

บทที่ 2

กรอบแนวคิดและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 กรอบแนวคิด

ในการศึกษาครั้งนี้ทำการศึกษาถึงความผันผวนและผลกระทบการส่งผ่านของผลตอบแทนของหลักทรัพย์บริษัทน้ำมันของประเทศไทย โดยผู้ศึกษาได้รวบรวมแนวคิดทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งได้จากการค้นคว้าจากแหล่งข้อมูลต่างๆ เพื่อนำมาใช้เป็นแนวทางในการศึกษาได้ดังนี้

2.1.1 ผลตอบแทนจากการลงทุนในหลักทรัพย์

ผลตอบแทนจากการลงทุน คือ ผลประโยชน์ที่ผู้ลงทุนจะได้รับจากการลงทุนในหลักทรัพย์ มีองค์ประกอบ 2 ส่วน ได้แก่ (จิรัตน์ สังข์แก้ว, 2547)

1. Yield คือ กระแสเงินสดที่ผู้ลงทุนได้รับระหว่างช่วงระยะเวลาที่ลงทุน อาจมีลักษณะเป็นเงินปันผล (Dividend) หรือดอกเบี้ย (Interest) ที่ผู้ออกตราสารหรือหลักทรัพย์จ่ายให้แก่ผู้ลงทุน เมื่อถือหลักทรัพย์ไว้จนครบกำหนดระยะเวลาจ่ายเงินปันผลหรือดอกเบี้ย ผู้ออกหลักทรัพย์สามารถจ่ายเงินปันผลในรูปแบบเงินสดหรือหลักทรัพย์ก็ได้

2. Capital gain (loss) คือ การเปลี่ยนแปลงของราคา (Price Change) ที่ทำให้ผู้ลงทุนได้กำไร (หรือขาดทุน) จากการขายหลักทรัพย์ได้ในราคาที่สูงขึ้น (หรือต่ำลง) เมื่อเปรียบเทียบราคาซื้อ

อัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์ ที่ i ณ เวลาที่ t สามารถคำนวณได้จากสมการดังนี้

$$R_{i,t} = \log\left(\frac{P_{i,t}}{P_{i,t-1}}\right) \times 100 \quad (2.1)$$

โดย $R_{i,t}$ = อัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์ ที่ i ณ เวลาที่ t

$P_{i,t}$ = ราคาของหลักทรัพย์ ที่ i ณ เวลาที่ t

$P_{i,t-1}$ = คือ ราคาของหลักทรัพย์บริษัทน้ำมันที่ i ณ เวลาที่ $t-1$

2.1.2 ความผันผวน (Volatility)

ความผันผวน หมายถึง การกระจายของแนวโน้มของผลลัพธ์ที่มีตัวแปรที่ไม่แน่นอน ในทางการเงินความผันผวนมักเกี่ยวข้องกับการกระจายของอัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์ ในด้านสถิติสามารถหาค่าดังสมการต่อไปนี้

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{T-1} \sum_{i=1}^T (r_i - \mu)^2} \quad (2.2)$$

โดย r_i คือ อัตราผลตอบแทน ณ เวลา t
 μ คือ อัตราผลตอบแทนเฉลี่ยในช่วงเวลา t

ความผันผวนนั้นเกี่ยวข้องกับความเสี่ยงแต่ไม่เหมือนความเสี่ยง เนื่องจากความเสี่ยงนั้นเกี่ยวข้องกับผลลัพธ์ที่ไม่ต้องการหรือผลกระทบในเชิงลบเท่านั้น ในขณะที่ความผันผวนนั้นเป็นเหมือนหน่วยวัดสำหรับความไม่แน่นอนซึ่งอาจจะเกี่ยวข้องกับผลลัพธ์ในเชิงบวกหรือเชิงลบก็ได้

ความผันผวนนั้นไม่สามารถสังเกตได้ด้วยตัวของมันเอง โดยทั่วไปแล้วในทุกแบบจำลองของความผันผวนนั้น ไม่สามารถที่จะสังเกตได้ด้วยตัวของมันเอง หากเปรียบเทียบกับ การทอยลูกเต๋า สิ่งที่สามารถสังเกตได้ คือ ลูกเต๋ามีเลข 1, 2, 3, 4, 5 และ 6 แต่ไม่สามารถสังเกตแนวโน้มที่ถูกต้องของลูกเต๋าจะออกหน้าอะไรในการทอยครั้งต่อไป ซึ่งถึงแม้จะเก็บข้อมูลในปริมาณมากก็ไม่สามารถทราบได้ว่าลูกเต๋าจะออกหน้าใดเนื่องมาจากความไม่แน่นอนที่ยังคงมีอยู่ การประมาณค่าความผันผวนนั้นคือการเปรียบเทียบ คือการทำความเข้าใจกับกลุ่มข้อมูล แต่ไม่สามารถทราบถึงแนวโน้มผลตอบแทนที่มากที่สุดได้ อย่างไรก็ตามการประมาณค่าความผันผวนกับการทอยลูกเต๋านั้นมีความแตกต่างกัน เนื่องจากค่าความผันผวนนั้นมีการเปลี่ยนแปลงด้วยตัวของมันเอง นั่นคือข้อมูลหนึ่งจากเดือนที่ผ่านมาอาจจะส่งผลต่อความผันผวนในปัจจุบัน ซึ่งหมายถึงความคงอยู่ของความไม่แน่นอนเกี่ยวกับความผันผวนในอดีตและปัจจุบันอยู่เสมอ (Visser, 2009)

แบบจำลองความผันผวนมักจะใช้ตัวแปรที่ไม่สามารถตีความได้ ซึ่งควบคุมระดับความเปลี่ยนแปลงของผลตอบแทนทางการเงิน ซึ่งตัวแปรนี้คือความผันผวน แบบจำลองความผันผวนที่แตกต่างกันสองแบบจำลองสามารถนำไปสู่แนวคิดและทฤษฎีที่แตกต่างกัน ยกตัวอย่างเช่นในแบบจำลอง Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity (GARCH) คือแนวคิดเกี่ยวกับความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไขหรือส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานแบบมีเงื่อนไข ในขณะที่แบบจำลองการแพร่กระจายความผันผวน (Diffusion Model the Volatility) อ้างถึงสัมประสิทธิ์ของ

การแพร่กระจายในขณะนั้นหรือรูปแบบสมการกำลังสอง ณ ช่วงเวลาหนึ่ง ซึ่งแนวคิดและทฤษฎีต่างๆเกี่ยวกับความผันผวนนั้นสามารถยกตัวอย่างได้ ดังนี้

1) แนวคิดเกี่ยวกับความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานอย่างมีเงื่อนไข (Conditional Variance and Conditional Standard Deviator)

$$\text{Var}(r_{n+1} | F_n) \quad (2.3)$$

โดย F_n คือ ข้อมูลปัจจุบัน
 r_{n+1} คือ ความแปรปรวนของผลตอบแทนในอนาคต

รากที่สองของจำสมการ (2.3) คือส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานแบบมีเงื่อนไข ซึ่งความแปรปรวนแบบเงื่อนไขนั้นขึ้นอยู่กับชุดข้อมูล หากต้องการตัวเลขที่ชัดเจนจะต้องสร้างสมมติฐานในแบบจำลองเพื่อหาผลตอบแทน

$$\sigma^2 = 1/(N-1) \sum_{n=1}^N (r_n - \bar{r})^2 \quad (2.4)$$

โดย r_n คือ ค่าเฉลี่ยของผลตอบแทน

ให้ผลตอบแทนทางการงานเป็น iid Normal ค่าความผันผวน ค่าความผันผวนเป็นค่าคงที่ และการประมาณค่าความผันผวนนั้นมีความเหมาะสม ซึ่งแบบจำลองดังกล่าวถูกออกแบบมาเพื่อให้รับสภาพความผันผวนในเวลาต่างๆ

2) แนวคิดเกี่ยวกับความผันผวนแบบอนุกรมเวลา (Time series Volatility) คือ แบบจำลองความต่อเนื่องของเวลาสำหรับความผันผวนในช่วงเวลาต่างๆ มักจะมีโครงสร้างดังนี้

$$r_n = \sigma_n \varepsilon_n \quad (2.5)$$

โดย r_n คือ ผลตอบแทนทางการเงิน
 σ_n คือ ผลของความผันผวน ณ ช่วงเวลา n
 ε_n คือ ความแปรปรวนของนวัตกรรม

แบบจำลองสำหรับ σ_n ยกตัวอย่างเช่นแบบจำลอง ARCH/GARCH, แบบจำลองความผันผวนแบบสุ่ม (Stochastic Volatility), แบบจำลอง Long memory, แบบจำลอง Markov Switching

3) แนวคิดเกี่ยวกับความผันผวนแบบจุด (Spot Volatility) เป็นแนวคิดที่เกี่ยวกับค่าความผันผวนในขณะนั้น ซึ่งต้องใช้แบบจำลองที่มีการอธิบายการเคลื่อนไหวของราคาอย่างต่อเนื่อง สามารถพิจารณาได้จากสมการอนุพันธ์เชิงสุ่ม ดังนี้

$$dp(t) = \sigma(t)dB(t) \tag{2.6}$$

โดย B คือ การเคลื่อนไหวแบบ Brownian
 $p(t)$ คือ Log ของราคา
 $\sigma(t)$ คือ ความผันผวน ณ จุดๆ หนึ่ง (Spot Volatility)

โดยแบบจำลองนี้มักถูกใช้ในการกำหนดราคา (Option Pricing)

4) แนวคิดเกี่ยวกับสมการยกกำลังสอง (Quadratic Variation) ในแนวคิดนี้จะทำการพิจารณาการสุ่มช่วงเวลาที่มีความต่อเนื่องจากช่วงเวลาหนึ่ง แล้วนำมาแบ่งช่วงเวลาให้มีระยะห่างที่เล็กลง สามารถพิจารณาได้ดังสมการต่อไปนี้

$$\sum_i (p(t_i) - p(t_{i-1}))^2 \tag{2.7}$$

ซึ่งในสมการผลรวมกำลังสองนี้หมายถึงลิมิตของผลรวมในช่วงระยะเวลาต่างๆ สมการยกกำลังสอง (Quadratic Variation) เป็นแบบจำลองที่มีปริมาณไม่จำกัด และในกรณีที่น่าแบบจำลองความผันผวนที่เป็นสมการอนุพันธ์ เช่นใน สมการ (2.6) มายกกำลังสองจะถูกเรียกว่า การอินทิเกรตความผันผวน

$$\int_0^T \sigma^2(t)dt \tag{2.8}$$

ซึ่งมีความสำคัญต่อการกำหนดราคา โดยที่กำหนดให้ความผันผวน σ^2 เป็นอิสระต่อการเคลื่อนไหวของ Brownian ($B(t)$) และ Log ของผลตอบแทน (r_n) มีการกระจายปกติในความแปรปรวนของ QV_n ณ เวลา n

$$r_n \sim N(0, QV_n) \tag{2.9}$$

โดยมีสมมติฐานว่าความผันผวน σ^2 มีข้อจำกัดที่ว่าเป็นอิสระจากการเคลื่อนของ Brownian ซึ่งเป็นกฎที่มีผลกระทบต่อกระจายผลตอบแทนอย่างสมมาตร โดยแบบจำลองนี้จะเหมาะสำหรับตลาดแลกเปลี่ยนเงินตราต่างประเทศ

5) แนวคิดความผันผวนที่รับรู้ได้ (Realized Volatility) สามารถวัดตัวอย่างได้จากสมการ (2.7) แล้วนำมาทำการสุ่มทุกห้าาทีและสามสิบนาที มักจะถูกเรียกว่าความผันผวนที่รับรู้ได้หรือความแปรปรวนที่รับรู้ได้ ซึ่งวิธีการนี้มีความเป็นไปได้ที่จะสร้างทางเลือกสำหรับความผันผวนยกตัวอย่างเช่น การใช้ค่าสูงสุดต่ำสุดในแต่ละวันในการคำนวณ

6) แนวคิดเกี่ยวกับความผันผวนโดยนัย (Implied Volatility) เป็นแบบจำลองที่เจาะจงใช้กับราคาสินทรัพย์โดยมีสูตรในการกำหนดราคา และมีการกำหนดให้ความผันผวนเข้ากับทฤษฎีการกำหนดราคาจากแบบจำลองผู้กำหนดราคาในตลาดจริง ค่าความผันผวนนี้ถูกเรียกว่าค่าความผันผวนโดยนัย (Implied Volatility) โดยที่แบบจำลองของ Black Scholes มักจะถูกใช้ในการหาค่าความผันผวนโดยนัยนี้

ความผันผวนระหว่างอัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์ (Volatility of Stock Returns) หมายถึง ความเคลื่อนไหวของราคาหลักทรัพย์อันเนื่องมาจากสมมติฐานของสัญญาณราคา งานของ Grossman and Stiglitz (1980) กล่าวว่า หากราคาเป็นตัวบ่งบอกข้อมูลให้แก่นักลงทุนเกี่ยวกับขอบเขตของข้อมูลส่วนตัวต่างๆในตลาด การเปลี่ยนแปลงในราคานี้ย่อมเกี่ยวข้องกับจำนวนการรับรู้ข้อมูลส่วนตัวนั้น หลักทรัพย์ที่มีราคาเปลี่ยนแปลงมากอาจเกิดจากการเปิดเผยข้อมูลของหลักทรัพย์นั้นในตลาด ซึ่งส่งผลให้เกิดความแปรปรวนของการกระจายของราคาคาดการณ์ในอนาคต (Expected Future Prices) และส่วนชดเชยความเสี่ยง (Risk Premium)

2.2 ทฤษฎีทางเศรษฐมิติ

ในการศึกษาถึงการวิเคราะห์ความผันผวนและผลกระทบการส่งผ่านของผลตอบแทนของหลักทรัพย์บริษัทน้ำมันของประเทศไทย จะใช้แนวคิดและทฤษฎีทางเศรษฐมิติดังต่อไปนี้

2.2.1 การวิเคราะห์อนุกรมเวลา (time series analysis)

ข้อมูลอนุกรมเวลา (Time Series) นั้นเป็นข้อมูลหรือค่าสังเกตที่มีการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรในช่วงเวลาที่ผ่านไป ลักษณะของการเปลี่ยนแปลงอาจมีหรือไม่มีรูปแบบก็ได้ แต่ถ้าอนุกรมเวลาแสดงให้เห็นรูปแบบการเปลี่ยนแปลงในช่วงเวลาที่ผ่านไปในอดีต ก็จะทำให้สามารถคาดการณ์ได้ว่าในอนาคตลักษณะการเปลี่ยนแปลงควรอยู่ในรูปแบบใด และสามารถพยากรณ์การเปลี่ยนแปลงข้อมูลของในอนาคตได้ การวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาจะขึ้นอยู่กับเปลี่ยนแปลงของเวลาในอดีตเป็นพื้นฐานในการพยากรณ์ข้อมูลในอนาคต (ศิริลักษณ์ เล็กสมบูรณ์, 2531)

2.2.2 การทดสอบยูนิตรูท (Unit Root Test) หรือความนิ่งของข้อมูล

ข้อมูลที่นำมาใช้ในการศึกษานี้เป็นข้อมูลอนุกรมเวลา (Time series data) ซึ่งส่วนมากจะมีลักษณะไม่นิ่ง (Non-stationary) คือ ค่าเฉลี่ย (Mean) และค่าความแปรปรวน (Variances) ของข้อมูลจะมีค่าไม่คงที่เปลี่ยนแปลงไปตามกาลเวลา โดยอาจมีแนวโน้ม (Trend) ในระยะยาว และขณะเดียวกันก็มีการแกว่งตัวระยะสั้น (Cyclical swing) ขึ้นอยู่กับสิ่งที่มากระทบ (Shock) ดังนั้นการใช้วิธีการแบบ Ordinary Least Squares (OLS) ในการประมาณค่า อาจก่อให้เกิดการถดถอยไม่แท้จริง (Spurious regression) ดังนั้นจึงมีความจำเป็นที่จะต้องนำข้อมูลมาทดสอบความนิ่งของข้อมูลเสียก่อน โดยการวิเคราะห์ข้อมูลในครั้งนี้จึงเริ่มจากการทดสอบความนิ่ง (Stationary) ของตัวแปรที่นำมาทำการศึกษาโดยอาศัยการทดสอบยูนิตรูทตามแนวทางของ Dickey-Fuller (1981) โดยสมมติแบบจำลองเป็นดังนี้

$$X_t = \rho X_{t-1} + e_t \quad (2.10)$$

โดยที่	X_t, X_{t-1}	คือ	ตัวแปร ณ เวลา t และ $t-1$
	e_t	คือ	ความคลาดเคลื่อนเชิงสุ่ม (Random Error)
	ρ	คือ	สัมประสิทธิ์อัตโนมัติสัมพันธ์ (Autocorrelation Coefficient)

$$\text{จาก} \quad X_t = \rho X_{t-1} + e_t \quad (2.11)$$

$$X_t - X_{t-1} = \rho X_{t-1} - X_{t-1} + e_t \quad (2.12)$$

$$\Delta X_t = (\rho - 1)X_{t-1} + e_t \quad (2.13)$$

$$\text{โดยที่} \quad \theta = (\rho - 1) \text{ หรือ } \rho = 1 + \theta ; -1 < \theta < 1$$

θ คือ ค่าพารามิเตอร์

โดยกำหนดสมมติฐาน คือ

$$H_0 : \rho = 0$$

$$H_1 : |\rho| < 1$$

ถ้ายอมรับ H_0 แสดงว่าข้อมูลมีลักษณะไม่นิ่ง แต่ถ้าปฏิเสธ H_0 แสดงว่าข้อมูลนั้นมีลักษณะ
นิ่ง และการทดสอบนี้ยังสามารถแปลงสมการได้ดังนี้ คือ

$$\Delta X_t = \theta X_{t-1} + e_t \quad \text{กรณีไม่มีค่าคงที่และแนวโน้มเวลา} \quad (2.14)$$

$$\Delta X_t = \alpha + \theta X_{t-1} + e_t \quad \text{กรณีมีค่าคงที่} \quad (2.15)$$

$$\Delta X_t = \alpha + \beta t + \theta X_{t-1} + e_t \quad \text{กรณีมีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลา} \quad (2.16)$$

โดยกำหนดสมมติฐาน คือ

$H_0 : \theta = 0$ มียูนิทรูท (มีลักษณะไม่นิ่ง)

$H_1 : \theta < 0$ ไม่มียูนิทรูท (มีลักษณะนิ่ง)

การตัดสินใจยอมรับสมมติฐาน H_0 แสดงว่า ข้อมูลมีลักษณะไม่นิ่ง แต่ถ้าปฏิเสธ
สมมติฐาน H_0 แสดงว่า ข้อมูลมีลักษณะนิ่ง นอกจากนี้ถ้าสมการ (2.14) (2.15) และ (2.16) นำไปเข้า
กระบวนการอັตดอคอย (Autoregressive Processes) จะได้ดังนี้

$$\Delta X_t = \theta X_{t-1} + \sum_{i=1}^p \phi_i \Delta X_{t-i} + e_t \quad \text{กรณีไม่มีค่าคงที่และแนวโน้มเวลา} \quad (2.17)$$

$$\Delta X_t = \alpha + \theta X_{t-1} + \sum_{i=1}^p \phi_i \Delta X_{t-i} + e_t \quad \text{กรณีมีค่าคงที่} \quad (2.18)$$

$$\Delta X_t = \alpha + \beta T + \theta X_{t-1} + \sum_{i=1}^p \phi_i \Delta X_{t-i} + e_t \quad \text{กรณีมีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลา} \quad (2.19)$$

โดยที่ X_t คือ ข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา t

X_{t-1} คือ ข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา $t-1$

$\alpha, \beta, \theta, \phi$ คือ ค่าพารามิเตอร์

T คือ ค่าแนวโน้ม

e_t คือ ความคลาดเคลื่อนเชิงสุ่ม

ซึ่งสมการ (2.17) (2.18) และ (2.19) เป็นการทดสอบ Augmented Dickey-Fuller Test
(ADF) ซึ่งพัฒนามาจากวิธี Dickey-Fuller Test เพื่อแก้ปัญหา Serial Correlation ในการตรวจสอบว่า
ข้อมูลนั้นมีลักษณะนิ่งหรือไม่ โดยการเปรียบเทียบค่าสถิติ t -test ที่คำนวณได้กับค่าวิกฤติ (Critical
Value)

2.2.3 แบบจำลองความผันผวนแบบหลายตัวแปร (Multivariate volatility model)

แบบจำลองทางเศรษฐมิติที่ใช้ในการศึกษาความผันผวนของผลตอบแทนของหลักทรัพย์บริษัทน้ำมัน ได้แก่

1) แบบจำลอง VARMA-GARCH

การศึกษาแบบจำลองแบบจำลองในการศึกษาความผันผวนแบบมีเงื่อนไขหลายตัวแปรในครั้งนี้ได้อาศัยการศึกษาของ Li, Ling and McAleer (2002), McAleer (2005) และ Bauwens (2006) ซึ่งเป็นการศึกษาและความเข้าใจเกี่ยวกับลักษณะเฉพาะของข้อจำกัดในสมการค่าเฉลี่ยแบบมีเงื่อนไขหลายตัวแปร (Multivariate conditional mean) ของตัวแปรที่จะทำการศึกษาและสมการความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไข (Conditional variance) ของตัวแปรที่จะทำการศึกษาดังนี้

$$y_t = E(y_t | F_{t-1}) + \varepsilon_t \quad (2.20)$$

$$\varepsilon_t = D_t \eta_t \quad (2.21)$$

โดยที่	y_t	คือ	ตัวแปรอนุกรมเวลาที่นำมาทำการศึกษา
	$E(y_t F_{t-1})$	คือ	ความคาดหวังแบบมีเงื่อนไข (Conditional expectation) ของ y_t โดยที่ y_t ขึ้นอยู่กับ F_{t-1}
	$\eta_t = (\eta_{1t}, \dots, \eta_{mt})'$	คือ	เมทริกของความคลาดเคลื่อนที่มีเวกเตอร์เชิงสุ่ม โดยมีลำดับการกระจายอย่างเสรีและมีลักษณะเดียวกัน (Independently and identically distributed (i.i.d.) random vectors)
	F_{t-1}	คือ	ข้อมูลที่นำมาใช้ในการศึกษา ณ เวลาก่อนหน้านี้ $t-1$
	$t = 1, \dots, n$	คือ	เวลา ณ เวลาที่ $1, \dots, n$

จากสมการ (2.21) D_t คือ $diag\left(h_{1t}^2, \dots, h_{mt}^2\right)$ โดยที่ m คือจำนวนของข้อมูลที่นำมาทำ

การศึกษา

จากแบบจำลอง Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity (GARCH) นั้น Bollerslev (1990) กำหนดให้เป็นความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไข (Conditional variance) ของตัวแปรที่นำมาใช้ในการศึกษาตามกระบวนการศึกษาของ GARCH(p,q) ดังนี้

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i} \quad (2.22)$$

เมื่อ $H_t = (h_t, \dots, h_{mt})'$, $\omega = (\omega_1, \dots, \omega_m)'$, $D_t = \text{diag}(h_{i,t}^{1/2})$, $\eta_t = (\eta_{1t}, \dots, \eta_{mt})'$, $\bar{\varepsilon}_t = (\varepsilon_{1t}^2, \dots, \varepsilon_{mt}^2)'$, A_k และ B_l เป็นเมทริกซ์ขนาด $m \times m$ ซึ่งมีสมาชิกคือ α_{ij} และ β_{ij} ตามลำดับ สำหรับ $i, j = 1, \dots, m$, $I(\eta_t) = \text{diag}(I(\eta_{it}))$ คือ เมทริกซ์ขนาด $m \times m$ และ F_t คือ ข่าวสารในอดีต ณ เวลาที่ t โดยที่ผลการกระจาย (Spillover effects) ในความผันผวนแบบมีเงื่อนไขของแต่ละหลักทรัพย์ในกลุ่มหลักทรัพย์ คือค่า A_k และ B_l เป็นเมทริกซ์ซึ่งไม่ใช่ เมทริกซ์แยงมุม (diagonal matrices) แบบจำลอง VARMA-GARCH เมทริกซ์สหสัมพันธ์แบบมีเงื่อนไข (matrix of conditional correlations) คือ $E(\eta_t \eta_t') = \Gamma$

2) แบบจำลอง VARMA-AGARCH

เพื่อที่จะรวบรวมการพิจารณาถึงพฤติกรรมความไม่สมมาตรของผลกระทบจากตัวแปรสุ่มทางบวก (Positive Shocks) และตัวแปรสุ่มทางลบ (Negative Shocks) ซึ่งส่งผลต่อความผันผวนอย่างมีเงื่อนไขนั้น McAleer (2009) ได้สร้างแบบจำลองและกำหนดคุณสมบัติของแบบจำลอง Vector Autoregressive Moving Average-Asymmetric GARCH (VARMA-AGARCH) ไว้ดังต่อไปนี้

$$H_t = \omega + \sum_{k=1}^r A_k \bar{\varepsilon}_{t-k} + \sum_{k=1}^r C_k I_{t-k} \bar{\varepsilon}_{t-k} + \sum_{l=1}^s B_l H_{t-1} \quad (2.23)$$

โดยที่

C_k เป็นเมทริกซ์ขนาด $m \times m$ ซึ่ง $k = 1, \dots, r$
และ $I_t = \text{diag}(I_{1t}, \dots, I_{mt})$

$$\text{ดังนั้น } I = \begin{cases} 0, & \varepsilon_{k,t} > 0 \\ 1, & \varepsilon_{k,t} \leq 0 \end{cases}$$

3) แบบจำลอง Constant Conditional Correlation (CCC)

ถ้าแบบจำลองในสมการ (2.23) มีข้อจำกัดว่า $C_k = 0$ โดยที่เมทริกซ์ A_k และ B_l เป็นเมทริกซ์แยงมุม (diagonal matrices) ดังนั้นแบบจำลอง VARMA-AGARCH จะลดรูปเป็นดังนี้

$$H_{it} = \omega_i + \sum_{k=1}^r \alpha_i \varepsilon_{i,t-k} + \sum_{l=1}^s \beta_l H_{i,t-1} \quad (2.24)$$

แบบจำลอง constant conditional correlation (CCC) ของ Bollerslev (1990) เมทริกซ์สหสัมพันธ์แบบมีเงื่อนไข (conditional correlations) คือ $E(\eta_t \eta_t') = \Gamma$ ซึ่งในสมการ (2.24) แบบจำลอง CCC จะไม่มีผลกระทบของความผันผวนระหว่างหลักทรัพย์ทางการเงินและแบบจำลองสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบมีเงื่อนไข (conditional correlation coefficients) ของหลักทรัพย์จะไม่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลา

4) แบบจำลอง Dynamic Conditional Correlation (DCC)

จากสมมติฐานที่ว่าสหสัมพันธ์แบบมีเงื่อนไขมีลักษณะคงที่ จากแบบจำลอง Constant Conditional Correlation (CCC model) ซึ่งอาจจะใช้ไม่ได้ในโลกความเป็นจริง ดังนั้นเพื่อที่จะทำให้เมทริกซ์สหสัมพันธ์แบบมีเงื่อนไขมีการเปลี่ยนแปลงไปในแต่ละช่วงเวลาที่แตกต่างกัน (Conditional Correlation matrix time dependent) ดังนั้น Engle (2002) จึงได้เสนอแบบจำลองสหสัมพันธ์แบบมีเงื่อนไขเชิงพลวัต (Dynamic Conditional Correlation model (DCC)) ดังนี้

$$y_t | \mathcal{F}_{t-1} \sim (0, H_t), t = 1, 2, \dots, n \quad (2.25)$$

$$H_t = D_t \Gamma D_t \quad (2.26)$$

เมื่อ	y_t	คือ	ตัวแปรอนุกรมเวลาที่นำมาทำการศึกษา
	\mathcal{F}_{t-1}	คือ	ข้อมูลที่นำมาใช้วิเคราะห์การศึกษานี้ ณ เวลาก่อนหน้า $t - 1$
	H_t	คือ	เมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมแบบมีเงื่อนไข
	D_t	คือ	เมทริกซ์ $m \times m$ ซึ่งในเมทริกซ์ประกอบด้วยความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไขยกกำลังเศษหนึ่งส่วนสอง ($h_{it}^{1/2}$)

$$\text{โดยที่ } D_t = (\text{diag}(H_t)^{1/2}) = (\text{diag} h_{1t}^{1/2}, \dots, h_{mt}^{1/2}) = (\text{diag} \sigma_{1t}, \dots, \sigma_{mt}) \quad (2.27)$$

ถ้า η_t คือเมทริกซ์ของความคลาดเคลื่อนที่มีเวกเตอร์เชิงสุ่ม โดยมีลำดับการกระจายอย่างเสรีและมีลักษณะเดียวกัน (Independently and identically distributed (i.i.d.) random vectors) โดยที่ค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ (Zero mean normalization) และมีความแปรปรวน ดังนั้นเมื่อค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์แล้ว ก็จะทำการประมาณค่า η_t จากเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมแบบมีเงื่อนไข (H_t) ที่ได้จากสมการ (2.26) (เมื่อทำส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standardization) จากสมการ (2.26) แล้วจะได้ ($\eta_{it} = y_{it} / \sqrt{h_{it}}$) แล้วนำค่า η_{it} ที่ได้มาประมาณค่าอีกครั้งเพื่อประมาณค่าหาแบบจำลอง Dynamic Conditional Correlation (DCC) ได้ดังนี้

$$\Gamma_t = D_t^{-1} H_t D_t^{-1}$$

ดังนั้นจากสมการ (2.27) จะได้

$$\Gamma_t = \{(diag(H_t))^{-1/2}\} H_t \{(diag(H_t))^{-1/2}\} \quad (2.28)$$

โดยที่ H_t เป็นเมทริก $m \times m$ ที่สมมาตรและมีค่ามากกว่าศูนย์ ซึ่งในการที่จะพิจารณาให้ครอบคลุมถึงสหสัมพันธ์แบบมีเงื่อนไขเชิงพลวัต (Dynamic Conditional Correlation), Γ_t ซึ่งการที่จะทำให้ทราบว่าในการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรนั้นจะมีสหสัมพันธ์แบบมีเงื่อนไขเชิงพลวัต (Dynamic Conditional Correlation), Γ_t หรือไม่นั้น สามารถดูได้จาก θ_1 และ θ_2 ถ้า $\theta_1 = \theta_2 = 0$ และ $H_t = \bar{H}$ แสดงว่าการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างผันผวนของตัวแปรที่นำมาทำการศึกษา (H_t) นั้นไม่มีสหสัมพันธ์แบบมีเงื่อนไขเชิงพลวัต (Dynamic Conditional Correlation), Γ_t ซึ่งจะทำการประมาณค่าดังกล่าวจากแบบจำลองของ Caporin และ McAleer (2009) ที่ได้เสนอแบบจำลองดังนี้

$$H_t = (1 - \theta_1 - \theta_2) \bar{H} + \theta_1 \eta_{t-1} \eta'_{t-1} + \theta_2 H_{t-1} \quad (2.29)$$

โดยที่ H_t คือ เมทริกความแปรปรวนร่วมแบบมีเงื่อนไขที่มีการเคลื่อนไหวเปลี่ยนแปลงตามการเปลี่ยนแปลงของเวลา ณ เวลาปัจจุบัน t

H_{t-1} คือ เมทริกความแปรปรวนร่วมแบบมีเงื่อนไขที่มีการเคลื่อนไหวเปลี่ยนแปลงตามการเปลี่ยนแปลงของเวลา ณ เวลาหน้าหน้า $t-1$

\bar{H} คือ เมทริกความแปรปรวนแบบไม่มีเงื่อนไข (Unconditional variance matrix) ของเมทริกของความคลาดเคลื่อนที่มีเวกเตอร์เชิงสุ่มโดยมีลำดับการกระจายอย่างเสรีและมีลักษณะเดียวกัน (Independently and identically distributed random vectors) (η_t) โดยเป็นเมทริก $m \times m$

- θ_1 คือ ค่าพารามิเตอร์แบบสเกลาร์ (Scalar parameters) ที่ใช้ดูผลกระทบที่เกิดขึ้นจากเมทริกซ์ที่มีความสัมพันธ์กันเชิงสุ่ม (Simple correlation matrix) ของความคลาดเคลื่อนก่อนหน้า (Previous standardized shocks) ว่าจะส่งผลอย่างไรต่อเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมแบบมีเงื่อนไขเชิงพลวัต ณ เวลาปัจจุบัน t (Dynamic Condition Correlation) ($\theta_1 > 0$ และ $\theta_1 + \theta_2 < 1$)
- θ_2 คือ ค่าพารามิเตอร์แบบสเกลาร์ (Scalar parameters) ที่ใช้ดูผลกระทบที่เกิดขึ้นจากเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมแบบมีเงื่อนไขเชิงพลวัต ณ เวลาปัจจุบัน t ก่อนหน้า $t - 1$ (Previous Dynamic Condition Correlation) ว่าจะส่งผลอย่างไรต่อเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมแบบมีเงื่อนไขเชิงพลวัต ณ เวลาปัจจุบัน t (Dynamic Condition Correlation) ($\theta_2 > 0$ และ $\theta_1 + \theta_2 < 1$)
- η_{t-1} คือ เมทริกซ์ที่มีความสัมพันธ์กันเชิงสุ่ม (Simple correlation matrix) ของความคลาดเคลื่อนก่อนหน้า (Previous standardized shocks)

2.2.4 เกณฑ์การเลือกรูปแบบของแบบจำลองที่ดีที่สุด (Model selection)

การเลือกแบบจำลอง (Model selection) สำหรับการประมาณค่าสมการเชิงเศรษฐมิติ นั้นเมื่อได้รูปแบบของแบบจำลองที่เหมาะสมหลายรูปแบบต้องมีแนวทางในการเลือกรูปแบบของแบบจำลองที่ดีที่สุด โดยพิจารณาจากค่า Akaike Information Criterion (AIC) และ Schwartz Information Criterion (SIC) รูปแบบของแบบจำลองที่ให้ค่า AIC และ SIC น้อยที่สุดจะเป็นรูปแบบที่ดีที่สุด โดย Akaike Information Criterion (AIC) และ Schwartz Information Criterion (SIC) สามารถคำนวณได้ดังนี้

$$\text{Akaike Information Criterion (AIC)} = -2t/\eta + 2k/\eta \quad (2.30)$$

$$\text{Schwartz Information Criterion (SIC)} = -2t/\eta + k \log \eta/\eta \quad (2.31)$$

โดยที่ k เป็นจำนวนของพารามิเตอร์ที่ทำการประมาณค่า

η เป็นจำนวนของค่าสังเกต

l เป็นค่าของ Log likelihood function ที่ใช้พารามิเตอร์ที่ถูก

ประมาณค่า k ตัว โดยในการศึกษาครั้งนี้ใช้การพิจารณาค่า Schwarz Information Criterion (SIC) เป็นเกณฑ์ในการเลือกแบบจำลองที่ดีที่สุด

2.3 เอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ปิยนุช เรืองขจร (2550) ศึกษาการประมาณค่าความผันผวนของผลตอบแทนของราคาน้ำมันดิบ ถ่านหินและก๊าซธรรมชาติ โดยวิธี อารีมาอาร์ช อารีคาร์ชเอ็ม และอารีมาอาร์ช โดยมีวัตถุประสงค์ เพื่อเลือกแบบจำลองที่เหมาะสมเพื่อประมาณค่าความผันผวน ซึ่งใช้ข้อมูลอนุกรมเวลาราคาปิด รายวันของราคาน้ำมันดิบเบรนท์ในตลาดซื้อขายล่วงหน้า NYMEX ของประเทศสหรัฐอเมริกา ตั้งแต่เดือน มกราคม 2546 ถึง เดือนกุมภาพันธ์ 2550 จำนวน 1,040 ข้อมูล ข้อมูลราคาปิดของราคา ถ่านหินของตลาดประเทศสหรัฐอเมริกา ตั้งแต่เดือนสิงหาคม 2546 ถึง เดือน กุมภาพันธ์ 2550 จำนวน 876 ข้อมูล และข้อมูลราคาปิดรายวันของตลาดประเทศสหรัฐอเมริกา สหรัฐอเมริกา ตั้งแต่ เดือนสิงหาคม 2546 ถึง เดือน กุมภาพันธ์ 2550 จำนวน 881 ข้อมูล ทดสอบความนิ่งของข้อมูลด้วย วิธี Augmented Dicky-Fuller test และพยากรณ์ข้อมูลของราคาพลังงานในแต่ละชนิดในช่วง historical forecast และ ex-post forecast ผลการศึกษาพบว่า การทดสอบความนิ่งของข้อมูล ผลตอบแทนของราคาพลังงานทั้ง 3 ชนิดมีลักษณะนิ่งที่ระดับ $I(0)$ และมีลักษณะเป็น white noise ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ 0.05 และพบว่าแบบจำลองที่เหมาะสมในการพยากรณ์ผลตอบแทนราคา พลังงานน้ำมันแต่ละชนิดนั้น เป็นแบบจำลองที่แตกต่างกันขึ้นอยู่กับลักษณะการเคลื่อนไหวของ ราคาพลังงานน้ำมันแต่ละชนิด ซึ่งช่วยให้นักลงทุนมีความเข้าใจเกี่ยวกับลักษณะความผันผวนของ ราคาพลังงาน ซึ่งจะนำไปสู่ความสามารถในการวางแผนการลงทุนให้เหมาะสมกับเป้าหมายการ ลงทุนของนักลงทุนในแต่ละคนต่อไป

ทัศนีย์ คำมงคล (2552) ศึกษาความสัมพันธ์ความสัมพันธ์ระหว่างราคาน้ำมันดูไบตลาดสิงคโปร์ น้ำมันดูไบตลาดนิวยอร์ก กับผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศของประเทศไทย ทั้งในระยะสั้น และระยะยาว โดยใช้ข้อมูลทุติยภูมิแบบรายไตรมาสในรูปของลอการิทึม ตั้งแต่เดือน มกราคม 2536 ถึง เดือน ธันวาคม 2550 เป็นจำนวน 60 ไตรมาส ผลการทดสอบความนิ่งของข้อมูลหรืออนุ ทิทรูท พบว่าข้อมูลผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศของประเทศไทยและราคาน้ำมันดูไบตลาด สิงคโปร์ ตลาดนิวยอร์ก มีความนิ่งระดับเดียวกันคือ $I(1)$ จึงสามารถนำไปทำการวิเคราะห์ ความสัมพันธ์ระยะยาวและการปรับตัวในระยะสั้นต่อไปได้ ผลการวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงดุลย ภาพในระยะยาว Cointegration พบว่า มีความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพในระยะยาวแบบสองทิศทาง การ ทดสอบความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพในระยะสั้นด้วยวิธี Error Correction Mechanism (ECM) ในกรณี ที่ผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศของประเทศไทยเป็นตัวแปรตาม พบว่าเมื่อ ราคาน้ำมันดูไบ ตลาดสิงคโปร์ และราคาน้ำมันดูไบตลาดนิวยอร์กเป็นตัวแปรอิสระ ผลิตภัณฑ์มวลรวม ภายในประเทศของประเทศไทยจะมีการปรับตัวในระยะสั้น ส่วนในกรณีที่ราคาน้ำมันดูไบเป็นตัว แปรตาม พบว่าเมื่อผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศของประเทศไทยเป็นตัวแปรอิสระราคาน้ำมัน

ดูไบตลาดสิงคโปร์ และราคาน้ำมันดูไบตลาดนิวยอร์ก มีการปรับตัวในระยะสั้นทุกตัว โดยราคาน้ำมันดูไบที่มีการปรับตัวเข้าสู่ดุลยภาพเร็วที่สุด คือ ราคาน้ำมันดูไบตลาดสิงคโปร์ และราคาน้ำมันดูไบตลาดนิวยอร์ก ตามลำดับ การทดสอบสมมติฐานเชิงสาเหตุเป็นผลด้วย Granger Causality Test พบว่า ราคาน้ำมันดูไบตลาดสิงคโปร์ และราคาน้ำมันดูไบตลาดนิวยอร์ก เป็นต้นเหตุของผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศของประเทศไทยแต่ผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศของประเทศไทยไม่เป็นสาเหตุของราคาน้ำมันดูไบตลาดสิงคโปร์ และราคาน้ำมันดูไบตลาดนิวยอร์ก หมายความว่าความสัมพันธ์ที่เป็นเหตุเป็นผลมีความสัมพันธ์แบบทิศทางเดียว

นิติวัชร์ ดวงงาม (2552) ได้ทดสอบการส่งผ่านความผันผวน (Volatility Spillover Effects) และทดสอบความสัมพันธ์อย่างมีเงื่อนไข (Conditional Correlation) ระหว่างตลาดหลักทรัพย์และตลาดพันธบัตรในประเทศไทยและสิงคโปร์ ด้วยแบบจำลองมัลติวาเรียตเกาซ (Multivariate GARCH) โดยใช้ข้อมูลทุติยภูมิของดัชนีราคาปิดตลาดหลักทรัพย์และตลาดพันธบัตรของประเทศไทยและประเทศสิงคโปร์ ตั้งแต่วันที่ 3 มกราคม 2547 ถึงวันที่ 31 ธันวาคม 2551 รวมทั้งสิ้น 1040 วัน ซึ่งทดสอบการส่งผ่านความผันผวนของความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขโดยแบบจำลอง MV-GARCH โดยการประมาณค่าโดยวิธี BEKK(1,1) ในขณะที่การทดสอบความสัมพันธ์แบบมีเงื่อนไขใช้วิธีประมาณค่าโดยวิธี Dynamic Conditional Correlation (DCC) และวิธี Constant Conditional Correlation (CCC) ผลการทดสอบสามารถสรุปได้ว่า เกิดการส่งผ่านความผันผวนของอัตราผลตอบแทนของตราสารการเงินภายในประเทศ ซึ่งมีลักษณะการส่งผ่านที่คล้ายคลึงกันทั้งสองประเทศ กล่าวคือ มีการส่งผ่านความผันผวนอย่างมีเงื่อนไขและผลของ Shock จากตลาดหลักทรัพย์ไปยังตลาดพันธบัตร

ประไพศรี ทิพย์แก้ว (2552) วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของความผันผวนระหว่างอัตราผลตอบแทนระหว่างหลักทรัพย์กลุ่มพลังงาน และกลุ่มขนส่ง ในลักษณะความเป็นเหตุเป็นผล โดยใช้ข้อมูลอนุกรมเวลาราคาปิดรายวันในรูปของลอการิทึม เริ่มตั้งแต่วันที่ 5 เดือนมกราคม พ.ศ. 2547 จนถึงวันที่ 31 เดือนมีนาคม พ.ศ. 2552 จำนวน 1,286 ข้อมูล ทดสอบความนิ่งของข้อมูลด้วยวิธี Augmented Dicky-Fuller test พบว่าข้อมูลอัตราผลตอบแทนของดัชนีหลักทรัพย์ทั้ง 2 กลุ่ม มีลักษณะนิ่งที่ระดับ Level (I(0)) ข้อมูลอัตราผลตอบแทนของดัชนีหลักทรัพย์ของแต่ละกลุ่ม มีลักษณะนิ่งที่ระดับ Level (I(0)) อย่างมีระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 1% สำหรับการวิเคราะห์ความผันผวนของผลตอบแทน โดยทำการเลือกแบบจำลองที่เหมาะสมของทั้ง 2 กลุ่มเพียงรูปแบบเดียว โดยใช้แบบจำลองอาร์เอชเอ็ม ส่วนผลการทดสอบความสัมพันธ์โดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (OLS) ในกรณีที่ความผันผวนของอัตราผลตอบแทนดัชนีหลักทรัพย์กลุ่มพลังงานเป็นตัวแปรอิสระ และให้ความผันผวนของอัตราผลตอบแทนดัชนีหลักทรัพย์กลุ่มขนส่งตัวแปรอิสระเป็นตัว

แปรตาม พบว่าความผันผวนของอัตราผลตอบแทนดัชนีราคาหลักทรัพย์กลุ่มขนส่ง ณ ปัจจุบัน มีความสัมพันธ์กับความผันผวนของอัตราผลตอบแทนดัชนีราคาหลักทรัพย์กลุ่มพลังงาน ณ ปัจจุบัน และกลุ่มขนส่งในคาบเวลาที่ผ่านมา 1 วันในทิศทางเดียวกัน ในขณะที่ความผันผวนของอัตราผลตอบแทนดัชนีราคาหลักทรัพย์กลุ่มพลังงานในคาบเวลาที่ผ่านมา 2 วัน มีความสัมพันธ์ในทิศทางตรงข้าม และในกรณีที่ทำให้ความผันผวนของอัตราผลตอบแทนดัชนีราคาหลักทรัพย์กลุ่มขนส่งเป็นตัวแปรอิสระ และให้ความผันผวนของอัตราผลตอบแทนดัชนีราคาหลักทรัพย์กลุ่มพลังงานเป็นตัวแปรตาม ความผันผวนของอัตราผลตอบแทนดัชนีราคาหลักทรัพย์กลุ่มพลังงาน ณ ปัจจุบัน มีความสัมพันธ์กับความผันผวนของอัตราผลตอบแทนดัชนีราคาหลักทรัพย์กลุ่มขนส่ง ณ ปัจจุบัน และกลุ่มพลังงานในคาบเวลาที่ผ่านมา 1 วันในทิศทางเดียวกัน ในขณะที่กลุ่มขนส่งในคาบเวลาที่ผ่านมา 1 วัน มีความสัมพันธ์ในของอัตราผลตอบแทนดัชนีราคาหลักทรัพย์กลุ่มพลังงาน ณ ปัจจุบัน ในทิศทางตรงข้าม ผลการทดสอบ Granger Causality พบว่าความผันผวนของอัตราผลตอบแทนดัชนีราคาหลักทรัพย์กลุ่มพลังงาน เป็นสาเหตุของความผันผวนของอัตราผลตอบแทนดัชนีราคาหลักทรัพย์กลุ่มขนส่ง และความผันผวนของอัตราผลตอบแทนดัชนีราคาหลักทรัพย์กลุ่มขนส่งก็เป็นสาเหตุของความผันผวนของอัตราผลตอบแทนดัชนีราคาหลักทรัพย์กลุ่มพลังงานเช่นเดียวกัน

พัทธนิยา พัทธนิรัตนกรณ์ (2552) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความผันผวนของอัตราแลกเปลี่ยนและความผันผวนของการนำเข้าน้ำมันดิบของไทย โดยใช้ข้อมูลอนุกรมเวลาแบบรายเดือน ตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ. 2540 ถึง เดือนเมษายน พ.ศ. 2552 รวม 148 เดือน ในการศึกษาได้ใช้แบบจำลอง GARCH ในการประมาณค่าความผันผวนของอัตราแลกเปลี่ยน และความผันผวนของปริมาณการนำเข้าน้ำมันดิบของประเทศไทย และได้ประยุกต์ใช้เทคนิคการประมาณค่าความแปรปรวนร่วมระหว่างสองตัวแปรโดยใช้แบบจำลอง ไบวาริเอทการซ์ เพื่อวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของความผันผวนของตัวแปรอัตราแลกเปลี่ยนและตัวแปรปริมาณการนำเข้าน้ำมันดิบของประเทศไทย ในช่วงเวลาที่ทำการศึกษานั้นเป็นช่วงเวลาที่ประเทศไทยได้ใช้ระบบอัตราแลกเปลี่ยนลอยตัวจาก ผลการศึกษาพบว่าความผันผวนของอัตราแลกเปลี่ยน มีความสัมพันธ์เชิงประจักษ์ กับความผันผวนของปริมาณการนำเข้าน้ำมันดิบ

เริงชัย ต้นสุชาติ (2552) ศึกษาความผันผวนและผลกระทบการส่งผ่านของอัตราผลตอบแทนของน้ำมันฟิวเจอร์กับหลักทรัพย์บริษัทน้ำมัน โดยใช้แบบจำลองมัลติวาริเอทการซ์ (Multivariate GARCH) โดยใช้ข้อมูลทุติยภูมิของดัชนีราคาน้ำมันดิบเวสต์เท็กซัสในตลาดล่วงหน้าและดัชนีราคาปิดตลาดหลักทรัพย์ของบริษัทน้ำมันรายใหญ่ 10 บริษัท ได้แก่ Exxon Mobil, Royal Dutch, Chevron Corporation, ConocoPhillips, BP และอีกสี่บริษัทน้ำมันและแก๊ส คือ Petrobras, Lukoil, Surgutneftegas และ Eni ตั้งแต่วันที่ 14 สิงหาคม 2539 ถึง 20 กุมภาพันธ์ 2552 ผลการทดสอบสรุป

ได้ว่า จากการทดสอบความสัมพันธ์อย่างมีเงื่อนไข (Conditional Correlation) ระหว่างของอัตราผลตอบแทนของน้ำมันฟิวเจอร์กับหลักทรัพย์บริษัทน้ำมัน โดยแบบจำลอง Constant Conditional Correlation (CCC) พบว่ามีความสัมพันธ์กันในระดับต่ำ ในการใช้แบบจำลอง VARMA-GARCH และ VARMA-AGARCH ไม่พบว่ามีผลกระทบการส่งผ่านของความผันผวนระหว่างอัตราผลตอบแทน และยังพบว่ามีความไม่สมมาตรระหว่างผลกระทบในด้านดีและไม่ดีในสมการขนาดใหญ่ของตัวแปรแบบมีเงื่อนไขในทุกคู่อัตราผลตอบแทน

พัทธพร ไชยศรี (2553) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างราคาทองคำและราคาน้ำมัน กรณีตลาดปัจจุบันจะใช้ข้อมูลของราคาทองคำของ London Bullion Market และราคาน้ำมันในตลาด Brent Crude oil กรณีตลาดซื้อขายล่วงหน้าจะใช้ราคาทองคำของ Gold Future Historical โดย Futurespro ที่เป็นกรณี และราคาน้ำมันจากตลาด Brent Crude oil(Future) โดยนำข้อมูลทฤษฎีแบบรายวัน กรณีตลาดปัจจุบันตั้งแต่วันที่ 1 มีนาคม 2549 ถึงวันที่ 26 กุมภาพันธ์ 2553 รวมระยะเวลา 1043 วัน และกรณีตลาดซื้อขายล่วงหน้า ตั้งแต่วันที่ 13 ตุลาคม 2552 ถึง วันที่ 30 เมษายน 2553 จำนวน 122 วัน การทดสอบครั้งนี้ได้ทำการทดสอบยูนิทรูท (Unit root test) เพื่อทดสอบความนิ่งของข้อมูล หลังจากนั้นทำการทดสอบการร่วมไปด้วยกัน (cointegration) และทดสอบการปรับตัวในระยะสั้นตามแบบจำลองเออร์เรอร์คอเรกชัน (Error Correction Model : ECM) ผลการทดสอบพบว่า ข้อมูลมีความนิ่งที่ระดับ $I(1)$ ราคาทองคำในตลาดปัจจุบันและราคาน้ำมันในตลาดปัจจุบัน ไม่มีความสัมพันธ์กันในระยะยาวต่อกัน ส่วนราคาทองคำในตลาดซื้อขายล่วงหน้าและราคาน้ำมันในตลาดล่วงหน้า มีความสัมพันธ์ในระยะยาว สำหรับการปรับตัวในระยะสั้นราคาทองคำในตลาดซื้อขายล่วงหน้า มีการปรับตัวระยะสั้นเพื่อเข้าสู่ดุลยภาพในระยะยาว ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎีที่ว่าค่าความคลาดเคลื่อนในการปรับตัวเข้าสู่ดุลยภาพในระยะยาวจะต้องลดลงเรื่อย