0.23	1.63	3.64	0.79
20	4.26	2.29	0.58	0.26	1.68	3.63	0.74
21	5.79	3.40	1.28	0.27	1.66	3.76	0.89
22	4.74	2.64	0.78	0.24	1.64	3.67	0.83
23	4.73	2.64	0.77	0.21	1.58	3.61	0.87
24	4.73	2.64	0.77	0.23	1.60	3.63	0.88
25	4.96	2.80	0.88	0.25	1.64	3.70	0.95
26	5.21	2.99	1.01	0.23	1.62	3.66	0.89
27	5.51	3.24	1.17	0.21	1.58	3.60	0.77
28	5.64	3.30	1.20	0.24	1.63	3.71	0.91
29	5.42	3.13	1.09	0.25	1.64	3.73	0.85
30	5.03	2.86	0.91	0.23	1.61	3.67	0.74
ค่าเฉลี่ย	5.46	3.18	1.14	0.23	1.62	3.67	0.92
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	1.27	0.97	0.66	0.02	0.03	0.04	0.25

ตารางที่ 7 ความเที่ยงตรงในการคำนวณราคาอปชันเมื่อใช้ค่า $\rho = 0, q_1 = 1, q_2 = 1$

ราคาเริ่มต้น = 8.64, จำนวนเส้นทางที่สุ่ม 1,000 ครั้ง, ระยะเวลาก่อนสิ้นสุดสัญญา = 0.21 ปี,

ระดับราคาสมมูล = 6.54, ความแปรปรวน = 0.1356

จำนวนรอบ ในการคำนวณ	คอลอปชัน			พุดอปชัน			ค่าเฉลี่ย Weight Function
	ราคาใช้สิทธิ			ราคาใช้สิทธิ			
	2.5	5	7.5	7.5	10	12.5	
1	5.18	2.69	0.51	0.30	2.30	4.78	1.00
2	5.15	2.66	0.51	0.33	2.33	4.81	1.00
3	5.15	2.66	0.48	0.31	2.33	4.81	1.00
4	5.22	2.73	0.53	0.29	2.26	4.73	1.00
5	5.22	2.73	0.53	0.29	2.26	4.74	1.00
6	5.22	2.73	0.53	0.28	2.25	4.74	1.00
7	5.23	2.74	0.55	0.30	2.26	4.73	1.00
8	5.21	2.73	0.53	0.29	2.27	4.74	1.00
9	5.17	2.69	0.52	0.32	2.31	4.78	1.00
10	5.19	2.70	0.53	0.32	2.30	4.77	1.00
11	5.13	2.64	0.49	0.34	2.35	4.83	1.00
12	5.17	2.68	0.49	0.31	2.31	4.79	1.00
13	5.20	2.71	0.54	0.32	2.28	4.76	1.00
14	5.25	2.76	0.56	0.29	2.23	4.71	1.00
15	5.10	2.61	0.46	0.33	2.37	4.86	1.00
16	5.17	2.68	0.52	0.33	2.32	4.79	1.00
17	5.20	2.71	0.52	0.30	2.28	4.76	1.00
18	5.19	2.70	0.53	0.32	2.30	4.77	1.00
19	5.15	2.67	0.50	0.33	2.33	4.80	1.00
20	5.24	2.75	0.57	0.31	2.24	4.72	1.00
21	5.21	2.72	0.53	0.30	2.28	4.75	1.00
22	5.22	2.73	0.55	0.31	2.27	4.74	1.00
23	5.16	2.67	0.49	0.31	2.32	4.80	1.00
24	5.18	2.69	0.52	0.32	2.30	4.78	1.00
25	5.17	2.68	0.50	0.31	2.31	4.79	1.00
26	5.18	2.70	0.52	0.31	2.29	4.77	1.00
27	5.23	2.74	0.55	0.30	2.25	4.73	1.00
28	5.18	2.70	0.51	0.31	2.29	4.77	1.00
29	5.16	2.67	0.49	0.31	2.33	4.80	1.00
30	5.18	2.69	0.52	0.32	2.30	4.78	1.00
ค่าเฉลี่ย	5.19	2.70	0.52	0.31	2.29	4.77	1.00
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	0.03	0.03	0.02	0.01	0.03	0.03	0.00

ตารางที่ 8 ความเที่ยงตรงในการคำนวณราคาอปชันเมื่อใช้ค่า $\rho = 0$, $q_1 = 1$, $q_2 = 4$

ราคาเริ่มต้น = 8.64, จำนวนเส้นทางที่สุ่ม 1,000 ครั้ง, ระยะเวลาก่อนสิ้นสุดสัญญา = 0.21 ปี,

ระดับราคาสมมูล = 6.54, ความแปรปรวน = 0.1356

จำนวนรอบ ในการคำนวณ	คอลออปชัน			พุทออปชัน			ค่าเฉลี่ย Weight Function
	ราคาใช้สิทธิ			ราคาใช้สิทธิ			
	2.5	5	7.5	7.5	10	12.5	
1	5.16	2.67	0.50	0.32	2.32	4.80	1.00
2	5.21	2.72	0.53	0.30	2.27	4.75	1.00
3	5.17	2.68	0.51	0.32	2.31	4.79	1.00
4	5.17	2.68	0.51	0.32	2.31	4.79	1.00
5	5.13	2.64	0.50	0.35	2.35	4.83	1.00
6	5.16	2.67	0.50	0.33	2.32	4.80	1.00
7	5.21	2.72	0.55	0.32	2.27	4.75	1.00
8	5.25	2.76	0.55	0.27	2.23	4.71	1.00
9	5.22	2.73	0.55	0.31	2.26	4.74	1.00
10	5.20	2.71	0.53	0.31	2.28	4.76	1.00
11	5.22	2.73	0.56	0.33	2.26	4.74	1.00
12	5.12	2.64	0.49	0.35	2.35	4.83	1.00
13	5.18	2.69	0.52	0.32	2.30	4.78	1.00
14	5.22	2.73	0.52	0.28	2.26	4.74	1.00
15	5.21	2.72	0.53	0.30	2.27	4.74	1.00
16	5.24	2.75	0.55	0.29	2.24	4.72	1.00
17	5.25	2.76	0.56	0.29	2.23	4.71	1.00
18	5.19	2.70	0.52	0.30	2.29	4.77	1.00
19	5.17	2.68	0.51	0.32	2.31	4.79	1.00
20	5.13	2.64	0.48	0.33	2.35	4.82	1.00
21	5.22	2.73	0.53	0.29	2.27	4.74	1.00
22	5.15	2.67	0.50	0.33	2.32	4.80	1.00
23	5.24	2.75	0.56	0.30	2.24	4.72	1.00
24	5.16	2.67	0.49	0.31	2.32	4.80	1.00
25	5.13	2.64	0.47	0.33	2.35	4.83	1.00
26	5.18	2.69	0.50	0.30	2.30	4.78	1.00
27	5.16	2.67	0.50	0.32	2.32	4.80	1.00
28	5.21	2.72	0.53	0.31	2.27	4.75	1.00
29	5.18	2.69	0.50	0.30	2.30	4.77	1.00
30	5.23	2.74	0.54	0.29	2.25	4.73	1.00
ค่าเฉลี่ย	5.19	2.70	0.52	0.31	2.29	4.77	1.00
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	0.04	0.04	0.02	0.02	0.04	0.04	0.00

ตารางที่ 9 ความเที่ยงตรงในการคำนวณราคาอปชันเมื่อใช้ค่า $p = 0, q_1 = 4, q_2 = 1$

ราคาเริ่มต้น = 8.64, จำนวนเส้นทางที่สุ่ม 1,000 ครั้ง, ระยะเวลาก่อนสิ้นสุดสัญญา = 0.21 ปี,

ระดับราคาสมมูล = 6.54, ความแปรปรวน = 0.1356

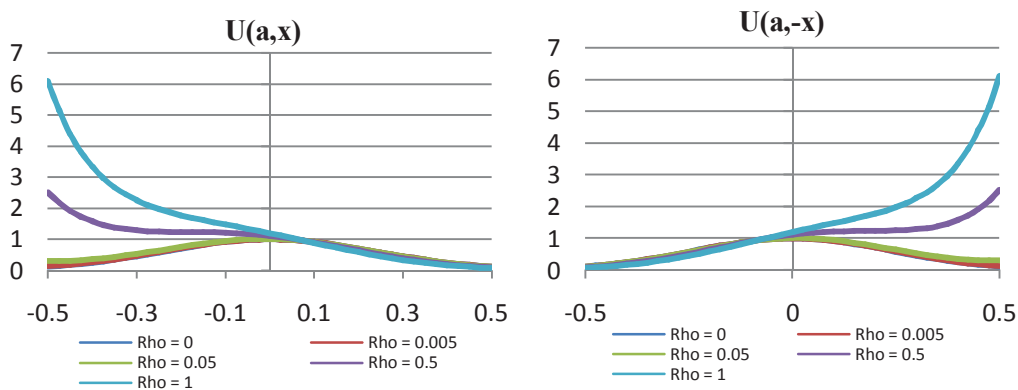
จำนวนรอบ ในการคำนวณ	คอลออปชัน			พุดออปชัน			ค่าเฉลี่ย Weight Function
	ราคาใช้สิทธิ			ราคาใช้สิทธิ			
	2.5	5	7.5	7.5	10	12.5	
1	5.22	2.73	0.55	0.31	2.26	4.73	1.00
2	5.18	2.69	0.51	0.31	2.29	4.78	1.00
3	5.23	2.74	0.54	0.29	2.26	4.73	1.00
4	5.19	2.70	0.52	0.31	2.29	4.76	1.00
5	5.22	2.73	0.53	0.30	2.26	4.74	1.00
6	5.20	2.72	0.52	0.30	2.28	4.75	1.00
7	5.16	2.67	0.49	0.31	2.32	4.80	1.00
8	5.18	2.69	0.51	0.31	2.30	4.78	1.00
9	5.16	2.67	0.50	0.32	2.32	4.80	1.00
10	5.21	2.72	0.53	0.30	2.28	4.75	1.00
11	5.17	2.68	0.49	0.30	2.31	4.79	1.00
12	5.16	2.67	0.49	0.31	2.32	4.80	1.00
13	5.20	2.72	0.53	0.30	2.28	4.75	1.00
14	5.15	2.66	0.49	0.32	2.33	4.81	1.00
15	5.22	2.73	0.55	0.31	2.26	4.74	1.00
16	5.15	2.66	0.50	0.33	2.33	4.81	1.00
17	5.25	2.76	0.57	0.29	2.24	4.71	1.00
18	5.17	2.68	0.51	0.32	2.31	4.79	1.00
19	5.18	2.69	0.52	0.31	2.30	4.77	1.00
20	5.21	2.72	0.53	0.30	2.27	4.75	1.00
21	5.21	2.72	0.54	0.31	2.27	4.75	1.00
22	5.22	2.73	0.55	0.30	2.26	4.74	1.00
23	5.19	2.70	0.51	0.30	2.28	4.77	1.00
24	5.19	2.70	0.50	0.29	2.29	4.77	1.00
25	5.20	2.71	0.54	0.32	2.28	4.76	1.00
26	5.19	2.70	0.51	0.30	2.30	4.77	1.00
27	5.18	2.69	0.52	0.32	2.30	4.78	1.00
28	5.16	2.67	0.50	0.32	2.32	4.80	1.00
29	5.16	2.67	0.49	0.31	2.32	4.80	1.00
30	5.26	2.78	0.57	0.28	2.22	4.69	1.00
ค่าเฉลี่ย	5.19	2.70	0.52	0.31	2.29	4.77	1.00
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	0.03	0.03	0.02	0.01	0.03	0.03	0.00

จากตารางที่ 4–9 พบว่า ราคาออปชันที่ค่า $\rho = 0$ มีความคงที่กว่าราคาออปชันที่ค่า $\rho = 1$ ก่อนข้างมาก โดยสังเกตจากส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ในกรณีที่ $\rho = 1$ มีค่าสูงกว่า ในกรณีที่ $\rho = 0$ มาก แต่ราคาออปชันในขณะที่ค่า $\rho = 1$ และ $q_1 > q_2$ ราคาคอลออปชันจะต่ำกว่า เมื่อ $q_1 < q_2$ และเมื่อ $q_1 > q_2$ ราคาพุดออปชันจะสูงกว่า เมื่อ $q_1 < q_2$

4.1.1.4 ผลของค่า ρ , q_1 และ q_2 ที่มีต่อ Weight Function มีความแตกต่างกัน

ตัวแปรที่มีผลต่อ Weight Function มากที่สุด คือ ค่า Whittaker Parabolic Cylinder Function ซึ่งเมื่อสุ่มได้เส้นทางใดๆ จนได้ค่า x_T ที่วันสิ้นสุดอายุสัญญา จะนำมาคำนวณหาหน้าหนักของเส้นทางนั้นๆ ซึ่งการเปิดตารางค่า ρ จะส่งผลต่อค่า a ในการเปิดตารางในภาคผนวก ดังสมการที่ (22) เนื่องจาก ρ ส่งผลต่อค่า V โดยตรง ดังสมการที่ (24) ส่วนค่า q_1 และ q_2 จะส่งผลต่อ Generation Function ดังสมการที่ (30) หลังจากที่ได้ค่า Whittaker Parabolic Cylinder Function ที่ค่า ρ ใดๆ เป็นที่เรียบร้อยแล้ว

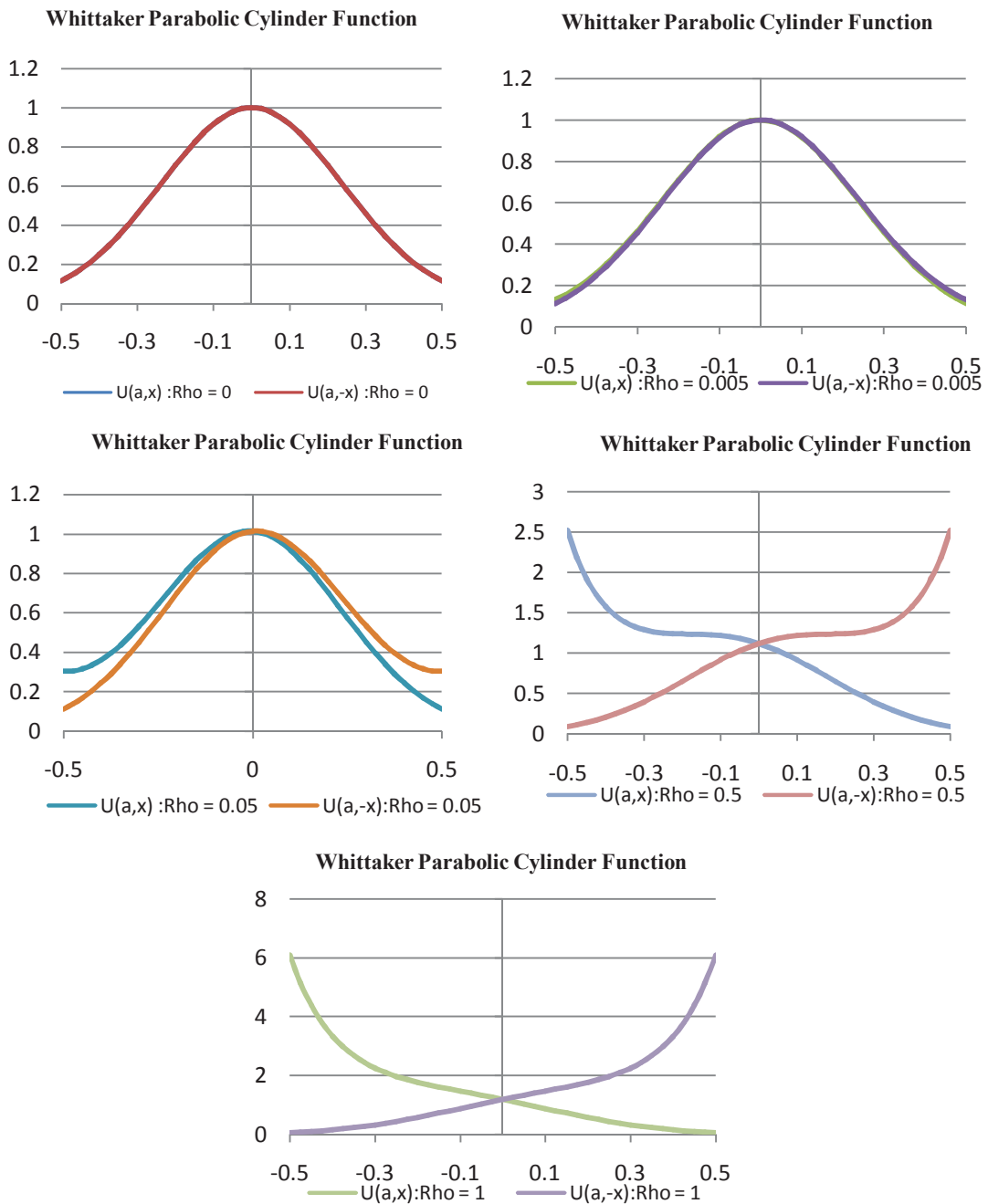
เมื่อปรับค่า ρ ต่างๆกัน จะสังเกตได้จากคุณลักษณะของ Whittaker Parabolic Cylinder Function จากค่า x_T ซึ่งสุ่มได้จากสมการ (45) ลบด้วยค่า x_0 ในวันที่คำนวณพบว่า มีลักษณะดังรูป



รูปที่ 5 การเปรียบเทียบ $U(a,x)$ และ $U(a,-x)$ ระหว่างค่า ρ ต่างๆ ซึ่งมีความสัมพันธ์กับค่า Whittaker Parabolic Cylinder Function ในสมการที่ (24) (ตารางในภาคผนวก ก)

จากรูปที่ 5 พบว่า หากสุ่มค่า $x_T - x_0$ ออกมาเป็นค่าบวก ในขณะที่ ρ มีค่าสูง จะทำให้ $U(a,x)$ มีค่าน้อย และ $U(a,-x)$ มีค่ามาก แต่ในทางตรงกันข้าม หากสุ่มค่า $x_T - x_0$ ออกมาเป็นค่าลบ ในขณะที่ ρ มีค่าสูง จะทำให้ $U(a,x)$ มีค่ามาก และ $U(a,-x)$ มีค่าน้อย โดยค่าของ $U(a,x)$ จะต้องเท่ากับ $-0.5 < x_T - x_0 < 0.5$ เท่านั้น เนื่องจากข้อจำกัดของตารางในภาคผนวก ก

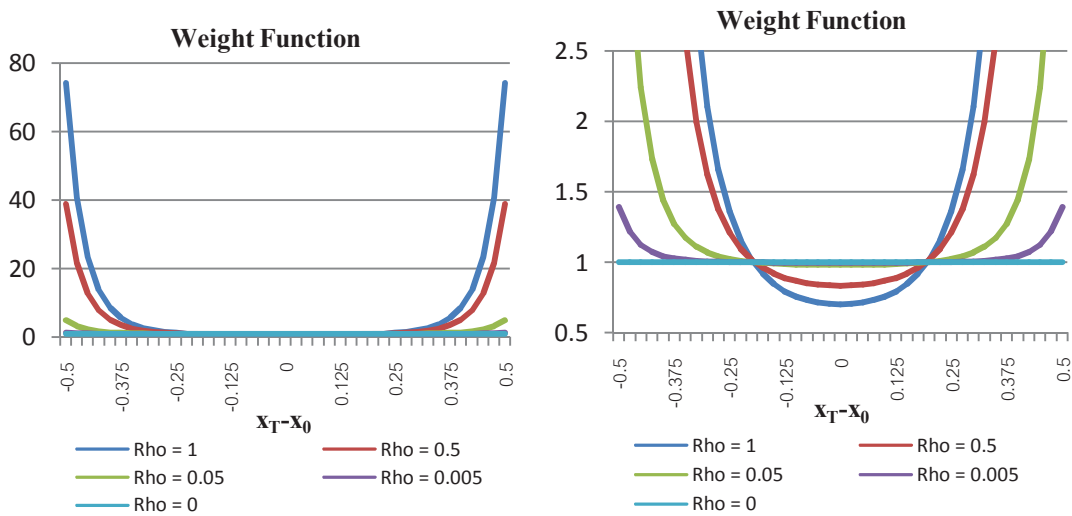
ในอีกมุมมองหนึ่ง หากเปรียบเทียบค่า Whittaker Parabolic Cylinder Function ที่ค่า ρ แต่ละระดับตามรูปที่ 5 จะได้ผลออกมาดังรูปที่ 6



รูปที่ 6 การเปรียบเทียบ ระหว่าง $U(a,x)$ และ $U(a,-x)$ ในแต่ละระดับค่า ρ (ตารางในภาคผนวก ก)

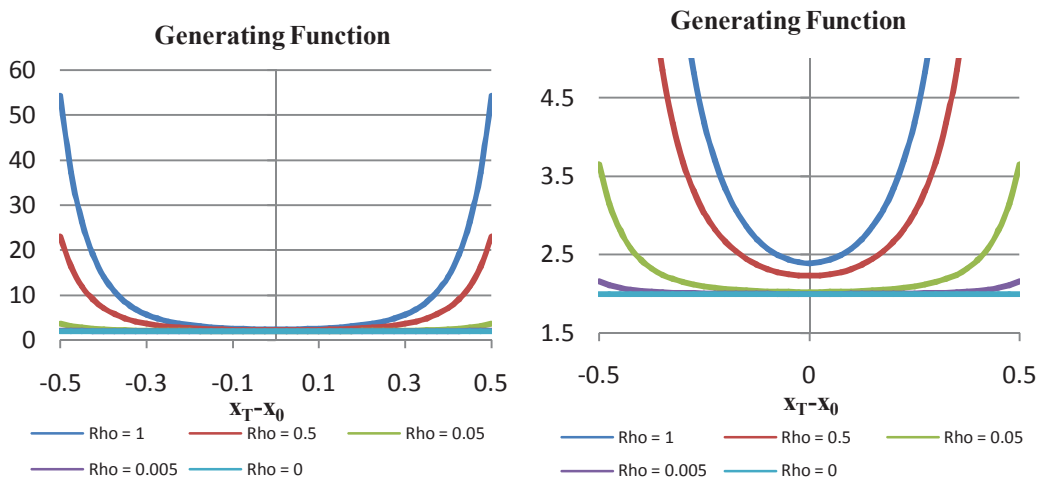
จากรูปที่ 6 พบว่า เมื่อค่า $\rho = 0$ จะทำให้ค่า $U(a,x)$ และ $U(a,-x)$ ซ้อนทับกันอย่างสมบูรณ์ และเมื่อค่า ρ มีค่าสูงขึ้น จะทำให้ความสมมาตรของ $U(a,x)$ และ $U(a,-x)$ ลดลงเรื่อยๆ ทั้งนี้ ค่า ρ จะต้องไม่เกิน 11.6768 เนื่องจากข้อจำกัดตามตารางในภาคผนวก ซึ่งส่งผลให้ Weight Function มีค่าน้อยมาก ไม่เหมาะกับการคำนวณราคาออปชันในเชิงปฏิบัติ

ในรูปที่ 7 และ 8 เป็นการเปรียบเทียบค่า Weight Function และค่า Generating Function ที่คำนวณได้จากค่า x ที่สุ่มได้ระดับต่างๆ



รูปที่ 7 การเปรียบเทียบ Weight Function ระหว่างค่า ρ ต่างๆ จากสมการที่ (32)

รูปซ้ายเป็นมุมมองระยะไกล ส่วนรูปขวาเป็นมุมมองระยะใกล้

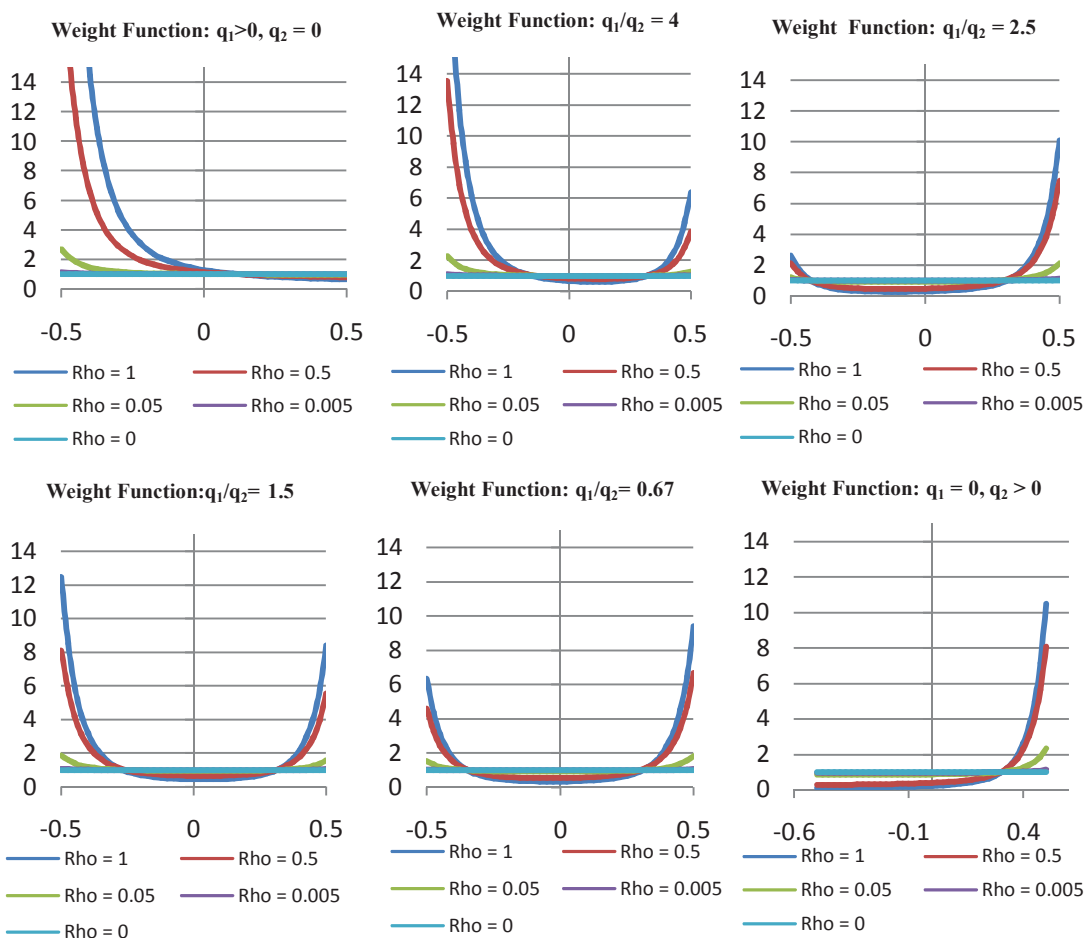


รูปที่ 8 การเปรียบเทียบ Generating Function ระหว่างค่า ρ ต่างๆ จากสมการที่ (30)

รูปซ้ายเป็นมุมมองระยะไกล ส่วนรูปขวาเป็นมุมมองระยะใกล้

จากรูปที่ 7 และ 8 พบว่า ค่า ρ จะยิ่งสูงขึ้น หากค่า x_T ที่สุ่มได้ออกห่างจากราคาเริ่มต้นมากเท่าใด น้ำหนักที่ได้จะยิ่งมากขึ้นเท่านั้น โดยรูปที่ 8 แสดงถึง Generating Function ที่ $x_T - x_0 = 0$ สำหรับค่า $\rho = 1$ มีค่ามากกว่าที่ $\rho = 0$ ในขณะที่รูปที่ 7 แสดงถึง Weight Function ที่ $x_T - x_0 = 0$ สำหรับค่า $\rho = 1$ มีค่าน้อยกว่าที่ $\rho = 0$ เนื่องจาก สมการที่ (30)

ต่อไปในรูปที่ 9 เป็นการวิเคราะห์ห้อทธิพลของค่า q_1 และ q_2 ที่มีต่อค่า Weight Function เมื่อค่า ρ เปลี่ยนไป

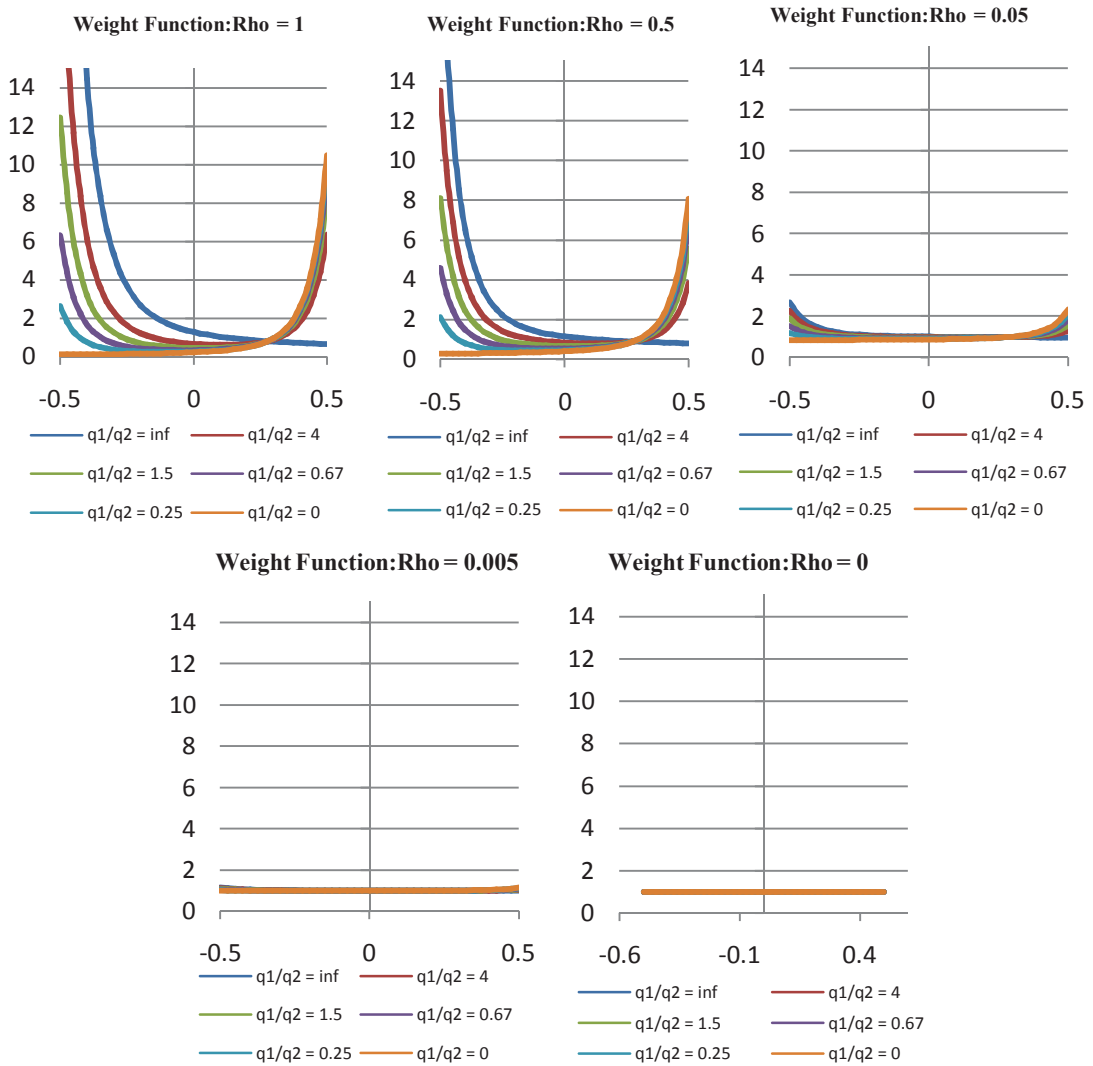


รูปที่ 9 การเปรียบเทียบ Weight Function ระหว่างค่า ρ ต่างๆ โดยปรับค่า q_1, q_2 โดยเริ่มจาก $q_1 > q_2$ และลดค่า q_1 ลงเรื่อยๆ ในขณะที่เพิ่มค่า q_2 ไปเรื่อยๆ

จากรูปที่ 9 พบว่า หาก $q_1 > q_2$ และสุ่มได้ค่า $x_T - x_0 < 0$ จะทำให้เส้นทางที่สุ่มได้ มีน้ำหนักมากกว่าการ สุ่มได้ค่า $x_T - x_0 > 0$ และเมื่อลดค่า q_1 ลงเรื่อยๆ ในขณะที่เพิ่มค่า q_2 ขึ้นเรื่อยๆ จะส่งผลให้น้ำหนักของเส้นทาง $x_T - x_0 < 0$ ลดลงเรื่อยๆ ในขณะที่น้ำหนักของ

$x_T - x_0 > 0$ เพิ่มขึ้นเรื่อยๆ จนในที่สุดน้ำหนักของเส้นทางที่ $x_T - x_0 < 0$ จะมีค่าน้อยกว่า $x_T - x_0 > 0$ เมื่อ $q_1 < q_2$

หากมองอีกมุมหนึ่ง รูปที่ 9 สามารถจำแนกค่า ρ แต่ละระดับออกมาแสดงไว้ในรูปที่ 10 ดังนี้



รูปที่ 10 การเปรียบเทียบ Weight Function ระหว่างค่า q_1/q_2 ต่างๆ โดยเริ่มจาก $\rho = 1$ และลดลงเรื่อยๆ จน $\rho = 0$

จากรูปที่ 10 พบว่า ค่า ρ จะสูงขึ้น เมื่อสุ่มได้เส้นทาง $x_T - x_0$ ต่างจาก 0 มากๆ เพราะจะทำให้ น้ำหนักของเส้นทางมีค่ามากกว่าเมื่อสุ่มได้เส้นทาง $x_T - x_0$ ที่มีค่าน้อย ซึ่งหมายความว่า อิทธิพลของ q_1/q_2 มีสูง แต่เมื่อ ρ มีค่าเข้าใกล้ 0 อิทธิพลดังกล่าวแทบไม่มีเลย

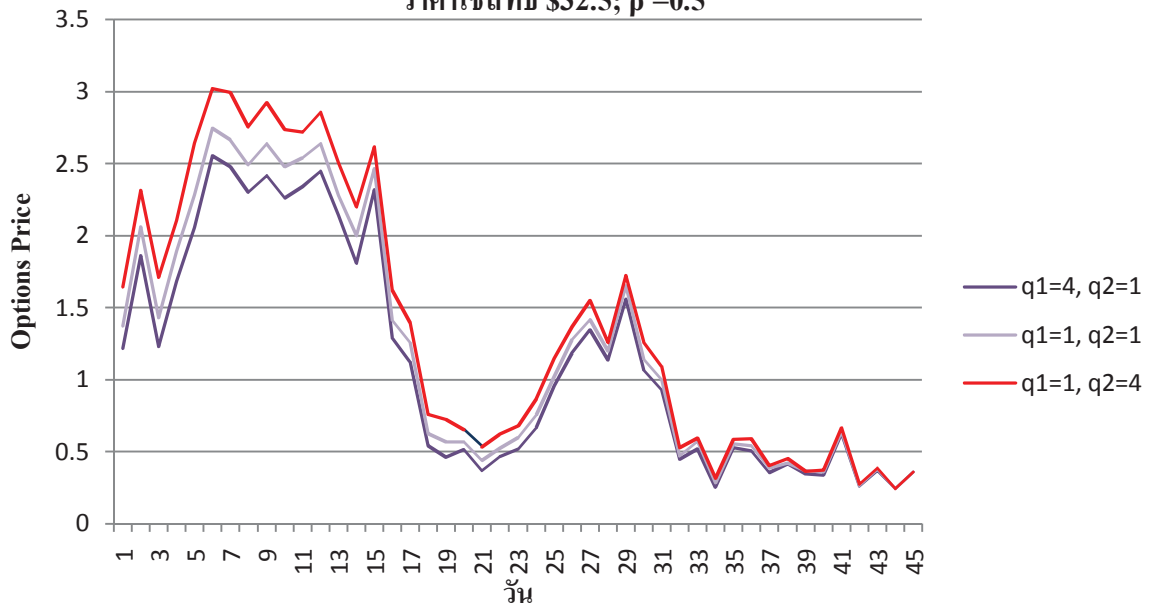
จากการวิเคราะห์ข้างต้น สามารถสรุปได้ดังนี้

1.) ค่า ρ ส่งผลต่อระดับอิทธิพลของ q_1/q_2 ที่มีต่อค่า Weight Function ซึ่งเมื่อสุ่มเส้นทางได้ $x_T - x_0$ ต่างจาก 0 มากๆ น้ำหนักในเส้นทางนั้นๆ จะมีความมาก

2.) ค่า q_1/q_2 ส่งผลต่อความสมมาตรของน้ำหนักระหว่างเส้นทางที่ $x_T - x_0 > 0$ และ $x_T - x_0 < 0$ โดยที่ $q_1 > q_2$ หากสุ่มได้เส้นทาง $x_T - x_0 < 0$ จะมีน้ำหนักมากกว่าการสุ่มได้เส้นทาง $x_T - x_0 > 0$ และเมื่อลดค่า q_1 ลงเรื่อยๆ ในขณะที่เพิ่มค่า q_2 ไปเรื่อยๆ จะส่งผลให้น้ำหนักของเส้นทาง $x_T - x_0 < 0$ ลดลงเรื่อยๆ และน้ำหนักของเส้นทาง $x_T - x_0 > 0$ เพิ่มขึ้นเรื่อยๆ เช่นกัน จนในที่สุดน้ำหนักของเส้นทาง $x_T - x_0 < 0$ จะมีค่าน้อยกว่าเส้นทาง $x_T - x_0 > 0$ เมื่อ $q_1 < q_2$

ลำดับต่อไปจะเป็นการการคำนวณราคาออปชัน โดยใช้สัดส่วนระหว่าง q_1/q_2 ที่ต่างๆ กัน เพื่อเปรียบเทียบผลการประเมินราคา โดยให้ค่า $\rho = 0.5$ เพื่อให้เห็นผลของ q_1/q_2 ชัดเจน ดังนี้

คอลออปชันของ LLY สิ้นสุดอายุสัญญาเดือนกันยายน 2009,
ราคาใช้สิทธิ \$32.5; $\rho = 0.5$



รูปที่ 11 การเปรียบเทียบผลของการประเมินมูลค่าคอลออปชันโดยใช้วิธี Path Integral เมื่อใช้ค่า q_1/q_2 ต่างกัน ที่ค่า $\rho = 0.5$

จากรูปที่ 11 จะเห็นได้ว่า เมื่อใช้ค่า $q_1 < q_2$ ราคาคอลออปชันมีแนวโน้มสูงกว่าการใช้ค่า $q_1 > q_2$ ก่อนข้างชัดเจน โดยราคาคอลออปชันจะต่างกันมาก ในช่วงเวลาเริ่มสัญญาออปชัน และราคาออปชันจะเข้ากันกันเมื่อใกล้วันสิ้นสุดอายุสัญญาออปชัน

พุทออปชันของ LLY สิ้นสุดอายุสัญญาเดือนกันยายน 2009,
ราคาใช้สิทธิ์ \$32.5; $\rho = 0.5$



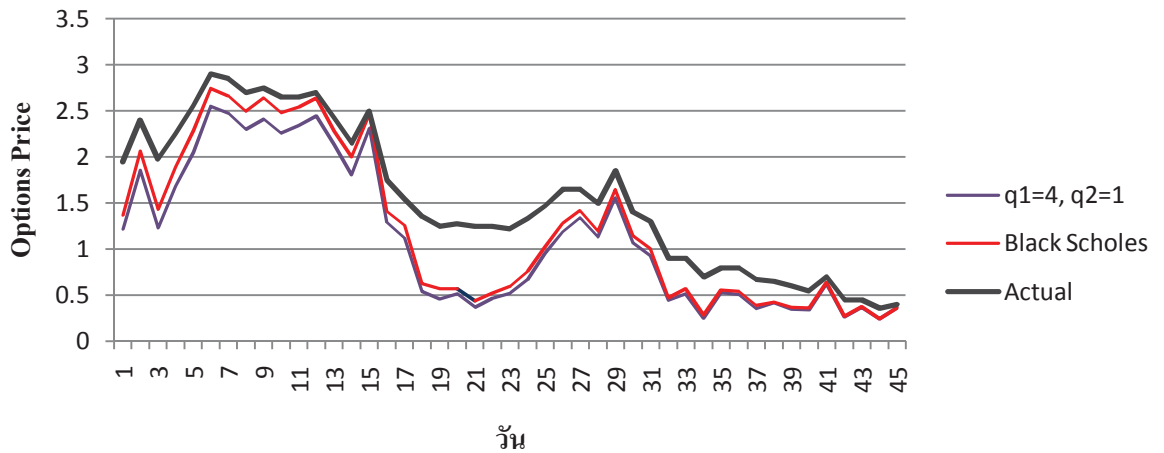
รูปที่ 12 การเปรียบเทียบผลของการประเมินมูลค่า พุทออปชันโดยใช้วิธี Path Integral เมื่อใช้ค่า q_1/q_2 แตกต่างกัน ที่ค่า $\rho = 0.5$

จากรูปที่ 12 จะเห็นได้ว่า เมื่อใช้ค่า $q_1 < q_2$ ทำให้ราคาพุทออปชันมีแนวโน้มต่ำกว่า การใช้ค่า $q_1 > q_2$ ก่อนข้างชัดเจน โดยราคาพุทออปชันจะต่างกันมาก ในช่วงเวลาเริ่มสัญญาออปชัน และราคาพุทออปชันจะเข้าใกล้กัน เมื่อใกล้วันสิ้นสุดอายุสัญญาออปชัน ซึ่งเป็นลักษณะเช่นเดียวกับคอลออปชัน

4.1.1.5 ผลของค่า ρ , q_1 และ q_2 ที่มีต่อความแม่นยำของการประเมินราคาออปชัน

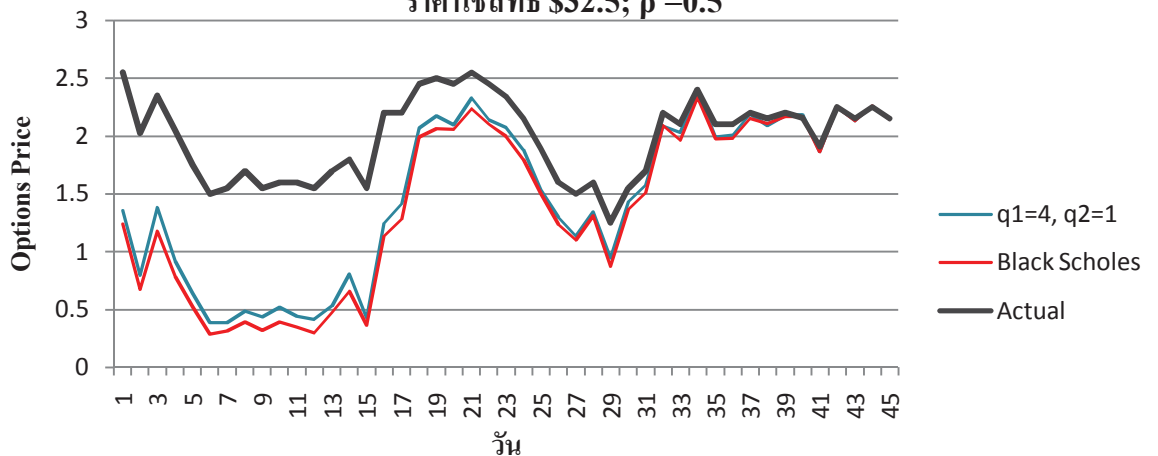
หลังจากที่ได้ทราบอิทธิพลของตัวแปร ρ , q_1 และ q_2 ที่ส่งผลต่อราคาออปชันแล้ว ต่อไปจะเป็นการเปรียบเทียบกับค่าที่ซื้อขายจริงในตลาด โดยใช้สมมติฐานว่าตลาดเป็นตลาดมีประสิทธิภาพ ราคาตลาดจึงเท่ากับมูลค่าที่แท้จริงของออปชัน (Intrinsic Value) โดยใช้พุทออปชันของหลักทรัพย์หุ้น LLY เป็นตัวอย่างในการทดสอบ

คอลออปชันของ LLY สิ้นสุดอายุสัญญาเดือนกันยายน 2009,
ราคาใช้สิทธิ์ \$32.5; $\rho = 0.5$



รูปที่ 13 การเปรียบเทียบราคาคอลออปชันที่ประเมินโดย Path Integral (ใช้ค่า $\rho = 0.5$) กับ Black-Scholes เทียบกับราคาจริงในตลาด โดยยกตัวอย่างคอลออปชันของหุ้น LLY อนุกรมราคา เดือนกันยายน 2009 ที่ ราคาใช้สิทธิ์ \$ 32.5

พุทออปชันของ LLY สิ้นสุดอายุสัญญาเดือนกันยายน 2009,
ราคาใช้สิทธิ์ \$32.5; $\rho = 0.5$

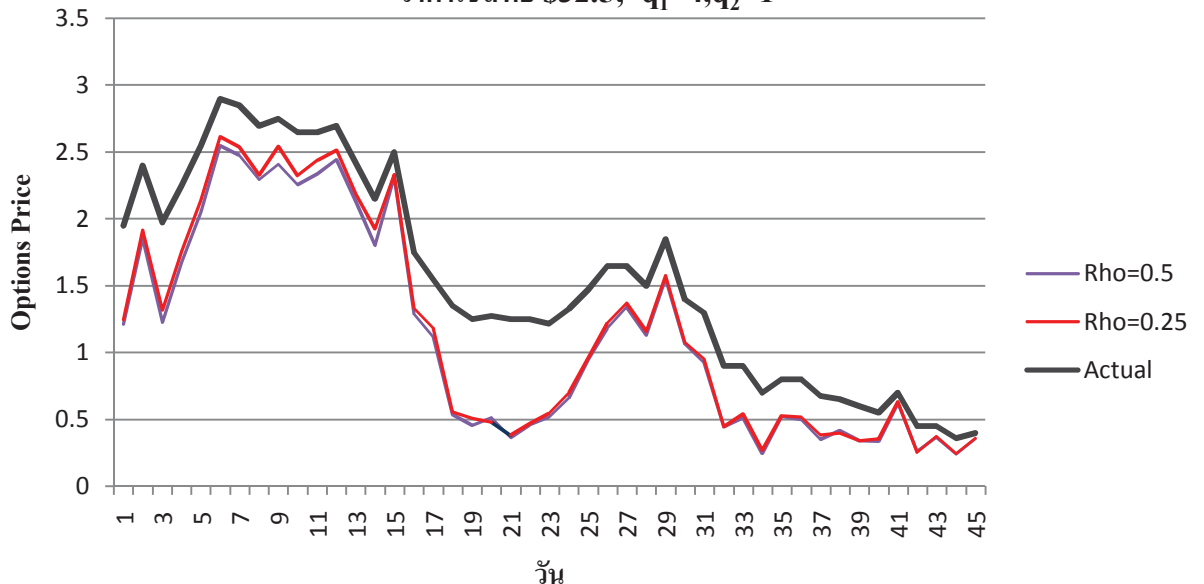


รูปที่ 14 การเปรียบเทียบราคาพุทออปชันที่ประเมินโดย Path Integral (ใช้ค่า $\rho = 0.5$) กับ Black-Scholes เทียบกับราคาจริงในตลาด โดยยกตัวอย่างพุทออปชัน ของหุ้น LLY อนุกรมราคา เดือนกันยายน 2009 ที่ ราคาใช้สิทธิ์ \$ 32.5

ผลที่ได้จากรูปที่ 13 และ 14 สามารถสรุปได้ว่า หากเลือก $q_1 > q_2$ จะส่งผลให้ราคาพุดอปชัน สูงกว่ากรณี $q_1 < q_2$ ในทางตรงข้าม หาก $q_1 > q_2$ จะส่งผลให้ราคาพุดอปชัน ต่ำกว่ากรณี $q_1 < q_2$ สังเกตได้ว่า ราคาจริงจะสูงกว่าราคาประเมิน ดังนั้น หากต้องการให้ราคาประเมินใกล้เคียงกับราคาจริง เพื่อให้ MSE ต่ำลง จะต้องใช้ $q_1 > q_2$ สำหรับประเมินราคาพุดอปชัน และใช้ $q_1 < q_2$ สำหรับประเมินราคาคอลอปชัน

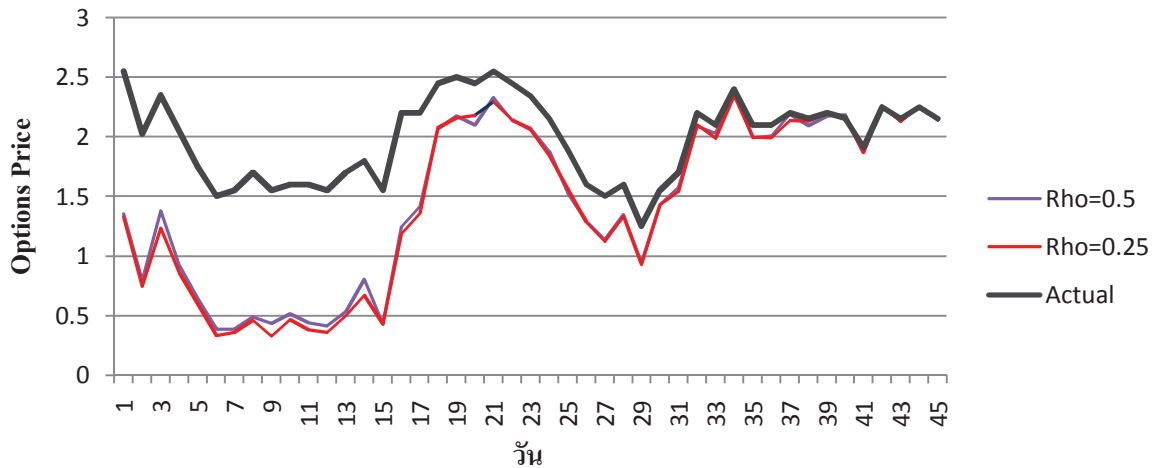
ต่อไปเป็นการวิเคราะห์ผลของค่า ρ ที่มีต่อการประเมินมูลค่าอปชันเมื่อเทียบกับราคาจริง

คอลอปชันของ LLY สิ้นสุดอายุสัญญาเดือนกันยายน 2009,
ราคาใช้สิทธิ์ \$32.5; $q_1=4, q_2=1$



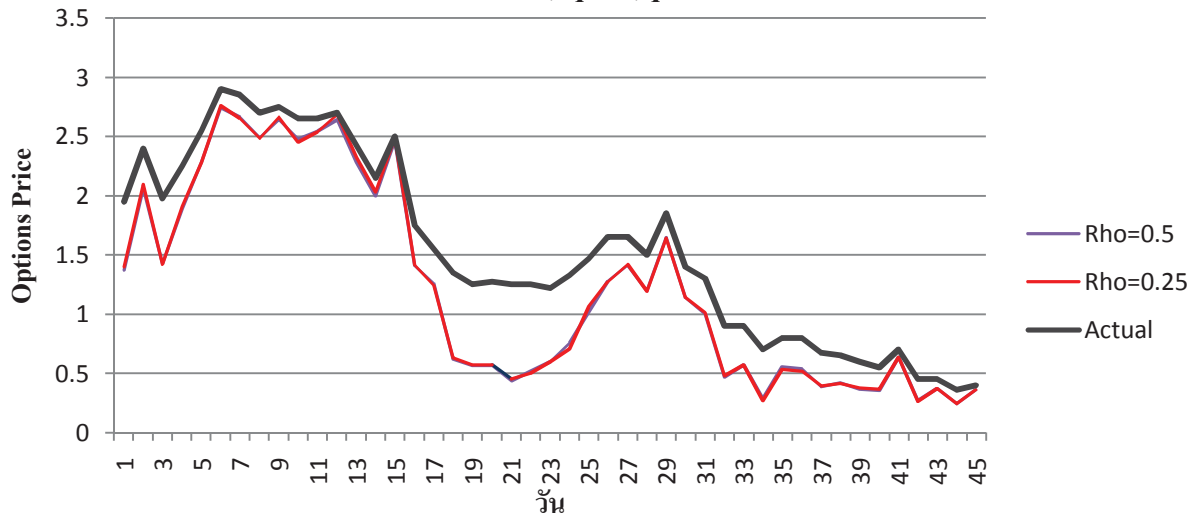
รูปที่ 15 การเปรียบเทียบราคาคอลอปชันที่ประเมินโดย Path Integral (ใช้ค่า $q_1 > q_2$ ที่ระดับค่า ρ ต่างกัน) กับ Black-Scholes เทียบกับราคาจริงในตลาด โดยยกตัวอย่างคอลอปชันของหุ้น LLY อนุกรมราคา เดือนกันยายน 2009 ที่ ราคาใช้สิทธิ์ \$ 32.5

พวทอปชันของ LLY สิ้นสุดอายุสัญญาเดือนกันยายน 2009,
ราคาใช้สิทธิ์ \$32.5; $q_1=4, q_2=1$



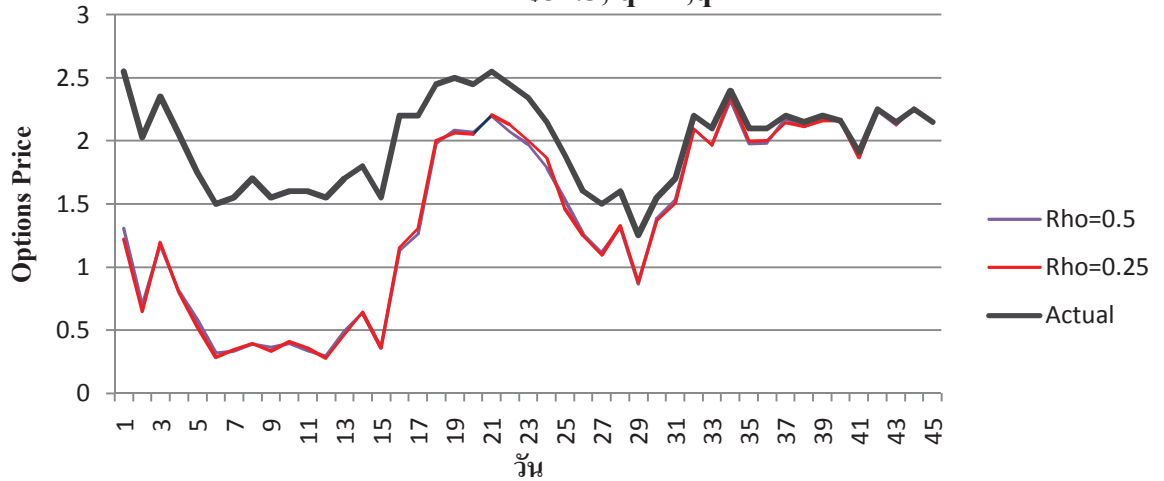
รูปที่ 16 การเปรียบเทียบราคาพวทอปชันที่ประเมินโดย Path Integral (ใช้ค่า $q_1 > q_2$ ที่ระดับค่า ρ ต่างกัน) กับ Black-Scholes เทียบกับราคาจริงในตลาด โดยยกตัวอย่างพวทอปชันของหุ้น LLY อนุกรมราคา เดือนกันยายน 2009 ที่ ราคาใช้สิทธิ์ \$ 32.5

คอลลอปชันของ LLY สิ้นสุดอายุสัญญาเดือนกันยายน 2009,
ราคาใช้สิทธิ์ \$32.5; $q_1=1, q_2=1$



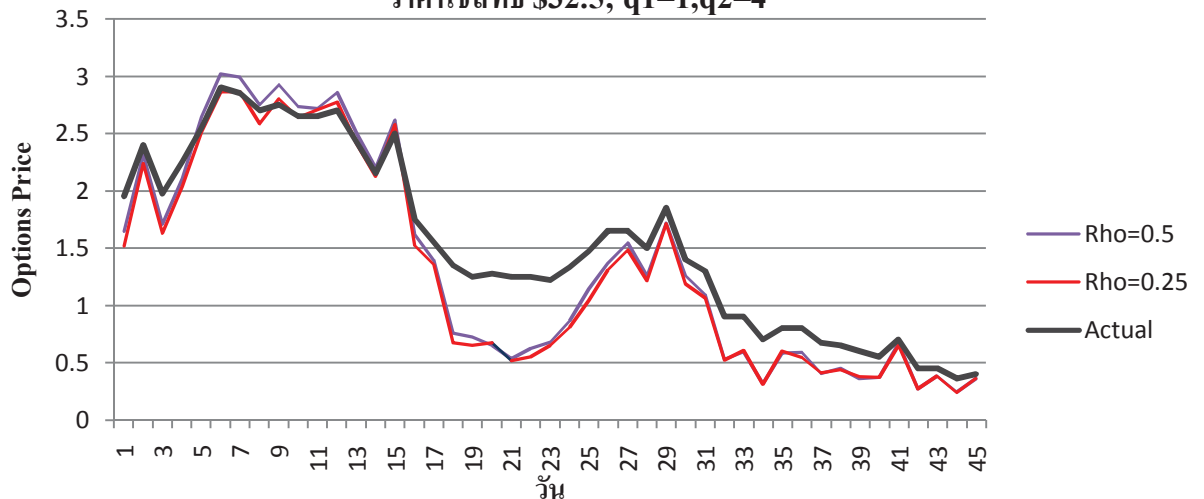
รูปที่ 17 การเปรียบเทียบราคาคอลลอปชันที่ประเมินโดย Path Integral (ใช้ค่า $q_1 = q_2$ ที่ระดับค่า ρ ต่างกัน) กับ Black-Scholes เทียบกับราคาจริงในตลาด โดยยกตัวอย่างคอลลอปชันของหุ้น LLY อนุกรมราคา เดือนกันยายน 2009 ที่ ราคาใช้สิทธิ์ \$ 32.5

พุทอปชันของ LLY สิ้นสุดอายุสัญญาเดือนกันยายน 2009,
ราคาใช้สิทธิ์ \$32.5; $q_1=1, q_2=1$



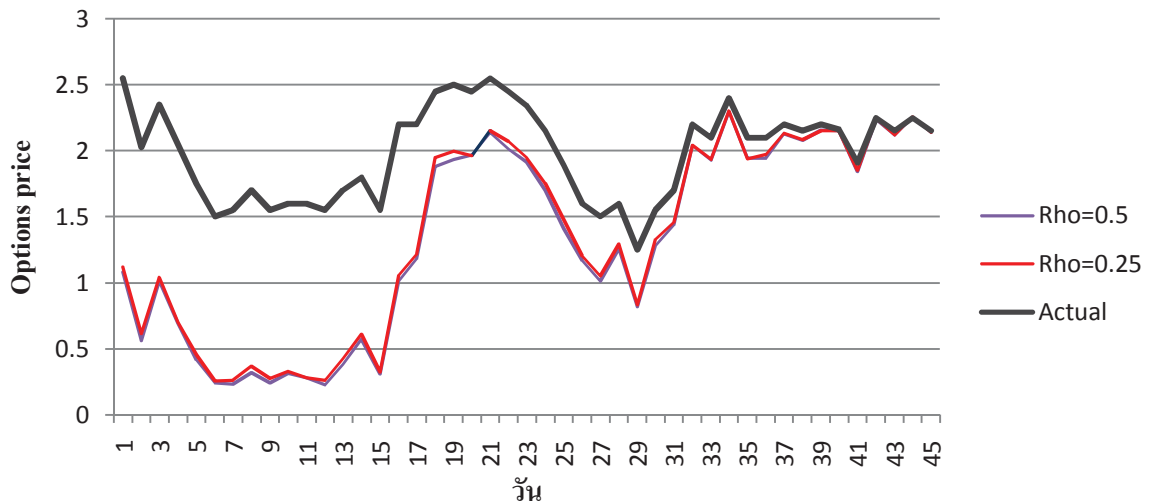
รูปที่ 18 การเปรียบเทียบราคาพุทอปชันที่ประเมินโดย Path Integral (ใช้ค่า $q_1 = q_2$ ที่ระดับค่า ρ ต่างกัน) กับ Black-Scholes เทียบกับราคาจริงในตลาด โดยยกตัวอย่างพุทอปชันของหุ้น LLY อนุกรมราคา เดือนกันยายน 2009 ที่ ราคาใช้สิทธิ์ \$ 32.5

คอลลอปชันของ LLY สิ้นสุดอายุสัญญาเดือนกันยายน 2009,
ราคาใช้สิทธิ์ \$32.5; $q_1=1, q_2=4$



รูปที่ 19 การเปรียบเทียบราคาคอลลอปชันที่ประเมินโดย Path Integral (ใช้ค่า $q_1 < q_2$ ที่ระดับค่า ρ ต่างกัน) กับ Black-Scholes เทียบกับราคาจริงในตลาด โดยยกตัวอย่างคอลลอปชันของหุ้น LLY อนุกรมราคา เดือนกันยายน 2009 ที่ ราคาใช้สิทธิ์ \$ 32.5

คอลอปชันของ LLY สิ้นสุดอายุสัญญาเดือนกันยายน 2009,
ราคาใช้สิทธิ์ \$32.5; $q_1=1, q_2=4$

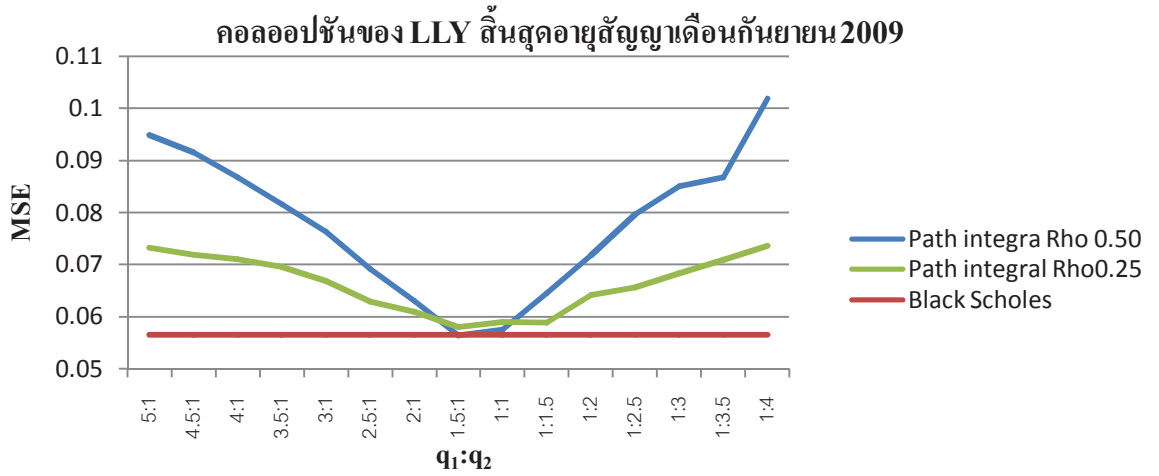


รูปที่ 20 การเปรียบเทียบราคาพุดอปชันที่ประเมินโดย Path Integral (ใช้ค่า $q_1 < q_2$ ที่ระดับค่า ρ ต่างกัน) กับ Black-Scholes เทียบกับราคาจริงในตลาด โดยยกตัวอย่างพุดอปชันของหุ้น LLY อนุกรมราคา เดือนกันยายน 2009 ที่ ราคาใช้สิทธิ์ \$ 32.5

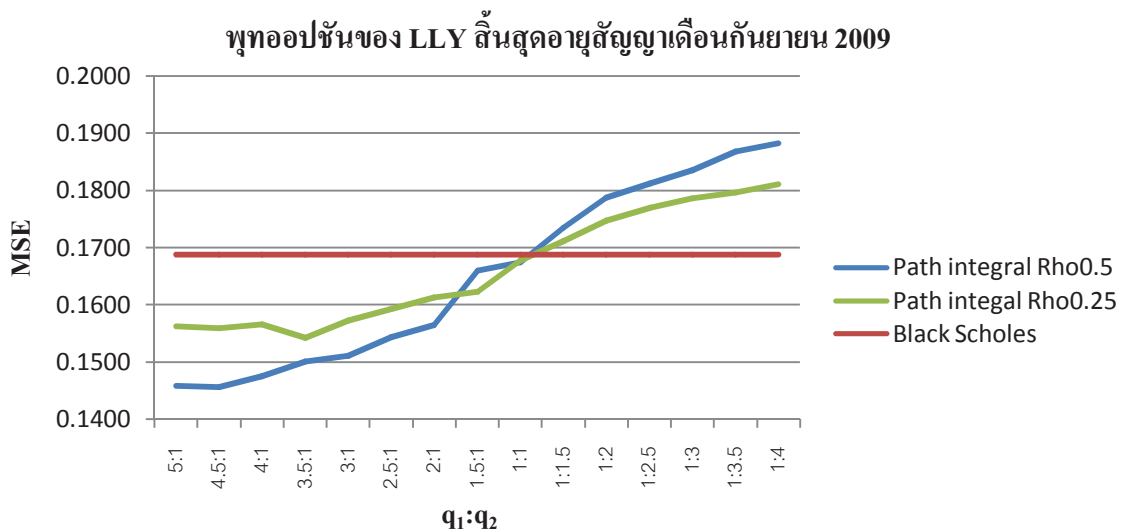
จากรูปที่ 15 – 20 จะเห็นได้ว่า เมื่อใช้ค่า ρ สูงขึ้น ผลของ q_1, q_2 จะมากกว่าเมื่อใช้ค่า ρ ต่ำๆ ดังเช่นแสดงก่อนหน้า หากค่า $q_1 < q_2$ จะทำให้คอลอปชัน จะมีราคาสูงกว่าเมื่อค่า $q_1 > q_2$ และหากค่า $q_1 < q_2$ จะทำให้พุดอปชัน มีราคาต่ำกว่าเมื่อค่า $q_1 > q_2$ และเมื่อค่า $q_1 = q_2$ จะทำให้ราคาประเมินอปชันแทบไม่ต่างกันเลย ไม่ว่าจะใช้ค่า ρ มากน้อยเท่าใด แต่จากที่ได้วิเคราะห์ผลของความเที่ยงตรงในก่อนหน้านั้น หากใช้ค่า ρ สูงจะทำให้ความเที่ยงตรงจะลดลงกว่าเมื่อใช้ค่า ρ ต่ำๆ

ทั้งนี้ ค่า q_1 หรือ q_2 สามารถคิดลบได้ แต่จะต้องมีอย่างน้อย 1 ตัวที่มีค่าบวก ซึ่งผลการทดสอบไม่พบรูปแบบที่น่าสนใจแต่อย่างใด

ต่อไปเป็นการใช้ค่า MSE ในการเปรียบเทียบราคาประเมินอปชันที่ได้จาก Path Integral และ Black-Scholes และนำผลที่ได้มาเทียบกับราคาจริงในตลาด



รูปที่ 21 ความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Mean Square Error) ของคอลออปชันระหว่าง Black-Scholes กับ Path Integral โดยปรับค่า q_1, q_2 เป็นแกนนอน เปรียบเทียบระดับค่า ρ ต่างกัน เทียบกับราคาจริงในตลาด โดยใช้ คอลออปชัน โดยยกตัวอย่างหุ้น LLY อนุกรมราคา เดือนกันยายน 2009



รูปที่ 22 ความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Mean Square Error) ของพุทออปชันระหว่าง Black-Scholes กับ Path Integral โดยปรับค่า q_1, q_2 เป็นแกนนอน เปรียบเทียบระดับค่า ρ ต่างกัน เทียบกับราคาจริงในตลาด โดยใช้พุทออปชัน โดยยกตัวอย่างหุ้น LLY อนุกรมราคา เดือนกันยายน 2009

จากรูปที่ 21 และ 22 พบว่า สำหรับคอลออปชัน ที่เริ่มต้นด้วยค่า $\rho=0.25$ จึงทำให้ราคาประเมินต่ำกว่าราคาจริง จากนั้นปรับระดับ q_2 เพิ่มขึ้น เพื่อเพิ่มราคาคอลออปชัน

จนถึงระดับหนึ่ง ที่ MSE มีค่าต่ำสุด จากนั้นค่า MSE กลับสูงขึ้น เกิดจากราคาคอปปชัน ที่ประเมินไว้ สูงกว่าราคาจริง ซึ่งการปรับ q_1, q_2 ไม่ทำให้ผลดีกว่า Black-Scholes จากนั้นเพิ่มค่า ρ เพื่อให้ผลของ q_1, q_2 เพิ่มขึ้น จนที่ระดับ $q_1 = 1.5$ และ $q_2 = 1$ ผลที่ได้จาก Path Integral ดีกว่า Black-Scholes แต่ต้องแลกกับความเที่ยงตรงของราคาประเมินที่ได้ ซึ่งไม่พบปรากฏการณ์ดังกล่าวในพุทอปปชัน เนื่องจาก การปรับ q_2 เพิ่มกลับทำให้ราคาพุทอปปชันลดลงเรื่อยๆ ราคาประเมินต่ำกว่าราคาจริงในตลาด จึงทำให้ MSE มีแนวโน้มเพิ่มสูงขึ้น ส่วนจุดที่ค่า MSE ต่ำสุด จากการทดสอบ พบว่าการเพิ่มค่าให้ q_1 ไม่ว่าจะขนาดใดก็ตาม จะทำให้ค่า MSE ลดลงไม่มากนัก

4.1.2 ผลของตัวแปรที่ได้จากข้อมูลย้อนหลังและตัวแปรอื่นๆ ที่มีต่อการการประเมินมูลค่าออปชันโดย Path Integral

4.1.2.1 จำนวนเส้นทางที่สุ่ม (Number of iterations)

ตารางที่ 10 การเปรียบเทียบเมื่อใช้จำนวนเส้นทางที่สุ่ม เพื่อสร้าง Generating Function ในการคำนวณมูลค่าออปชัน

ราคาเริ่มต้น = 8.64, ระยะเวลาก่อนสิ้นสุดสัญญา = 0.21 ปี, ระดับราคาสมมูล = 6.54, ความแปรปรวน = 0.1356, $\rho = 0$, $q_1 = 1$, $q_2 = 1$

จำนวน เส้นทาง	คอลลอปชัน			พุทอปปชัน			ค่าเฉลี่ย Weight Function
	ราคาใช้สิทธิ์			ราคาใช้สิทธิ์			
	2.5	5	7.5	7.5	10	12.5	
100	5.1908	2.7013	0.5368	0.3250	2.3090	4.7694	1.0
1,000	5.2026	2.7131	0.5292	0.3056	2.2775	4.7541	1.0
10,000	5.2049	2.7155	0.5313	0.3053	2.2748	4.7530	1.0
50,000	5.1595	2.6977	0.5117	0.3192	2.3207	4.7986	1.0
100,000	5.1764	2.7008	0.4628	0.3123	2.3014	4.7796	1.0

จากตารางที่ 10 จะเห็นได้ว่าจำนวนเส้นทางที่ 1,000 ครั้ง แตกต่างจากจำนวนเส้นทางที่ 100,000 ครั้งไม่มากนัก เมื่อเปรียบเทียบกับเวลาที่ใช้ในการประเมิน ที่สั้นกว่าถึง 100 เท่า ซึ่งถือว่าอยู่ในระดับที่ยอมรับได้

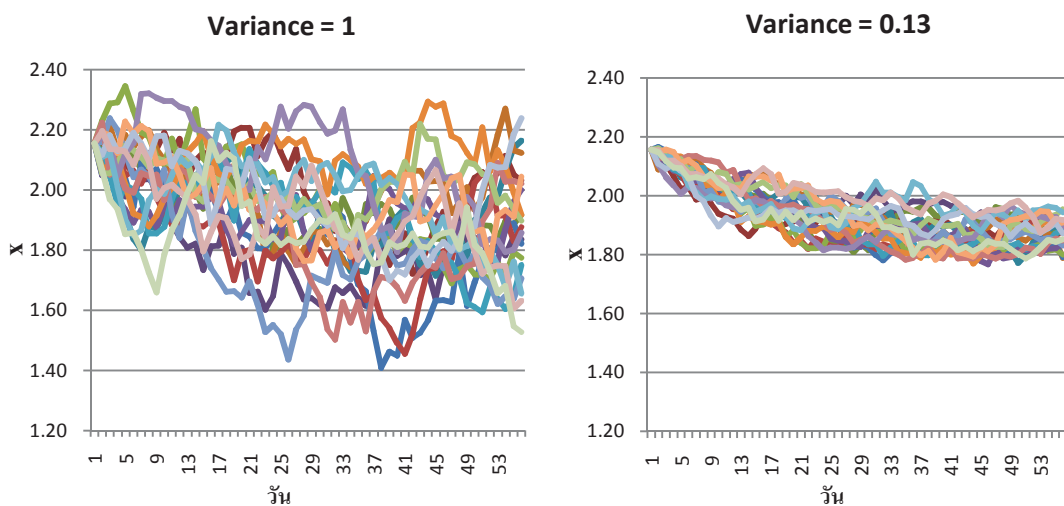
4.1.2.2 ความแปรปรวน (Variance)

ตารางที่ 11 การเปรียบเทียบเมื่อใช้ความแปรปรวนในระดับที่ต่างกัน

ราคาเริ่มต้น = 8.64, ระยะเวลาก่อนสิ้นสุดสัญญา = 0.21 ปี, จำนวนเส้นทางที่สุ่ม 1,000 ครั้ง, ระดับราคาสมมูล = 6.54, $p = 0$, $q_1 = 1$, $q_2 = 1$

ความแปรปรวน	คอลอปชัน			พุทอปชัน			ค่าเฉลี่ย Weight Function
	ราคาใช้สิทธิ์			ราคาใช้สิทธิ์			
	2.5	5	7.5	7.5	10	12.5	
5.00	5.62	3.92	2.80	2.29	4.04	6.00	1.00
4.00	5.35	3.52	2.34	2.05	3.82	5.84	1.00
3.00	5.09	3.14	1.93	1.85	3.58	5.62	1.00
2.00	5.15	2.98	1.57	1.42	3.15	5.26	1.00
1.00	5.11	2.74	1.14	1.01	2.75	4.97	1.00

จากตารางที่ 11 พบว่า ความแปรปรวนจะส่งผลต่อราคาอปชันโดยตรง โดยที่ระดับความแปรปรวนมาก ราคาอปชันจะสูงกว่าระดับความแปรปรวนน้อย



รูปที่ 23 การเปรียบเทียบเส้นทางที่สุ่มขึ้นได้ จากระดับความแปรปรวนต่างกัน

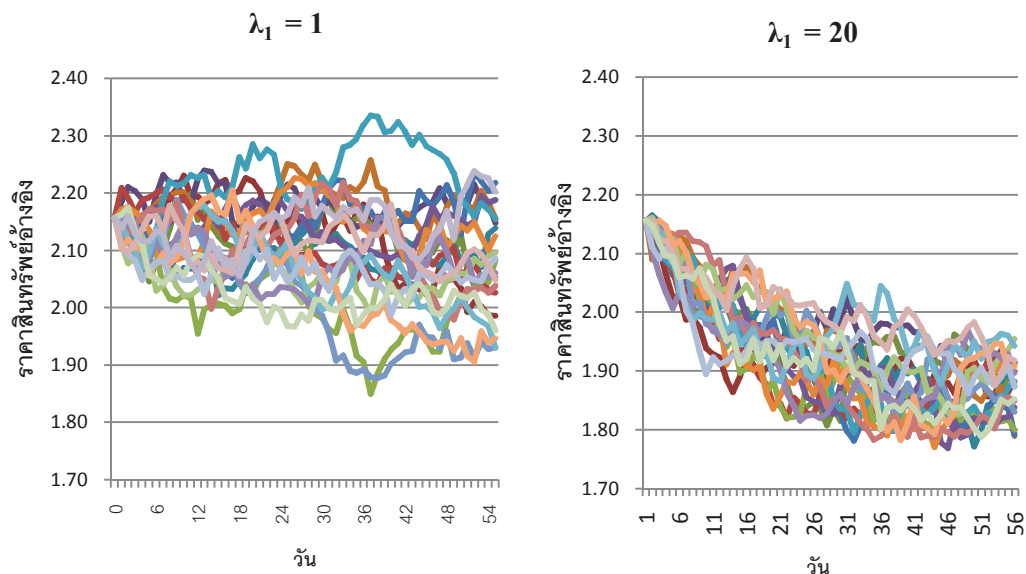
จากรูปที่ 23 จะเห็นได้ว่า ที่ระดับความแปรปรวนมาก เส้นทางที่สุ่มได้มีการกระจายตัวมาก โอกาสที่ผู้ขายอปชัน จะ Out-of-the-Money มีมาก จึงต้องการค่า Premium ที่สูงขึ้น

4.1.2.3 ความเร็วในการย้อนกลับ (Reversion speed, λ_1)

ตารางที่ 12 การเปรียบเทียบความเร็วในการย้อนกลับต่างกัน

ราคาเริ่มต้น = 8.64, ระยะเวลาก่อนสิ้นสุดสัญญา = 0.21 ปี, จำนวนเส้นทางที่สุ่ม 1,000 ครั้ง, ระดับราคาสมมูล = 6.54, $p = 0$, $q_1 = 1$, $q_2 = 1$, ความแปรปรวน = 0.1356

Lambda1	คอลลอปชัน			พุทอปชัน			ค่าเฉลี่ย Weight Function
	ราคาใช้สิทธิ			ราคาใช้สิทธิ			
	2.5	5	7.5	7.5	10	12.5	
20.00	4.04	1.55	0.00	0.94	3.43	5.92	1.00
15.00	4.08	1.59	0.01	0.90	3.39	5.88	1.00
10.00	4.23	1.74	0.02	0.77	3.24	5.73	1.00
5.00	4.70	2.21	0.20	0.48	2.76	5.25	1.00
1.00	5.67	3.18	0.89	0.20	1.86	4.29	1.00



รูปที่ 24 การเปรียบเทียบเส้นทางที่สุ่มขึ้นได้ จากระดับความเร็วในการย้อนกลับ (λ_1) ที่ต่างกัน

จากรูปที่ 24 พบว่า ความเร็วในการย้อนกลับมีค่าสูงมาก ราคาที่สุ่มได้ จะเข้าสู่ระดับราคาสมมูลได้เร็วกว่าความเร็วในการย้อนกลับที่มีค่าน้อย ดังนั้น ระดับความเร็วในการย้อนกลับจะส่งผลต่อราคาอปชัน เมื่อความต่างระหว่างระดับราคาเริ่มต้นและระดับราคาสมมูล มีความแตกต่างกันมากๆ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับระยะเวลาก่อนสิ้นสุดอายุสัญญาด้วย

4.1.2.4 ระยะเวลาก่อนสิ้นสุดสัญญา (Time to Maturity)

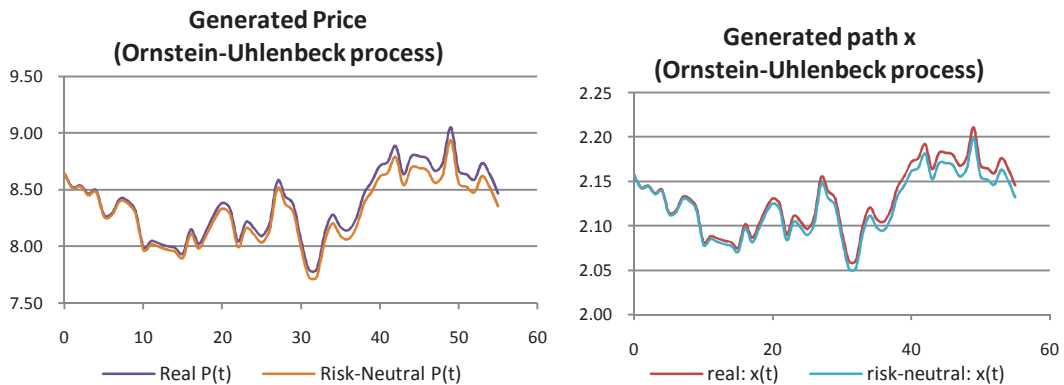
ตารางที่ 13 การเปรียบเทียบระยะเวลาก่อนสิ้นสุดสัญญาที่ระยะต่างๆกัน

ราคาเริ่มต้น = 8.64, ระยะเวลาก่อนสิ้นสุดสัญญา = 0.21 ปี, จำนวนเส้นทางที่สุ่ม 1,000 ครั้ง, ระดับราคาสมมูล = 6.54, $\rho = 0$, $q_1 = 1$, $q_2 = 1$, ความแปรปรวน = 0.1356

ระยะเวลาก่อนสิ้นสุดสัญญา	คอลออปชัน			พุทออปชัน			ค่าเฉลี่ย Weight Function
	ราคาใช้สิทธิ			ราคาใช้สิทธิ			
	2.5	5	7.5	7.5	10	12.5	
54 days	6.11	3.61	1.12	0.00	1.38	3.88	1.00
41 days	5.82	3.33	0.86	0.03	1.67	4.16	1.00
17 days	5.62	3.13	0.74	0.10	1.87	4.36	1.00
13 days	5.33	2.84	0.57	0.22	2.15	4.64	1.00
1 days	5.20	2.71	0.53	0.30	2.28	4.75	1.00

จากตารางที่ 13 พบว่า หากระยะเวลาก่อนสิ้นสุดอายุสัญญายังคงเหลือมาก ทำให้โอกาสที่เส้นทาง x ที่สุ่มได้จะเข้าสู่ระดับราคาสมมูลมากกว่า ขึ้นอยู่กับความเร็วในการย้อนกลับด้วย

4.1.2.5 ผลตอบแทนรวม (Total Return, μ) ที่มีต่อเส้นทางราคาและเส้นทาง x

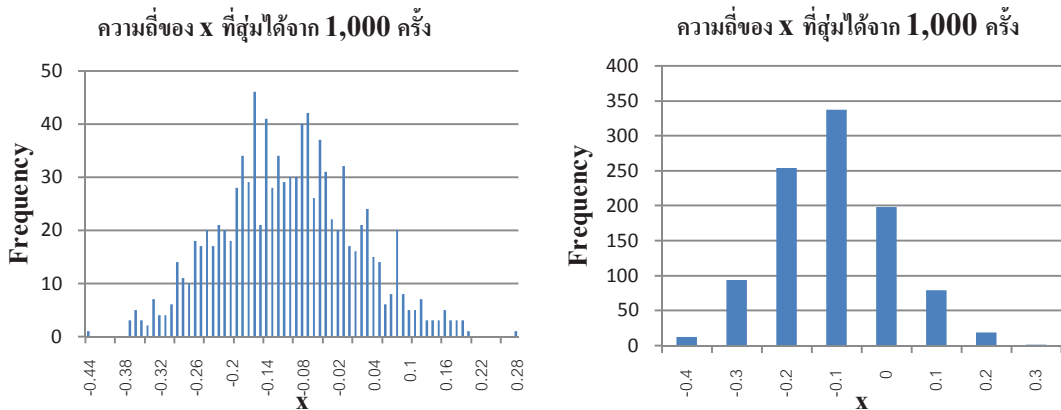


รูปที่ 25 การเปรียบเทียบเส้นทางราคา (ซ้าย) และเปรียบเทียบเส้นทาง x (ขวา) ระหว่างเส้นทางจริงกับเส้นทางที่ปรับค่าความเสี่ยงเป็น Risk-neutral

จากรูปที่ 25 สามารถอธิบายได้ว่า หากผลตอบแทนมีค่าเป็นบวก เส้นทาง Risk neutral จะอยู่ต่ำกว่าเส้นทางจริง หากผลตอบแทนมีค่าเท่ากับผลตอบแทนปราศจากความเสี่ง เส้นทาง Risk neutral จะอยู่ระดับเดียวกับเส้นทางจริง และหากผลตอบแทนมีค่าเป็นลบ เส้นทาง Risk neutral จะอยู่สูงกว่าเส้นทางจริง

4.1.2.6 ทดสอบการกระจายตัวของค่า x_T ที่สุ่มได้

จากการทดลองสุ่มเส้นทางจำนวน 1,000 ครั้ง แล้วแจกแจงความถี่ของค่า X ที่วันสิ้นสุดอายุสัญญา ข้อมูลที่ได้สามารถนำมาแบ่งตามความกว้างอันตรภาคชั้น 0.01 และ 0.1 ได้ ดังนี้



รูปที่ 26 ความถี่ของค่า x ที่รอบๆ ราคาสมมูล โดยแบ่งอันตรภาคชั้นเป็น 0.01 และ 0.1

จากรูปที่ 26 พบว่า เมื่อคำนวณ Skewness ได้ -0.067 และ Excess Kurtosis ได้ค่า -0.0112 จึงมีคุณสมบัติค่อนข้างใกล้เคียงกับการกระจายตัวแบบปกติมาก

จากที่ได้ทราบผลของตัวแปรต่างๆ ที่ใช้ในการจำลองเหตุการณ์ จึงได้เลือกตัวแปรที่น่าจะดีที่สุด ในการทดสอบความแม่นยำ เพื่อเปรียบเทียบกับแบบจำลอง Black-Scholes โดยเลือกกรณี $q_1 = 3.5, q_2 = 1$, กรณี $q_1 = 1, q_2 = 1$, กรณี $q_1 = 1, q_2 = 3.5$ และใช้ค่า $p = 0.25$ โดยเปรียบเทียบกับราคาจริงของอปชันใน CBOE ของหลักทรัพย์ในตลาด NYSE ที่ไม่มีการจ่ายเงินปันผล และมีข้อมูลย้อนหลัง 3 ปี รวมทั้งสิ้น 51 หลักทรัพย์ แล้วคำนวณค่า MSE, MPE และ MAPE ทั้งนี้ จะไม่รวมผลที่ราคาประเมิน Black-Scholes และ Path Integral ประเมินได้ 0 แต่ในข้อมูลจาก Datastream เป็น 0.1 หรือ 0.05 ไว้ในการพิจารณา หากตัดส่วนดังกล่าวแล้ว ไม่มีอปชันเหลืออยู่เลย จะใส่ค่า "n/a" ไว้ในตาราง

4.2 การประเมินมูลค่าอปชันโดย Path Integral และ Black-Scholes เมื่อเทียบกับราคาจริงในตลาด

ตารางที่ 14 การเปรียบเทียบค่า MSE เมื่อประเมินคอลลอปชัน โดย Black-Scholes กับ Path Integral กำหนดใช้ค่า q_1, q_2 ต่างกัน และเทียบกับราคาจริงในตลาด

MSE Call Option	Black-Scholes	Path Integral		
		$q_1 = 3.5, q_2 = 1$	$q_1 = 1, q_2 = 1$	$q_1 = 1, q_2 = 3.5$
A	0.077362	0.112771	0.074268	0.056064
AES	0.025924	0.03578	0.025229	0.021902
AMD	0.009741	0.011872	0.009609	0.008187
AMT	0.324492	0.393669	0.317928	0.264002
AN	0.081235	0.116583	0.080693	0.066904
AZO	6.117419	7.315596	5.979118	5.135882
BIG	0.229846	0.307725	0.225465	0.165799
BSX	0.021834	0.027278	0.021676	0.018459
CBG	0.025739	0.039164	0.02634	0.021299
COH	0.073302	0.127774	0.072788	0.05205
CSC	0.448003	0.559728	0.44188	0.362066
CVG	0.017265	0.024231	0.017445	0.017127
CVH	0.086041	0.132768	0.0858	0.069056
DF	0.068063	0.089139	0.067355	0.058704
DYN	0.008386	0.008631	0.008317	0.00804
EMC	0.050931	0.061973	0.050302	0.042405
FHN	0.489607	0.53211	0.488344	0.452939
FRX	0.071664	0.097006	0.069914	0.064782
GME	0.576408	0.672054	0.561054	0.478714
GT	0.049744	0.074656	0.050247	0.045097
HSP	0.155621	0.219259	0.15024	0.124185
HUM	0.735834	0.895188	0.729455	0.586378
IPG	0.019539	0.023738	0.019136	0.016314
JEC	0.82446	0.988993	0.805639	0.657881
JNPR	0.190656	0.250332	0.187473	0.139764
KG	0.032696	0.037158	0.032544	0.031122
KSS	0.953248	1.18371	0.932316	0.747409
LH	0.682683	0.798476	0.666003	0.581625
LLY	0.084228	0.111296	0.083057	0.088803
LSI	0.010449	0.013026	0.010303	0.008769
LXK	0.098721	0.128066	0.098265	0.086816
MHS	0.487341	0.570915	0.481037	0.431437
MIL	0.532401	0.695136	0.518385	0.418295
MWW	0.062374	0.082942	0.062641	0.052568
NBR	0.095474	0.116652	0.069478	0.057679

ตารางที่ 14 การเปรียบเทียบค่า MSE เมื่อประเมินคอลอปชัน โดย Black-Scholes กับ Path Integral กำหนดใช้ค่า q_1, q_2 ต่างกัน และเทียบกับราคาจริงในตลาด (ต่อ)

MSE Call Option	Black-Scholes	Path Integral		
		$q_1 = 3.5, q_2 = 1$	$q_1 = 1, q_2 = 1$	$q_1 = 1, q_2 = 3.5$
NOV	0.536222	0.718965	0.533705	0.383289
ODP	0.01017	0.014145	0.010169	0.009196
PTV	0.144712	0.185269	0.143767	0.119403
RIG	1.149148	1.771277	1.09023	0.766341
STJ	0.169559	0.205883	0.167242	0.16493
STZ	0.04424	0.055626	0.043522	0.037147
TER	0.025366	0.030293	0.025134	0.023201
TEX	0.162327	0.218428	0.162999	0.113245
THC	0.004674	0.0073	0.004686	0.004762
TMO	0.238778	0.300203	0.235304	0.224614
VAR	0.181997	0.240433	0.180436	0.15278
WAT	0.2248	0.34039	0.217362	0.167922
WFT	0.080478	0.127218	0.075226	0.057012
WLP	0.920122	1.040195	0.908386	0.841785
WPI	0.174821	0.210529	0.171344	0.154252
ZMH	0.20323	0.291874	0.200971	0.164459
Average MSE	0.354678	0.443384	0.346851	0.290628

ตารางที่ 15 การเปรียบเทียบค่า MSE เมื่อประเมินพวทอปชัน โดย Black-Scholes กับ Path Integral กำหนดใช้ค่า q_1, q_2 ต่างกัน และเทียบกับราคาจริงในตลาด

MSE Put Option	Black-Scholes	Path Integral		
		$q_1 = 3.5, q_2 = 1$	$q_1 = 1, q_2 = 1$	$q_1 = 1, q_2 = 3.5$
A	0.095238	0.07564	0.092668	0.117923
AES	0.03526	0.03057	0.035331	0.043821
AMD	0.012078	0.009469	0.011744	0.015644
AMT	0.386474	0.351581	0.383674	0.418088
AN	0.142032	0.122684	0.138872	0.161309
AZO	7.387998	6.669118	7.302794	8.033008
BIG	0.213016	0.177199	0.2104	0.256693
BSX	0.043671	0.040545	0.043382	0.046329
CBG	0.04671	0.043109	0.045724	0.062462
COH	0.140885	0.112059	0.137134	0.192577
CSC	0.751001	0.654056	0.74991	0.845103
CVG	0.029306	0.025778	0.028754	0.032927
CVH	0.10502	0.085507	0.102877	0.127202
DF	0.155088	0.151621	0.154385	0.15772
DYN	0.017868	0.017709	0.01801	0.018269

ตารางที่ 15 การเปรียบเทียบค่า MSE เมื่อประเมินคอลออปชัน โดย Black-Scholes กับ Path Integral กำหนดใช้ค่า q_1, q_2 ต่างกัน และเทียบกับราคาจริงในตลาด (ต่อ)

MSE Put Option	Black-Scholes	Path Integral		
		$q_1 = 3.5, q_2 = 1$	$q_1 = 1, q_2 = 1$	$q_1 = 1, q_2 = 3.5$
EMC	0.08635	0.074327	0.085647	0.097882
FHN	0.159499	0.146913	0.158241	0.173093
FRX	0.133505	0.120405	0.132097	0.1458
GME	0.607998	0.567271	0.606525	0.643547
GT	0.061099	0.05476	0.059898	0.075517
HSP	0.23707	0.190789	0.236009	0.297753
HUM	0.752917	0.672395	0.741173	0.835559
IPG	0.041059	0.038117	0.040758	0.04386
JEC	1.369889	1.24509	1.357052	1.500355
JNPR	0.219202	0.178612	0.213954	0.256746
KG	0.068821	0.065203	0.068275	0.072505
KSS	1.326798	1.184135	1.317912	1.463317
LH	0.78618	0.737874	0.784145	0.837757
LLY	0.256097	0.241825	0.255456	0.268662
LSI	0.016361	0.015414	0.016184	0.017769
LXK	0.069989	0.060737	0.069744	0.081554
MHS	0.701018	0.620743	0.694225	0.780083
MIL	0.924121	0.806614	0.92437	1.040357
MWW	0.094307	0.077427	0.091348	0.112801
NBR	0.13549	0.105669	0.131897	0.16799
NOV	0.722144	0.536096	0.698469	0.921222
ODP	0.017108	0.014099	0.016585	0.022972
PTV	0.098949	0.088217	0.097153	0.121647
RIG	1.543194	1.195415	1.52967	1.949308
STJ	0.281843	0.247709	0.281393	0.31289
STZ	0.048323	0.042502	0.047873	0.052698
TER	0.03401	0.029831	0.033164	0.039248
TEX	0.257296	0.213973	0.247234	0.306985
THC	0.004815	0.006216	0.004908	0.008772
TMO	0.189877	0.169835	0.186111	0.282872
VAR	0.195298	0.162581	0.194677	0.197756
WAT	0.345424	0.272793	0.343396	0.432012
WFT	0.124261	0.087179	0.120594	0.165836
WLP	0.903474	0.814339	0.8969	0.999228
WPI	0.404581	0.369361	0.402135	0.437473
ZMH	0.217141	0.183802	0.216403	0.250987
Average MSE	0.450924	0.396175	0.44622	0.508704

ตารางที่ 16 การเปรียบเทียบค่า MPE เมื่อประเมินคอลอปชัน โดย Black-Scholes กับ Path Integral กำหนดใช้ค่า q_1, q_2 ต่างกัน และเทียบกับราคาจริงในตลาด

MPE Call Option	Black-Scholes	Path Integral		
		$q_1 = 3.5, q_2 = 1$	$q_1 = 1, q_2 = 1$	$q_1 = 1, q_2 = 3.5$
A	-0.32539	-0.35492	-0.32063	-0.28815
AES	-0.47353	-0.4913	-0.46969	-0.45037
AMD	-0.65572	-0.67017	-0.65398	-0.63975
AMT	-0.47304	-0.49038	-0.47143	-0.45338
AN	-0.3903	-0.41822	-0.38776	-0.35879
AZO	-0.63505	-0.65261	-0.63309	-0.6166
BIG	-0.4068	-0.4315	-0.40487	-0.37418
BSX	-0.51186	-0.5242	-0.51052	-0.49568
CBG	-0.55972	-0.58579	-0.55922	-0.5287
COH	-0.23625	-0.27518	-0.23172	-0.18868
CSC	-0.25512	-0.28773	-0.2519	-0.21707
CVG	-0.33086	-0.35019	-0.32939	-0.3064
CVH	-0.30745	-0.3361	-0.30506	-0.27267
DF	-0.26724	-0.27944	-0.26535	-0.25062
DYN	-0.94686	-0.95303	-0.94461	-0.93455
EMC	-0.51072	-0.53026	-0.50831	-0.4873
FHN	-0.45169	-0.46927	-0.45129	-0.42992
FRX	-0.28255	-0.29915	-0.28018	-0.26133
GME	-0.69503	-0.70959	-0.6925	-0.67735
GT	-0.37103	-0.39968	-0.3673	-0.33784
HSP	-0.38204	-0.41163	-0.37729	-0.34554
HUM	-0.32804	-0.35154	-0.32598	-0.29804
IPG	-0.45867	-0.46944	-0.45712	-0.44496
JEC	-0.61174	-0.62524	-0.61012	-0.59326
JNPR	-0.41283	-0.44261	-0.40988	-0.37544
KG	-0.25627	-0.26569	-0.25486	-0.24461
KSS	-0.4481	-0.47127	-0.44482	-0.42018
LH	-0.44315	-0.46119	-0.43964	-0.42113
LLY	-0.25942	-0.27739	-0.25583	-0.2347
LSI	-0.41224	-0.42819	-0.41086	-0.3931
LXK	-0.34682	-0.36361	-0.34514	-0.3249
MHS	-0.41626	-0.43043	-0.41513	-0.39926
MIL	-0.40232	-0.42055	-0.4002	-0.37932
MWW	-0.4347	-0.4527	-0.43353	-0.41227
NBR	-0.01943	-0.05962	-0.01465	0.037316
NOV	-0.31004	-0.3166	-0.43672	-0.41176

ตารางที่ 16 การเปรียบเทียบค่า MPE เมื่อประเมินคอลอปชัน โดย Black-Scholes กับ Path Integral กำหนดใช้ค่า q_1, q_2 ต่างกัน และเทียบกับราคาจริงในตลาด (ต่อ)

MPE Call Option	Black-Scholes	Path Integral		
		$q_1 = 3.5, q_2 = 1$	$q_1 = 1, q_2 = 1$	$q_1 = 1, q_2 = 3.5$
ODP	-0.60044	-0.62591	-0.59628	-0.56183
PTV	-0.46803	-0.49089	-0.46626	-0.43911
RIG	-0.32078	-0.3588	-0.31514	-0.27342
STJ	-0.28959	-0.3027	-0.28674	-0.27276
STZ	-0.399	-0.41815	-0.39693	-0.37548
TER	-0.42342	-0.43803	-0.42009	-0.40274
TEX	-0.51966	-0.54693	-0.51546	-0.48139
THC	-0.46013	-0.49802	-0.45099	-0.40231
TMO	-0.3051	-0.3242	-0.30129	-0.27863
VAR	-0.42748	-0.44395	-0.42548	-0.40667
WAT	-0.41189	-0.43643	-0.4086	-0.38284
WFT	-0.4373	-0.46899	-0.42885	-0.39675
WLP	-0.33065	-0.34573	-0.32804	-0.31108
WPI	-0.35317	-0.3682	-0.35159	-0.33531
ZMH	-0.42422	-0.44739	-0.4223	-0.39361
Average MPE	-0.42386	-0.44473	-0.42363	-0.39953

ตารางที่ 17 การเปรียบเทียบค่า MPE เมื่อประเมินพุตอปชัน โดย Black-Scholes กับ Path Integral กำหนดใช้ค่า q_1, q_2 ต่างกัน และเทียบกับราคาจริงในตลาด

MPE Put Option	Black-Scholes	Path Integral		
		$q_1 = 3.5, q_2 = 1$	$q_1 = 1, q_2 = 1$	$q_1 = 1, q_2 = 3.5$
A	-0.82494	-0.80207	-0.82084	-0.84479
AES	-0.76973	-0.75578	-0.76867	-0.78154
AMD	-0.70911	-0.69064	-0.70663	-0.72376
AMT	-0.75219	-0.74025	-0.7511	-0.76115
AN	-0.75587	-0.73366	-0.75217	-0.77189
AZO	-0.59824	-0.58361	-0.59648	-0.60975
BIG	-0.72965	-0.71126	-0.72784	-0.74481
BSX	-0.72612	-0.71565	-0.72533	-0.7337
CBG	-0.66245	-0.63024	-0.65651	-0.68433
COH	-0.64216	-0.61092	-0.63849	-0.66865
CSC	-0.77349	-0.75593	-0.77237	-0.78761
CVG	-0.80955	-0.79564	-0.80747	-0.81811
CVH	-0.83455	-0.81775	-0.83203	-0.84775
DF	-0.75945	-0.75507	-0.7583	-0.7623
DYN	-0.05597	-0.04898	-0.05354	-0.06204

ตารางที่ 17 การเปรียบเทียบค่า MPE เมื่อประเมินพหุคูณโดย Black-Scholes กับ Path Integral กำหนดใช้ค่า q_1, q_2 ต่างกัน และเทียบกับราคาจริงในตลาด (ต่อ)

MPE Put Option	Black-Scholes	Path Integral		
		$q_1 = 3.5, q_2 = 1$	$q_1 = 1, q_2 = 1$	$q_1 = 1, q_2 = 3.5$
EMC	-0.67924	-0.65838	-0.67783	-0.6961
FHN	-0.85946	-0.84273	-0.85638	-0.87476
FRX	-0.83903	-0.82916	-0.83772	-0.84658
GME	-0.65384	-0.64183	-0.65338	-0.66291
GT	-0.73516	-0.71276	-0.73114	-0.75296
HSP	-0.66347	-0.63569	-0.66139	-0.68667
HUM	-0.86655	-0.85305	-0.86476	-0.87876
IPG	-0.78401	-0.77433	-0.78267	-0.79149
JEC	-0.65313	-0.6382	-0.65182	-0.66635
JNPR	-0.70082	-0.67375	-0.69788	-0.72141
KG	-0.67892	-0.66879	-0.67778	-0.68567
KSS	-0.70897	-0.69003	-0.70783	-0.72411
LH	-0.87193	-0.86407	-0.87154	-0.87922
LLY	-0.90336	-0.89657	-0.9024	-0.90904
LSI	-0.75425	-0.7421	-0.75181	-0.76586
LXK	-0.82434	-0.81373	-0.82359	-0.83367
MHS	-0.74804	-0.73357	-0.74668	-0.76001
MIL	-0.70774	-0.6923	-0.70725	-0.72009
MWW	-0.75198	-0.7354	-0.74868	-0.7641
NBR	-0.6927	-0.66112	-0.68953	-0.71589
NOV	-0.60671	-0.57037	-0.60191	-0.63459
ODP	-0.64472	-0.59482	-0.63293	-0.6748
PTV	-0.64345	-0.62125	-0.63991	-0.66032
RIG	-0.68891	-0.65649	-0.68747	-0.71494
STJ	-0.71137	-0.7013	-0.71081	-0.71832
STZ	-0.64308	-0.62494	-0.64162	-0.65852
TER	-0.77052	-0.75418	-0.76761	-0.78327
TEX	-0.65764	-0.63104	-0.65399	-0.67665
THC	-0.56564	-0.51779	-0.56099	-0.52489
TMO	-0.77955	-0.7688	-0.77774	-0.68386
VAR	-0.78761	-0.77561	-0.78571	-0.71893
WAT	-0.72659	-0.70681	-0.7256	-0.74258
WFT	-0.60159	-0.56379	-0.59703	-0.63043
WLP	-0.8509	-0.84172	-0.85007	-0.85953
WPI	-0.69745	-0.68256	-0.69604	-0.70925
ZMH	-0.80153	-0.78864	-0.79961	-0.81069
Average MPE	-0.71878	-0.7001	-0.71645	-0.72822

ตารางที่ 18 การเปรียบเทียบค่า MAPE เมื่อประเมินคอลลอปชัน โดย Black-Scholes กับ Path Integral กำหนดใช้ค่า q_1, q_2 ต่างกัน และเทียบกับราคาจริงในตลาด

MAPE Call Option	Black-Scholes	Path Integral		
		$q_1 = 3.5, q_2 = 1$	$q_1 = 1, q_2 = 1$	$q_1 = 1, q_2 = 3.5$
A	0.332035	0.360026	0.32823	0.305846
AES	0.477197	0.493933	0.474221	0.463244
AMD	0.657828	0.671684	0.656306	0.644131
AMT	0.47444	0.491241	0.473105	0.457628
AN	0.39464	0.421036	0.392684	0.373201
AZO	0.635411	0.652903	0.633476	0.617644
BIG	0.410243	0.434279	0.408865	0.383714
BSX	0.514645	0.525484	0.514065	0.505294
CBG	0.56712	0.58956	0.56774	0.54774
COH	0.241126	0.277127	0.239407	0.215469
CSC	0.537136	0.555309	0.534213	0.521029
CVG	0.335456	0.351884	0.334656	0.324258
CVH	0.309087	0.336688	0.307917	0.286613
DF	0.270571	0.281275	0.26986	0.263471
DYN	0.946863	0.953033	0.944606	0.934554
EMC	0.512484	0.531412	0.510563	0.4943
FHN	0.457205	0.473797	0.457778	0.441463
FRX	0.287947	0.302236	0.286751	0.280541
GME	0.695435	0.709909	0.692971	0.67844
GT	0.379672	0.406166	0.376978	0.357918
HSP	0.391511	0.415685	0.387833	0.371279
HUM	0.304907	0.327146	0.303537	0.28049
IPG	0.461573	0.471124	0.460522	0.452068
JEC	0.615075	0.627369	0.613821	0.600343
JNPR	0.419878	0.448861	0.41736	0.385521
KG	0.261962	0.26863	0.261545	0.257832
KSS	0.448928	0.471852	0.44576	0.423464
LH	0.44928	0.465742	0.446571	0.43381
LLY	0.264232	0.278416	0.262897	0.25635
LSI	0.420747	0.434878	0.420015	0.408304
LXK	0.348917	0.364111	0.34851	0.338343
MHS	0.41994	0.433054	0.419387	0.409893
MIL	0.405093	0.421736	0.403502	0.389655
MWW	0.438	0.454559	0.437526	0.423796
NBR	0.31221	0.31750	0.43989	0.42341
NOV	0.479199	0.512015	0.477741	0.439002
ODP	0.618557	0.636601	0.617736	0.611106
PTV	0.473396	0.493937	0.472083	0.452746

ตารางที่ 18 การเปรียบเทียบค่า MAPE เมื่อประเมินคอลอปชัน โดย Black-Scholes กับ Path Integral กำหนดใช้ค่า q_1, q_2 ต่างกัน และเทียบกับราคาจริงในตลาด (ต่อ)

MAPE Call Option	Black-Scholes	Path Integral		
		$q_1 = 3.5, q_2 = 1$	$q_1 = 1, q_2 = 1$	$q_1 = 1, q_2 = 3.5$
RIG	0.322314	0.359782	0.317333	0.284049
STJ	0.297121	0.307619	0.296321	0.292562
STZ	0.401696	0.419189	0.400712	0.387513
TER	0.431699	0.443899	0.429433	0.41971
TEX	0.520197	0.547196	0.517167	0.488257
THC	0.484414	0.51268	0.484939	0.478776
TMO	0.321099	0.336565	0.31873	0.306616
VAR	0.43054	0.445222	0.429423	0.418836
WAT	0.414588	0.437859	0.412507	0.395182
WFT	0.438163	0.469354	0.430892	0.405831
WLP	0.340534	0.354344	0.339049	0.329715
WPI	0.358988	0.372269	0.357971	0.350105
ZMH	0.427656	0.449432	0.426705	0.406519
Average MAPE	0.43367	0.45247	0.43451	0.41914

ตารางที่ 19 การเปรียบเทียบค่า MAPE เมื่อประเมินพุดอปชัน โดย Black-Scholes กับ Path Integral กำหนดใช้ค่า q_1, q_2 ต่างกัน และเทียบกับราคาจริงในตลาด

MAPE Put Option	Black-Scholes	Path Integral		
		$q_1 = 3.5, q_2 = 1$	$q_1 = 1, q_2 = 1$	$q_1 = 1, q_2 = 3.5$
A	0.824943	0.802075	0.820845	0.844793
AES	0.770631	0.759825	0.770207	0.782196
AMD	0.709115	0.692113	0.706648	0.72376
AMT	0.767857	0.756401	0.766763	0.776576
AN	0.756078	0.735787	0.752402	0.772013
AZO	0.598935	0.584377	0.597166	0.610419
BIG	0.733021	0.715625	0.73123	0.748107
BSX	0.728544	0.719232	0.727755	0.735904
CBG	0.665033	0.643504	0.660201	0.685083
COH	0.643042	0.617284	0.639529	0.669429
CSC	0.774268	0.757628	0.773242	0.788191
CVG	0.810546	0.7979	0.808502	0.818951
CVH	0.835876	0.819498	0.833398	0.848889
DF	0.783621	0.779063	0.782499	0.786679
DYN	0.072676	0.067526	0.071402	0.078358
EMC	0.680223	0.659996	0.678778	0.696976
FHN	0.860131	0.84356	0.857312	0.875291

ตารางที่ 19 การเปรียบเทียบค่า MAPE เมื่อประเมินพหุคูณด้วย Black-Scholes กับ Path Integral กำหนดใช้ค่า q_1, q_2 ต่างกัน และเทียบกับราคาจริงในตลาด (ต่อ)

MAPE Put Option	Black-Scholes	Path Integral		
		$q_1 = 3.5, q_2 = 1$	$q_1 = 1, q_2 = 1$	$q_1 = 1, q_2 = 3.5$
FRX	0.83929	0.83014	0.838092	0.846778
GME	0.684486	0.672941	0.683989	0.693371
GT	0.740831	0.72283	0.737085	0.757988
HSP	0.664747	0.640554	0.662673	0.687351
HUM	0.866551	0.853048	0.864763	0.878765
IPG	0.784698	0.77576	0.783449	0.792088
JEC	0.658971	0.644601	0.657875	0.672123
JNPR	0.700902	0.674014	0.697959	0.72147
KG	0.681157	0.673251	0.680022	0.687478
KSS	0.710992	0.693036	0.709846	0.725963
LH	0.87193	0.864094	0.871536	0.879215
LLY	0.90395	0.897212	0.903048	0.909632
LSI	0.754499	0.744448	0.752364	0.766055
LXK	0.825445	0.815806	0.824788	0.834709
MHS	0.748264	0.734357	0.746949	0.760222
MIL	0.708111	0.693255	0.707669	0.720362
MWW	0.75329	0.737896	0.750157	0.76536
NBR	0.699921	0.669445	0.696725	0.722559
NOV	0.608385	0.57341	0.604137	0.636113
ODP	0.651504	0.637185	0.649634	0.678044
PTV	0.645636	0.627686	0.642779	0.661441
RIG	0.695034	0.662824	0.693714	0.72095
STJ	0.711838	0.701984	0.711323	0.718808
STZ	0.655732	0.638908	0.654328	0.670763
TER	0.772506	0.758249	0.769936	0.784921
TEX	0.675714	0.654052	0.672697	0.693684
THC	0.572661	0.560729	0.570529	0.529566
TMO	0.780581	0.771046	0.779007	0.691234
VAR	0.787819	0.69902	0.785953	0.719247
WAT	0.726808	0.708841	0.725839	0.74276
WFT	0.607426	0.570207	0.602944	0.636061
WLP	0.850902	0.841715	0.850069	0.859533
WPI	0.697604	0.683324	0.696314	0.709382
ZMH	0.801679	0.789561	0.799814	0.810807
Average MAPE	0.722635	0.705232	0.720704	0.73189

จากตารางที่ 14 แสดงค่า MSE ซึ่งจะเห็นได้ว่าราคาประเมินที่ได้จาก Path Integral ที่ใช้ตัวแปร $q_1=1, q_2=3.5$ สำหรับ คอลอปชัน ใกล้เคียงกับราคาจริงมากกว่า Black-Scholes ทุกออปชัน เช่นเดียวตารางที่ 15 ซึ่งแสดงราคาประเมินที่ได้จาก Path Integral ที่ใช้ตัวแปร $q_1=3.5, q_2=1$ สำหรับ พุทอปชัน ใกล้เคียงกับราคาจริงมากกว่า Black-Scholes ทุกออปชัน จะสังเกตได้ว่า AZO และ RIG ที่ประเมินได้มีค่าค่อนข้างสูง เนื่องจากสินทรัพย์อ้างอิงมีราคาสูง ทำให้ข้อมูลเกิดความคลาดเคลื่อนสูง ทั้งนี้เมื่อพิจารณาตารางที่ 16 – 19 ซึ่งแสดงค่า MPE หรือ MAPE สำหรับทั้งสองออปชัน ค่าไม่ได้สูงแตกต่างจากออปชันอื่นมากนัก เมื่อสังเกตค่า MPE พบว่า ราคาประเมินต่ำกว่าราคาจริง โดยที่พุทอปชัน ราคาประเมินต่ำกว่าราคาจริงมากกว่าคอลอปชัน โดยค่า MPE เฉลี่ยสำหรับพุทอปชันอยู่ที่ 69.9% สำหรับ Path Integral และ 71.8% สำหรับ Black-Scholes และสำหรับ คอลอปชันอยู่ที่ 39.1% สำหรับ Path Integral และ 41.9% สำหรับ Black-Scholes ทั้งนี้โดยมากราคาออปชันที่เลือกมามีมูลค่าน้อย เนื่องจากราคาใช้สิทธิ์อยู่ในช่วงใกล้เคียงกับราคาสินทรัพย์อ้างอิง จึงทำให้ร้อยละที่คำนวณได้มีค่าสูง แต่พุทอปชันที่ประเมินได้ มีมูลค่าค่อนข้างมากเมื่อเทียบกับราคาตลาด อย่างไรก็ตาม เมื่อใช้ Path Integral กับตัวแปร q_1 และ q_2 อย่างเหมาะสม จะสามารถให้ราคาออปชันได้ใกล้เคียงมากกว่า Black-Scholes

เมื่อพิจารณาค่า MAPE พบว่า MAPE สูงกว่า MPE เพียงเล็กน้อย หมายความว่า มีออปชันจำนวนไม่มากที่ประเมินได้ราคาสูงกว่าราคาจริง จึงทำให้ค่า MPE ได้ผลเป็นบวกไม่มากนัก และทำให้ค่าที่จะหักล้างกับค่า MPE ที่เป็นลบมีเพียงเล็กน้อย ดังนั้น สามารถสรุปได้ว่า ส่วนมากแล้วราคาประเมินมีค่าต่ำกว่าราคาจริงในตลาด

ต่อไปในตารางที่ 20 แสดงการเปรียบเทียบร้อยละของจำนวนออปชันที่ประเมินโดย Black-Scholes ที่มีความคลาดเคลื่อนน้อยกว่าออปชันที่ประเมินโดย Path Integral จากจำนวนออปชันทั้งหมด

ตารางที่ 20 การเปรียบเทียบร้อยละของจำนวนออปชันที่ราคาประเมินโดย Black-Scholes มีค่า MSE ต่ำกว่าราคาประเมินจาก Path Integral โดยแบ่งตามอนุกรมราคา

MSE	Call Option			Put Option		
	$q_1 = 3.5, q_2 = 1$	$q_1 = 1, q_2 = 1$	$q_1 = 1, q_2 = 3.5$	$q_1 = 3.5, q_2 = 1$	$q_1 = 1, q_2 = 1$	$q_1 = 1, q_2 = 3.5$
Mar	100.00%	6.00%	4.00%	2.44%	21.95%	95.12%
Jun	100.00%	19.61%	3.92%	0.00%	22.92%	100.00%
Sep	100.00%	35.29%	3.92%	2.04%	10.20%	95.92%
Dec	100.00%	37.25%	15.69%	7.84%	19.61%	100.00%

จากตารางที่ 20 สังเกตได้ว่า ทั้งคอลอปชัน และพุทอปชัน ในเดือน ธันวาคม มีจำนวนออปชันที่ประเมินราคาโดย Path Integral ให้ผลคลาดเคลื่อนจากค่าจริงมากกว่า Black-Scholes ได้วิเคราะห์ข้อมูลดังกล่าว พบว่า ออปชันบางตัวที่ระดับ $q_1 = 1, q_2 = 1$ ให้ผลที่ใกล้เคียงค่าจริงมากกว่า และ บางตัวความแตกต่างระหว่าง Black-Scholes และ Path Integral เกิดขึ้นน้อยมาก ดังนั้น เมื่อเฉลี่ยออปชันทั้ง 4 อนุกรมราคา พบว่า ผลการประเมินราคาจาก Path Integral ยังคงใกล้เคียงกับค่าจริงมากกว่า Black-Scholes

ตารางที่ 21 การเปรียบเทียบร้อยละของจำนวนออปชันที่ราคาประเมินโดย Black-Scholes มีค่า MPE ต่ำกว่าราคาประเมินจาก Path Integral โดยแบ่งตาม อนุกรมราคา

MPE	Call Option			Put Option		
	$q_1 = 3.5, q_2 = 1$	$q_1 = 1, q_2 = 1$	$q_1 = 1, q_2 = 3.5$	$q_1 = 3.5, q_2 = 1$	$q_1 = 1, q_2 = 1$	$q_1 = 1, q_2 = 3.5$
Mar	98.00%	2.00%	2.00%	2.44%	19.51%	95.12%
Jun	100.00%	1.96%	0.00%	0.00%	18.75%	100.00%
Sep	100.00%	13.73%	0.00%	2.04%	8.16%	93.88%
Dec	100.00%	15.69%	0.00%	0.00%	3.92%	100.00%

ตารางที่ 22 การเปรียบเทียบร้อยละของจำนวนที่ราคาประเมินโดย Black-Scholes มีค่า MAPE ต่ำกว่าราคาประเมินจาก Path Integral แบ่งรายเดือน

MAPE	Call Option			Put Option		
	$q_1 = 3.5, q_2 = 1$	$q_1 = 1, q_2 = 1$	$q_1 = 1, q_2 = 3.5$	$q_1 = 3.5, q_2 = 1$	$q_1 = 1, q_2 = 1$	$q_1 = 1, q_2 = 3.5$
Mar	98.00%	8.00%	2.00%	2.44%	19.51%	95.12%
Jun	100.00%	5.88%	0.00%	0.00%	18.75%	100.00%
Sep	100.00%	33.33%	0.00%	2.04%	8.16%	93.88%
Dec	100.00%	31.37%	5.88%	3.92%	7.84%	100.00%

จากตารางที่ 21 และ 22 พบว่า เมื่อแบ่งเป็นรายเดือน มีออปชันหลายตัวที่ประเมินราคาโดย Path Integral ได้ค่าใกล้เคียงกับราคาจริงน้อยกว่าการประเมินราคาโดย Black-Scholes แม้จะปรับค่า $q_1 > q_2$ สำหรับคอลอปชัน และค่า $q_1 < q_2$ สำหรับพุทอปชัน ก็ตาม พบว่า สำหรับออปชันบางตัว เนื่องจากจำนวนข้อมูลที่นำมาเปรียบเทียบมีน้อยมาก อีกทั้งส่วนใหญ่เป็น Out-of-the-Money ทำให้ความคลาดเคลื่อนที่ได้ แตกต่างกับ Black-Scholes เล็กน้อย ผลที่ได้จึงไม่ต่างกันมากนัก ทั้งนี้เมื่อเฉลี่ยค่าออกมาดังตารางที่ 14 – 19 พบว่าค่าความคลาดเคลื่อนของ Path Integral เกิดขึ้นน้อยกว่าความคลาดเคลื่อนของ Black-Scholes

4.3 การวิเคราะห์ค่า MPE, MAPE ของออปชันโดยแบ่งหลักทรัพย์ตามกลุ่มอุตสาหกรรม

ในแต่ละอุตสาหกรรมจะมีลักษณะจำเพาะแตกต่างกันออกไป จึงได้แบ่งกลุ่มหลักทรัพย์ตามกลุ่มอุตสาหกรรม แล้วเฉลี่ยค่า MPE, MAPE ระหว่างแบบจำลอง Black-Scholes กับค่าจริงที่ซื้อขายในตลาดหลักทรัพย์ และแบบจำลอง Path Integral กับค่าจริงชุดเดียวกัน แล้วนำมาวิเคราะห์ผล โดยจะไม่นำค่า MSE เข้ามาพิจารณาด้วย เนื่องจากไม่สามารถเปรียบเทียบระหว่างหุ้นได้โดยตรง

ตารางที่ 23 รายการหลักทรัพย์ที่แบ่งออกตามกลุ่มอุตสาหกรรม (Sectors)

กลุ่มอุตสาหกรรม	หลักทรัพย์ที่อยู่ในกลุ่มอุตสาหกรรม
Basic Materials	NBR, NOV, RIG, WFT
Consumer Goods	COH, DF, GT, PTV, STZ
Financial	CBG, FHN
Healthcare	BSX, CVH, FRX, HSP, HUM, KG, LH, LLY, STJ, THC, TMO, VAR,
Industrial Goods	TEX
Services	AN, AZO, BIG, GME, IPG, JEC, KSS, MHS, MWW, ODP
Technology	A, AMD, AMT, CSC, CVG, EMC, JNPR, LSI, L XK, MIL, TER, WAT
Utilities	AES, DYN

ตารางที่ 24 การเปรียบเทียบ MPE สำหรับคอลออปชัน โดยแบ่งกลุ่มตามกลุ่มอุตสาหกรรม

MPE Call Option	Black-Scholes	MSE Path Integral		
		$q_1 = 3.5, q_2 = 1$	$q_1 = 1, q_2 = 1$	$q_1 = 1, q_2 = 3.5$
Basic Materials	-0.31404	-0.34978	-0.30886	-0.26724
Consumer Goods	-0.34831	-0.37267	-0.34551	-0.31835
Financial	-0.50570	-0.52753	-0.50526	-0.47931
Healthcare	-0.35007	-0.36850	-0.34749	-0.32655
Industrial Goods	-0.51966	-0.54693	-0.51546	-0.48139
Services	-0.50971	-0.52869	-0.50752	-0.48587
Technology	-0.41336	-0.43442	-0.41087	-0.38753
Utilities	-0.71020	-0.72217	-0.70715	-0.69246
Average MPE	-0.45888	-0.48134	-0.45601	-0.42984

ตารางที่ 25 การเปรียบเทียบ MPE สำหรับพวออปชัน โดยแบ่งกลุ่มตามกลุ่มอุตสาหกรรม

MPE Put Option	Black-Scholes	MSE Path Integral		
		$q_1 = 3.5, q_2 = 1$	$q_1 = 1, q_2 = 1$	$q_1 = 1, q_2 = 3.5$
Basic Materials	-0.64748	-0.61294	-0.64399	-0.67397
Consumer Goods	-0.69662	-0.67752	-0.69399	-0.71210
Financial	-0.79874	-0.77787	-0.79482	-0.81498
Healthcare	-0.79498	-0.78272	-0.79359	-0.79078
Industrial Goods	-0.65764	-0.63104	-0.65399	-0.67665
Services	-0.71944	-0.70120	-0.71696	-0.73312
Technology	-0.75727	-0.74026	-0.75541	-0.77089
Utilities	-0.73034	-0.71860	-0.72946	-0.74027
Average MPE	-0.72531	-0.70527	-0.72277	-0.73910

ตารางที่ 26 การเปรียบเทียบ MAPE สำหรับคอลออปชัน โดยแบ่งกลุ่มตามกลุ่มอุตสาหกรรม

MAPE Call Option	Black-Scholes	MSE Path Integral		
		$q_1 = 3.5, q_2 = 1$	$q_1 = 1, q_2 = 1$	$q_1 = 1, q_2 = 3.5$
Basic Materials	0.44935	0.47484	0.44649	0.42470
Consumer Goods	0.35329	0.37554	0.35181	0.33542
Financial	0.51216	0.53168	0.51276	0.49460
Healthcare	0.35425	0.37039	0.35281	0.34118
Industrial Goods	0.52020	0.54720	0.51717	0.48826
Services	0.51378	0.53127	0.51227	0.49737
Technology	0.44086	0.45941	0.43903	0.42366
Utilities	0.71203	0.72348	0.70941	0.69890
Average MAPE	0.48199	0.50173	0.48022	0.46301

ตารางที่ 27 การเปรียบเทียบ MAPE สำหรับพวทออปชัน โดยแบ่งกลุ่มตามกลุ่มอุตสาหกรรม

MAPE Put Option	Black-Scholes	MSE Path Integral		
		$q_1 = 3.5, q_2 = 1$	$q_1 = 1, q_2 = 1$	$q_1 = 1, q_2 = 3.5$
Basic Materials	0.65269	0.61897	0.64938	0.67892
Consumer Goods	0.70563	0.68939	0.70320	0.72075
Financial	0.80004	0.78326	0.79667	0.81553
Healthcare	0.79562	0.77816	0.79429	0.79183
Industrial Goods	0.67571	0.65405	0.67270	0.69368
Services	0.72350	0.70861	0.72181	0.73685
Technology	0.75914	0.74314	0.75735	0.77265
Utilities	0.75735	0.74842	0.75703	0.76626
Average MAPE	0.73371	0.71550	0.73155	0.74706

จากตารางที่ 24 – 27 แสดงผลการเปรียบเทียบโดยใช้ MPE และ MAPE เฉลี่ยในแต่ละกลุ่มอุตสาหกรรม พบว่า เมื่อใช้ $q_1 = 1, q_2 = 3.5$ ในทุกกลุ่มอุตสาหกรรม ราคาประเมินคอลออปชันที่ได้จาก Path Integral จะให้ผลที่ใกล้เคียงกับราคาจริงมากกว่า คอลออปชัน ที่ประเมินโดย Black-Scholes และเมื่อใช้ $q_1 = 3.5, q_2 = 1$ ราคาประเมินพวทออปชันจาก Path Integral จะให้ผลใกล้เคียงกับราคาจริงมากกว่า พวทออปชัน ที่ประเมินโดย Black-Scholes โดยภาพรวมแล้ว พวทออปชันได้ผลที่ค่อนข้างสูงกว่า คอลออปชัน ทั้งนี้เนื่องจากไม่ได้นำพวทออปชันที่ In-the-Money เข้ามาคำนวณ เพราะไม่สามารถเปรียบเทียบกับ Black-Scholes ได้ในทางปฏิบัติ จึงมีเพียงกลุ่ม Out-of-the-Money ซึ่งกลุ่มนี้มีราคาในตลาดค่อนข้างต่ำ ทำให้เมื่อคำนวณเป็นร้อยละจะเกิดค่าความคลาดเคลื่อนสูง

4.4 การเปรียบเทียบการประเมินมูลค่าออปชัน โดยแบ่งกลุ่มหลักทรัพย์ระหว่างออปชันที่ได้ผลกำไร (In-the-Money) และออปชันที่ไม่ได้กำไร (Out-of-the-Money)

จากหัวข้อ 4.3 การประเมินมูลค่าออปชันจะใช้ค่า $q_1 = 1, q_2 = 3.5$ สำหรับคอลออปชัน และ $q_1 = 3.5, q_2 = 1$ สำหรับพุทออปชัน ในการเปรียบเทียบกับผลที่ได้จาก Black-Scholes

ตารางที่ 28 การเปรียบเทียบ MSE เมื่อประเมินคอลออปชัน โดย Black-Scholes กับ Path Integral เมื่อใช้ค่า $q_1=1; q_2=3.5$

	Call option In-the-Money		Call Option Out-of-the-Money	
	Path Integral	Black-Scholes	Path Integral	Black-Scholes
	$q_1=1; q_2=3.5$		$q_1=1; q_2=3.5$	
A	0.05199	0.06710	0.03403	0.05587
AES	0.01885	0.02091	0.02434	0.02960
AMD	0.00812	0.01079	0.01424	0.00704
AMT	0.23385	0.30504	0.21035	0.30970
AN	0.06872	0.08407	0.08312	0.07870
AZO	5.44103	6.52245	4.67992	6.19561
BIG	0.13108	0.18788	0.89064	0.24660
BSX	0.01333	0.01793	0.02112	0.02576
CBG	0.03180	0.03762	0.01840	0.01876
COH	0.05373	0.07814	0.04901	0.07128
CSC	0.33508	0.42899	0.34735	0.29826
CVG	0.01477	0.01219	0.02197	0.02724
CVH	0.06422	0.07704	0.04152	0.08628
DF	0.03254	0.03773	0.23794	0.23065
DYN	n/a	n/a	0.01685	0.00839
EMC	0.05459	0.06663	0.03254	0.03821
FHN	0.69221	0.75122	0.30356	0.31498
FRX	0.06629	0.06423	0.05904	0.08555
GME	0.34962	0.47108	0.41808	0.65285
GT	0.06578	0.06575	0.02776	0.04673
HSP	0.15758	0.19637	0.03699	0.02959
HUM	0.55607	0.67821	0.47668	0.82043
IPG	0.01482	0.02054	0.02159	0.02074
JEC	0.71560	1.02618	0.42631	0.55471
JNPR	0.14164	0.19934	0.13150	0.16256
KG	0.01976	0.02037	0.06976	0.05329
KSS	0.70944	0.94046	0.53201	0.81979
LH	0.45098	0.56196	0.63988	0.82498
LLY	0.07077	0.05414	0.34492	0.20742
LSI	0.00789	0.01028	0.04340	0.00737
LXK	0.05751	0.05923	0.11459	0.11062
MHS	0.32450	0.37170	0.35470	0.39973
MIL	0.46524	0.61073	0.31591	0.37745
MWW	0.04742	0.04970	0.08812	0.08695
NBR	0.86940	0.77237	0.09648	0.09667
NOV	0.29680	0.51982	0.27253	0.45353
ODP	0.01092	0.01379	0.00859	0.00749
PTV	0.06760	0.10003	0.10908	0.12388

ตารางที่ 28 การเปรียบเทียบ MSE เมื่อประเมินคอลออปชัน โดย Black-Scholes กับ Path Integral เมื่อใช้ค่า $q_1=1:q_2=3.5$ (ต่อ)

	Call option In-the-Money		Call Option Out-of-the-Money	
	Path Integral	Black-Scholes	Path Integral	Black-Scholes
	$q_1=1:q_2=3.5$		$q_1=1:q_2=3.5$	
RIG	0.60274	0.99501	0.75006	1.10662
STJ	0.15705	0.16110	0.16176	0.12965
STZ	0.03412	0.04502	0.08007	0.04774
TER	0.03643	0.03777	0.01419	0.01438
TEX	0.06319	0.10600	0.09982	0.18787
THC	0.00739	0.00663	0.00428	0.00346
TMO	0.22067	0.22252	0.08585	0.26217
VAR	0.12988	0.14294	0.20922	0.14285
WAT	0.17260	0.22680	0.09212	0.12778
WFT	0.06673	0.09973	0.04286	0.05102
WLP	0.76146	0.83632	0.58066	0.91322
WPI	0.15755	0.18417	0.25193	0.14677
ZMH	0.18929	0.21752	0.06276	0.12692
Average	0.30621	0.37587	0.27550	0.33815

ตารางที่ 29 การเปรียบเทียบ MSE เมื่อประเมินพุดออปชัน โดย Black-Scholes กับ Path Integral เมื่อใช้ค่า $q_1=3.5:q_2=1$

	Put option In-the-Money		Put Option Out-of-the-Money	
	Path Integral	Black-Scholes	Path Integral	Black-Scholes
	$q_1=3.5:q_2=1$		$q_1=3.5:q_2=1$	
A	n/a	n/a	0.07564	0.09524
AES	n/a	n/a	0.03188	0.03696
AMD	n/a	n/a	0.00947	0.01208
AMT	n/a	n/a	0.35212	0.38590
AN	n/a	n/a	0.13126	0.14895
AZO	n/a	n/a	7.78202	8.40318
BIG	n/a	n/a	0.20547	0.24308
BSX	n/a	n/a	0.03981	0.04237
CBG	n/a	n/a	0.03940	0.05091
COH	n/a	n/a	0.10725	0.13818
CSC	n/a	n/a	0.98455	1.11535
CVG	n/a	n/a	0.03291	0.03506
CVH	n/a	n/a	0.08155	0.09025
DF	n/a	n/a	0.13421	0.13748
DYN	n/a	n/a	n/a	n/a
EMC	n/a	n/a	0.07707	0.08808
FHN	n/a	n/a	0.17587	0.18054
FRX	n/a	n/a	0.13496	0.14960
GME	n/a	n/a	0.48899	0.52293
GT	n/a	n/a	0.03491	0.04267
HSP	n/a	n/a	0.19026	0.23668
HUM	n/a	n/a	0.67080	0.74211

ตารางที่ 29 การเปรียบเทียบ MSE เมื่อประเมินพหุคูณอปชัน โดย Black-Scholes กับ Path Integral เมื่อใช้ค่า $q_1=3.5:q_2=1$ (ต่อ)

	Put option In-the-Money		Put Option Out-of-the-Money	
	Path Integral	Black-Scholes	Path Integral	Black-Scholes
	$q_1=3.5:q_2=1$		$q_1=3.5:q_2=1$	
IPG	n/a	n/a	0.03656	0.03852
JEC	n/a	n/a	1.10876	1.21894
JNPR	n/a	n/a	0.18197	0.21868
KG	n/a	n/a	0.07646	0.07953
KSS	n/a	n/a	1.13427	1.24838
LH	n/a	n/a	0.73787	0.78618
LLY	n/a	n/a	0.23960	0.25206
LSI	n/a	n/a	0.01753	0.01886
LXK	n/a	n/a	0.06421	0.07110
MHS	n/a	n/a	0.63943	0.71842
MIL	n/a	n/a	0.94285	1.06844
MWW	n/a	n/a	0.05401	0.06551
NBR	n/a	n/a	0.09076	0.11108
NOV	n/a	n/a	0.43449	0.59346
ODP	n/a	n/a	0.01267	0.01704
PTV	n/a	n/a	0.25227	0.35888
RIG	n/a	n/a	0.79972	0.97268
STJ	n/a	n/a	0.30726	0.34141
STZ	n/a	n/a	0.02413	0.02804
TER	n/a	n/a	0.04023	0.04762
TEX	n/a	n/a	0.10356	0.12160
THC	n/a	n/a	0.00364	0.00512
TMO	n/a	n/a	0.20205	0.22164
VAR	n/a	n/a	0.17379	0.20019
WAT	n/a	n/a	0.28529	0.36239
WFT	n/a	n/a	0.08736	0.12023
WLP	n/a	n/a	0.81434	0.90347
WPI	n/a	n/a	0.44965	0.49023
ZMH	n/a	n/a	0.22007	0.25589
Average	n/a	n/a	0.42630	0.47666

ตารางที่ 30 การเปรียบเทียบ MPE เมื่อประเมินคอลลอปชัน โดย Black-Scholes กับ Path Integral เมื่อใช้ค่า $q_1=1:q_2=3.5$

	Call option In-the-Money		Call Option Out-of-the-Money	
	Path Integral	Black-Scholes	Path Integral	Black-Scholes
	$q_1=1:q_2=3.5$		$q_1=1:q_2=3.5$	
A	-0.08025	-0.11733	-0.72648	-0.76520
AES	-0.03451	-0.06269	-0.86136	-0.88484
AMD	-0.30296	-0.32782	-0.86968	-0.91368
AMT	-0.25279	-0.27605	-0.92464	-0.91371
AN	-0.07896	-0.11062	-0.86258	-0.80746
AZO	-0.49871	-0.51991	-0.78937	-0.88736

ตารางที่ 30 การเปรียบเทียบ MPE เมื่อประเมินคอลลอปชัน โดย Black-Scholes กับ Path Integral เมื่อใช้ค่า $q_1=1; q_2=3.5$ (ต่อ)

	Call option In-the-Money		Call Option Out-of-the-Money	
	Path Integral	Black-Scholes	Path Integral	Black-Scholes
	$q_1=1; q_2=3.5$		$q_1=1; q_2=3.5$	
BIG	-0.19872	-0.23157	-0.80519	-0.81101
BSX	-0.04760	-0.07058	-0.95695	-0.92745
CBG	-0.05797	-0.09843	-0.82439	-0.85520
COH	-0.14146	-0.18719	-0.67151	-0.66305
CSC	0.03358	-0.01092	-0.83146	-0.89580
CVG	-0.00639	-0.02950	-0.88127	-0.87239
CVH	-0.07638	-0.10623	-0.63415	-0.71915
DF	-0.02436	-0.04291	-0.79365	-0.84634
DYN	n/a	n/a	-0.91331	-0.94686
EMC	-0.29254	-0.32260	-0.93154	-0.92908
FHN	-0.34124	-0.35444	-0.74122	-0.77359
FRX	-0.06780	-0.09041	-0.85648	-0.86746
GME	-0.29240	-0.31513	-0.88307	-0.86750
GT	-0.04156	-0.07219	-0.74667	-0.69307
HSP	-0.18392	-0.22293	-0.63676	-0.87188
HUM	-0.22436	-0.25410	-0.76014	-0.67565
IPG	-0.06374	-0.08568	-0.97894	-0.98709
JEC	-0.20942	-0.23678	-0.67373	-0.68201
JNPR	-0.25396	-0.29350	-0.80518	-0.80852
KG	-0.02049	-0.03401	-0.89705	-0.70837
KSS	-0.19066	-0.22220	-0.64709	-0.84074
LH	-0.21133	-0.23688	-0.88730	-0.77826
LLY	-0.06087	-0.08633	-0.66918	-0.78246
LSI	-0.08797	-0.11501	-0.95586	-0.98721
LXK	-0.09183	-0.11551	-0.74986	-0.82962
MHS	-0.14239	-0.16328	-0.89750	-0.90380
MIL	-0.17399	-0.20283	-0.94750	-0.95405
MWW	-0.11231	-0.13456	-0.82265	-0.79698
NBR	0.45146	0.39396	-0.49754	-0.68118
NOV	-0.16026	-0.20936	-0.76661	-0.73788
ODP	-0.07312	-0.11772	-0.68887	-0.80541
PTV	-0.07194	-0.11305	-0.86392	-0.86858
RIG	-0.13260	-0.17850	-0.60658	-0.67213
STJ	-0.11044	-0.12954	-0.97257	-0.97475
STZ	-0.13752	-0.16654	-0.91641	-0.91629
TER	-0.06532	-0.08888	-0.90510	-0.93900
TEX	-0.07163	-0.10900	-0.74931	-0.71678
THC	-0.02737	-0.07702	-0.58350	-0.73326
TMO	-0.03619	-0.06197	-0.85116	-0.83845
VAR	-0.06843	-0.09200	-0.79026	-0.85911
WAT	-0.11258	-0.14564	-0.86557	-0.88218
WFT	-0.21882	-0.26166	-0.83464	-0.82625
WLP	-0.14720	-0.16884	-0.80846	-0.86410
WPI	-0.11739	-0.14074	-0.97317	-0.99048
ZMH	-0.08941	-0.11711	-0.81401	-0.78687
Average	-0.12038	-0.15067	-0.81022	-0.83411

ตารางที่ 31 การเปรียบเทียบ MPE เมื่อประเมินคอลลอปชัน โดย Black-Scholes กับ Path Integral เมื่อใช้ค่า $q_1=3.5:q_2=1$

	Put option In-the-Money		Put option Out-of-the-Money	
	Path Integral	Black-Scholes	Path Integral	Black-Scholes
	$q_1=3.5:q_2=1$		$q_1=3.5:q_2=1$	
A	n/a	n/a	-0.80207	-0.82494
AES	n/a	n/a	-0.87864	-0.89427
AMD	n/a	n/a	-0.69064	-0.70911
AMT	n/a	n/a	-0.79440	-0.80539
AN	n/a	n/a	-0.85868	-0.87913
AZO	n/a	n/a	-0.63559	-0.64950
BIG	n/a	n/a	-0.77434	-0.79290
BSX	n/a	n/a	-0.91605	-0.92340
CBG	n/a	n/a	-0.72297	-0.75831
COH	n/a	n/a	-0.63416	-0.66668
CSC	n/a	n/a	-0.84489	-0.86268
CVG	n/a	n/a	-0.94986	-0.96123
CVH	n/a	n/a	-0.89430	-0.90303
DF	n/a	n/a	-0.96719	-0.97230
DYN	n/a	n/a	n/a	n/a
EMC	n/a	n/a	-0.74251	-0.76286
FHN	n/a	n/a	-0.90474	-0.91344
FRX	n/a	n/a	-0.90764	-0.91719
GME	n/a	n/a	-0.84354	-0.85309
GT	n/a	n/a	-0.84507	-0.86487
HSP	n/a	n/a	-0.71845	-0.74493
HUM	n/a	n/a	-0.85791	-0.86960
IPG	n/a	n/a	-0.94947	-0.95648
JEC	n/a	n/a	-0.82648	-0.84018
JNPR	n/a	n/a	-0.72014	-0.74576
KG	n/a	n/a	-0.96389	-0.97121
KSS	n/a	n/a	-0.85377	-0.86755
LH	n/a	n/a	-0.86407	-0.87193
LLY	n/a	n/a	-0.93712	-0.94318
LSI	n/a	n/a	-0.88552	-0.89929
LXK	n/a	n/a	-0.86799	-0.87761
MHS	n/a	n/a	-0.83999	-0.85308
MIL	n/a	n/a	-0.80116	-0.81726
MWW	n/a	n/a	-0.83688	-0.85079
NBR	n/a	n/a	-0.75165	-0.78016
NOV	n/a	n/a	-0.69089	-0.72781
ODP	n/a	n/a	-0.68893	-0.74729
PTV	n/a	n/a	-0.76769	-0.80024
RIG	n/a	n/a	-0.78956	-0.80839
STJ	n/a	n/a	-0.84595	-0.85800
STZ	n/a	n/a	-0.82137	-0.83458
TER	n/a	n/a	-0.77299	-0.79652
TEX	n/a	n/a	-0.87615	-0.89578
THC	n/a	n/a	-0.70715	-0.75901
TMO	n/a	n/a	-0.90162	-0.91151
VAR	n/a	n/a	-0.89485	-0.90417
WAT	n/a	n/a	-0.77627	-0.79599

ตารางที่ 31 การเปรียบเทียบ MPE เมื่อประเมินคอลลอกชัน โดย Black-Scholes กับ Path Integral เมื่อใช้ค่า $q_1=3.5:q_2=1$ (ต่อ)

	Put option In-the-Money		Put option Out-of-the-Money	
	Path Integral	Black-Scholes	Path Integral	Black-Scholes
	$q_1=3.5:q_2=1$		$q_1=3.5:q_2=1$	
WFT	n/a	n/a	-0.64727	-0.68516
WLP	n/a	n/a	-0.84172	-0.85090
WPI	n/a	n/a	-0.84015	-0.85649
ZMH	n/a	n/a	-0.89433	-0.90614
Average	n/a	n/a	-0.82077	-0.83883

ตารางที่ 32 การเปรียบเทียบ MAPE เมื่อประเมินคอลลอกชัน โดย Black-Scholes กับ Path Integral เมื่อใช้ค่า $q_1=1:q_2=3.5$

	Call option In-the-Money		Call option Out-of-the-Money	
	Path Integral	Black-Scholes	Path Integral	Black-Scholes
	$q_1=1:q_2=3.5$		$q_1=1:q_2=3.5$	
A	0.10488	0.12416	0.72659	0.76520
AES	0.05903	0.06780	0.86136	0.88865
AMD	0.31284	0.33194	0.87628	0.91368
AMT	0.25884	0.27805	0.92464	0.91371
AN	0.10368	0.11880	0.86258	0.80747
AZO	0.50015	0.52044	0.79037	0.88736
BIG	0.21284	0.23717	0.80519	0.81101
BSX	0.06673	0.07597	0.95695	0.92745
CBG	0.10013	0.11548	0.82949	0.85622
COH	0.16487	0.19117	0.70207	0.67383
CSC	0.34711	0.36351	0.83146	0.89580
CVG	0.03660	0.03603	0.88134	0.87239
CVH	0.09672	0.10867	0.63530	0.71915
DF	0.04258	0.04774	0.79365	0.84634
DYN	n/a	n/a	0.91331	0.94686
EMC	0.30256	0.32539	0.93154	0.92908
FHN	0.34124	0.35444	0.75276	0.77911
FRX	0.09403	0.09799	0.85661	0.86746
GME	0.29618	0.31635	0.88307	0.86750
GT	0.07905	0.09051	0.74876	0.69307
HSP	0.20852	0.23162	0.66331	0.88182
HUM	0.20917	0.23168	0.76283	0.67601
IPG	0.07569	0.09053	0.97894	0.98709
JEC	0.22437	0.24360	3.19768	3.20820
JNPR	0.26795	0.30382	0.80518	0.80852
KG	0.03992	0.04296	0.89705	0.70954
KSS	0.19684	0.22352	0.65051	0.84074
LH	0.22818	0.24416	0.88730	0.77826
LLY	0.08922	0.09263	0.66922	0.78246
LSI	0.11032	0.12768	0.95586	0.98721
LXK	0.11046	0.11818	0.75011	0.82962
MHS	0.15872	0.16879	0.89750	0.90380
MIL	0.18810	0.20661	0.94750	0.95405

ตารางที่ 32 การเปรียบเทียบ MAPE เมื่อประเมินคอลลอกชัน โดย Black-Scholes กับ Path Integral เมื่อใช้ค่า $q_1=1:q_2=3.5$ (ต่อ)

	Call option In-the-Money		Call option Out-of-the-Money	
	Path Integral	Black-Scholes	Path Integral	Black-Scholes
	$q_1=1:q_2=3.5$		$q_1=1:q_2=3.5$	
MWW	0.13337	0.14070	0.82271	0.79698
NBR	0.62805	0.60132	0.66667	0.76102
NOV	0.16391	0.21035	0.76759	0.73788
ODP	0.10795	0.12492	0.78638	0.83649
PTV	0.09160	0.12020	0.86733	0.86958
RIG	0.14685	0.18076	0.60658	0.67213
STJ	0.13377	0.13776	0.97257	0.97475
STZ	0.15312	0.16993	0.91641	0.91629
TER	0.09780	0.10471	0.90510	0.93900
TEX	0.08483	0.11023	0.75426	0.71678
THC	0.08224	0.09052	0.69122	0.76111
TMO	0.07496	0.08361	0.85623	0.83845
VAR	0.09065	0.09704	0.79059	0.85911
WAT	0.13259	0.14973	0.86592	0.88230
WFT	0.23056	0.26284	0.83464	0.82625
WLP	0.16902	0.17923	0.80846	0.86410
WPI	0.13712	0.14849	0.97317	0.99048
ZMH	0.11365	0.12261	0.81432	0.78687
Average	0.16799	0.18325	0.86915	0.88702

ตารางที่ 33 การเปรียบเทียบ MAPE เมื่อประเมินคอลลอกชัน โดย Black-Scholes กับ Path Integral เมื่อใช้ค่า $q_1=3.5:q_2=1$

	Put option In-the-Money		Put option Out-of-the-Money	
	Path Integral	Black-Scholes	Path Integral	Black-Scholes
	$q_1=3.5:q_2=1$		$q_1=3.5:q_2=1$	
A	n/a	n/a	0.80207	0.82494
AES	n/a	n/a	0.87927	0.89427
AMD	n/a	n/a	0.69211	0.70911
AMT	n/a	n/a	0.79454	0.80547
AN	n/a	n/a	0.85868	0.87913
AZO	n/a	n/a	0.63559	0.64950
BIG	n/a	n/a	0.78017	0.79834
BSX	n/a	n/a	0.91630	0.92344
CBG	n/a	n/a	0.72742	0.75895
COH	n/a	n/a	0.63809	0.66682
CSC	n/a	n/a	0.84489	0.86268
CVG	n/a	n/a	0.94986	0.96123
CVH	n/a	n/a	0.89432	0.90303
DF	n/a	n/a	0.96719	0.97230
DYN	n/a	n/a	n/a	n/a
EMC	n/a	n/a	0.74251	0.76286

ตารางที่ 33 การเปรียบเทียบ MAPE เมื่อประเมินคอลออปชัน โดย Black-Scholes กับ Path Integral เมื่อใช้ค่า $q_1=3.5:q_2=1$ (ต่อ)

	Put option In-the-Money		Put option Out-of-the-Money	
	Path Integral	Black-Scholes	Path Integral	Black-Scholes
	$q_1=3.5:q_2=1$		$q_1=3.5:q_2=1$	
FHN	n/a	n/a	0.90584	0.91433
FRX	n/a	n/a	0.90764	0.91719
GME	n/a	n/a	0.84354	0.85309
GT	n/a	n/a	0.84530	0.86490
HSP	n/a	n/a	0.71902	0.74501
HUM	n/a	n/a	0.85791	0.86960
IPG	n/a	n/a	0.94947	0.95648
JEC	n/a	n/a	0.82648	0.84018
JNPR	n/a	n/a	0.72028	0.74576
KG	n/a	n/a	0.96389	0.97121
KSS	n/a	n/a	0.85377	0.86755
LH	n/a	n/a	0.86409	0.87193
LLY	n/a	n/a	0.93712	0.94318
LSI	n/a	n/a	0.88552	0.89929
LXK	n/a	n/a	0.86862	0.87761
MHS	n/a	n/a	0.83999	0.85308
MIL	n/a	n/a	0.80119	0.81726
MWW	n/a	n/a	0.83718	0.85079
NBR	n/a	n/a	0.75609	0.78376
NOV	n/a	n/a	0.69089	0.72781
ODP	n/a	n/a	0.73469	0.75220
PTV	n/a	n/a	0.76769	0.80024
RIG	n/a	n/a	0.78957	0.80839
STJ	n/a	n/a	0.84598	0.85800
STZ	n/a	n/a	0.82187	0.83458
TER	n/a	n/a	0.77303	0.79652
TEX	n/a	n/a	0.87931	0.89578
THC	n/a	n/a	0.72323	0.75923
TMO	n/a	n/a	0.90189	0.91151
VAR	n/a	n/a	0.89485	0.90417
WAT	n/a	n/a	0.77635	0.79599
WFT	n/a	n/a	0.64817	0.68616
WLP	n/a	n/a	0.84172	0.85090
WPI	n/a	n/a	0.84015	0.85649
ZMH	n/a	n/a	0.89433	0.90614
Average	n/a	n/a	0.82259	0.83917

จากตารางที่ 28 – 32 แสดงค่า MSE, MPE และ MAPE พบว่า คอลออปชันที่ได้ผลกำไรมีค่า MPE และ MAPE ในระดับที่ต่ำ แต่ในส่วนคอลออปชันและพุทออปชันที่ไม่ได้กำไร มีค่า MPE และ MAPE ค่อนข้างสูง เนื่องจากออปชันที่ไม่ได้กำไร จะมีราคาต่ำกว่าออปชันที่ได้ผลกำไรค่อนข้างมาก ทั้งที่ค่า MSE แทบจะไม่แตกต่างกันเลย ทั้งนี้หลังจากแบ่งกลุ่มตามออปชันที่ได้ผลกำไรและออปชันที่ไม่ได้กำไร พบว่าการประเมินโดย Path Integral สามารถให้ค่าใกล้เคียงกับราคาจริงมากกว่าการประเมินโดยแบบจำลอง Black-Scholes