ชื่อเรื่อง การวางนัยทั่วไปของฟังก์ชันต่อเนื่องปิดบนปริภูมิเมตริก

ชื่อผู้เขียน นางสาววิลาวัณย์ เมศร์ศิริตระกูล

การค้นคว้าแบบอิสระเชิงวิทยานิพนธ์ วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการสอนคณิตศาสตร์
มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ 2529

บทคัดย่อ

จุดมุ่งหมายของการค้นคว้าแบบอิสระเชิงวิทยานิพนธ์นี้เป็นการขยายทฤษฎีของ **M.Selveig Espelie** กับ **James E. Joseph** และหาเงื่อนไขอื่นที่ทำให้ฟังก์ชันต่อเนื่องจาก R ไปยัง R เป็นฟังก์ชันปิด

การศึกษาเริ่มด้วยปริภูมิเมตริก ปริภูมิเชิงโทโพโลยี ฟังก์ชันต่อเนื่องและฟังก์ชันปิด

จากการศึกษาพบว่า

1. ให้ (X, d) เป็นปริภูมิเมตริกที่คอมพลีท, (Y, J) เป็นปริภูมิเฟิร์สเคานท์เบิลที่ทุกลำดับลู่เข้ามีจุดลิมิตเพียงจุดเดียว และ $f : (X, d) \dashrightarrow (Y, J)$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง จะได้ว่า f เป็นฟังก์ชันปิด ก็ต่อเมื่อ f ไม่มีลำดับอซิมโทติคบน (Y, J)

2. ให้ f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องจาก R ไปยัง R และ

$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) \in R$ จะได้ว่า ถ้า f เป็นฟังก์ชันปิด

แล้ว $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) \in R_f$

3. ให้ f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องจาก R ไปยัง R มี

$y_1, y_2 \in R$ ซึ่ง $\lim_{x \to \infty} f(x) = y_1$,

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = y_2$ จะได้ว่า f เป็นฟังก์ชันปิด

ก็ต่อเมื่อมี $k \in R^+$ ซึ่งทำให้ $f(x) = y_1$

สำหรับทุก $x \in [k, \infty)$ และ $f(x) = y_2$

สำหรับทุก $x \in (-\infty, -k]$

4. ถ้า f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องจาก R ไปยัง R

$\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$ หรือ $-\infty$ อย่างใดอย่างหนึ่ง

และมี $y, k \in R$ ที่ทำให้ $f(x) = y$

สำหรับทุก $x \in (-\infty, k]$ แล้ว f เป็นฟังก์ชันปิด

5. ถ้า f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องจาก R ไปยัง R

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \infty$ หรือ $-\infty$ อย่างใดอย่างหนึ่ง

และมี $y, k \in R$ ที่ทำให้ $f(x) = y$ สำหรับทุก

$x \in [k, \infty)$ แล้ว f เป็นฟังก์ชันปิด

6. ให้ f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องจาก R ไปยัง R ถ้าลิมิตของ f ที่บวกอนันต์หาค่าไม่ได้ และไม่เท่ากับ $\pm\infty$ หรือลิมิตของ f มีลบอนันต์หาค่าไม่ได้ และไม่เท่ากับ $\pm\infty$ แล้ว f ไม่เป็นฟังก์ชันปิด

7. ให้ f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องจาก R ไปยัง R จะได้ว่า f เป็นฟังก์ชันปิด ก็ต่อเมื่อ f สอดคล้องกับข้อความดังต่อไปนี้เพียงข้อความเดียว

1. $\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$ หรือ $-\infty$ อย่างใดอย่างหนึ่ง และ

   $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \infty$ หรือ $-\infty$ อย่างใดอย่างหนึ่ง

2. มี $k \in R^+$, $y_1, y_2 \in R$ ซึ่งทำให้ $f(x) = y_1$ สำหรับทุก $x \in [k, \infty)$ และ $f(x) = y_2$ สำหรับทุก $x \in (-\infty, -k]$

3. $\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$ หรือ $-\infty$ อย่างใดอย่างหนึ่ง และมี $k, y \in R$ ซึ่งทำให้ $f(x) = y$ สำหรับทุก $x \in (-\infty, k]$

4. $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \infty$ หรือ $-\infty$ อย่างใดอย่างหนึ่ง และมี $k, y \in R$ ซึ่งทำให้ $f(x) = y$ สำหรับทุก $x \in [k, \infty)$

Research Title Generalization on Continuous Closed Functions on a Metric Space

Name Miss Wilawan Meetsiritrakoon

Research For Master of Science in Teaching Mathematics
Chiang Mai University 1986

Abstract

The purpose of this independent study is to enlarge the theory of M. Solveig Espelie and James E.Joseph and find other conditions that make continuous real function to be closed.

The study begins with metric spaces, topological spaces, continuous functions and closed functions.

The study shows that :

1. Let (X, d) be a complete metric space, (Y, J) be a first countable topological space such that converging sequences have unique limits and f : (X, d) ---> (Y, J) be a continuous function, then f is closed if and only if f does not admit an asymptotic sequence on (Y, J) ;

2. Let f be a continuous function from R into R and $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) \in R$, if f is closed then $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) \in R_f$;

3. Let f be a continuous function from R into R, there exist $y_1, y_2 \in R$ such that $\lim_{x \to \infty} f(x) = y_1$, $\lim_{x \to -\infty} f(x) = y_2$, then f is closed if and only if there exist $k \in R^+$ such that $f(x) = y_1$ for all $x \in [k, \infty)$ and $f(x) = y_2$ for all $x \in (-\infty, -k]$;

4. If f is a continuous function from R into R, $\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$ or $-\infty$ and there exist $y, k \in R$ such that $f(x) = y$ for all $x \in (-\infty, k]$ then f is closed ;

5. If f is a continuous function from R into R, $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \infty$ or $-\infty$ and there exist $y, k \in R$ such that $f(x) = y$ for all $x \in [k, \infty)$ then f is closed ;

6. Let f be a continuous function from R into R, if $\lim_{x \to \infty} f(x)$ does not exist and does not equal

$\pm\infty$ or $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ does not exist and does not equal $\pm\infty$ then f is not closed ;

7. Let f be a continuous function from R into R then f is closed if and only if f satisfies the following sentence only one sentence :

   1. $\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$ or $-\infty$ and $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \infty$ or $-\infty$

   2. There exist $k \in R^+$, $y_1, y_2 \in R$ such that $f(x) = y_1$ for all $x \in [k, \infty)$ and $f(x) = y_2$ for all $x \in (-\infty, -k]$

   3. $\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$ or $-\infty$ and there exist $k, y \in R$ such that $f(x) = y$ for all $x \in (-\infty, k]$

   4. $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \infty$ or $-\infty$ and there exist $k, y \in R$ such that $f(x) = y$ for all $x \in [k, \infty)$.