ชื่อเรื่องการค้นคว้าแบบอิสระเชิงวิทยานิพนธ์ ฟังก์ชันใกล้กึ่งต่อเนื่องและฟังก์ชันใกล้กึ่งเปิด

ชื่อผู้เขียน นายศรัณย์ ว่องไว

วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการสอนคณิตศาสตร์

คณะกรรมการตรวจสอบการค้นคว้าแบบอิสระเชิงวิทยานิพนธ์

รศ.นวลอนงค์ อิทธิจีระจรัส ประธานกรรมการ

ศ.ดร.สมพงษ์ ธรรมพงษา กรรมการ

ผศ.จินตนา แสนวงศ์ กรรมการ

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาความสัมพันธ์ของฟังก์ชันใกล้กึ่งต่อเนื่องกับฟังก์ชันต่อเนื่อง ฟังก์ชันกึ่งต่อเนื่องและฟังก์ชันกึ่งต่อเนื่องแบบอ่อน และฟังก์ชันใกล้กึ่งเปิดกับฟังก์ชันเปิดและฟังก์ชันกึ่งเปิด และเพื่อศึกษาคุณสมบัติของฟังก์ชันใกล้กึ่งต่อเนื่องและฟังก์ชันใกล้กึ่งเปิด

จากการศึกษาพบว่า

1. สำหรับปริภูมิเชิงโทโพโลยี (X, T_X) และ (Y, T_Y) ถ้า $f : (X, T_X) \dashrightarrow (Y, T_Y)$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง กึ่งต่อเนื่องหรือกึ่งต่อเนื่องแบบอ่อนบน X แล้ว f เป็นฟังก์ชันใกล้กึ่งต่อเนื่องบน X

2. สำหรับปริภูมิเชิงโทโพโลยี (X, T_X) และ (Y, T_Y) และ $f : (X, T_X) \dashrightarrow (Y, T_Y)$ ข้อความต่อไปนี้สมมูลกัน

   2.1 ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันใกล้กึ่งต่อเนื่องบน X

   2.2 สำหรับแต่ละ $x \in X$ และแต่ละ $V \subset Y$ ซึ่ง $f(x) \in \mathrm{Int}_\theta V$ มี $U \subset X$ ที่ $x \in \mathrm{sInt}\, U$ และ $f(U) \subset V$

   2.3 $f^{-1}(\mathrm{Int}_\theta B) \subset \mathrm{sInt}\, f^{-1}(B)$ สำหรับแต่ละ $B \subset Y$

   2.4 $f^{-1}(G) \subset \mathrm{sInt}\, f^{-1}(\bar{G})$ สำหรับแต่ละเซตเปิด G ใน Y

3. สำหรับปริภูมิเชิงโทโพโลยี (X_i, T_{X_i}) และ (Y_i, T_{Y_i}) และ $f_i : (X_i, T_{X_i}) \longrightarrow (Y_i, T_{Y_i})$ ทุก ๆ $i \in I$ ให้ (X, T_X) และ (Y, T_Y) เป็นปริภูมิผลคูณของ (X_i, T_{X_i}) และ (Y_i, T_{Y_i}) ตามลำดับและให้ $f : (X, T_X) \longrightarrow (Y, T_Y)$ กำหนดโดย $f((x_i, i \in I)) = (f_i(x_i), i \in I)$ จะได้ว่า f_i เป็น n.s.c บน X_i ทุก $i \in I$ ก็ต่อเมื่อ f เป็น n.s.c บน X

4. สำหรับปริภูมิเมตริก (M, d) และ (M^*, d^*) ให้ $f_n : (M, T(d)) \longrightarrow (M^*, T(d^*))$ ใกล้กึ่งต่อเนื่องบน M สำหรับทุก ๆ $n = 1, 2, \ldots$ และ $f : (M, T(d)) \longrightarrow (M^*, T(d^*))$ ถ้า $\{f_n\}_{n=1}^{\infty}$ ลู่เข้าแบบยูนิฟอร์มบน M ไปยัง f แล้ว f ใกล้กึ่งต่อเนื่องบน M

5. สำหรับปริภูมิเชิงโทโพโลยี (X, T_X), (Y, T_Y) และ (Z, T_Z) ถ้า $f : (X, T_X) \longrightarrow (Y, T_Y)$ ใกล้กึ่งต่อเนื่องบน X และ $g : (Y, T_Y) \longrightarrow (Z, T_Z)$ ต่อเนื่องบน Y แล้ว $g \circ f$ ใกล้กึ่งต่อเนื่องบน X

6. สำหรับปริภูมิเชิงโทโพโลยี (X, T_X) และ (Y, T_Y) ให้ $f : (X, T_X) \longrightarrow (Y, T_Y)$ และ $G : (X, T_X) \longrightarrow (X \times Y, T_{X \times Y})$ กำหนดโดย $G(x) = (x, f(x))$ สำหรับทุก ๆ $x \in X$ ถ้า f ใกล้กึ่งต่อเนื่องบน X และ (Y, T_Y) เป็นปริภูมิเฮาส์ดอร์ฟฟ์ แล้ว $G(f)$ (กราฟของฟังก์ชัน f) เป็นเซตกึ่งปิด

7. สำหรับปริภูมิเชิงโทโพโลยี (X, T_X) และ (Y, T_Y) ถ้า (X, T_X) เป็นปริภูมิไม่ขาดตอนแบบ S และฟังก์ชัน f จาก (X, T_X) ไปทั่วถึง (Y, T_Y) ใกล้กึ่งต่อเนื่องบน X แล้ว (Y, T_Y) เป็นปริภูมิไม่ขาดตอน

8. สำหรับปริภูมิเชิงโทโพโลยี (X, T_X) และ (Y, T_Y) ถ้า $f : (X, T_X) \longrightarrow (Y, T_Y)$ เป็นฟังก์ชันเปิดหรือฟังก์ชันกึ่งเปิด แล้ว f เป็นฟังก์ชันใกล้กึ่งเปิด

9. สำหรับปริภูมิเชิงโทโพโลยี (X, T_x) และ (Y, T_Y) และ $f : (X, T_x) \dashrightarrow (Y, T_Y)$ ข้อความต่อไปนี้สมมูลกัน

9.1 ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันใกล้กึ่งเปิด

9.2 $f(\mathrm{Int}_\theta A) \subset \mathrm{sInt}\, f(A)$ สำหรับแต่ละ $A \subset X$

9.3 $\mathrm{Int}_\theta f^{-1}(B) \subset f^{-1}(\mathrm{sInt}\, B)$ สำหรับแต่ละ $B \subset Y$

Research Title Nearly Semi-Continuous Functions and Nearly Semi-Open Functions

Author Mr. Sarun Wongwai

M.S. Teaching Mathematics

Examining Committee

Assoc.Prof.Nuananong	Iddhichiracharas	Chairman
Prof.Dr.Sompong	Dhompongsa	Member
Assist.Prof.Jintana	Sanwong	Member

Abstract

The purpose of this research is to study the relations of the nearly semi-continuous function and the continuous function, semi-continuous function and semi-weakly continuous function, and the relations of the nearly semi-open function and the open function and semi-open function. And study some properties of the nearly semi-continuous function and nearly semi-open function.

The study show that :

1. For topological spaces (X, T_X) and (Y, T_Y), if $f : (X, T_X) \dashrightarrow (Y, T_Y)$ is continuous, semi-continuous or semi-weakly continuous on X, then f is nearly semi-continuous on X

2. For topological space (X, T_X) and (Y, T_Y) and $f : (X, T_X) \dashrightarrow (Y, T_Y)$ the followings are equivalent :

2.1 f is nearly semi-continuous on X

2.2 For each $x \in X$ and each $V \subset Y$ such that $f(x) \in \mathrm{Int}_\theta V$, there exists $U \subset X$ such that $x \in \mathrm{sInt}\, U$ and $f(U) \subset V$

2.3 $f^{-1}(\mathrm{Int}_\theta B) \subset \mathrm{sInt}\, f^{-1}(B)$ for each $B \subset Y$

2.4 $f^{-1}(G) \subset \mathrm{sInt}\, f^{-1}(\bar{G})$ for each open G in Y

3. For topological spaces (X_i, T_{X_i}) and (Y_i, T_{Y_i}) and $f_i : (X_i, T_{X_i}) \longrightarrow (Y_i, T_{Y_i})$ for all $i \in I$. Let (X, T_X) and (Y, T_Y) be the product space of (X_i, T_{X_i}) and (Y_i, T_{Y_i}) respectively, and let $f : (X, T_X) \longrightarrow (Y, T_Y)$ as follows :
$f((x_i, i \in I)) = (f_i(x_i), i \in I)$, then f_i is n.s.c on X_i for all $i \in I$ if and only if f is n.s.c on X

4. For metric spaces (M, d) and (M^*, d^*), let $f_n : (M, T(d)) \longrightarrow (M^*, T(d^*))$ be nearly semi-continuous on M for all $n = 1, 2, \ldots$ and $f : (M, T(d)) \longrightarrow (M^*, T(d^*))$. If $\{f_n\}_{n=1}^{\infty}$ converge uniformly to f, then f is nearly semi-continuous on M.

5. For topological spaces (X, T_X), (Y, T_Y) and (Z, T_Z), if $f : (X, T_X) \longrightarrow (Y, T_Y)$ is nearly semi-continuous on X and $g : (Y, T_Y) \longrightarrow (Z, T_Z)$ is continuous on Y, then $g \circ f$ is nearly semi-continuous on X.

6. For topological spaces (X, T_X) and (Y, T_Y), let $f : (X, T_X) \longrightarrow (Y, T_Y)$ and $G : (X, T_X) \longrightarrow (X \times Y, T_{X \times Y})$ as follows :
$G(x) = (x, f(x))$ for $x \in X$. If f is nearly semi-continuous on X and (Y, T_Y) is Hausdorff space, then the graph $G(f)$, of f is a semi-closed set.

7. For topological spaces (X, T_X) and (Y, T_Y), if (X, T_X) is an S-connected space and function f from (X, T_X) onto (Y, T_Y) is nearly semi-continuous on X, then (Y, T_Y) is connected space.

8. For topological spaces (X, T_X) and (Y, T_Y), if $f : (X, T_X) \dashrightarrow (Y, T_Y)$ is open function or semi-open function, then f is nearly semi-open function.

9. For topological spaces (X, T_X) and (Y, T_Y), and $f : (X, T_X) \dashrightarrow (Y, T_Y)$ the followings are equivalent :

9.1 f is nearly semi-open function

9.2 $f(\mathrm{Int}_\theta A) \subset \mathrm{sInt}\, f(A)$ for each $A \subset X$

9.3 $\mathrm{Int}_\theta f^{-1}(B) \subset f^{-1}(\mathrm{sInt}\, B)$ for each $B \subset Y$.