

บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 ทฤษฎีและแนวคิดที่เกี่ยวข้อง

2.1.1 ความผันผวน

ความผันผวนคือการวัดค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุดหนึ่ง ในตลาดทางการเงินได้ให้ความสนใจกับความเสี่ยซึ่งเป็นการเบี่ยงเบนของผลตอบแทนของสินทรัพย์ หากการลงทุนใดมีความไม่แน่นอนของผลตอบแทนสูงก็จะทำให้มีความเสี่ยมากขึ้น ดังนั้นการเข้าใจถึงความเสี่ยงที่จะเกิดขึ้นในการลงทุนจึงเป็นสิ่งสำคัญในการพิจารณาเลือกลงทุน ซึ่งความผันผวนจะพิจารณาจากขอบเขตหรือความกว้างของการแกว่งตัวของราคาหรือผลตอบแทนจากการลงทุนนั้น ๆ กล่าวคือ ถ้าการลงทุนใดมีความผันผวนของราคาหรือผลตอบแทนสูงหมายความว่าการลงทุนนั้นมีความเสี่ยสูง และหากการลงทุนใดมีความผันผวนของราคาหรือผลตอบแทนต่ำ การลงทุนนั้นย่อมมีความเสี่ยต่ำ

ความผันผวนมีความเกี่ยวข้องกับความเสี่ยงและมักถูกใช้ในการอธิบายความเสี่ยง ซึ่งความเสี่ยงเป็นสิ่งที่ไม่เป็นที่ต้องการของผู้ลงทุน การประยุกต์ใช้ความผันผวนในการประเมินความเสี่ยงที่เป็นที่รู้จักกันดี คือ มูลค่าความเสี่ยง (VaR) ซึ่งถูกใช้อย่างแพร่หลายในการจัดการกับความเสี่ยง

ลักษณะของความผันผวนในตลาดทางการเงินมีลักษณะสำคัญ ดังนี้

1) ความผันผวนของอัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์จะมีการเปลี่ยนแปลงไปตามเวลาไม่คงที่เมื่อเวลาเปลี่ยนแปลงไป ในทางการเงินเรียกลักษณะนี้ว่า ความผันผวนที่มีลักษณะเป็นกลุ่มก้อน (Volatility Clustering) กล่าวคือ เมื่อหลักทรัพย์เกิดมีความผันผวนของราคามากในช่วงหนึ่งหลักทรัพย์นั้นมักมีราคาผันผวนมากในช่วงเวลาถัดไป และในทางกลับกันเมื่อหลักทรัพย์มีความผันผวนของราคาน้อยในช่วงหนึ่งหลักทรัพย์นั้นมักมีราคาผันผวนน้อยในช่วงเวลาถัดไปด้วย (อัญญา ชันชวิทย์, 2547)

2) ข้อมูลของอัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์บางข้อมูลอาจมีลักษณะการแจกแจงแบบปกติ แต่ในความเป็นจริงหลักทรัพย์บางประเภทมีความผันผวนสูงเกินกว่าการอธิบายด้วยทฤษฎีการกระจายตัวของผลตอบแทนที่มีการแจกแจงปกติ เนื่องจากผลตอบแทนของหลักทรัพย์มีค่าสูงและต่ำเกินปกติ (Extreme Value) ปรากฏอยู่ เป็นผลทำให้ค่าเคอโตซิส (Kurtosis) ของการ

แจกแจงสูงกว่าปกติไปด้วย ทำให้เกิดการแจกแจงในลักษณะที่เรียกว่า fat tail คือขนาดของมวลบริเวณหางจะมีค่าเคอโตซิส (kurtosis) ของอัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์สูงกว่า 3.00 (วารวณิชย์ เอี่ยมมิ; ทิพวรรณ ปิ่นวนิชย์กุล และ ชูชัย ศรีคันสนีย์, 2550)

3) ความผันผวนของอัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์จะมีลักษณะไม่สมมาตร คือความผันผวนจะเพิ่มขึ้นหากผลตอบแทนของหลักทรัพย์ในช่วงเวลาก่อนหน้ามีค่าเป็นลบ เช่น การศึกษาของ Christie (1982 อ้างถึงใน อัญญา ชันชวิทย์, 2547) พบว่า อัตราผลตอบแทนจะมีความผันผวนสูงมาก ถ้าหากราคาของหลักทรัพย์ในช่วงก่อนมีการปรับตัวลดลงรุนแรง (leverage effects) แต่ความผันผวนจะมีไม่มาก ถ้าหากราคาปรับตัวเพิ่มขึ้น

4) ผลตอบแทนและค่าความผันผวนของหลักทรัพย์หรือตลาดที่แตกต่างกัน เช่น หุ้นต่างบริษัท ตลาดหุ้นหรือพันธบัตรในตลาดหนึ่งหรือหลาย ๆ ตลาด มีแนวโน้มที่จะมีความสัมพันธ์กันหรือเคลื่อนไปด้วยกัน

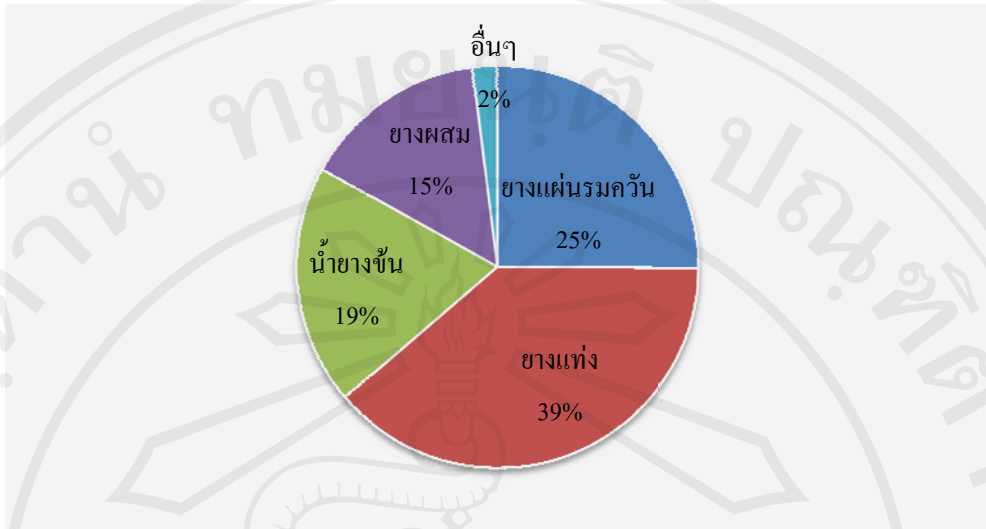
สำหรับความผันผวนของราคาสินค้าโภคภัณฑ์จะใช้การวัดค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของราคาที่เปลี่ยนแปลงไปในการวัดความผันผวน ซึ่งความผันผวนของราคาสินค้าโภคภัณฑ์นี้สามารถสังเกตเห็นได้ชัดเจนกว่าความผันผวนอื่น ๆ เช่น ความผันผวนของอัตราดอกเบี้ยหรืออัตราการแลกเปลี่ยนเงินตราระหว่างประเทศ เนื่องจากสินค้าโภคภัณฑ์มีอุปสงค์และอุปทานเป็นปัจจัยสำคัญในการกำหนดราคาและความผันผวนของราคา ดังนั้นเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงของอุปสงค์หรืออุปทาน ราคาสินค้าโภคภัณฑ์จึงมีการตอบสนองต่อการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว ทั้งผู้ผลิตและผู้บริโภคสินค้าโภคภัณฑ์จึงมักมีการเก็บสต็อกสินค้าไว้เพื่อรักษาระดับราคาให้มีความเสถียรภาพ แต่หากเกิดภาวะขาดแคลนสินค้า การขัดข้องในการผลิตสินค้า หรือการเพิ่มขึ้นของระดับความต้องการในสินค้า ราคาของสินค้าโภคภัณฑ์จะเพิ่มสูงขึ้นอย่างมาก (Candlestick Trading Forum, 2010)

2.1.2 ความสำคัญของยางพาราในประเทศไทย อินโดนีเซียและมาเลเซีย

ประเทศผู้ส่งออกยางพารามากเป็นอันดับแรกคือประเทศไทย โดยในประเทศไทยยางพาราเป็นพืชที่เกษตรกรทั่วประเทศให้ความสนใจและต้องการปลูกเป็นอย่างมาก อีกทั้งภาครัฐได้ให้การส่งเสริมการปลูกยางพาราในทุกภาคของประเทศ นับตั้งแต่ภาคใต้ ภาคตะวันออก ภาคตะวันออกเฉียงเหนือ ภาคเหนือ และภาคกลาง โดยในปี พ.ศ. 2551 ไทยมีพื้นที่ปลูกยางทั้งสิ้น 16,889,686 ไร่ ภาคใต้มีสัดส่วนของพื้นที่ปลูกยางมากที่สุดคิดเป็นร้อยละ 67.14 ของพื้นที่ทั้งหมด รองลงมาคือภาคตะวันออกเฉียงเหนือ ภาคตะวันออกรวมภาคกลาง และภาคเหนือ คิดเป็นร้อยละ 16.85, 12.46 และ 3.55 ตามลำดับ (สถาบันวิจัยยาง, 2553)

ยางพาราสามารถสร้างรายได้ให้กับเกษตรกรและยังเป็นสินค้าส่งออกในอันดับต้น ๆ ของประเทศไทย โดยสร้างรายได้เข้าประเทศเป็นอันดับหนึ่งของสินค้าเกษตร ในปี พ.ศ. 2553 ไทยมีรายได้จากการส่งออกยาง 249,263 ล้านบาท จากมูลค่าการส่งออกรวม 6,176,424 ล้านบาท หรือคิดเป็นร้อยละ 4.04 ของมูลค่าการส่งออกทั้งสิ้น (กรมส่งเสริมการส่งออก กระทรวงพาณิชย์, 2554) โดยตลาดส่งออกหลักของไทย คือ จีน มาเลเซีย ญี่ปุ่น สหภาพยุโรป เกาหลีใต้และสหรัฐอเมริกา อุตสาหกรรมยางพารามีความสำคัญกับประเทศมาก เพราะมีประชากรมากกว่า 6 ล้านคนที่เกี่ยวข้องกับอุตสาหกรรมนี้ และอุตสาหกรรมยางพาราได้ก่อให้เกิดกิจกรรมต่อเนื่องทั้งภาคการผลิตทางเกษตร ภาคอุตสาหกรรม และภาคการตลาด

การส่งออกยางพาราของไทยในปัจจุบันเป็นการส่งออกยางแปรรูปขั้นต้น คือ น้ำยางข้น ยางแท่ง ยางแผ่นรมควัน และยางคอมปาวด์เป็นส่วนใหญ่ ดังแสดงในรูป 2.1 ซึ่งแสดงสัดส่วนของปริมาณการส่งออกยางแปรรูปประเภทต่าง ๆ ดังกล่าว การแปรรูปยางธรรมชาติจึงต้องเริ่มจากอุตสาหกรรมต้นน้ำ คือ เกษตรกรที่ปลูกยางพารานำน้ำยางสดจากต้นยางพารามาแปรรูปเป็นยางแผ่นดิบ และเศษยาง จากนั้นผ่านกลไกการตลาด เช่น สหกรณ์ พ่อค้าคนกลาง หรือตลาดกลางยางพาราป้อนเข้าสู่โรงงานแปรรูปขั้นต้นผลิตเป็นน้ำยางข้น ยางแผ่นรมควัน ยางแท่ง น้ำยางพรีวัลคาไนซ์ หรือยางคอมปาวด์ (ยางผสม) โดยผลผลิตที่ได้ในส่วนกลางน้ำนี้จะทำการส่งออกเป็นส่วนใหญ่และที่เหลือจึงนำมาใช้ในประเทศเพื่อผลิตเป็นผลิตภัณฑ์ยาง (เดือนใจ สมบูรณ์วิวัฒน์ และ กฤษณา จันทร์คล้าย, 2552) การแปรรูปขั้นสุดท้าย คือ การแปรรูปยางเป็นผลิตภัณฑ์ยางเพื่อใช้ในประเทศและส่งออกในรูปของผลิตภัณฑ์ยาง จะเห็นได้ว่ากระบวนการในอุตสาหกรรมยางพารามีความเกี่ยวข้องกับบุคคลในหลายภาคส่วน นอกจากนี้การปลูกยางพารายังก่อให้เกิดอุตสาหกรรมไม้ยางพาราที่นอกจากจะทำรายได้ให้เกษตรกรชาวสวนยางอีกทางหนึ่งแล้ว ยังทำให้เกิดรายได้เข้าประเทศมากขึ้น จากการส่งออกผลิตภัณฑ์จากไม้ยางพารา เนื่องจากประเทศต่าง ๆ เกือบทั่วโลกมีการปิดป่าทำให้ขาดแคลนไม้ในการบริโภค ไม้ยางพาราจึงเป็นที่ต้องการมากขึ้นทุกปี



ที่มา: สถาบันวิจัยยาง (2554)

รูป 2.1 ปริมาณการส่งออกยางแยกตามประเภทของประเทศไทย ปี พ.ศ. 2553

ประเทศผู้ส่งออกยางพารามากที่สุดอันดับสองคือประเทศอินโดนีเซีย โดยอินโดนีเซียมีพืชเศรษฐกิจที่สำคัญในการส่งออก ได้แก่ ยางพารา ข้าว ปาล์มน้ำมัน และกาแฟ สินค้าจากการเกษตรเหล่านี้สามารถทำรายได้ให้กับประเทศร้อยละ 16.5 ของผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศที่มีมูลค่า 1.033 ล้านล้านดอลลาร์สหรัฐในปี 2553 (United States Department of Agriculture, 2011) นอกจากยางพาราจะเป็นสินค้าส่งออกที่สำคัญแล้ว ผลิตภัณฑ์จากยางพาราก็เป็นสินค้าส่งออกที่สำคัญสำหรับประเทศอินโดนีเซียด้วยเช่นกัน สำหรับผลิตภัณฑ์ยางพารานั้นจะรวมถึงยางรถยนต์ ถูมียาง สายยาง สายพาน เป็นต้น การผลิตยางพาราของอินโดนีเซียมีปริมาณสูงถึง 2.5 ล้านตันในปี 2551 ในปริมาณนี้ได้ทำการส่งออก 2.4 ล้านตัน ใช้ภายในประเทศประมาณ 3 แสนตัน และมีการนำเข้าประมาณ 290,547 ตัน คิดเป็นมูลค่า 762 ล้านดอลลาร์สหรัฐ สำหรับประเทศผู้นำเข้าปลายทางสินค้ายางพาราจากอินโดนีเซียที่สำคัญ คือ สหรัฐอเมริกา ญี่ปุ่น และจีน แต่ในเชิงปริมาณมีการส่งออกไปยังสิงคโปร์และมาเลเซียเป็นปริมาณมาก ซึ่งจะมีการส่งออกไปยังประเทศอื่นต่อไป (สำนักงานส่งเสริมการค้าระหว่างประเทศ ณ กรุงจาการ์ตา, 2553)

ประเทศที่มีการส่งออกยางพารามากเป็นอันดับสามคือประเทศมาเลเซีย โดยมาเลเซียมีการปลูกยางพาราเป็นการปลูกแปลงใหญ่ขนาด 1,000 ไร่ จึงมีความจำเป็นที่ต้องใช้แรงงานในการกรีดยางและเก็บยางเป็นจำนวนมาก หลังจากเศรษฐกิจของมาเลเซียมีการเติบโตอย่างรวดเร็วทั้งในภาคอุตสาหกรรมและภาคบริการ ค่าแรงจึงเพิ่มสูงขึ้นตามมา ทำให้ขาดแรงงานในการทำสวนยางที่เป็นแรงงานราคาถูก นอกจากนั้นการปลูกยางพารายังให้ผลตอบแทนน้อยกว่าพืชชนิดอื่น เช่น ปาล์มน้ำมัน ทำให้มีการเปลี่ยนแปลงจากการทำสวนยางเป็นสวนปาล์มน้ำมัน ส่งผลให้การปลูก

ยางพาราของมาเลเซียมีแนวโน้มลดลงอย่างต่อเนื่อง ทำให้มีกำลังการผลิตของโรงงานแปรรูปยางพาราเหลืออยู่ ผู้แปรรูปยางในมาเลเซียบางส่วนจึงนำเข้ายางแผ่น ยางถ้วย เพิ่มมากขึ้นเพื่อผลิตยางแท่ง ซึ่งมาเลเซียมีชื่อเสียงในการผลิตยางแท่งและเป็นที่ยอมรับจากตลาดโลกว่ามีคุณภาพดีและมีความสม่ำเสมอ สำหรับโครงสร้างอุตสาหกรรมยางพาราในมาเลเซียจะมีความสมบูรณ์มากกว่าของไทย คือ เปลี่ยนจากการเป็นประเทศส่งออกวัตถุดิบยางพารา เป็นประเทศที่ส่งออกผลิตภัณฑ์ยางพาราซึ่งมีมูลค่าเพิ่มสูงกว่า ทั้งนี้เพราะมาเลเซียมีการใช้เทคโนโลยีระดับสูง ประกอบกับรัฐบาลได้ให้การสนับสนุนในการวิจัยเพื่อพัฒนาอุตสาหกรรมยางทั้งต้นน้ำและปลายน้ำ

2.1.3 ทฤษฎีการวิเคราะห์ทางเศรษฐมิติ

2.1.3.1 ข้อมูลอนุกรมเวลา

ข้อมูลอนุกรมเวลา (time series) เป็นข้อมูลของตัวแปรที่เก็บในช่วงเวลาหนึ่ง โดยจะมีความต่อเนื่องของข้อมูลในเชิงเวลา ข้อมูลที่เก็บอาจเป็นข้อมูลรายวัน รายเดือน รายไตรมาส หรือรายปีขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ของผู้ใช้ ซึ่งระยะห่างของเวลาจะเท่ากัน ในการศึกษาความสัมพันธ์ทางเศรษฐกิจข้อมูลอนุกรมเวลาที่นำมาใช้ควรเป็นข้อมูลที่มีลักษณะนิ่ง (stationary) กล่าวคือ ค่าเฉลี่ย (Mean) และความแปรปรวน (Variance) ของข้อมูลมีค่าคงที่เมื่อเวลาเปลี่ยนแปลงไป ในขณะที่ค่าความแปรปรวนร่วม (Covariance) ระหว่างสองคาบเวลาจะขึ้นอยู่กับช่องว่างระหว่างคาบเวลาเท่านั้น ไม่ได้ขึ้นกับเวลาที่เกิดขึ้นจริง หากข้อมูลไม่เป็นไปตามเงื่อนไขดังกล่าวนี้ นั่นคือข้อมูลมีลักษณะไม่นิ่ง (nonstationary) (Charemza and Deadman, 1992 อ้างถึงใน อารีย์ วิบูลย์พงศ์, 2549)

2.1.3.2 การทดสอบความนิ่งของข้อมูล (Unit Root Tests)

การทดสอบความนิ่งของข้อมูลหรือการทดสอบ Unit Root สามารถทดสอบด้วยวิธี Dickey-Fuller Test (DF Test) (Dickey and Fuller, 1981) หรือวิธี Augmented Dickey-Fuller Test (ADF Test) (Said and Dickey 1984) โดยมีสมการของ DF Test ดังนี้ (Gujarati, 1995 อ้างถึงใน ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์, 2547)

$$X_t = \rho X_{t-1} + u_t \quad (2.1)$$

โดยที่ X_t, X_{t-1} คือ ข้อมูลอนุกรมเวลาของตัวแปรอิสระ ณ เวลา t และ $t-1$
 u_t คือ White noise error term

ρ คือ สัมประสิทธิ์อัตโนมัติสหสัมพันธ์ (Autocorrelation coefficient)

สมมติฐานของ Dickey-Fuller Test (DF Test) คือ

$$H_0 : \rho = 1$$

$$H_a : |\rho| < 1 ; -1 < \rho < 1$$

การทดสอบ Unit Root คือ การพิจารณาจากค่า ρ หากปฏิเสธสมมติฐานหลัก (H_0) หรือ นั่นคือ $|\rho| < 1$ แสดงว่าข้อมูล (X_t) มีลักษณะนิ่งหรือไม่มี Unit Root แต่หากยอมรับสมมติฐานหลัก (H_0) หมายความว่าข้อมูล (X_t) มีลักษณะไม่นิ่งหรือมี Unit Root การทดสอบ Unit Root ยังสามารถทำได้ในอีกรูปแบบหนึ่ง นอกจากรูปแบบที่กล่าวมาข้างต้น คือสมมติให้

$$\rho = (1+\theta) ; -1 < \theta < 0 \quad (2.2)$$

จะได้

$$X_t = (1+\theta) X_{t-1} + u_t \quad (2.3)$$

$$X_t = X_{t-1} + \theta X_{t-1} + u_t \quad (2.4)$$

$$X_t - X_{t-1} = \theta X_{t-1} + u_t \quad (2.5)$$

$$\Delta X_t = \theta X_{t-1} + u_t \quad (2.6)$$

สมมติฐานของ DF Test อีกรูปแบบ คือ

$$H_0 : \theta = 0$$

$$H_a : \theta < 0$$

ถ้า θ ในสมการ (2.6) มีค่าเป็นลบ ค่า ρ ในสมการ (2.1) จะมีค่าน้อยกว่า 1 จึงสามารถสรุปได้ว่า ข้อมูลมีลักษณะนิ่ง (stationary) ที่ order of Integration Zero หรือ $I(0)$ แต่ถ้าไม่สามารถปฏิเสธสมมติฐานหลักได้ หมายความว่าข้อมูล (X_t) มีลักษณะไม่นิ่ง (nonstationary) หรือมี Unit Root

ถ้า X_t เป็นแนวเดินเชิงสุ่มซึ่งมีความโน้มเอียงทั่วไปรวมอยู่ด้วย (random walk with drift) สามารถเขียนแบบจำลองได้ดังนี้

$$\Delta X_t = \alpha + \theta X_{t-1} + u_t \quad (2.7)$$

และถ้า X_t เป็นแนวเดินเชิงสุ่มซึ่งมีความโน้มเอียงทั่วไปรวมอยู่ด้วย (random walk with drift) และมีแนวโน้มตามเวลาเชิงเส้น (linear time trend) สามารถเขียนแบบจำลองได้ดังนี้

$$\Delta X_t = \alpha + \beta t + \theta X_{t-1} + u_t \quad (2.8)$$

โดยสรุปแล้ว Dickey and Fuller พิจารณาสมการถดถอย 3 รูปแบบที่ต่างกันในการทดสอบ Unit Root ดังนี้

$$\Delta X_t = \theta X_{t-1} + u_t \quad (2.9)$$

$$\Delta X_t = \alpha + \theta X_{t-1} + u_t \quad (2.10)$$

$$\Delta X_t = \alpha + \beta t + \theta X_{t-1} + u_t \quad (2.11)$$

ทำการทดสอบค่าพารามิเตอร์ θ ตามสมมติฐานข้างต้น หาก $\theta = 0$ แสดงให้เห็นว่าข้อมูลอนุกรมเวลานั้นมี Unit Root หรือมีลักษณะไม่นิ่ง โดยเปรียบเทียบค่าสถิติ t (t-statistic) ที่คำนวณได้กับค่าวิกฤติ MacKinnon (MacKinnon critical values) ในตาราง หากค่าสถิติ t มีค่ามากกว่าค่าวิกฤติ MacKinnon จะหมายถึงข้อมูลนั้นไม่มีการเปลี่ยนแปลง

แม้สมการ (2.9), (2.10) และ (2.11) จะถูกเพิ่มด้วยกระบวนการเชิงอัตถถอย (autoregressive processes) หรือคือพจน์ค่า lagged ของตัวแปรตาม (ΔX_t) ค่าวิกฤติจะยังคงไม่เปลี่ยนแปลง

$$\Delta X_t = \theta X_{t-1} + \sum_{i=1}^p \phi_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2.12)$$

$$\Delta X_t = \alpha + \theta X_{t-1} + \sum_{i=1}^p \phi_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2.13)$$

$$\Delta X_t = \alpha + \beta t + \theta X_{t-1} + \sum_{i=1}^p \phi_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2.14)$$

โดยที่ X_t, X_{t-1} คือ ข้อมูลอนุกรมเวลาของตัวแปรอิสระ ณ เวลา t และ $t-1$
 α, β, θ คือ ค่าพารามิเตอร์
 t คือ เวลา

ε_t คือ White noise error term

สมการ (2.12) – (2.14) นี้เรียกว่า Augmented Dickey-Fuller Test (ADF Test) โดยจำนวนของ lagged difference terms ที่เพิ่มเข้ามาในสมการจะต้องมีมากพอที่จะทำให้พจน์ความคลาดเคลื่อนในสมการไม่มีสหสัมพันธ์กัน ทั้งนี้เพื่อจะได้ค่าประมาณของ θ ที่ไม่เอนเอียง (unbiased) ซึ่ง ADF Test ยังคงมีสมมติฐานการทดสอบเช่นเดียวกับ DF Test คือ ทดสอบว่า $\theta = 0$ หรือไม่ นอกจากนี้ยังเป็นการแจกแจงเชิงเส้นกำกับ (asymptotic distribution) เช่นเดียวกัน จึงสามารถใช้ค่าวิกฤติแบบเดียวกันได้

2.1.3.3 แบบจำลอง Autoregressive (AR(p))

แบบจำลอง Autoregressive แสดงให้เห็นว่าข้อมูลอนุกรมเวลา x_t ถูกกำหนดจากค่าของ x_{t-1}, \dots, x_{t-p} หรือค่าของตัวเองที่เกิดขึ้นในเวลาก่อนหน้า โดยกระบวนการ AR(p) หรือ Autoregressive ที่มีอันดับ p เขียนในรูปสมการได้ดังนี้ (Gujarati, 2009)

$$x_t = \mu + \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \dots + \phi_p x_{t-p} + \varepsilon_t \quad (2.15)$$

โดยที่	x_t	คือ	ข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา t
	p	คือ	อันดับของ Autoregressive
	μ	คือ	ค่าคงที่ (Constant term)
	ϕ_j	คือ	พารามิเตอร์ตัวที่ j ของ Autoregressive ; $j = 1, \dots, p$
	ε_t	คือ	ความคลาดเคลื่อน ณ เวลา t

2.1.3.4 แบบจำลอง Moving Average (MA(q))

แบบจำลอง Moving Average แสดงให้เห็นว่าข้อมูลอนุกรมเวลา x_t ถูกกำหนดจากค่าของ $\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_{t-q}$ หรือค่าความคลาดเคลื่อนในปัจจุบันและในอดีต โดยกระบวนการ MA(q) หรือ Moving Average ที่มีอันดับ q เขียนในรูปสมการได้ดังนี้ (Gujarati, 2009)

$$x_t = \mu + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (2.16)$$

โดยที่	x_t	คือ	ข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา t
	q	คือ	อันดับของ Moving Average
	μ	คือ	ค่าคงที่ (Constant term)
	ϕ_j	คือ	พารามิเตอร์ตัวที่ j ของ Moving Average ; $j=1, \dots, q$
	ε_t	คือ	ความคลาดเคลื่อน ณ เวลา t

2.1.3.5 แบบจำลอง Autoregressive Moving Average (ARMA(p, q))

แบบจำลอง Autoregressive Moving Average (ARMA) เป็นแบบจำลองที่รวมกระบวนการ Autoregressive และ Moving Average ไว้ด้วยกัน โดยกระบวนการ ARMA(p, q) คือระบบ Autoregressive ที่มีอันดับ p และ Moving Average ที่มีอันดับ q เขียนในรูปสมการได้ดังนี้ (Gujarati, 2009)

$$x_t = \mu + \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \dots + \phi_p x_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (2.17)$$

โดยที่	x_t	คือ	ข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา t
	p	คือ	อันดับของ Autoregressive
	q	คือ	อันดับของ Moving Average
	μ	คือ	ค่าคงที่ (Constant term)
	ϕ_j	คือ	พารามิเตอร์ตัวที่ j ของ Autoregressive ; $j = 1, \dots, p$
	θ_j	คือ	พารามิเตอร์ตัวที่ j ของ Moving Average ; $j=1, \dots, q$
	ε_t	คือ	ความคลาดเคลื่อน ณ เวลา t หรือกระบวนการ White noise

2.1.3.6 เกณฑ์การเลือกแบบจำลองที่ดีที่สุด (Model selection)

ในการประมาณค่าสมการเชิงเศรษฐมิตินั้น หากแบบจำลองที่ได้มีหลายรูปแบบ จำเป็นต้องมีเกณฑ์ในการเลือกรูปแบบของแบบจำลองที่เหมาะสมที่สุด การเลือกแบบจำลองด้วยวิธี Akaike's Information Criterion (AIC) และ Schwarz's Information Criterion (SIC) มีความต้องการให้ค่าผลบวกของส่วนที่เหลือกำลังสอง (residual sum of square: RSS) มีค่าต่ำสุด อย่างไรก็ตามแบบจำลองอาจไม่แม่นยำหากมีการเพิ่มตัวถดถอย (regressors) มากขึ้น เนื่องจากตัวถดถอย (regressors) ที่มากขึ้น จะทำให้เสียระดับขั้นความเสรี (degree of freedom) มากตามไปด้วย และการที่เสียระดับขั้นความเสรีมากขึ้นนั้น ก็จะทำให้การลงความเห็นในทางสถิติไม่

มันคงตามมา ดังนั้นจึงต้องเลือกระหว่างความแม่นยำในการทดสอบแบบจำลองกับแบบจำลองที่มีความซับซ้อน (ดูจากจำนวนตัวถดถอย) แบบจำลอง AIC และ SIC มีรูปแบบดังนี้ (Gujarati, 2009)

$$AIC = e^{2k/n} \frac{RSS}{n} \quad (2.18)$$

หรือ $\ln AIC = \left(\frac{2k}{n}\right) + \ln \frac{RSS}{n} \quad (2.19)$

และ $SIC = n^{k/n} \frac{RSS}{n} \quad (2.20)$

หรือ $\ln SIC = \frac{k}{n} \ln n + \ln \frac{RSS}{n} \quad (2.21)$

โดยที่ k คือ จำนวนตัวถดถอย (regressors) ที่รวมค่าตัดแกน (intercept)
 n คือ จำนวนค่าสังเกต (observations)
 $\ln AIC$ คือ ลอการิทึมธรรมชาติ (natural log) ของ AIC
 $\ln SIC$ คือ ลอการิทึมธรรมชาติ (natural log) ของ SIC

แบบจำลอง AIC และ SIC ใช้เกณฑ์ในการตัดสินเช่นเดียวกันคือแบบจำลองที่ให้ค่า AIC หรือ SIC ต่ำที่สุดจะเป็นแบบจำลองที่มีความเหมาะสมที่สุด

2.1.3.7 แบบจำลองความผันผวนแบบมีเงื่อนไขแบบตัวแปรเดียว (Univariate Conditional Volatility Model)

แบบจำลองทางเศรษฐมิติที่ใช้ในการศึกษาความผันผวนแบบตัวแปรเดียว ได้แก่ แบบจำลอง ARCH ของ Engle (1982) แบบจำลอง GARCH ของ Bollerslev (1990) และแบบจำลอง Asymmetric Univariate GARCH (GJR) ของ Glosten et al. (1993) ดังนี้

1) แบบจำลอง Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (ARCH)

แบบจำลองเศรษฐมิติแบบดั้งเดิมมักสมมติให้ความแปรปรวนของพจน์ความคลาดเคลื่อนมีค่าคงที่ แต่ในความเป็นจริงข้อสมมติดังกล่าวอาจไม่ถูกต้องนัก Enders (1995) ได้แสดงให้เห็นว่าข้อมูลอนุกรมเวลาจำนวนมากที่มีคาบเวลาจำนวนไม่น้อยมีความผันผวนสูงตามมาด้วยคาบเวลาที่มีความสงบ และในหลายสถานการณ์เราสนใจความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไข (Conditional Variance) เท่านั้น เช่น นักลงทุนในตลาดหุ้นที่สนใจการพยากรณ์อัตราผลตอบแทน (Rate of return) และความแปรปรวนของหุ้นที่ถือ ในขณะที่ความแปรปรวนแบบไม่มีเงื่อนไข (Unconditional Variance) หรือความแปรปรวนในระยะยาว อาจไม่ใช่สิ่งสำคัญนัก หาก

นักลงทุนวางแผนที่จะซื้อขายหุ้นในช่วงเวลาไม่ยาวเกินไป (Ender, 1995 อ้างถึงใน ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์, 2547)

Engle (1982) ได้แสดงให้เห็นว่าเป็นไปได้ที่จะสามารถสร้างแบบจำลองหรือแสดงค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของอนุกรมเวลาไปพร้อมกัน และการพยากรณ์แบบมีเงื่อนไขดีกว่าการพยากรณ์แบบไม่มีเงื่อนไข ดังแสดงได้ดังนี้

จากแบบจำลอง ARMA ที่นิ่ง (stationary) ดังนี้

$$x_t = \mu + \phi_1 x_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.22)$$

ต้องการพยากรณ์ x_{t+1} ดังนั้นจะได้การพยากรณ์แบบมีเงื่อนไข (Conditional Forecast) ของ x_{t+1} ดังนี้

$$E_t x_{t+1} = \mu + \phi_1 x_t \quad (2.23)$$

เมื่อใช้ค่าเฉลี่ยแบบมีเงื่อนไข (Conditional Mean) ในการพยากรณ์ x_{t+1} ค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน (Error Variance) แบบมีเงื่อนไขพยากรณ์ได้ดังนี้

$$E_t \left[(x_{t+1} - \mu - \phi_1 x_t)^2 \right] = E_t \varepsilon_{t+1}^2 = \sigma^2 \quad (2.24)$$

แต่ถ้าใช้การพยากรณ์แบบไม่มีเงื่อนไข ค่าพยากรณ์ที่ได้ก็คือค่าเฉลี่ยระยะยาว (Long-run Mean) ของ x_t ดังนี้

$$E(x_t) = \frac{\mu}{1 - \phi_1} \quad (2.25)$$

จะได้ค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์แบบไม่มีเงื่อนไขดังนี้

$$E \left\{ \left(x_{t+1} - \frac{\mu}{1 - \phi_1} \right)^2 \right\} = E \left[\left(\varepsilon_{t+1} + \phi_1 \varepsilon_t + \phi_1^2 \varepsilon_{t-1} + \phi_1^3 \varepsilon_{t-2} + \dots \right)^2 \right] = \frac{\sigma^2}{(1 - \phi_1)^2} \quad (2.26)$$

เนื่องจาก $\frac{1}{(1-\phi_1)^2} > 1$ ดังนั้นความแปรปรวนที่ได้จากการพยากรณ์แบบไม่มีเงื่อนไขจะมีค่าสูงกว่าความแปรปรวนของการพยากรณ์แบบมีเงื่อนไข ในลักษณะเดียวกันถ้าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน (ε_t) ไม่ใช่ค่าคงที่ สามารถใช้แบบจำลอง ARMA ในการประมาณค่าความแปรปรวนได้ ดังนี้

$$x_t = \mu + \phi_1 x_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.27)$$

จะได้ความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไขของ x_{t+1} ดังนี้

$$\text{var}(x_{t+1}|x_t) = E_t[(x_{t+1} - \mu - \phi_1 x_t)^2] = E_t \varepsilon_{t+1}^2 \quad (2.28)$$

วิธีหนึ่งที่จะสามารถหาค่าความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไขที่ไม่คงที่ได้ คือ ให้ความแปรปรวนดังกล่าวมีลักษณะเป็น AR(p) ดังนี้

$$\hat{\varepsilon}_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \hat{\varepsilon}_{t-p}^2 + v_t \quad (2.29)$$

โดยที่ $\hat{\varepsilon}_t$ คือ ส่วนที่เหลือที่ประมาณค่าได้ (Estimate Residuals) ของแบบจำลอง (2.27)

v_t คือ White noise process

หาก $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_p = 0$ ค่าความแปรปรวนที่ประมาณได้จะเท่ากับค่าคงที่ α_0 ถ้าไม่เช่นนั้นค่าความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไขจะมีค่าสอดคล้องตามสมการ (2.29) และจะได้ค่าพยากรณ์ความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไขดังนี้

$$E_t \hat{\varepsilon}_{t+1}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{\varepsilon}_t^2 + \alpha_2 \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \hat{\varepsilon}_{t+1-p}^2 \quad (2.30)$$

จากข้างต้นสมการ (2.29) เรียกว่า แบบจำลอง Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (ARCH) และสมการ (2.30) คือ ARCH (p) โดยค่า $E_t \hat{\varepsilon}_{t+1}^2$ ประกอบด้วย 2 ส่วน คือ ค่าคงที่และส่วนที่เหลือ ($\hat{\varepsilon}_t$) กำลังสองของคาบเวลาในอดีต และค่าสัมประสิทธิ์ ($\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p$) จะถูกประมาณค่าโดยการใช้เทคนิค Maximum Likelihood

Ender (1995) ได้กล่าวว่าความไม่คงที่ของความแปรปรวนของค่าคลาดเคลื่อน (Heteroscedasticity) จะมีผลให้ x_t เป็น ARCH process ดังนั้นแบบจำลอง ARCH จึงสามารถจับคาบเวลา (period) ของความสงบและความผันผวน (volatility) ในอนุกรม x_t ได้

2) แบบจำลอง Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (GARCH)

Bollerslev (1986) ได้พัฒนาแบบจำลอง ARCH ด้วยการให้ความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไข (Conditional Variance) มีลักษณะเป็น ARMA Process โดยให้ Error Process มีลักษณะดังนี้

$$\varepsilon_t = v_t \sqrt{h_t} \quad (2.31)$$

โดยความแปรปรวนของ $v_t = \sigma_v^2 = 1$ และ

$$h_t = \omega_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j} \quad (2.32)$$

ค่า v_t คือ White noise process ที่เป็นอิสระจาก ε_{t-i} โดยค่าเฉลี่ยแบบมีเงื่อนไขและไม่มีเงื่อนไข (Conditional and Unconditional Means) ของ ε_t มีค่าเท่ากับศูนย์ เมื่อใส่ค่าคาดหวัง (Expected Value) ของ ε_t จะได้

$$E\varepsilon_t = Ev_t \sqrt{h_t} = 0 \quad (2.33)$$

ความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไขของ ε_t ถูกกำหนดโดย h_t ในสมการ (2.33) และสามารถเขียนสมการใหม่ได้ ดังนี้

$$E_{t-1}\varepsilon_t^2 = h_t = \omega_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j} \quad (2.34)$$

แบบจำลองในสมการ (2.34) เรียกว่า Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity หรือ GARCH (p,q) มีส่วนประกอบที่เป็น Autoregressive Moving Average ในความแปรปรวนที่มีลักษณะไม่คงที่ (Heteroscedastic) โดยหาก $p = 1$ และ $q = 0$ จะ

ได้แบบจำลอง GARCH (1,0) หรือคือ ARCH (1) หรือ ARCH ($p = 1$) นั่นเอง กล่าวได้ว่า ถ้า β_j ทุกตัวมีค่าเท่ากับศูนย์ แบบจำลอง GARCH (p, q) ก็คือแบบจำลอง ARCH (p) นั่นเอง

เงื่อนไขที่พอเพียงที่จะทำให้ค่าความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไข $h_t > 0$ คือ $\omega_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$ สำหรับ $i = 1, \dots, p$ และ $\beta_j \geq 0$ สำหรับ $j = 1, \dots, q$ โดย α_i แสดงถึง ARCH Effect (ผลในระยะสั้นของตัวแปรสุ่ม (shocks) ที่มีต่ออัตราผลตอบแทนของตัวแปร) ค่า β_j แสดงถึง GARCH Effect และ $\alpha_i + \beta_j$ แสดงถึงผลในระยะยาวของตัวแปรสุ่ม (shocks) ที่มีต่ออัตราผลตอบแทนของตัวแปร

แบบจำลอง GARCH (p, q) แสดงให้เห็นว่าความผันผวนไม่ได้เกิดจากผลกระทบของตัวแปรสุ่มเพียงอย่างเดียว แต่ยังรวมถึงผลจากความล่าช้าของตัวเองด้วย และแบบจำลองมีข้อสมมติว่า ผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงอย่างกะทันหันทางบวก ($\varepsilon_t > 0$) และการเปลี่ยนแปลงอย่างกะทันหันทางลบ ($\varepsilon_t < 0$) ในขนาดที่เท่ากันจะส่งผลต่อความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไขเหมือนกัน

3) แบบจำลอง Asymmetric Univariate GARCH (GJR)

แบบจำลอง GJR พัฒนาขึ้นโดย Glosten, Jagannathan และ Runkle (1993) เพื่อพิจารณาถึงผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงอย่างกะทันหันทางบวก ($\varepsilon_t > 0$) และการเปลี่ยนแปลงอย่างกะทันหันทางลบ ($\varepsilon_t < 0$) ในขนาดที่เท่ากัน แต่ส่งผลต่อความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไข (Conditional Variance) แตกต่างกัน ดังสมการต่อไปนี้

$$h_t = \omega_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \gamma_i I(\varepsilon_{t-i}) \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j} \quad (2.35)$$

โดยที่ $I(\varepsilon_{t-i})$ คือ ตัวแปรเพื่อชี้วัด (Indicator Variable) ซึ่งจะมีค่าเท่ากับ 1 หาก $\varepsilon_{t-i} < 0$ และจะมีค่าเท่ากับ 0 ในกรณีตรงข้าม สามารถแสดงได้ดังนี้

$$I(\varepsilon_t) = \begin{cases} 1, \varepsilon_{t,i} < 0 \\ 0, \varepsilon_{t,i} \geq 0 \end{cases}$$

จากแบบจำลองการเปลี่ยนแปลงอย่างกะทันหันทางบวก ($\varepsilon_t > 0$) และการเปลี่ยนแปลงอย่างกะทันหันทางลบ ($\varepsilon_t < 0$) ส่งผลกระทบท่อความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไขอย่างไม่

สมมาตร ถ้า γ_i มีค่ามากกว่าศูนย์ หมายความว่า การเปลี่ยนแปลงอย่างกะทันหันทางลบส่งผลกระทบต่อมากกว่าการเปลี่ยนแปลงอย่างกะทันหันทางบวก ($\alpha_i + \gamma_i > \alpha_i$)

เงื่อนไขที่พอเพียงที่จะทำให้ค่าความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไข $h_t > 0$ คือ ค่า $p = q = 1, \omega_0 > 0, \alpha_1 \geq 0, \alpha_1 + \gamma_1 \geq 0$ และ $\beta_1 \geq 0$ สำหรับผลกระทบในระยะสั้นของการเปลี่ยนแปลงอย่างกะทันหันทางบวกและทางลบ คือ α_1 และ $\alpha_1 + \gamma_1$ ตามลำดับ หากตัวแปรสุ่มแบบมีเงื่อนไข (Conditional Shocks) มีการกระจายอย่างสมมาตร ผลในระยะสั้นของตัวแปรสุ่มจะเท่ากับ $\alpha_1 + 0.5\gamma_1$ ส่วนผลในระยะยาวของของตัวแปรสุ่มจะเท่ากับ $\alpha_1 + 0.5\gamma_1 + \beta_1$

2.1.3.8 แบบจำลองความผันผวนแบบมีเงื่อนไขแบบหลายตัวแปร (Multivariate Conditional Volatility Model)

แบบจำลองทางเศรษฐมิติที่ใช้ในการหาความผันผวนของตัวแปรหลายตัว ได้แก่ แบบจำลอง Constant Conditional Correlation (CCC) ของ Bollerslev (1990) แบบจำลอง Dynamic Conditional Correlation (DCC) ของ Engle (2002) แบบจำลอง Vector Autoregressive Moving Average – GARCH (VARMA-GARCH) ของ Ling and McAleer (2003) และแบบจำลอง Vector Autoregressive Moving Average – Asymmetric GARCH (VARMA-AGARCH) ของ McAleer et al. (2009)

1) แบบจำลอง Constant Conditional Correlation (CCC)

แบบจำลอง Constant Conditional Correlation (CCC) ของ Bollerslev (1990) สมมติให้ความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไขของตัวแปรแต่ละตัวถูกประมาณตามแบบจำลอง Univariate GARCH ซึ่งมีรูปแบบดังนี้ คือ

$$h_{it} = \omega_i + \sum_{k=1}^p \alpha_{i,k} \varepsilon_{i,t-k}^2 + \sum_{l=1}^q \beta_{i,l} h_{i,t-l} \quad (2.36)$$

โดยมีข้อสมมติให้เมทริกของสหสัมพันธ์แบบมีเงื่อนไข (Conditional Correlation Matrix) คือ $E(\eta_t \eta_t') = \Gamma$ พิจารณาได้ดังนี้

$$\text{var}(\varepsilon_t | F_{t-1}) = \varepsilon_t \varepsilon_t' \quad (2.37)$$

$$\text{จาก } \varepsilon_t = D_t \eta_t \quad (2.38)$$

$$\text{จะได้ } \varepsilon_t \varepsilon_t' = D_t \eta_t \eta_t' D_t' \quad (2.39)$$

$$E(\varepsilon_t \varepsilon_t') = D_t E(\eta_t \eta_t') D_t \quad (2.40)$$

$$Q_t = D_t E(\eta_t \eta_t') D_t \quad (2.41)$$

และ $\Gamma = E(\eta_t \eta_t' | F_{t-1}) = E(\eta_t \eta_t')$ (2.42)

ดังนั้น $Q_t = D_t \Gamma D_t$ (2.43)

หรือ $\Gamma = D_t^{-1} Q_t D_t^{-1}$ (2.44)

โดย $\Gamma = \rho_{ij}$ สำหรับ $i, j = 1, \dots, m$ ถูกสมมติให้มีค่าคงที่เมื่อเวลาเปลี่ยนแปลงไป, Q_t คือ เมทริกความแปรปรวนร่วมแบบมีเงื่อนไข (Conditional Covariance Matrix), $D_t = \text{diag}(h_{1t}^{1/2}, \dots, h_{mt}^{1/2})$ คือ เมทริกเฉียง (Diagonal Matrix) ของความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไขที่มี m ตัวแปร และ $\eta_t = (\eta_{1t}, \dots, \eta_{mt})'$ คือ ความคลาดเคลื่อนเชิงสุ่มที่มีการแจกแจงเหมือนกันและเป็นอิสระต่อกัน (Independent and identically distributed random error) แบบจำลอง CCC จะไม่มีผลของการส่งผ่านความผันผวน (Spillover Effect) ระหว่างตัวแปรและสหสัมพันธ์อย่างมีเงื่อนไข (Conditional Correlation) จะมีค่าคงที่หรือไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา

2) แบบจำลอง Dynamic Conditional Correlation (DCC)

Engle (2002) ได้เสนอแบบจำลอง Dynamic Conditional Correlation (DCC) เนื่องจากข้อสมมติที่ว่าสหสัมพันธ์แบบมีเงื่อนไข (Conditional Correlation) มีค่าคงที่นั้นอาจไม่ถูกต้องนักในความเป็นจริง เมทริกสหสัมพันธ์แบบมีเงื่อนไขที่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาหรือเป็นพลวัตจึงถูกพัฒนาขึ้น ซึ่งมีขั้นตอนในการประมาณเมทริกความแปรปรวนร่วมแบบมีเงื่อนไข (Conditional Covariance Matrix) 2 ขั้นตอน คือ ขั้นแรกใช้แบบจำลองความผันผวนแบบตัวแปรเดียวเพื่อประมาณค่าความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไข (h_t) ของตัวแปรแต่ละตัว ขั้นที่สองคือการประมาณค่าพารามิเตอร์ของ DCC แบบจำลองสามารถแสดงได้ดังนี้

$$y_t | F_{t-1} \sim (0, Q_t), \quad t=1, \dots, T \quad (2.45)$$

$$Q_t = D_t \Gamma D_t \quad (2.46)$$

โดยที่ y_t คือ ตัวแปรที่ศึกษาในรูปแบบของอัตราผลตอบแทน
 $D_t = \text{diag}(h_{1t}^{1/2}, \dots, h_{mt}^{1/2})$ คือ เมทริกเฉียง (Diagonal Matrix) ของความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไขที่มี m ตัวแปร
 F_t คือ ข้อมูลข่าวสารที่มี ณ เวลา t

Q_t คือ เมทริกความแปรปรวนร่วมแบบมีเงื่อนไข
(Conditional Covariance Matrix)

ความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไขมีรูปแบบตามแบบจำลอง Univariate GARCH ดังนี้

$$h_{it} = \omega_i + \sum_{k=1}^p \alpha_{i,k} \varepsilon_{i,t-k}^2 + \sum_{l=1}^q B_{i,l} h_{i,t-l} \quad (2.47)$$

หลังจากแบบจำลองความผันผวนแบบตัวแปรเดียวถูกนำมาใช้ในการประมาณค่า จากนั้นจึงใช้ตัวแปรสุ่ม (Standardized residuals ($\eta_{it} = y_{it}/\sqrt{h_{it}}$)) เพื่อประมาณค่า DCC ดังนี้

$$\Gamma_t = D_t^{-1} Q_t D_t^{-1} \quad (2.48)$$

หรือ $\Gamma_t = \left\{ \left(\text{diag}(Q_t)^{-1/2} \right) \right\} Q_t \left\{ \left(\text{diag}(Q_t)^{-1/2} \right) \right\}$ (2.49)

$$Q_t = (1 - \theta_1 - \theta_2) S + \theta_1 \eta_{t-1} \eta'_{t-1} + \theta_2 Q_{t-1} \quad (2.50)$$

โดยที่ Γ คือ เมทริกของสหสัมพันธ์แบบมีเงื่อนไข (Conditional Correlation Matrix) ที่สามารถเปลี่ยนแปลงตามเวลาได้

S คือ เมทริกความแปรปรวนแบบไม่มีเงื่อนไข (Unconditional variance matrix) ของ η_t

η_t คือ ความคลาดเคลื่อนเชิงสุ่มที่มีการแจกแจงเหมือนกันและเป็นอิสระต่อกัน (Independent and identically distributed random error)

θ_1, θ_2 คือ ค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ดูผลกระทบของ Shocks ในช่วงเวลาก่อนหน้า (Previous shocks) และดูผลกระทบของสหสัมพันธ์แบบมีเงื่อนไขเชิงพลวัตในช่วงเวลาก่อนหน้า (Previous Dynamic Conditional Correlation) ที่มีต่อสหสัมพันธ์แบบมีเงื่อนไขเชิงพลวัตในปัจจุบัน (Current Dynamic Conditional Correlation) ตามลำดับ

3) แบบจำลอง Vector Autoregressive Moving Average-GARCH

(VARMA-GARCH)

Ling และ McAleer (2003) เป็นผู้พัฒนาแบบจำลอง VARMA-GARCH ซึ่งแสดงผลของการส่งผ่านความผันผวน (Volatility spillover) ระหว่างตัวแปรและมีข้อสมมติ คือ การเปลี่ยนแปลงอย่างกะทันหันทางบวกและทางลบในขนาดที่เท่ากันจะส่งผลอย่างสมมาตรต่อความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไข โดยเวกเตอร์ของอัตราผลตอบแทนของตัวแปรมีขนาด m ที่มากกว่าหรือเท่ากับ 2 ($m \geq 2$) แบบจำลองแสดงได้ดังนี้

$$Y_t = E(Y_t | F_{t-1}) + \varepsilon_t \quad (2.51)$$

$$\varepsilon_t = D_t \eta_t \quad (2.52)$$

$$\text{var}(\varepsilon_t | F_{t-1}) = D_t \Gamma D_t \quad (2.53)$$

$$H_t = \omega + \sum_{i=1}^p A_i \varepsilon_{t-i} + \sum_{j=1}^q B_j H_{t-j} \quad (2.54)$$

แบบจำลอง VARMA-GARCH มีข้อสมมติให้เมทริกของสหสัมพันธ์แบบมีเงื่อนไข (Conditional Correlations) คือ $E(\eta_t \eta_t') = \Gamma$ มีค่าคงที่เมื่อเวลาเปลี่ยนแปลงไปและ $H_t = (h_{1t}, \dots, h_{mt})'$, $\omega = (\omega_1, \dots, \omega_m)'$, $D_t = \text{diag}(h_{it}^{1/2})$, $\eta_t = (\eta_{1t}, \dots, \eta_{mt})'$, $\varepsilon_t = (\varepsilon_{1t}, \dots, \varepsilon_{mt})'$, A_i และ B_j คือ เมทริกขนาด $m \times m$ ที่ประกอบด้วย α_{ij} และ β_{ij} ตามลำดับ สำหรับ $i, j = 1, \dots, m$, $I(\eta_t) = \text{diag}(I(\eta_{it}))$ คือ เมทริกขนาด $m \times m$ และ F_t คือ ข้อมูลข่าวสารที่มี ณ เวลา t โดยเมทริก A_i และ B_j แสดงถึง ARCH Effect และ GARCH Effects ตามลำดับ โดย $\sum_{i=1}^p A_i + \sum_{j=1}^q B_j$ แสดงถึงผลในระยะยาว สำหรับผลของการส่งผ่านความผันผวน (Volatility spillover) จะเกิดขึ้นระหว่างตัวแปรได้ หาก A_i และ B_j ไม่เป็น Diagonal Matrix

4) แบบจำลอง Vector Autoregressive Moving Average - Asymmetric

GARCH (VARMA-AGARCH)

McAleer et al. (2009) ได้พัฒนาแบบจำลอง VARMA-AGARCH ต่อมาจากแบบจำลอง VARMA-GARCH โดยมีข้อสมมติที่แตกต่าง คือ การเปลี่ยนแปลงอย่างกะทันหันทางบวกและทางลบในขนาดที่เท่ากันจะส่งผลต่อความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไขแตกต่างกัน แบบจำลองแสดงได้ดังนี้

$$H_t = \omega + \sum_{i=1}^p A_i \varepsilon_{t-i} + \sum_{i=1}^p C_i I_{t-i} \varepsilon_{t-i} + \sum_{j=1}^q B_j H_{t-j} \quad (2.55)$$

เมื่อ $H_t = (h_{1t}, \dots, h_{mt})'$, $\omega = (\omega_1, \dots, \omega_m)'$, $\varepsilon = (\varepsilon_{1t}, \dots, \varepsilon_{mt})'$, A_i , B_j และ C_i คือ เมทริกขนาด $m \times m$ ที่ประกอบไปด้วย α_{ij} , β_{ij} และ γ_{ij} ตามลำดับ สำหรับ $ij = 1, \dots, m$ และ $I_t = \text{diag}(I_{1t}, \dots, I_{mt})$ คือ ตัวแปรเพื่อชี้วัด (Indicator Variable) โดยมีเงื่อนไขดังนี้

$$I(\varepsilon_{it}) = \begin{cases} 0, & \varepsilon_{it} > 0 \\ 1, & \varepsilon_{it} \leq 0 \end{cases}$$

โดยเมทริก A_i และ B_j แสดงถึง ARCH Effect และ GARCH Effects ตามลำดับ แบบจำลอง VARMA-AGARCH ในสมการ (2.55) สามารถลดรูปได้หลายรูปแบบคือ หากแบบจำลองมีตัวแปรเดียวนั้นคือ $m = 1$ แบบจำลองจะลดรูปเป็นแบบจำลอง Asymmetric Univariate GARCH (GJR) หาก $C_i = 0$ สำหรับทุก i แล้วแบบจำลองจะลดรูปเป็นแบบจำลอง VARMA-GARCH แต่หากให้ $C_i = 0$ สำหรับทุก i โดยที่ A_i และ B_j เป็น Diagonal Matrices สำหรับ ij ทุกตัว แบบจำลอง VARMA-AGARCH จะลดรูปกลายเป็นแบบจำลอง CCC

2.2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ชัยวัฒน์ นิ่มอนุสรณ์กุล (2552) ศึกษาถึงความผันผวนและผลข้างเคียงของความผันผวนของผลตอบแทนระหว่างตลาดการเงินและระหว่างประเทศ ในกลุ่มประเทศเอเชียตะวันออกเฉียงใต้ โดยใช้ข้อมูลอัตราผลตอบแทนของแต่ละตลาดในการหาความผันผวนและผลกระทบอสมมาตรด้วยแบบจำลองความผันผวนอย่างมีเงื่อนไขแบบหนึ่งตัวแปรและหลายตัวแปร แบบจำลองความผันผวนอย่างมีเงื่อนไขหนึ่งตัวแปรแสดงว่า ถ้าสัมประสิทธิ์ในสมการความผันผวนอย่างมีเงื่อนไขส่วนใหญ่ มีนัยสำคัญทางสถิติทั้งในระยะสั้นและระยะยาว ซึ่งหมายความว่าความผันผวนในแต่ละตลาดเปลี่ยนแปลงตลอดเวลา นอกจากนี้ยังพบว่าผลกระทบอสมมาตรในตลาดหุ้นและตลาดพันธบัตรของบางประเทศ ดังนั้นนักลงทุนจึงควรตระหนักถึงความผันผวนที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา และผลกระทบที่แตกต่างกันของข่าวดีและข่าวร้ายในตลาดการเงินของกลุ่มประเทศเอเชียตะวันออกเฉียงใต้ ผลการศึกษาจากแบบจำลองซีซีซีพบว่า สหสัมพันธ์แบบมีเงื่อนไขมีค่าคงที่ในตลาดหุ้นในหลายกรณี สำหรับตลาดพันธบัตรผลการศึกษาแนะนำว่าการรวมพันธบัตรของประเทศสิงคโปร์และไทยไว้ในกลุ่มสินทรัพย์ทำให้ได้รับความเสี่ยงน้อย ผลการศึกษาแบบจำลองวารัมการซ์ของแต่ละคู่ของทรัพย์สินระหว่างตลาดหุ้นและตลาดพันธบัตรพบว่า ตลาดหุ้นประเทศไทยและตลาดพันธบัตรของประเทศอื่นๆ มีผลข้างเคียงของความผันผวนระหว่างกัน สำหรับคู่ของทรัพย์สินในตลาดหุ้นพบว่าผลข้างเคียงของความผันผวนระหว่างตลาดมีในบางคู่ สำหรับ

ตลาดพันธบัตรพบว่าไม่มีผลข้างเคียงของความผันผวนในตลาดพันธบัตรของประเทศไทยในแบบจำลองอาร์มาการ์ชและอาร์มาเอการ์ช การศึกษาเฉพาะตลาดพันธบัตรพบว่าความผันผวนของตลาดพันธบัตรของประเทศสิงคโปร์มีผลข้างเคียงไปสู่ตลาดพันธบัตรของประเทศอื่น ดังนั้นความผันผวนของประเทศที่พัฒนาแล้ว จะส่งผลกระทบต่อความผันผวนของประเทศที่กำลังพัฒนา แบบจำลองดิซีซีแสดงให้เห็นว่าทั้งตลาดหุ้นและตลาดพันธบัตรมีสหสัมพันธ์อย่างมีเงื่อนไขเปลี่ยนแปลงตลอดเวลา ดังนั้นสหสัมพันธ์ที่มีค่าคงที่จึงไม่เป็นจริง

นิติวรณห์ ดวงงาม (2552) ได้ทำการศึกษาแบบจำลองการส่งผ่านความผันผวนและความสัมพันธ์แบบมีเงื่อนไขระหว่างตลาดหุ้นและตลาดพันธบัตรของประเทศไทยและประเทศสิงคโปร์ ด้วยแบบจำลองมัลติวาเรียตการ์ช (Multivariate GARCH) โดยการประมาณค่าโดยวิธี BEKK(1,1) ในขณะที่การทดสอบความสัมพันธ์แบบมีเงื่อนไข ใช้วิธีประมาณค่าโดยวิธี Dynamic Conditional Correlations (DCC) และวิธี Constant Conditional Correlations (CCC) ผลการทดสอบสามารถสรุปได้ว่า เกิดการส่งผ่านความผันผวนของอัตราผลตอบแทนของตราสารการเงินภายในประเทศ ซึ่งมีลักษณะที่คล้ายคลึงกันทั้งสองประเทศ กล่าวคือ มีการส่งผ่านความผันผวนอย่างมีเงื่อนไขและผลของ shock จากตลาดหุ้นไปยังตลาดพันธบัตร แต่เมื่อพิจารณาการส่งผ่านความผันผวนจากตลาดพันธบัตรไปยังตลาดหุ้นภายในประเทศนั้น พบเฉพาะผลของความผันผวนอย่างมีเงื่อนไขเพียงอย่างเดียวเท่านั้นในประเทศไทย ซึ่งต่างจากประเทศสิงคโปร์ที่พบทั้งผลการส่งผ่านของความผันผวนอย่างมีเงื่อนไขและผลของ shock เมื่อพิจารณาจากทั้งสองตลาด ในขณะที่การส่งผ่านความผันผวนของอัตราผลตอบแทนของตราสารการเงินระหว่างประเทศพบผลการส่งผ่านในหลายรูปแบบ โดยพบว่าประเทศไทยมีการส่งผ่านความผันผวนจากตลาดหุ้นไปยังตลาดหุ้นสตรีทโทมส์ของสิงคโปร์เพียงอย่างเดียว และไม่พบการส่งผ่านความผันผวนจากตลาดหุ้นไทยไปยังตลาดพันธบัตรสิงคโปร์ ส่วนการส่งผ่านความผันผวนจากตลาดพันธบัตรไทยไปยังตลาดหุ้นสตรีทโทมส์นั้น พบเพียงผลของความผันผวนอย่างมีเงื่อนไขในอดีตอย่างเดียวเท่านั้น ต่างจากการพิจารณาผลกระทบจากตลาดพันธบัตรไทยไปยังตลาดพันธบัตรสิงคโปร์ ที่พบทั้งผลของความผันผวนอย่างมีเงื่อนไขและผลของ shock ในอดีต ส่วนการส่งผ่านความผันผวนจากตลาดหุ้นสตรีทโทมส์และตลาดพันธบัตรสิงคโปร์ไปยังตลาดพันธบัตรไทย พบทั้งผลของความผันผวนอย่างมีเงื่อนไขและผลของ shock ในทั้งสองตลาด ส่วนการทดสอบความสัมพันธ์อย่างมีเงื่อนไขของอัตราผลตอบแทนหลักทรัพย์แต่ละประเภทโดยแบบจำลอง DCC พบว่า ค่าตลาดเคลื่อนมาตรฐาน (Standardized Shock) ของอัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์แต่ละประเภทแต่ละประเทศมีความสัมพันธ์กันในเชิงพลวัต แต่จากการทดสอบโดยแบบจำลอง CCC กลับพบความสัมพันธ์ของอัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์บางคู่เท่านั้น

วิชญ์เดช นันไชยแก้ว (2552) ได้ทำการวิเคราะห์ความผันผวนของดัชนีตลาดหลักทรัพย์ในกลุ่มประเทศ G7 แบบรายตัวโดยใช้แบบจำลองอาร์มา การ์ช อีการ์ช และจีเจอาร์ และความผันผวนร่วมโดยใช้แบบจำลองเม้าท์ทายแวร์เชการ์ช เมื่อนำผลอาร์มาที่ได้ไปศึกษาความผันผวนต่อพบว่ารูปแบบของการ์ช อีการ์ช และจีเจอาร์ ของดัชนีทุกประเทศมีรูปแบบ GARCH(1,1) EGARCH(1,1) และ GJR(0,1) ผลการศึกษาแบบจำลองเม้าท์ทายแวร์เชการ์ชในลักษณะความสัมพันธ์อย่างมีเงื่อนไขที่มีลักษณะคงที่ (CCC) พบว่า ข้อมูลที่มีความสัมพันธ์กันมากที่สุดคือ ประเทศฝรั่งเศสและเยอรมัน เป็นความสัมพันธ์เชิงบวกโดยมีค่าความสัมพันธ์เท่ากับ 0.8861 หรือ 88.61% ข้อมูลที่มีความสัมพันธ์กันน้อยที่สุดคือ ประเทศญี่ปุ่นและอเมริกา เป็นความสัมพันธ์เชิงบวก โดยมีความสัมพันธ์เท่ากับ 0.1485 หรือ 14.85% ผลการศึกษาแบบจำลองเม้าท์ทายแวร์เชการ์ชในลักษณะความสัมพันธ์อย่างมีเงื่อนไขที่มีการเปลี่ยนแปลงเชิงพลวัต (DCC) พบว่า ข้อมูลที่มีความสัมพันธ์กันมากที่สุดคือ ประเทศฝรั่งเศสและเยอรมัน เป็นความสัมพันธ์เชิงบวกโดยมีค่าความสัมพันธ์เท่ากับ 0.8835 หรือ 88.35% ข้อมูลที่มีความสัมพันธ์กันน้อยที่สุดคือ ประเทศญี่ปุ่นและอเมริกา เป็นความสัมพันธ์เชิงบวก โดยมีความสัมพันธ์เท่ากับ 0.1784 หรือ 17.84%

กฤษฎา พงษ์ประพนธ์ (2553) ได้ทำการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างความผันผวนของอัตราผลตอบแทนจากดัชนีราคาสินค้าโภคภัณฑ์ของจิม โรเจอร์ส และดัชนีราคาตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย โดยทำการประมาณความผันผวนอย่างมีเงื่อนไขแบบตัวแปรเดียว ของตัวแปรทั้งสองด้วยแบบจำลอง GARCH และ GJR และทำการทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างความผันผวนของอัตราผลตอบแทนจากดัชนีราคาสินค้าโภคภัณฑ์ของจิม โรเจอร์ส และดัชนีราคาตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย ด้วยแบบจำลอง VARMA-GARCH, VARMA-AGARCH, CCC และ DCC ผลการศึกษาความผันผวนด้วยแบบจำลอง GARCH และ GJR พบว่า ผลกระทบของตัวแปรสู่ทางบวก ตัวแปรสู่ทางลบ และความผันผวนที่เกิดขึ้นในอดีต ส่งผลต่อความผันผวนในช่วงเวลาปัจจุบัน โดยมีความสัมพันธ์ในทิศทางเดียวกัน ส่วนผลการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความผันผวนของอัตราผลตอบแทนจากดัชนีราคาสินค้าโภคภัณฑ์ของจิม โรเจอร์ส และดัชนีราคาตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย พบว่า ผลกระทบของตัวแปรสู่ทางบวก ตัวแปรสู่ทางลบ และความผันผวนของอัตราผลตอบแทนจากดัชนีราคาสินค้าโภคภัณฑ์ของจิม โรเจอร์สในอดีต ส่งผลต่อความผันผวนของอัตราผลตอบแทนจากดัชนีราคาตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทยในปัจจุบัน นั่นคือนักลงทุนที่ต้องการลงทุนในตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทยควรติดตามความเคลื่อนไหวของดัชนีราคาสินค้าโภคภัณฑ์ของจิม โรเจอร์ส เพื่อเป็นข้อมูลประกอบการตัดสินใจในการลงทุน

Chang และคณะ (2553) ศึกษาความผันผวนของอัตราผลตอบแทนของราคาปัจจุบันและราคาซื้อขายล่วงหน้าของพาราของประเทศไทยในภูมิภาคเอเชีย ได้แก่ ราคาปัจจุบันของพาราของประเทศไทยและสิงคโปร์ ราคาในตลาดซื้อขายล่วงหน้าของโตเกียว โอซากาและสิงคโปร์ โดยใช้แบบจำลองความผันผวนอย่างมีเงื่อนไขแบบหลายตัวแปร ผลการศึกษาด้วยแบบจำลอง CCC พบว่ามีสหสัมพันธ์แบบมีเงื่อนไขคงที่ระหว่างอัตราผลตอบแทนของราคาปัจจุบันและราคาซื้อขายล่วงหน้าของพารา โดยสหสัมพันธ์ระหว่างตลาดซื้อขายล่วงหน้าสิงคโปร์และโตเกียวมีค่าสูงสุดแบบจำลอง VARMA-GARCH และ VARMA-AGARCH พบผลการส่งผ่านความผันผวนระหว่างคู่ของอัตราผลตอบแทนของราคาปัจจุบันและราคาซื้อขายล่วงหน้า และพบผลการส่งผ่านความผันผวนระหว่างกันในช่วงคู่ สำหรับผลกระทบไม่สมมาตรของการเปลี่ยนแปลงอย่างกะทันหันทางบวกและทางลบที่ส่งผลกระทบต่อความผันผวนมีนัยสำคัญทางสถิติ จึงกล่าวได้ว่าแบบจำลอง VARMA-AGARCH เหมาะสมกว่าแบบจำลอง VARMA-GARCH ผลของแบบจำลอง DCC พบว่าสหสัมพันธ์ระหว่างความผันผวนของอัตราผลตอบแทนของราคาปัจจุบันและราคาซื้อขายล่วงหน้าเป็นพลวัต ดังนั้นสมมติฐานของสหสัมพันธ์อย่างมีเงื่อนไขคงที่จึงไม่ได้ถูกสนับสนุนเชิงประจักษ์