บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การศึกษาในครั้งนี้เป็นการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างความผันผวนของอัตราผลตอบแทนจากดัชนีราคาสินค้าโภคภัณฑ์ของจิม โรเจอร์ส (RICI) และดัชนีราคาตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย (SET Index) โดยผู้ศึกษาได้รวบรวมแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งได้จากการค้นคว้าจากแหล่งข้อมูลต่างๆเพื่อนำมาใช้เป็นแนวทางประกอบในการศึกษา ดังนี้

2.1 ทฤษฎีและแนวคิดที่เกี่ยวข้อง

2.1.1 การวิเคราะห์อนุกรมเวลา (Time Series Analysis)

อนุกรมเวลา (Time Series) หมายถึง ชุดของข้อมูลที่เก็บรวบรวมตามระยะเวลาเป็นช่วงๆอย่างต่อเนื่องกัน ข้อมูลที่แสดงการเคลื่อนไหว ซึ่งเปลี่ยนแปลงไปตามระยะเวลาเป็นช่วง ๆต่อเนื่อง ซึ่งอาจเก็บเป็นรายวัน รายเดือน รายไตรมาส หรือรายปี ขึ้นกับประโยชน์ที่จะนำไปใช้ ข้อมูลอนุกรมเวลามีประโยชน์มากในการวิเคราะห์และการตัดสินใจวางแผนทางธุรกิจหรือคาดคะเนขั้นแผนงานให้มีความผิดพลาดน้อยที่สุด โดยใช้ข้อมูลในอดีตเป็นพื้นฐานในการคาดการณ์ข้อมูลในอนาคต

2.1.2 การทดสอบความนิ่งของข้อมูล (Unit Root Test)

เนื่องจากข้อมูลที่นำมาใช้ในการศึกษานี้เป็นข้อมูลอนุกรมเวลา (Time Series Data) ซึ่งส่วนมากจะมีลักษณะเป็น Non – Stationary หรือ Stochastic Process กล่าวคือ ค่าเฉลี่ย (Mean) และค่าความแปรปรวน (Variances) ของข้อมูลจะมีค่าไม่คงที่เปลี่ยนแปลงไปตามกาลเวลา โดยอาจมีแนวโน้ม (Trend) ในระยะยาว และในขณะเดียวกันก็มีการแกว่งตัวระยะสั้น (Cyclical Swing) ขึ้นอยู่กับสิ่งที่มากระทบ (Shock) ดังนั้นการใช้วิธีการแบบ Ordinary Least Squares (OLS) ในการประมาณค่า อาจก่อให้เกิดการถดถอยไม่แท้จริง (Spurious Regression) ดังนั้นจึงมีความจำเป็นที่จะต้องนำข้อมูลมาทดสอบความนิ่งของข้อมูลเสียก่อน ดังนั้นการวิเคราะห์ข้อมูลในครั้งนี้จึงเริ่มต้นจากการนำข้อมูลของของตัวแปรที่จะนำมาทำการศึกษา มาทำการทดสอบความนิ่ง (Stationary) เสียก่อน โดยการทดสอบความนิ่งของข้อมูลในที่นี้จะนำเสนอวิธี การทดสอบ ความนิ่งของข้อมูลตามแนวทางของ Augmented Dickey – Fuller test (ADF Test) Phillips – Perron (PP Test) และ Kwiatkowski – Phillips – Schmidt – Shin (KPSS Test) ดังนี้

1) การทดสอบความนิ่งของข้อมูลด้วยวิธี Augmented Dickey – Fuller test (ADF Test) มีการพัฒนามาจาก Dickey-Fuller (1981) โดยสมมติแบบจำลองเป็นดังนี้

$$X_t = \rho X_{t-1} + e_t \quad (2.1)$$

โดยที่ X_t, X_{t-1} คือ ตัวแปร ณ เวลา t และ t -1

e_t คือ ตัวแปรสุ่ม (Random Error)

ρ คือ สัมประสิทธิ์อัตสหสัมพันธ์ (Autocorrelation Coefficience)

จาก

$$X_t = \rho X_{t-1} + e_t$$

$$X_t - X_{t-1} = \rho X_{t-1} - X_{t-1} + e_t$$

$$\Delta X_t = (\rho - 1) X_{t-1} + e_t$$

$$\Delta X_t = \theta X_{t-1} + e_t$$

โดยให้ $\theta = (\rho - 1)$

หรือ $\rho = 1 + \theta; -1 < \theta < 0$

θ คือ ค่าพารามิเตอร์

สมมุติฐานของดิกกี้ฟูลเลอร์ คือ

$H_0 : \theta = 0$ มียูนิทรูท (Non - Stationary)

$H_1 : \theta < 0$ ไม่มียูนิทรูท (Stationary)

โดยใช้สถิติ “ t ” ซึ่งมีสูตรดังต่อไปนี้

$$t = \frac{\hat{\theta}}{S.E.\bar{\theta}}$$

การตัดสินใจยอมรับสมมุติฐาน H_0 เมื่อค่าสถิติ t – statistic ของสัมประสิทธิ์ในรูปสัมบูรณ์มีค่าน้อยกว่าค่าวิกฤติ Mackinnon critical Value หมายความว่า X_t มียูนิทรูท หรือ X_t มีลักษณะไม่นิ่ง

แต่ถ้ายอมรับ H_1 เมื่อค่าสถิติ t – Statistic ของสัมประสิทธิ์ในรูปสัมบูรณ์มีค่ามาก กว่าค่าวิกฤติ Mackinnon Critical Value หมายความว่า X_t ไม่มียูนิทรูทหรือ X_t มีลักษณะนิ่ง

เนื่องจากข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา t มีส่วนสัมพันธ์กับข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา t – 1 ค่าคงที่และแนวโน้ม ดังนั้นจึงพิจารณาสมการ 3 รูปแบบที่แตกต่างกันในการทดสอบว่ามี ยูนิทรูท ดังนี้คือ

$$\Delta X_t = \theta X_{t-1} + e_t \quad (2.2)$$
$$\Delta X_t = \alpha + \theta X_{t-1} + e_t \quad (2.3)$$
$$\Delta X_t = \alpha + \beta T + \theta X_{t-1} + e_t \quad (2.4)$$

การ ตั้งสมมุติฐานเป็นดังที่กล่าวมาแล้วข้างต้น การทดสอบยูนิทรูทโดยใช้การทดสอบ ดิกกี้ - ฟลูเลอร์ (Dicky-Fuller Test) ซึ่งหากแบบทดลองที่ใช้ในการทดสอบมีปัญหา Autocorrelation ก็จะ ทำให้ค่าสถิติที่ได้มานั้นไม่สามารถนำมาใช้ได้อย่างถูกต้อง ดังนั้นจึงได้มีการเสนอให้รับสมการใหม่โดยการเพิ่มขบวนการถดถอยในตัวเอง (Autoregressive Processes) เข้าไปในสมการ (2.2) – (2.4) วิธีการนี้ เรียกว่าอ๊อกเม้นเทดดิกกี้-ฟลูเลอร์ (Augmented Dicky – Fuller test) ดังมีรายละเอียดดังนี้

$\Delta X_t = \theta X_{t-1} + \Sigma\phi\Delta X_{t-1} + e_t$ แนวเดินเชิงสุ่ม

$\Delta X_t = \alpha + \theta X_{t-1} + \Sigma\phi\Delta X_{t-1} + e_t$ แนวเดินเชิงสุ่มและจุดตัดแกน

$\Delta X_t = \alpha + \beta T + \theta X_{t-1} + \Sigma\phi\Delta X_{t-1} + e_t$ แนวเดินเชิงสุ่มจุดตัดแกนและแนวโน้ม

โดย X_t คือ ข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา t

X_{t-1} คือ ข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา t – 1

$\alpha, \beta, \theta, \phi$ คือ ค่าพารามิเตอร์

T คือ ค่าแนวโน้ม

e_t คือ ตัวแปรสุ่ม (Random Error)

2) การทดสอบความนิ่งของข้อมูลด้วยวิธีฟิลลิป–เพอรอน (Phillips – Perron test: PP Test)

วิธีการทดสอบยูนิทรูท ในแบบจำลองที่เป็นข้อมูลอนุกรมเวลา (Time Series) เป็นสิ่งที่น่าสนใจและเป็นส่วนสำคัญในการนำไปใช้ประโยชน์ทางสถิติ ซึ่ง Dickey และ Fuller เพื่อค้นหารูปแบบของยูนิทรูทตามแบบจำลองการกำหนดช่วงลำดับเวลา ซึ่งเริ่มการทดสอบโดยการไม่ใช้ตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับการรบกวนตัวแปร โดยวิธีนี้ยอมให้มีการขยายระดับเมื่อจำเป็นซึ่งอาจจะเป็นการกระจายตัวเลขที่ต่างชนิดกันของข้อมูลอนุกรมเวลา โดยทำการปรับแบบจำลองที่ใช้ทดสอบด้วยการเลื่อนตัวเลขที่เข้าคู่กันได้และแนวโน้มของเวลา ซึ่งอาจจะช่วยอธิบายระกว่างการทดสอบยูนิทรูทที่ข้อมูลมีลักษณะคงที่และไม่คงที่ ของแนวโน้มการตัดสินใจ

ฟิลลิป – เพอรอน (1988) เลือกวิธีการทดสอบโดยการไม่ใช้ตัวแปรในการควบคุมระดับความสัมพันธ์ตามลำดับที่สูงกว่าของระดับตัวเลข โดย ทฤษฎีนี้สนับสนุนการทดสอบของ Dickey -Fuller มีสมมุติฐานว่า ค่าความคลาดเคลื่อนไม่ขึ้นกับค่าสถิติ และมีค่าความแปรปรวนคงที่ ซึ่งวิธีทดสอบการถดถอยของฟิลลิป – เพอรอน แสดงดังต่อไปนี้

$$\Delta X_t = \alpha + \beta X_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (2.5)$$

ซึ่งวิธีการทดสอบ ทำการแก้ไขวิธีทดสอบของ Augmented Dickey Fuller Test ให้มีลำดับความสัมพันธ์ตามลำดับสูงขึ้น โดยบวกตัวเลขกลุ่มท้ายที่มีความแตกต่างกันทางด้านขวามือ คือ ทดสอบของฟิลลิป – เพอรอน ได้มีการแก้ไข t – test ของค่าสัมประสิทธิ์เพื่อให้ตัวเลขเกิดความสัมพันธ์ต่อเนื่อง โดยทำการแก้ไขปัญหาการเกิด Heteroskedasticity และ Autocorrelation ด้วยวิธีการของ Newey – west แสดงดังนี้

$$f_0 = \gamma_0 + \sum_{u=1}^{q}(1-\frac{u}{q+1})\gamma_j \qquad (2.6)$$

$$\gamma_j = \frac{1}{T}\sum_{t=j+1}^{T}\varepsilon\varepsilon_{t-j} \qquad (2.7)$$

ในการพิจารณา สมมุติฐานของฟิลลิป – เพอรอน คือ

$H_0 : \theta = 0$ มียูนิทรูท (Non - Stationary)

$H_1 : \theta < 0$ ไม่มียูนิทรูท (Stationary)

โดยใช้ค่า t – test ของฟิลลิป – เพอรอน สามารถคำนวณได้ดังนี้

$$\tilde{t}_{\alpha} = t_{\alpha}\left(\frac{\gamma_0}{f_0}\right)^{1/2} - \frac{T(f_0-\gamma_0)(se(\hat{\alpha}))}{2f_0^{1/2}s} \tag{2.8}$$

โดย $\hat{\alpha}$ คือ การประมาณค่า

t_{α} คือ t – Ratio ของ α

$se(\hat{\alpha})$ คือ สัมประสิทธิ์ของ ความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน

s คือ ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของการทดสอบการถดถอย

f_0 คือ การประมาณค่าของ Residual Spectrum at Frequency Zero

γ_0 คือ การรวมค่าประมาณการของความแปรปรวนคลาดเคลื่อน

T คือ จำนวนข้อมูล

การตัดสินใจยอมรับสมมุติฐาน H_0 เมื่อค่าสถิติ t – statistic ของสัมประสิทธิ์ในรูปสัมบูรณ์มีค่าน้อยกว่าค่าวิกฤติ Mackinnon lower-tail critical Value หมายความว่า X_t มียูนิทรูท หรือ X_t มีลักษณะไม่นิ่ง

แต่ถ้ายอมรับ H_1 เมื่อค่าสถิติ t – statistic ของสัมประสิทธิ์ในรูปสัมบูรณ์มีค่ามากกว่าค่าวิกฤติ Mackinnon lower-tail Critical Value หมายความว่า X_t ไม่มียูนิทรูทหรือ X_t มีลักษณะนิ่ง

3) การทดสอบความนิ่งของข้อมูลด้วยวิธี Kwiatkowski Phillips Schmidt Shin (KPSS Test)

KPSS (1992) มีความแตกต่างจากการทดสอบ Unit Root วิธีอื่นๆ คือ KPSS Test จะตั้ง Null Hypothesis ว่า y_t มีคุณสมบัติ Trend Stationary โดยการคำนวณค่าสถิติที่อาศัยค่า Residual จากสมการ Regression ดังนี้ (บัณฑิต, 2548)

$$y_t = x_t'\delta + u_t \tag{2.9}$$

โดยที่ค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบคือ LM Statistic ที่สามารถคำนวณได้ดังนี้

$$LM = \frac{\sum_t S(t)^2}{(T^2 f_0)} \tag{2.10}$$

โดย f_0 คือ ค่า Estimator of Residual Spectrum at Frequency Zero

S (t) คือ ค่า Cumulative Residual Function ที่สามารถคำนวณได้ดังนี้

$$s(t) = \sum_{r=1}^{t} \hat{u}_r \tag{2.11}$$

โดยที่ $\hat{u}_t = y_t - x_t'\hat{\delta}(0)$ และค่า δ ได้จากการประมาณค่าด้วยวิธี GLS ส่วนค่า Critical Value ของ LM Test Statistic จะได้จาก Asymptotic Results จากตาราง KPSS

ในการพิจารณา สมมุติฐานของ KPSS คือ

$H_0:\ y_t$ ไม่มียูนิทรูท (Stationary)

$H_1:\ y_t$ มียูนิทรูท (Non – Stationary)

2.1.3แบบจำลอง Autoregressive (AR(p))

แบบจำลอง Autoregressive เป็นรูปแบบที่แสดงว่าค่าสังเกต x_t ถูกกำหนดจากค่าของ $x_{t-1},...,x_{t-p}$ หรือ ค่าสังเกตที่เกิดขึ้นก่อนหน้า p โดยกระบวนการหรือระบบ AR(p) คือ กระบวนการหรือระบบ Autoregressive ที่มีอันดับที่ p ซึ่งเขียนอยู่ในรูปสมการได้ดังนี้

$$\text{AR (p) คือ}\quad x_t = \mu + \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + ... + \phi_p x_{t-p} + \varepsilon_t \tag{2.12}$$

โดยที่ μ คือ ค่าคงที่ (Constant Term)

ϕ_j คือ พารามิเตอร์ตัวที่ j

ε_t คือ ความคลาดเคลื่อน ณ เวลา t

2.1.4แบบจำลอง Moving Average (MA(q))

แบบจำลอง Moving Average (MA) เป็นรูปแบบที่แสดงว่าค่าสังเกต x_t ถูกกำหนดจากตัวแปรสุ่ม $\varepsilon_{t-1},...,\varepsilon_{t-q}$ หรือค่าตัวแปรสุ่มที่อยู่ก่อนหน้า q โดยกระบวนการ หรือระบบ MA(q) คือ กระบวนการ Moving Average ที่มีอันดับ q ซึ่งเขียนในรูปของ MA(q) ได้ดังนี้

$$\text{MA(q) คือ}\quad x_t = \mu + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - ... - \theta_q \varepsilon_{t-q} \tag{2.13}$$

โดยที่ μ คือ ค่าคงที่ (Constant Term)

θ_j คือ พารามิเตอร์เฉลี่ยเคลื่อนที่ตัวที่ j

ε_t คือ ตัวแปรสุ่ม ณ เวลา t

2.1.5แบบจำลอง Autoregressive Moving Average (ARMA(p,q))

แบบจำลอง Autoregressive Moving Average (ARMA) เป็นแบบจำลองที่นำเอากระบวนการ Autoregressive และ Moving Average มาใช้รวมกัน โดยกระบวนการหรือระบบ ARMA(p,q) คือกระบวนการหรือระบบ Autoregressive ที่มีอันดับที่ p และ Moving Average ที่มีอันดับ q ซึ่งเขียนอยู่ในรูปแบบจำลอง ARMA(p,q) ได้ดังนี้

$$x_t = \delta + \phi x_{t-1} + \phi x_{t-2} + \ldots + \phi x_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \ldots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \tag{2.14}$$

โดยที่ x_t คือ ค่าสังเกตในอนุกรมเวลา ณ เวลา t

p คือ อันดับของ Autoregressive

q คือ อันดับของ Moving Average

δ คือ ค่าคงที่ (Constant Term)

t คือ เวลา

ϕ คือ พารามิเตอร์ของ Autoregressive

θ คือ พารามิเตอร์ของ Moving Average

ε_t คือ กระบวนการ white noise ซึ่งก็คือ ตัวแปรสุ่ม ณ เวลา t

2.1.6เกณฑ์การเลือกรูปแบบจำลองที่ดีที่สุด (Model selection)

การเลือกแบบจำลอง (Model selection) สำหรับการประมาณค่าสมการเชิงเศรษฐมิตินั้น เมื่อได้รูปแบบของแบบจำลองที่เหมาะสมหลายรูปแบบต้องมีแนวทางในการเลือกรูปแบบ ของแบบจำลองที่ดีที่สุด โดยพิจารณาจากค่า Akaike Information Criterion (AIC) และ Schwartz Information Criterion (SIC) รูปแบบของแบบจำลองที่ให้ค่า AIC และ SIC น้อยที่สุดเป็นรูปแบบที่ดีที่สุด โดย Akaike Information Criterion (AIC) และ Schwartz Information Criterion (SIC) สามารถคำนวณได้ดังนี้

$$\text{Akaike Information Criterion (AIC)} = -2t/\eta + 2k/\eta \tag{2.15}$$

$$\text{Schwartz Information Criterion (SIC)} = -2t/\eta + k\log\eta/\eta \qquad (2.16)$$

โดยที่ k เป็นจำนวนของพารามิเตอร์ที่ทำการประมาณค่า

η เป็นจำนวนของค่าสังเกต

T เป็นค่าของ Log likelihood function ที่ใช้พารามิเตอร์ถูกประมาณค่า k ตัว

เนื่องจากค่า Schwartz Information Criterion (SIC) มีความสัมพันธ์กับค่า Sum of Squared Residual (RSS) ดังนั้นเกณฑ์ในการเลือก Lag ที่เหมาะสมกับแบบจำลองควรเลือก Lag ที่ให้ค่า SIC ต่ำที่สุด เพราะมีค่า Sum of Squared Residual (RSS) ต่ำด้วย ซึ่งหมายความว่าแบบจำลองที่มี Lag ที่ให้ค่า SIC ต่ำที่สุดนั้นมีค่าความคลาดเคลื่อนต่ำที่สุด

2.1.7แบบจำลองในการศึกษาความผันผวนอย่างมีเงื่อนไขแบบตัวแปรเดียว (Univariate Conditional Volatility Model)

แบบจำลองทางเศรษฐมิติที่ใช้ในการศึกษา ความผันผวนแบบตัวแปรตัวเดียว ได้แก่ แบบจำลอง ARCH ซึ่งเป็นแบบจำลองของ Engle, Robert F (1982) แบบจำลอง Univarite GARCH ซึ่งเป็นแบบจำลองของ Bollerslev (1990) และแบบจำลอง Asymmetric Univariate GARCH (GJR) ซึ่งเป็นแบบจำลองของ Glosten et al (1993) ดังนี้

1) แบบจำลอง Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (ARCH)

ในการวิเคราะห์อนุกรมเวลาส่วนใหญ่แล้วจะมีการกำหนด Stochastic Variable ให้มีความแปรปรวนคงที่ (Homoscedastic) ซึ่งในการประยุกต์ใช้กับบางข้อมูลนั้นค่าความแปรปรวนของค่าความคาดเคลื่อน (Error Term) จะไม่ใช่ฟังก์ชั่นของตัวแปรอิสระแต่มีค่าเปลี่ยนแปลงไปตามช่วงเวลาที่ขึ้นอยู่กับขนาดของความคาดเคลื่อนที่เกิดในอดีต และในบางการศึกษา เช่น แบบจำลองของเงินเฟ้อ อัตราดอกเบี้ยหรือผลตอบแทนจากตลาดหลักทรัพย์ในบางคาบเวลาจะมีความผันผวน (Volatility) สูง (และค่าความคลาดเคลื่อนขนาดใหญ่) ตามด้วยคาบเวลาที่มีความผันผวน (Volatility) ต่ำ (และค่าความคลาดเคลื่อนขนาดเล็ก) สรุปได้ว่าค่าความคลาดเคลื่อนในอดีตที่ผ่านมาจากการถดถอยจะขึ้นอยู่กับค่าความผันผวน (Volatility) ของค่าความคลาดเคลื่อนในอดีตที่ผ่านมา (Ender, Walter(1995) อ้างถึงในทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์, 2545)

Engle, Robert F (1982) ได้แสดงให้เห็นว่าความเป็นไปได้ที่เราจะสร้างแบบจำลองหรือความเป็นไปได้ในการหาค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของอนุกรมเวลาไปพร้อมกันนั้น ใน

ขั้นต้นการพยากรณ์อย่างมีเงื่อนไขจะมีความแม่นยำเหนือการพยากรณ์อย่างไม่มีเงื่อนไขมาก ซึ่งจากแบบจำลอง Autoregressive Moving Average (ARMA) ซึ่งสมมุติว่าเรามีแบบจำลอง ARMA ที่นิ่ง (Stationary) ดังนี้

$$x_t = a_0 + a_1 x_{t-1} + \varepsilon_t \tag{2.17}$$

และต้องการพยากรณ์ x_{t+1} อย่างมีเงื่อนไข ดังนี้คือ

$$E_t x_{t+1} = a_0 + a_1 x_t \tag{2.18}$$

ถ้าเราใช้ค่าเฉลี่ยแบบมีเงื่อนไขในการพยากรณ์ x_{t+1} ค่าความคลาดเคลื่อนของความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขที่พยากรณ์ได้ดังนี้ คือ

$$E_t\left[(x_{t+1} - a_0 - a_1 x_t)^2\right] = E_t \varepsilon_{t+1}^2 = \sigma^2 \tag{2.19}$$

ถ้าเปลี่ยนไปใช้การพยากรณ์อย่างไม่มีเงื่อนไขแล้ว ผลที่จะใช้เป็นค่าเฉลี่ยในช่วง Long-Run ของลำดับ $\{x_t\}$ ซึ่งเท่ากับ $\dfrac{a_0}{(1-a_1)}$ จะได้ความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์อย่างไม่มีเงื่อนไขดังนี้ คือ

$$E\{(x_{t+1} - \frac{a_0}{(1-a_1)})^2\} = E[(\varepsilon_{t+1} + a_1\varepsilon_t + a_1^2\varepsilon_{t-1} + a_1^3\varepsilon_{t-2} + \ldots)^2] \tag{2.20}$$

เมื่อ $\dfrac{1}{(1-a_1)^2} > 1$ ค่าความผันผวน (Volatility) จากการพยากรณ์แบบไม่มีเงื่อนไข (Unconditional Volatility) จะมีค่าสูงกว่า ค่าความแปรปรวนของการพยากรณ์แบบมีเงื่อนไข (Conditional Volatility) ในลักษณะเดียวกันถ้าความผันผวน (Volatility) ของ $\{\varepsilon_t\}$ ไม่คงที่หรือไม่คงตัว (Constant) เราสามารถจะประมาณค่าความผันผวน (Volatility) ได้โดยการใช้แบบจำลอง ARMA โดยสมมุติว่าเรามีแบบจำลองดังนี้

$$x_t = a_0 + a_1 x_{t-1} + \varepsilon_t \tag{2.21}$$

เพราะฉะนั้นความผันผวนอย่างมีเงื่อนไข (Conditional Volatility) ของ x_{t+1} สามารถเขียนได้ดังนี้

$$Var(x_{t+1} \mid x_t) = E[(x_{t+1} - a_0 - a_1 x_t)^2] = E_t \varepsilon_{t+1}^2 \tag{2.22}$$

และจากที่ให้ $E_t \varepsilon_{t+1}^2 = \sigma_{t+1}^2$ จึงแสดงว่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขไม่ใช่ค่าคงที่ และจะได้แบบจำลองในการประมาณค่าส่วนที่เหลือ (Residuals) ออกมาดังนี้

$$\varepsilon_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \ldots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2 + \nu_t \tag{2.23}$$

เมื่อ ν_t = white noise process

เราเรียกสมการที่มีลักษณะเช่นนี้ว่า แบบจำลอง Autoregressive Conditional Heteroskedastic (ARCH) และสมการนี้เป็น ARCH(q) ค่า $E_t \varepsilon_{t-1}^2$ หรือ σ_{t-1}^2 จะประกอบไปด้วย 2 องค์ประกอบ คือ ค่าคงที่และความผันผวน (Volatility) ในคาบเวลาที่ผ่านมา ซึ่งเขียนได้เป็นส่วนเหลือกำลังสองของคาบในอดีต ARCH(q) ส่วนค่าสัมประสิทธิ์ $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_q$ สามารถหาค่าได้โดยวิธี Maximum Likelihood

2) แบบจำลอง Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (GARCH)

Bollerslev (1986) ได้ให้ความผันผวนอย่างมีเงื่อนไข (Conditional Volatility) มีลักษณะเป็น ARMA Process โดยที่ให้ Error Process มีลักษณะดังนี้ คือ

$$\varepsilon_t = \nu_t \sqrt{h_t} \tag{2.24}$$

โดยที่ความแปรปรวนของ $\nu_t = \sigma_\nu^2 = 1$ และ

$$h_t = \omega_0 + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^{p} \beta_i h_{t-i} \tag{2.25}$$

เมื่อ $\{v_t\}$ คือ White Noise Process ที่เป็นค่าอิสระจากเหตุการณ์ในอดีต (ε_{t-1}) ค่าเฉลี่ยแบบมีเงื่อนไขและไม่มีเงื่อนไข (Conditional and Unconditional Means) ของ ε_t จะเท่ากับศูนย์ ดังนั้นเมื่อใส่ค่าคาดหมาย (expected valued) ของ ε_t จะได้

$$E\varepsilon_t = Ev_t\sqrt{h_t} = 0 \tag{2.26}$$

สำหรับการหาความผันผวนอย่างมีเงื่อนไข (Conditional Volatility) ของ ε_t ถูกกำหนดโดยสมการ

$$E_{t-1}\varepsilon_t^2 = h_t = \omega_0 + \sum_{i=1}^{q}\alpha_i\varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{p}\beta_j h_{t-j} \tag{2.27}$$

ดังนั้นความผันผวนอย่างมีเงื่อนไขของ ε_t ถูกกำหนดโดย h_t ในสมการ (2.25) แบบจำลองนี้เรียกว่า Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (GARCH) (p,q) ซึ่งใช้ตัวย่อว่า GARCH(p,q) มีทั้งส่วนประกอบที่เป็น Autoregressive และ Moving Average ในการหาค่าความแปรปรวนที่มีลักษณะ Heteroscedasticity Volatility โดยจะเห็นว่า ถ้า p = 0 และ q = 1 จะได้แบบจำลอง GARCH(0,1) ซึ่งก็คือ ARCH(1) หรือ ARCH(q = 1) นั่นเอง กล่าวโดยสรุปคือ ถ้า β_t ทุกตัวมีค่าเป็นศูนย์แล้ว แบบจำลอง GARCH(p,q) จะเทียบเท่าแบบจำลอง ARCH(q) นั่นเอง

เมื่อ α_i เป็นตัวแทนของ ARCH Effect (ผลกระทบในระยะสั้น) และ β_i เป็นตัวแทนของ GRACH Effect (ผลกระทบในระยะยาว โดยเรียกว่า $\alpha_i + \beta_i$)

แบบจำลอง GARCH(p,q) เป็นแบบจำลองที่แสดงให้เห็นว่าความผันผวนอย่างมีเงื่อนไขไม่ได้เกิดจากผลกระทบของตัวแปรสุ่มเพียงอย่างเดียวเท่านั้น แต่ยังรวมถึงผลกระทบจากความล่าช้า (Lag) ของตัวมันเองอีกด้วย โดยแบบจำลองดังกล่าวมีข้อสมมติฐานที่ว่า ผลกระทบจากตัวแปรสุ่มทางบวก (Positive Shocks) ($\varepsilon_t > 0$) และผลกระทบจากตัวแปรสุ่มทางลบ (Negative Shocks) ($\varepsilon_t < 0$) มีผลกระทบต่อความผันผวนอย่างมีเงื่อนไข (Conditional volatility) เหมือนกัน

3) แบบจำลอง Asymmetric Univariate GARCH (GJR)

แบบจำลอง Asymmetric Univariate GARCH หรือ GJR เป็นแบบจำลองของ Glosten et al (1993) เป็นการรวมการพิจารณาถึงพฤติกรรมความไม่สมมาตรของผลกระทบจากตัวแปรสุ่มทางบวก (Positive Shocks) และตัวแปรสุ่มทางลบ (Negative Shocks)

ซึ่งในแบบจำลองนี้ตัวแปรสุ่มทางบวก (Positive Shocks) และตัวแปรสุ่มทางลบ (Negative Shocks) จะส่งกระทบต่อความผันผวนอย่างมีเงื่อนไข (Conditional volatility) ที่แตกต่างกัน

แบบจำลอง Asymmetric Univariate GARCH หรือ GJR เป็นการลดรูปแบบจำลอง Vector Autoregressive Moving Average – Asymmetric GARCH (VARMA-AGARCH) ของ McAleer (2009) ตามสมการต่อไปนี้

$$H_t = W + \sum_{i=1}^{q} A_i \vec{\varepsilon}_{t-i} + \sum_{i=1}^{q} C_i I_{t-i} \vec{\varepsilon}_{t-i} + \sum_{j=1}^{p} B_j H_{t-j} \tag{2.28}$$

เมื่อ C_i **คือ** $m \times m$ **เมตริก สำหรับ** $i = 1,...,r$ **และ** $I_t = diag(I_{1t},...,I_{mt})$, **เมื่อ** $I_{it} = 0$ **เมื่อ** $\varepsilon_{it} > 0$ และ $I_{it} = 1$ **เมื่อ** $\varepsilon_{it} < 0$ ถ้า $m = 1$ แบบจำลอง Vector Autoregressive Moving Average – Asymmetric GARCH (VARMA-AGARCH) จะลดรูปกลายเป็นแบบจำลอง Asymmetric Univariate GARCH (GJR) ซึ่ง Asymmetric Univariate GARCH แสดงได้ดังนี้

$$h_t = \omega_0 + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^{q} \gamma_i I(\varepsilon_{t-i}) \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{p} \beta_j h_{t-j} \tag{2.29}$$

โดยที่ $I(\varepsilon_t)$ คือ ตัวแปรชี้วัด (Indicator Variable) ซึ่งแสดงได้ดังนี้

$$I(\varepsilon_t) = \begin{cases} 1, \varepsilon_{t-i} \le 0 \\ 0, \varepsilon_{t-i} > 0 \end{cases}$$

GJR (หรือ γ_j) effect เป็นการวัดความไม่สมมาตรของความผันผวนอย่างมีเงื่อนไข (Asymmetric Conditional Volatility) โดยถ้าค่าของ γ_j มีค่ามากกว่าศูนย์ นั่นหมายความว่า ผลกระทบจากตัวแปรสุ่มทางลบมีมากกว่าผลกระทบจากตัวแปรสุ่มทางบวก $(\alpha_j + \gamma_j > \alpha_j)$ เมื่อเงื่อนไข p,q =1 $\omega_0 > 0$ $\alpha_1 > 0$ $\alpha_1 + \gamma_1 \ge 0$ และ $\beta_1 \ge 0$ เป็นจริง โดยที่ $h_t > 0$ สำหรับ t ทุกค่าแล้ว ผลกระทบระยะสั้นจากตัวแปรสุ่ม (Short-run persistence of shocks) ก็คือ $\alpha_1(\alpha_1 + \gamma_1)$ แต่ถ้าเมื่อผลกระทบของตัวแปรสุ่ม η_t เป็นไปตามพฤติกรรมแบบสมมาตร (Symmetric) ผลกระทบระยะสั้นจากตัวแปรสุ่ม (Short-run persistence of shocks) คือ $\alpha_1 + \gamma_1 / 2$ และผลกระทบในระยะยาวของตัวแปรสุ่ม (Long-run persistence of shocks) คือ $\alpha_1 + \gamma_1 / 2 + \beta_1$

3.2.8แบบจำลองในการศึกษาความผันผวนอย่างมีเงื่อนไขแบบหลายตัวแปร (Multivariate Conditional Volatility Model)

แบบจำลองทางเศรษฐมิติที่ใช้ในการศึกษา ความผันผวนของตัวแปรหลายตัว ได้แก่ แบบจำลอง Vector Autoregressive Moving Average–GARCH (VARMA-GARCH) ของ Ling and McAleer (2003) แบบจำลอง Vector Autoregressive Moving Average–Asymmetric GARCH (VARMA-AGARCH) ของ McAleer et al. (2009) แบบจำลอง Constant Conditional Correlation (CCC) ของ Bollerslev (1990) และแบบจำลอง Dynamic Conditional Correlation (DCC) ของ Engle (2002)

1) แบบจำลอง Vector Autoregressive Moving Average – GARCH (VARMA – GARCH)

เพื่อที่จะรวมความสัมพัน ธ์ซึ่งกันและกันของความผันผวนอย่างมีเงื่อนไข (Conditional Volatility) ระหว่างตัวแปรภายในนั้น Ling and McAleer (2003) สมมติให้ตัวแปรสุ่มทางบวก (Positive Shocks) และ ตัวแปรสุ่มทางลบ (Negative Shock) ส่งผลต่อความผันผวนอย่างมีเงื่อนไข (Conditional Volatility) เหมือนกัน

โดยกำหนดให้ เวกเตอร์ของ Conditional Mean และ Conditional Variance ของอัตราผลตอบแทนของสินทรัพย์ทางการเงินที่มีตัวแปร ($m \geq 2$) มีรูปแบบดังต่อไปนี้

$$Y_t = E(Y_t / F_{t-1}) + \varepsilon_t \qquad (2.30)$$
$$\varepsilon_t = D_t \eta_t$$
$$Var(\varepsilon_t | F_{t-1}) = D_t \Gamma D_t$$

$$H_t = \omega + \sum_{i=1}^{q} A_i \vec{\varepsilon}_{t-i} + \sum_{j=1}^{p} B_j H_{t-j} \qquad (2.31)$$

เมื่อ $H_t = (h_{1t},...,h_{mt})'$ $\omega = (\omega_1,...,\omega_m)'$ $D_t = diag(h_{i,t}^{1/2})$ $\eta_t = (\eta_{1t},...,\eta_{mt})'$ $\vec{\varepsilon} = (\varepsilon^2{}_{1t},...,\varepsilon^2_{mt})'$ A_i และ B_j คือ เมทริกขนาด $m \times m$ ที่ประกอบด้วย α_{ij} และ β_{ij} ตามลำดับ สำหรับ $i, j = 1,...,m$ $I(\eta_t) = diag(I(\eta_{it}))$ คือ เมทริกขนาด $m \times m$ และ F_t คือ ข้อมูลในอดีตที่สามารถหาได้ในช่วงเวลาที่ t ถ้า A_i และ B_j ไม่เป็น Diagonal เมทริก จะเกิดผลของการส่งผ่านของความผันผวนอย่างมีเงื่อนไข (Spillover Effect) สำหรับแบบจำลอง VARMA-GARCH เมทริกของ Conditional Correlation ถูกกำหนดให้เป็น $E(\eta_t \eta'_t)$ = Γ

เมื่อ A_i เป็นตัวแทนของ ARCH Effects (ผลกระทบในระยะสั้น) และ B_j เป็นตัวแทนของ GARCH Effects (ผลกระทบในระยะยาว โดยเรียกว่า $\sum_{i=1}^{q} A_i + \sum_{j=1}^{p} B_j$)

2) แบบจำลอง Vector Autoregressive Moving Average – Asymmetric GARCH (VARMA – AGARCH)

เพื่อที่จะรวมการพิจารณาถึงพฤติกรรมความไม่สมมาตรของผลกระทบจากตัวแปรสุ่มทางบวก (Positive Shocks) และตัวแปรสุ่มทางลบ (Negative shocks) ที่ส่งผลต่อความผันผวนอย่างมีเงื่อนไข (Conditional Volatility) นั้น McAleer (2009) ได้สร้างแบบจำลอง และกำหนดคุณสมบัติทางสถิติของแบบจำลอง Vector Autoregressive Moving Average – Asymmetric GARCH (VARMA – AGARCH) ไว้ดังต่อไปนี้

$$H_t = \omega + \sum_{i=1}^{q} A_i \vec{\varepsilon}_{t-i} + \sum_{i=1}^{q} C_i I_{t-i} \vec{\varepsilon}_{t-i} + \sum_{j=1}^{p} B_j H_{t-j} \tag{2.32}$$

เมื่อ $H_t = (h_{1t},...,h_{mt})'$ $\vec{\varepsilon}_t = (\varepsilon_{1t}^2,...,\varepsilon_{mt}^2)'$ $\omega = (\alpha_1,...,\alpha_m)$ $A_i (i=1,...,q)$ $B_i (i=1,...,p)$ $C_i (i=1,...,q)$ คือ เมตริกขนาด $m \times m$ และ $I_t = diag(I_{1t},...,h_{mt})$ จะได้ว่า

$$I(\varepsilon_t) = \begin{cases} 1, \varepsilon_{i,t} \le 0 \\ 0, \varepsilon_{1,t} > 0 \end{cases}$$

VARMA – AGARCH กำหนดให้ตัวแปรสุ่มทางบวก (Positive shocks) และตัวแปรสุ่มทางลบ (Negative shocks) ส่งผลต่อความผันผวนอย่างมีเงื่อนไข (Conditional volatility) แตกต่างกัน

เมื่อ A_i เป็นตัวแทนของ ARCH Effects (ผลกระทบในระยะสั้น) และ B_j เป็นตัวแทนของ GARCH Effects (ผลกระทบในระยะยาว โดยเรียกว่า $\sum_{i=1}^{q} A_i + \sum_{j=1}^{p} B_j$)

จากแบบจำลองในสมการที่ 2.32 สามารถลดรูปให้เป็น แบบจำลอง Asymmetric Univariate GARCH (GJR) แต่ถ้าให้ $C_i = 0$ สำหรับทุก i แล้ว แบบจำลองจะกลายเป็นแบบจำลอง VARMA-GARCH

3) แบบจำลอง Constant Conditional Correlation (CCC)

จากแบบจำลอง VARMA-AGARCH ในสมการที่ 2.32 ถ้าให้ $C_i = 0$ สำหรับทุก i แล้ว โดยที่ A_{ij} และ B_{ij} เป็น Diagonal Matrices สำหรับ i, j ทุกตัว แบบจำลอง VARMA-AGARCH จะลดรูปกลายเป็น แบบจำลอง Constant Conditional Correlation (CCC)

$$h_{it} = \omega_i + \sum_{k=1}^{q} \alpha_i \varepsilon_{i,t-k}^2 + \sum_{l=1}^{p} B_i h_{i,t-l} \tag{2.33}$$

แบบจำลอง Constant Conditional Correlation (CCC) ของ Bollerslev (1980) สำหรับ Matrices ที่ Conditional Correlation ถูกกำหนดให้เท่ากับ Γ ซึ่งเท่ากับ $E(\eta_t \eta'_t)$ พิจารณาจากสมการที่ 2.30 ($\varepsilon_t = D_t \eta_t$) จะได้

$$Var(\varepsilon_t | F_{t-1}) = \varepsilon_t \varepsilon'_t$$

โดย
$$\varepsilon_t \varepsilon'_t = D_t \eta_t \eta' D_t$$
$$E(\varepsilon_t \varepsilon'_t) = D_t E(\eta_t \eta') D_t$$
$$Q_t = D_t E(\eta_t \eta') D_t$$

และ
$$\Gamma = E(\eta_t \eta'_t | F_{t-1})$$
$$\Gamma = E(\eta_t \eta'_t) \tag{2.34}$$

ดังนั้น
$$Q_t = D_t \Gamma D_t$$
$$\Gamma = D_t^{-1} Q_t D_t^{-1} \tag{2.35}$$

โดย $\Gamma = \{\rho_{it}\}$ สำหรับ $i, j = 1, \ldots, m$ คือ Conditional Correlation Matrix ที่ประมาณได้จาก Standardized Shocks และ Q_t คือ Conditional Covariance Matrix

ตามสมการที่ 2.33 จะพบว่าแบบจำลอง CCC ไม่แสดงผลของการส่งผ่านผลกระทบของความผันผวน (Spill Effects) ระหว่างหลักทรัพย์ทางการเงิน และสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบมีเงื่อนไข (Conditional Correlation Coefficients) ของอัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์เปลี่ยนแปลงไปตามช่วงเวลา

4) แบบจำลอง Dynamic Conditional Correlation (DCC)

Engle (2002) ได้เสนอแบบจำลอง Dynamic Conditional Correlation (DCC) ซึ่งมีการประมาณ Conditional Covariance Matrix ออกเป็น 2 ขั้นตอน โดยในขั้นตอนแรก ทำการประมาณแบบจำลองความผันผวนแบบตัวแปรเดียว (Univariate Volatility Model) (h_t) ของสินทรัพย์ในแต่ละตัว ขั้นตอนที่สอง นำค่า Standart deviations ที่ได้จากการประมาณอัตราผลตอบแทนของสินทรัพย์ในขั้นตอนแรก นำมาประมาณค่าพารามิเตอร์แบบ DCC ซึ่งแบบจำลอง DCC สามารถแสดงได้ดังนี้

$$y_t \left| F_{t-1} \right. \sim (0, Q_t), t = 1, ..., T \tag{2.36}$$

$$Q_t = D_t \Gamma D_t \tag{2.37}$$

โดยที่ $D_t = diag(h_{1t}^{1/2}, ..., h_{mt}^{1/2})$ คือ Diagonal Matrix ของ Conditional Variances

m คือ อัตราผลตอบแทนจากสินทรัพย์

F_t คือ ข้อมูลข่าวสาร ณ เวลาที่ t

Conditional Variance ถูกสมมติตามแบบจำลอง Univariate GARCH ได้ดังนี้

$$h_{it} = \omega_i + \sum_{k=1}^{q} \alpha_{i,k} \varepsilon_{i,t-k} + \sum_{l=1}^{p} B_{i,l} h_{i,t-l} \tag{2.38}$$

เมื่อจำลอง Univariate GARCH ถูกนำมาประมาณ Standardized Shocks ($\eta_{it} = y_{it} / \sqrt{h_{it}}$) จะถูกใช้ในการประมาณ Dynamic Conditional Correlation ดังนี้

$$Q_t = (1 - \theta_1 - \theta_2)\Gamma + \theta_1 \eta_{t-1} \eta'_{t-1} + \theta_2 Q_{t-1} \tag{2.39}$$

$$\Gamma = D_t^{-1} Q_t D_t^{-1}$$

หรือ

$$\Gamma = \left\{(diag(Q_t)^{-1/2})\right\} Q_t \left\{(diag(Q_t)^{-1/2})\right\} \tag{2.40}$$

โดยที่ Γ คือ Typical Constant element โดย Γ เท่ากับ $\rho_{ij} = \rho_{ji}$

เมื่อ θ_1 และ θ_2 คือ Scalar Parameters ที่ใช้ดูผลกระทบของตัวแปรเชิงสุ่มในช่วงเวลาก่อนหน้า (Previous Standardized Shocks) และความสัมพันธ์อย่างมีเงื่อนไขที่มีการเปลี่ยนแปลงเชิงพลวัตรในช่วงเวลาก่อนหน้า (Previous Dynamic Conditional Correlation) ต่อความสัมพันธ์อย่างมีเงื่อนไขที่มีการเปลี่ยนแปลงเชิงพลวัตรในช่วงเวลาปัจจุบัน (Dynamic Conditional Correlation)

2.2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการตรวจสอบเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ได้ทำการตรวจสอบเอกสารและงานวิจัยที่ได้ศึกษาเกี่ยวกับ ความสัมพันธ์ของความผันผวนระหว่างตัวแปรด้วย วิธีมัลไทวาริเอทการ์ช ดังนี้

ชนานุช จันทรา (2552) ได้ทำการทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างอัตราแลกเปลี่ยนกับอัตราผลตอบแทนของดัชนีตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย โดยวิธีไบวาร์ริเอทการ์ช เพื่อให้ทราบถึงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราแลกเปลี่ยนกับอัตราผลตอบแทนของดัชนีตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย โดยใช้ข้อมูลทุติยภูมิเป็นอนุกรมรายวัน ตั้งแต่วันที่ 1 มกราคม พ.ศ. 2549 ถึง 31 พฤษภาคม พ.ศ. 2552 รวมทั้งสิ้น 1,249 ข้อมูล

ผลการทดสอบยูนิทรูท (Unit Root Test) ด้วยวิธี Augmented Dickey Fuller test (ADF Test) พบว่าข้อมูลอัตราแลกเปลี่ยนและอัตราผลตอบแทนของดัชนีตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย มีลักษณะนิ่งที่ order of integration เท่ากับ 0 หรือ I(0) และผลการประมาณสมการค่าเฉลี่ยของอัตราแลกเปลี่ยน แสดงรูปแบบของ ARMA เป็นAR(2) ส่วนสมการค่าเฉลี่ยของอัตราผลตอบแทนของดัชนีตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย แสดงรูปแบบของ ARMA เป็น AR(1) MA(1) สำหรับค่าความผันผวนของอัตราแลกเปลี่ยนกับอัตราผลตอบแทนของดัชนีตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทยมีลักษณะเป็น GARCH(1,1)

ผลการทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างความผันผวนอย่างมีเงื่อนไขของอัตราแลกเปลี่ยนกับความผันผวนอย่างมีเงื่อนไขของอัตราผลตอบแทนของดัชนีตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทยโดยใช้แบบจำลองของ Constant Conditional Correlation (CCC) ผลที่ได้คือ Bivariate GARCH (1,1) ค่าสัมประสิทธิ์ของตัวความคลาดเคลื่อนในคาบเวลาที่ t-1 ค่า a_{12} และ a_{21} เท่ากับ 0.5220 และ -

0.0072 ตามลำดับ แสดงถึงความสัมพันธ์ทั้งในเชิงบวกและเชิงลบ คือ ความคลาดเคลื่อนของอัตราผลตอบแทนของดัชนีตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทยในอดีตจะแปรผันตรงกับความผันผวนของอัตราแลกเปลี่ยนในปัจจุบัน ส่วนความคลาดเคลื่อนของอัตราแลกเปลี่ยนในอดีตจะแปรผกผันกับความผันผวนของอัตราผลตอบแทนของดัชนีตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทยในปัจจุบัน และค่า b_{12} และ b_{21} เท่ากับ -2.1448 และ 0.0347 ตามลำดับ แสดงถึงความสัมพันธ์ทั้งในเชิงบวกและเชิงลบ คือ ความผันผวนอย่างมีเงื่อนไขของอัตราผลตอบแทนของดัชนีตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทยในอดีตจะแปรผกผันกับความผันผวนของอัตราแลกเปลี่ยนในปัจจุบัน ส่วนความผันผวนของอัตราแลกเปลี่ยนในอดีตจะแปรผันตรงกับความผันผวนอย่างมีเงื่อนไขของอัตราผลตอบแทนของดัชนีตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทยในปัจจุบัน และความสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน (Standardized Shocks) ระหว่างอัตราแลกเปลี่ยนกับอัตราผลตอบแทนของดัชนีตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทยมีค่าคงที่ และมีความสัมพันธ์ในทิศทางตรงกันข้าม เท่ากับ -0.2785

ฐิติศักดิ์ กิตติศักดิ์ธาดากุล (2552) ได้ทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนนักท่องเที่ยวที่เข้ามาเที่ยวในประเทศไทยสูงสุดจำนวน 10 ประเทศ กับอัตราเงินเฟ้อในรูปของดัชนีราคาผู้บริโภคและอัตราแลกเปลี่ยนเมื่อเทียบกับเงินบาทของแต่ละประเทศด้วยแบบจำลองมัลไทวาริเอทการ์ช ซึ่งเป็นข้อมูลทุติยภูมิเป็นรายเดือนตั้งแต่ มกราคม พ.ศ. 2540 ถึง ธันวาคม พ.ศ. 2551 ในการทดสอบครั้งนี้มีการทดสอบความนิ่งของข้อมูล (Unit Root Test) การประมาณค่าความผันผวนของจำนวนนักท่องเที่ยว อัตราเงินเฟ้อและอัตราแลกเปลี่ยนเมื่อเทียบกับเงินบาท (GARCH) และการทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนนักท่องเที่ยว อัตราเงินเฟ้อและอัตราแลกเปลี่ยนด้วยแบบจำลองมัลไทวาริเอทการ์ช (Multivariate GARCH)

ผลการทดสอบความนิ่งของข้อมูล จำนวนนักท่องเที่ยวพบว่าทุกประเทศมี order of integration เท่ากับ 1 หรือ I(1) ข้อมูลอัตราเงินเฟ้อของแต่ละประเทศพบว่า พบว่าระดับอัตราเงินเฟ้อของทุกประเทศยกเว้น อินเดีย เกาหลีใต้ และสหราชอาณาจักร มี order of integration เท่ากับ 1 หรือ I(1) ส่วนประเทศ อินเดีย เกาหลีใต้ และสหราชอาณาจักรมี order of integration เท่ากับ 2 หรือ I(2) และข้อมูลอัตราแลกเปลี่ยนของแต่ละประเทศพบว่าอัตราแลกเปลี่ยนเมื่อเทียบกับเงินบาทของทุกประเทศมี order of Integration เท่ากับ 1 หรือ I(1) สำหรับค่าความผันผวนของจำนวนนักท่องเที่ยว อัตราเงินเฟ้อและอัตราแลกเปลี่ยน พบว่ามีความแตกต่างกันในแต่ละประเทศและผลการทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนนักท่องเที่ยวที่เข้ามาเที่ยวประเทศไทย อัตราเงินเฟ้อและอัตราแลกเปลี่ยนของแต่ละประเทศ ซึ่งพบว่าความสัมพันธ์ของความผันผวนของตัวแปรทั้งสามพบว่าผลของความผันผวนในอัตราเงินเฟ้อซึ่งเป็นผลในระยะยาวจะมีผลต่อความผันผวนของนักท่องเที่ยว

ในทุกประเทศ ที่ศึกษายกเว้น จีนและสิงคโปร์ ในขณะที่ผลของความผันผวนในอัตราแลกเปลี่ยน ซึ่งเป็นผลในระยะยาวต่อความผันผวนของนักท่องเที่ยวจะมีผลเฉพาะในประเทศเยอรมัน ญี่ปุ่น สหรัฐอเมริกาและอินเดีย นอกจากนี้ยังพบว่าผลกระทบในระยะสั้นของอัตราเงินเฟ้อและอัตราแลกเปลี่ยนต่อจำนวนนักท่องเที่ยวต่างชาติจะมีเฉพาะประเทศ จีน มาเลเซียและสิงคโปร์เท่านั้น

ณิยา ฟูศรีนวล (2552) ทำการวิเคราะห์ถึงความสัมพันธ์ของความผันผวนอย่างมีเงื่อนไขของอัตราเงินเฟ้อ และอัตราดอกเบี้ย รวมถึงผลกระทบจากตัวแปรสุ่มทางด้านบวก และทางด้านลบ ที่ส่งผลต่อความผันผวนอย่างมีเงื่อนไขของตัวแปรทั้งสอง โดยข้อมูลอนุกรมเวลาที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้ได้แก่ ดัชนีราคาผู้บริโภค (CPI), ดัชนีราคาผู้ผลิต (PPI), อัตราดอกเบี้ยเงินกู้ขั้นต่ำที่ธนาคารพาณิชย์เรียกเก็บจากลูกค้าชั้นดี (MRR) และอัตราดอกเบี้ยเงินกู้ขั้นต่ำที่ธนาคารพาณิชย์เรียกเก็บจากลูกค้ารายใหญ่ชั้นดี (MLR) โดยใช้ข้อมูลอนุกรมเวลารายเดือนระหว่างเดือน พฤษภาคม พ.ศ. 2522 ถึงเดือน กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2552 จำนวน 358 ข้อมูล

ผลการศึกษาพบว่าแบบจำลองความผันผวนแบบ Univariate ที่เหมาะสมได้แก่ แบบจำลอง GARCH(1,1) และ GJR(1,1) และพบว่าทั้งพจน์ของ ARCH และ GARCH ส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงของความผันผวนอย่างมีเงื่อนไขของอัตราเงินเฟ้อในทิศทางเดียวกัน โดยพจน์ของ GARCH จะส่งกระทบมากกว่าพจน์ของ ARCH อีกทั้งยังพบว่าความผันผวนอย่างมีเงื่อนไขของอัตราเงินเฟ้อที่วัดจากอัตราแลกเปลี่ยนของดัชนีราคาผู้ผลิต (PPI) มีพฤติกรรมแบบสมมาตรในขณะที่ความผันผวนอย่างมีเงื่อนไขของอัตราเงินเฟ้อที่วัดจากอัตราแลกเปลี่ยนของดัชนีราคาผู้บริโภค (CPI) มีพฤติกรรมแบบไม่สมมาตร ซึ่งหมายถึง ผลกระทบจากตัวแปรสุ่มทางลบในอดีตจะส่งผลให้ความผันผวนอย่างมีเงื่อนไขของอัตราเงินเฟ้อที่วัดจากอัตราการเปลี่ยนแปลงของดัชนีราคาผู้บริโภค (CPI) ในปัจจุบันเพิ่มขึ้นแต่เพิ่มขึ้นน้อยกว่าผลกระทบจากตัวแปรสุ่มทางบวกในอดีต สำหรับด้านอัตราดอกเบี้ยนั้นพบว่าพจน์ของ ARCH และ GARCH ไม่ส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงของความผันผวนอย่างมีเงื่อนไขของอัตราดอกเบี้ย MRR และยังพบว่ามีพฤติกรรมแบบไม่สมมาตรเกิดขึ้น โดยผลกระทบจากตัวแปรสุ่มทางลบในอดีตจะส่งผลให้ความผันผวนอย่างมีเงื่อนไขของอัตราดอกเบี้ย MRR ในปัจจุบันเพิ่มขึ้นและเพิ่มมากกว่าผลกระทบจากตัวแปรสุ่มทางบวกในอดีต แต่สำหรับดอกเบี้ย MLR นั้นพบว่าขึ้นอยู่กับพจน์ของ GARCH เท่านั้น โดยมีความสัมพันธ์ในทิศทางเดียวกัน และมีพฤติกรรมแบบสมมาตร

ผลการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความผันผวนของอัตราเงินเฟ้อ และอัตราดอกเบี้ยด้วย วิธีความสัมพันธ์อย่างมีเงื่อนไขที่เป็นค่าคงที่ (Constant Conditional Correlation), ความสัมพันธ์อย่างมีเงื่อนไขที่มีการเปลี่ยนแปลงเชิงพลวัตร (Dynamic Conditional Correlation) และวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Ordinary Least Square) พบว่า ให้ผลการทดสอบที่สอดคล้องกัน กล่าวคือ ความผันผวนอย่าง

มีเงื่อนไขของอัตราเงินเฟ้อ และอัตราดอกเบี้ยไม่มีความสัมพันธ์กัน ดังนั้นผู้วางแผนนโยบายทางการเงินในการดูแลเงินเฟ้อของประเทศไม่ควรมุ่งพิจารณาถึงอัตราดอกเบี้ยแต่เพียงอย่างเดียว หากแต่ควรพิจารณาตัวแปรทางด้านเศรษฐกิจมหภาคที่สำคัญอื่นๆ และความผันผวนในอดีตมาประกอบการพิจารณาในการกำหนดนโยบาย เนื่องจากปัจจัยเหล่านี้มีผลต่อความผันผวนของอัตราเงินเฟ้อที่เกิดขึ้นในปัจจุบัน

นนทลี ศรีสว่าง (2552) ได้ทำการทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างอัตราเงินเฟ้อกับอัตราการว่างงานของประเทศไทยด้วยแบบจำลองไบวาร์ริเอทการ์ช โดยทำการศึกษาตัวแปรทั้งหมด 2 ตัว คือ ดัชนีราคาผู้บริโภคและจำนวนการว่างงานของประเทศไทยซึ่งเป็นข้อมูลทุติยภูมิเป็นรายเดือน ตั้งแต่ มกราคม พ.ศ. 2542 – มีนาคม พ.ศ. 2552 รวมทั้งสิ้น 99 กลุ่มตัวอย่าง ในการทดสอบครั้งนี้มีการทดสอบความนิ่งของข้อมูล (Unit Root Test) การประมาณค่าความผันผวนของอัตราเงินเฟ้อและอัตราการว่างงาน (GARCH) และการทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างอัตราเงินเฟ้อ และอัตราการว่างงานของประเทศไทยด้วยแบบจำลองไบวาร์ริเอทการ์ช (Bivariate GARCH)

ผลการทดสอบความนิ่งของข้อมูลอัตราเงินเฟ้อ และอัตราการว่างงานของประเทศไทย พบว่าทั้งสองตัวแปรมีลักษณะนิ่งที่ Order of Integration เท่ากับ 0 หรือ I(0) สำหรับค่าความผันผวนของอัตราเงินเฟ้อ และอัตราการว่างงานของประเทศไทย พบว่า ค่าความผันผวนของอัตราเงินเฟ้อมีลักษณะเป็น GARCH(0,1) ส่วนค่าความผันผวนของอัตราการว่างงานมีลักษณะเป็น GARCH(1,0) และผลการทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างอัตราเงินเฟ้อและอัตราการว่างงานของประเทศไทยด้วยแบบจำลองไบวาร์ริเอทการ์ช (Bivariate GARCH) พบว่ากระบวนการดังกล่าว มีลักษณะเป็น GARCH(1,1) ซึ่งเป็นความสัมพันธ์ของความผันผวนของทั้งสองตัวแปรมีลักษณะเป็นความสัมพันธ์เชิงลบ กล่าวคือ ความผันผวนของอัตราเงินเฟ้อส่งผลลบต่อความผันผวนของอัตราการว่างงาน และความผันผวนของอัตราการว่างงานส่งผลทางลบต่อความผันผวนของอัตราเงินเฟ้อเช่นเดียวกัน

พัชนียา พัชนีรัตนกรณ์ (2552) ได้ทำการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความผันผวนของอัตราแลกเปลี่ยนและความผันผวนของการนำเข้าน้ำมันดิบของประเทศไทย โดยใช้ข้อมูลอนุกรมเวลาแบบรายเดือนตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ. 2540 ถึง เดือนเมษายน พ.ศ. 2552 รวม 148 เดือน ในการศึกษาในครั้งนี้ได้ใช้แบบจำลอง GARCH ในการประมาณค่าความผันผวนของอัตราแลกเปลี่ยนและความผันผวนของปริมาณการนำเข้าน้ำมันดิบของประเทศไทย และได้ประยุกต์ใช้เทคนิคการประมาณค่าความแปรปรวนร่วมระหว่างสองตัวแปรโดยใช้แบบจำลอง ไบวาริเอทการ์ช (Bivariate

GARCH Model) เพื่อวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของความผันผวนของตัวแปรอัตราแลกเปลี่ยน และตัวแปรปริมาณการนำเข้าน้ำมันดิบของประเทศไทย ในช่วงเวลาที่ทำการศึกษานั้นเป็นช่วงที่ประเทศไทยได้ใช้ระบบอัตราแลกเปลี่ยนแบบลอยตัวภายใต้การจัดการ

ผลการทดสอบพบว่า ตัวแปรทุกตัวมีลักษณะนิ่ง (Stationary) ที่ระดับแนวโน้มและจุดตัดแกน และที่จุดตัดแกน ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05 และมีอันดับความสัมพันธ์ของข้อมูลอันดับที่ 0 หรือ I(0) การประมาณความผันผวน ของแต่ละตัวแปรด้วยสมการ Univariate GARCH มีนัยสำคัญทุกตัวแปร ผลการทดสอบให้ได้ค่าความน่าจะเป็นในการทดสอบที่แสดงถึงการไม่มีคุณสมบัติของความไม่เท่ากันของความผันผวน (ARCH) และ การศึกษาด้วยวิธี Bivariate GARCH ความสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อน และ ความผันผวนของตัวแปรอัตราแลกเปลี่ยน และตัวแปรปริมาณการนำเข้าน้ำมันดิบของประเทศไทย พบว่า ทั้ง 2 ตัวแปร มีแบบจำลองเป็น GARCH(1,1) ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05 การศึกษาครั้งนี้ ได้แสดงให้เห็นว่าความผันผวนของอัตราแลกเปลี่ยน มีความสัมพันธ์เชิงประจักษ์ กับความผันผวนของปริมาณการนำเข้าน้ำมันดิบ ดังนั้น ประเทศไทยควรรักษาความมีเสถียรภาพของอัตราแลกเปลี่ยน ซึ่งจะนำไปสู่ความมีเสถียรภาพของการเปลี่ยนแปลงระดับการนำเข้าน้ำมันดิบโดยทางอ้อม และควรจะอำนวยความสะดวกในการนำเข้าน้ำมันดิบเพื่อช่วยลดต้นทุนในการนำเข้าจากต่างประเทศ

Chaiwat Nimanussornkul และคณะ (2009) ได้ทำการศึกษาความผันผวนและการส่งผ่านความผันผวนในตลาดน้ำมันและตลาดโลหะมีค่า โดยใช้ข้อมูลที่ใช้ในการศึกษาในครั้งนี้ได้แก่ ผลตอบแทนจากน้ำมันดิบเบนท์ (Brent) ทองคำ (Gold) และเงิน (Silver) ใน London Bullion Market โดยใช้ข้อมูลอนุกรมเวลาแบบรายวัน ตั้งแต่ 8 เมษายน 1999 – 7 เมษายน 2009 รวมทั้งสิ้น 2,609 ข้อมูล โดยในการศึกษาครั้งนี้ได้ใช้แบบจำลองความผันผวนแบบตัวแปรเดียว (Univariate Conditional Volatility Models) และแบบจำลองความผันผวนแบบหลายตัวแปร (Multivariate Conditional Volatility Models) อันได้แก่ GARCH, GJR, EGARCH, VARMA-GARCH และ VARMA-AGARCH เพื่อที่จะศึกษาลักษณะของความผันผวนระหว่างตลาดน้ำมันดิบ และตลาดโลหะมีค่า

ผลการทดสอบ พบว่า อัตราผลตอบแทนของน้ำมันดิบเบนท์ (Brent) ทองคำ (Gold) และเงิน (Silver) มีลักษณะนิ่ง ณ ระดับนัยสำคัญที่ 0.05 และมีอันดับความสัมพันธ์ของข้อมูลอันดับที่ 0 หรือ I(0) จากแบบจำลองการประมาณความผันผวนแบบตัวแปรเดียว (Univariate Conditional Volatility Models) พบว่า ผลกระทบของตัวแปรสุ่มทางบวก (Positive Shocks) และตัวแปรสุ่มทางลบ (Negative Shocks) ส่งผลกระทบต่อความผันผวนอย่างมีเงื่อนไข (Conditional Volatility) อย่าง

แตกต่างกันในตลาด น้ำมันดิบเบนท์ (Brent) และตลาดทองคำ (Gold) แต่ให้ผลที่เหมือนกันในตลาดเงิน (Silver) โดยในตลาดน้ำมันดิบเบนท์ (Brent) นั้น ผลของตัวแปรสุ่มทางลบ (Negative Shocks) ส่งผลต่อความผันผวนมากกว่า ผลของตัวแปรสุ่มทางบวก (Positive Shocks) ในทางตรงกันข้ามในตลาดทองคำ (Gold) นั้น ผลของตัวแปรสุ่มทางลบ (Negative Shocks) ส่งผลต่อความผันผวนน้อยกว่า ผลของตัวแปรสุ่มทางบวก (Positive Shocks)

จากการศึกษาแบบจำลองความผันผวนแบบหลายตัวแปร (Multivariate Conditional Volatility Models) โดยวิธี VARMA – GARCH และ VARMA – AGARCH พบว่า ความผันผวนที่เกิดในตลาดทองคำและตลาดเงินในอดีต ไม่ได้ส่งผ่านผลกระทบไปยังความผันผวนที่เกิดขึ้นในตลาดน้ำมันดิบเบนท์ (ความผันผวนที่เกิดขึ้นในตลาดน้ำมันเบนท์ไม่ได้รับความผันผวนมาจากตลาดโลหะมีค่า) ยิ่งกว่านั้นความผันผวนที่เกิดในตลาดน้ำมันดิบเบนท์และตลาดเงินในอดีต มีการส่งผ่านความผันผวนไปยังตลาดทองคำ แต่เฉพาะความผันผวนที่เกิดจากทองคำในอดีตได้ส่งผ่านไปยังความผันผวนที่เกิดขึ้นในตลาดเงิน ดังนั้นนักลงทุนและผู้จัดการกองทุนผู้ที่ต้องการจะลงทุนเฉพาะในส่วนของตลาดน้ำมันดิบ ไม่จำเป็นต้องเฝ้าติดตามดูตลาดโลหะมีค่า ในขณะที่โลหะมีค่าอันได้แก่เงินและทองคำ ผู้ลงทุนต้องระมัดระวังความผันผวนที่อาจเกิดขึ้นในตลาดโลหะมีค่าในตลาดอื่น โดยเฉพาะอย่างยิ่งผู้ลงทุนในทองคำควรพิจารณาความผันผวนที่เกิดขึ้นในตลาดน้ำมันดิบในอดีตร่วมด้วย อย่างไรก็ตามลักษณะการส่งผ่านความผันผวนในหลักทรัพย์ทั้ง 3 ชนิด ได้แก่ น้ำมันดิบเบนท์ มีความแตกต่างกัน กล่าวคือ ผลกระทบจากการส่งผ่านความผันผวนในทางบวก ในกรณีของตลาดเงินไปยังตลาดทองคำ และทางลบในกรณีตลาดน้ำมันดิบเบนท์ไปยังตลาดทองคำ และตลาดทองคำไปยังตลาดเงิน

ผลจากการส่งผ่านความผันผวนในแบบจำลอง VARMA – AGARCH ให้ผลเหมือนกับ VARMA – GARCH และให้ผลกระทบจากพฤติกรรมความไม่สมมาตรผลในลักษณะเดียวกับแบบจำลองความผันผวนแบบตัวแปรเดียว (Univariate Conditional Volatility Models) อันได้แก่ GJR และ EGARCH กล่าวคือ พฤติกรรมความไม่สมมาตรนี้พบได้ในตลาดน้ำมันดิบเบนท์และตลาดทองคำ กล่าวคือ ผลกระทบของตัวแปรสุ่มทางบวก (Positive Shocks) และตัวแปรสุ่มทางลบ (Negative Shocks) ในขนาดที่เท่ากันส่งผลต่อความผันผวนอย่างมีเงื่อนไข (Conditional Volatility) ที่แตกต่างกัน และผลกระทบของตัวแปรสุ่มทางลบ (Negative Shocks) ส่งผลต่อความผันผวนมากกว่า ผลกระทบของตัวแปรสุ่มทางบวก (Positive Shocks) ในตลาดน้ำมัน และในทางตรงกันข้ามในตลาดทองคำ (Gold) นั้น ผลกระทบของตัวแปรสุ่มทางลบ (Negative Shocks) ส่งผลต่อความผันผวนน้อยกว่า ผลกระทบของตัวแปรสุ่มทางบวก (Positive Shocks)

ดังนั้นเราสามารถกล่าวได้ว่า แบบจำลองแบบที่แสดงพฤติกรรมความไม่สมมาตร (Asymmetric Models) ดีกว่า แบบจำลองแบบสมมาตร (Symmetric Models) สำหรับตลาดน้ำมันดิบเบนท์และตลาดทองคำ ส่วนในตลาดเงินนั้นให้ผลในทางตรงกันข้าม