



ภาคผนวก

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

Copyright© by Chiang Mai University  
All rights reserved

## ภาคผนวก ก

Variable	Coefficient	Standard Error	b/St.Er.	P[ Z >z]	Mean of X
+-----+ Characteristics in numerator of Prob[Y = 1]					
Constant	-.94950878	.44438236	-2.137	.0326	
SEX	.10892554	.26414543	.412	.6801	.40250000
SCHOOL	.55001938	.30735789	1.790	.0735	.50000000
STUDY	-.82932386	.23425266	-3.540	.0004	.42000000
GRADE	1.03958204	.24946967	4.167	.0000	.60000000
COURSE	.11437631	.31971942	.358	.7205	.25000000
INCOME	-.823664D-05	.282446D-05	-2.916	.0035	58587.5000
INCOMER	-.01888789	.13125395	-.144	.8856	2.12359480
WORK	1.90103550	.30478315	6.237	.0000	.41250000

```

+-----+
| Information Statistics for Discrete Choice Model.
|
| M=Model MC=Constants Only M0=No Model
| Criterion F (log L) -234.34072 -277.13386 -277.25887
| LR Statistic vs. MC 85.58628 .00000 .00000
| Degrees of Freedom 8.00000 .00000 .00000
| Prob. Value for LR .00000 .00000 .00000
| Entropy for probs. 234.34072 277.13386 277.25887
| Normalized Entropy .84521 .99955 1.00000
| Entropy Ratio Stat. 85.83631 .25003 .00000
| Bayes Info Criterion 1.29153 1.50550 1.50612
| BIC(no model) - BIC .21459 .00063 .00000
| Pseudo R-squared .15441 .00000 .00000
| Pct. Correct Pred. 71.25000 .00000 50.00000
| Means: y=0 y=1 y=2 y=3 y=4 y=5 y=6 y>=7
| Outcome .5125 .4875 .0000 .0000 .0000 .0000 .0000 .0000
| Pred.Pr .5125 .4875 .0000 .0000 .0000 .0000 .0000 .0000
| Notes: Entropy computed as Sum(i)Sum(j)Pfit(i,j)*logPfit(i,j).
| Normalized entropy is computed against M0.
| Entropy ratio statistic is computed against M0.
| BIC = 2*criterion - log(N)*degrees of freedom.
| If the model has only constants or if it has no constants,
| the statistics reported here are not useable.
+-----+

```

```

+-----+
| Partial derivatives of probabilities with
| respect to the vector of characteristics.
| They are computed at the means of the Xs.
| Observations used are All Obs.
+-----+

```

```

+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
|Variable| Coefficient | Standard Error |b/St.Er.|P[|Z|>z]|Elasticity|
+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
-----+Marginal effect for variable in probability
Constant| -.23712567 .11075981 -2.141 .0323
-----+Marginal effect for dummy variable is P11 - P10.
SEX | .02720446 .06595628 .412 .6800 .02263644
-----+Marginal effect for dummy variable is P11 - P10.
SCHOOL | .13650263 .07533892 1.812 .0700 .14109552
-----+Marginal effect for dummy variable is P11 - P10.
STUDY | -.20356627 .05564633 -3.658 .0003 -.17674914
-----+Marginal effect for dummy variable is P11 - P10.
GRADE | .25250563 .05743829 4.396 .0000 .31320199
-----+Marginal effect for dummy variable is P11 - P10.
COURSE | .02857676 .07987931 .358 .7205 .01476914
INCOME | -.205698D-05 .704884D-06 -2.918 .0035 -.24913605
INCOMER | -.00471697 .03277931 -.144 .8856 -.02070794
-----+Marginal effect for dummy variable is P11 - P10.
WORK | .44152836 .06075001 7.268 .0000 .37651714
+-----+-----+-----+-----+-----+-----+

```

Marginal Effects for	
Variable	All Obs.
ONE	-.23713
SEX	.02720
SCHOOL	.13650
STUDY	-.20357
GRADE	.25251
COURSE	.02858
INCOME	.00000
INCOMER	-.00472
WORK	.44153

Fit Measures for Binomial Choice Model		
Logit model for variable Y		
Proportions P0=	.512500	P1= .487500
N = 400	N0= 205	N1= 195
LogL=	-234.341	LogL0= -277.134
Estrella = $1 - (L/L0)^{(-2L0/n)} = .20738$		
Efron	McFadden	Ben./Lerman
.21137	.15441	.60241
Cramer	Veall/Zim.	Rsqr ML
.20433	.30345	.19262
Information Criteria	Akaike I.C.	Schwarz I.C.
	1.21670	1.30651

Predictions for Binary Choice Model. Predicted value is 1 when probability is greater than .500000, 0 otherwise. Note, column or row total percentages may not sum to 100% because of rounding. Percentages are of full sample.			
Actual Value	Predicted Value		Total Actual
	0	1	
0	151 ( 37.8%)	54 ( 13.5%)	205 ( 51.3%)
1	61 ( 15.3%)	134 ( 33.5%)	195 ( 48.8%)
Total	212 ( 53.0%)	188 ( 47.0%)	400 (100.0%)

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่  
 Copyright© by Chiang Mai University  
 All rights reserved

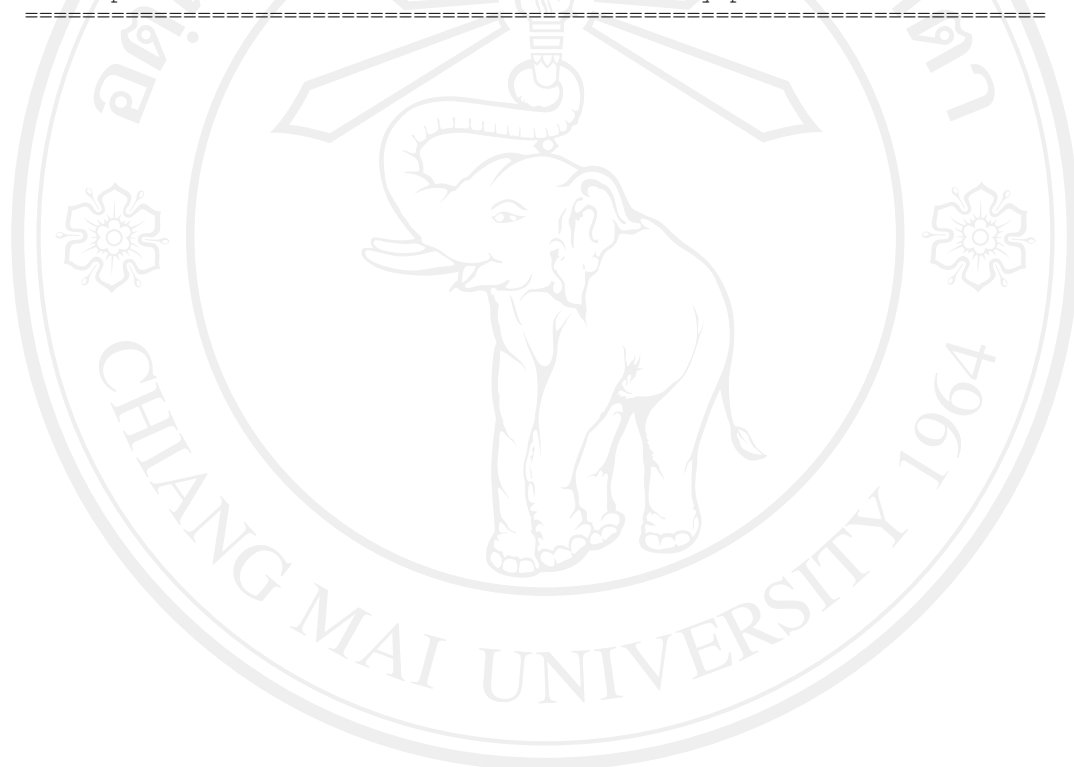
=====  
 Analysis of Binary Choice Model Predictions Based on Threshold = .5000  
 =====

Prediction Success

-----  
 Sensitivity = actual 1s correctly predicted 68.718%  
 Specificity = actual 0s correctly predicted 73.659%  
 Positive predictive value = predicted 1s that were actual 1s 71.277%  
 Negative predictive value = predicted 0s that were actual 0s 71.226%  
 Correct prediction = actual 1s and 0s correctly predicted 71.250%  
 -----

Prediction Failure

-----  
 False pos. for true neg. = actual 0s predicted as 1s 26.341%  
 False neg. for true pos. = actual 1s predicted as 0s 31.282%  
 False pos. for predicted pos. = predicted 1s actual 0s 28.723%  
 False neg. for predicted neg. = predicted 0s actual 1s 28.774%  
 False predictions = actual 1s and 0s incorrectly predicted 28.750%  
 =====



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

Copyright© by Chiang Mai University

All rights reserved

## ภาคผนวก ข

ข้อมูลโดยทั่วไป โครงการปริญญาตรี-โทสองภาษา  
คณะเศรษฐศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

### ข้อมูลเกี่ยวกับหลักสูตร

#### ชื่อปริญญา

- สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี ระยะเวลาการศึกษา 3.5 ปี  
ได้รับปริญญา : เศรษฐศาสตรบัณฑิต (B.Econ)
- สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาโท ระยะเวลาการศึกษา 1.5 ปี  
ได้รับปริญญา : เศรษฐศาสตรมหาบัณฑิต (M.Econ)

#### การจัดการ เรียนการสอน

- เวลาราชการ จันทร์ – ศุกร์ เวลา 08.00-16.30

#### ค่าใช้จ่ายในการศึกษา

- ภาคการศึกษาปกติ ภาคการศึกษาละ 35,000 บาท
- ภาคการศึกษาฤดูร้อน ภาคการศึกษาละ 17,500 บาท

#### แนวทางในการประกอบอาชีพ

- ภาคราชการและรัฐวิสาหกิจ ผู้ที่สำเร็จการศึกษาสามารถประกอบอาชีพที่มั่นคง โดยทำงานทั้งในและต่างประเทศ เช่น กระทรวงการคลัง , กระทรวงพาณิชย์, ธนาคารแห่งประเทศไทย, ตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย และองค์กรระหว่างประเทศ เป็นต้น
- ภาคเอกชน ผู้ที่สำเร็จการศึกษาสามารถประกอบอาชีพได้หลายอาชีพ โดยสามารถนำความรู้มาประยุกต์ใช้ในงานต่างๆ เช่น นักวิเคราะห์ต้นทุน , นักวิเคราะห์หลักทรัพย์ , นักวิเคราะห์โครงการ ฝ่ายสินเชื่อ , นักวิเคราะห์แผนงานธนาคาร , งานไฟแนนซ์ , พนักงานบริษัทเงินทุนหลักทรัพย์, ที่ปรึกษาด้านเศรษฐกิจ และอาจารย์ทางด้านเศรษฐศาสตร์ เป็นต้น

- **ภาคการลงทุน** นอกจากการวิเคราะห์ให้ผู้อื่นจากภาครัฐบาลและเอกชนแล้ว ตัวนักเศรษฐศาสตร์เองโดยมากมีแนวโน้มที่จะเป็นนักลงทุนอิสระเสียเอง ไม่ก็ตั้งบริษัทส่วนตัว ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความคิดริเริ่มกับเงินทุนของตัวเอง นักศึกษาที่รักอิสระ ยินดีแบกรับความเสี่ยง จะหันมาในภาคการลงทุนนี้

### ข้อมูลแวดล้อมเกี่ยวกับโครงการ

โครงการ ตรี-โทสองภาษาเป็นโครงการใหม่ที่เริ่มเปิดสอนมาตั้งแต่ปี พศ . 2549 โดยในระยะเวลาที่ผ่านมา มีบุคคลให้ความสนใจเข้ามาสมัครสอบเพื่อผ่านการคัดเลือกเข้าศึกษาต่อต่อในหลักสูตรนี้มากขึ้นเป็นลำดับ โดยหลักสูตรนี้เป็นหลักสูตรที่มีความน่าสนใจหลายประการดังนี้

1. เป็นหลักสูตรเดียวที่รับเข้านักศึกษาครั้งเดียวในระดับปริญญาตรีและสามารถเรียนต่อเรื่องถึงปริญญาโท เพื่อให้เกิดความเชี่ยวชาญด้านเศรษฐศาสตร์และเศรษฐกิจ สามารถทำวิจัยได้มีประสิทธิภาพ
2. เป็นการสร้างองค์ความรู้ใหม่ในโปรแกรมการศึกษาเดี่ยวอย่างต่อเนื่อง และใช้ระยะเวลาเพียง 5 ปี เพื่อให้สอดคล้องต่อนโยบายของมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ที่มุ่งเน้นผลิตบัณฑิตและมหาบัณฑิต ซึ่งจะไม่ใช้เวลาในการผลิตนานเกินควรและมีคุณภาพ
3. เน้นการผลิตบัณฑิตและมหาบัณฑิตในระยะเวลาสั้นและวิธีเข้มข้น (Intensive Approach) และการจัดการเรียนการสอนเป็นแบบหลักสูตรสองภาษา (Bilingual) เพื่อให้มีความเชี่ยวชาญในด้านภาษาอังกฤษ อันเป็นการปรับเปลี่ยนไปสู่การเตรียมความพร้อมในการเข้าสู่ระบบนานาชาติในอันาคตให้สอดคล้องกับความต้องการของตลาดและสังคม
4. มีศูนย์การเงินและการลงทุน (FIC) เป็นห้องปฏิบัติการที่ทันสมัยที่สุด หนึ่งในสองของประเทศ ในการให้บริการเกี่ยวกับการสอน และการฝึกอบรม ทางศูนย์ฯ ได้ใช้ข้อมูลทางการเงินจาก Reuters ที่มีข้อมูล RealTime และ Almost RealTime (delay 15-20 mins) และใช้โปรแกรมวิเคราะห์ทางการเงินFTS ซึ่งเป็นโปรแกรมที่มหาวิทยาลัยทั่วโลกใช้
5. ศูนย์พยากรณ์เศรษฐกิจเป็นห้องปฏิบัติการที่ผนวกเอา Macro Model และ Econometric Method เข้าไว้ด้วยกัน ทำให้ผู้เรียนรู้เทคโนโลยีใหม่ๆตลอดเวลา นักศึกษาสามารถ นำสิ่งต่างๆที่ได้ฝึกปฏิบัติแล้วไปเป็นองค์ประกอบในการสร้างความเป็นเลิศทางอาชีพ
6. มีห้องสมุดของคณะส่วนตัว , มีInternet Wifi, มีCafiaterei, ที่จอดรถสะดวก, มีอาคารเรียนของตนเอง และเปิดเกือบ 24ชม, ใกล้เคียงกลางของมหาวิทยาลัย นับเป็นการอำนวยความสะดวกแก่นักศึกษาอย่างแท้จริง

## ภาคผนวก ก

คำชี้แจง

1. ข้อมูลนี้ใช้ประกอบการค้นคว้าแบบอิสระ เศรษฐศาสตร์มหาบัณฑิตมหาวิทยาลัยเชียงใหม่
  2. ข้อมูลส่วนตัวของท่านจะไม่ถูกเปิดเผย ผลการศึกษานี้จะถูกนำเสนอเป็นภาพรวมเท่านั้น
- 

ข้อมูลทั่วไป

1. เพศ
 

<input type="checkbox"/> ชาย	<input type="checkbox"/> หญิง
------------------------------	-------------------------------
2. สถาบัน
 

<input type="checkbox"/> โรงเรียนรัฐบาล	<input type="checkbox"/> โรงเรียนเอกชน
---	--
3. สายการศึกษา
 

<input type="checkbox"/> สายวิทย์-คณิต	<input type="checkbox"/> สายศิลป์-คำนวณ
--	---
4. เกรดเฉลี่ย (GPA 5 เทอม).....
5. หลักสูตรมัธยมปลายที่ท่านศึกษาอยู่
 

<input type="checkbox"/> Inter/ Bilingual	<input type="checkbox"/> ปกติ
---	-------------------------------
6. อาชีพผู้ปกครอง  
บิดา.....  
มารดา .....
7. รายได้เฉลี่ยต่อเดือนของครอบครัวท่าน.....
8. ค่าใช้จ่ายเฉลี่ยต่อเดือนของครอบครัวท่าน.....



### ข้อมูลเกี่ยวกับโครงการ

9. ท่านคิดว่าการศึกษาโครงการตรี-โท สองภาษาแล้ว ได้วุฒิถึงปริญญาโทจะก่อให้เกิดประโยชน์ในแง่ใด มากที่สุด

- |   |   |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> เงินเดือนสูงขึ้น | <input type="checkbox"/> เรียนต่อปริญญาเอก    |
| <input type="checkbox"/> เอาใจผู้ปกครอง   | <input type="checkbox"/> อื่นๆ(โปรดระบุ)..... |

10. ท่านคาดหวังผลสัมฤทธิ์ทักษะทางภาษา จากหลักสูตรสองภาษาในระดับใด

- พออ่านออก เขียนได้ ฟังรู้เรื่อง ใช้เรียนต่อป.เอกได้
- ใช้ประกอบการทำงานที่ต้องใช้ทักษะทางภาษาได้ (เทียบเคียง ToEIC600)
- ใช้เรียนต่อต่างประเทศได้ (เทียบเคียง Toefl550, Ielts6.0)

11. ถ้าท่านสนใจที่จะศึกษาต่อที่มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ มีปัจจัยอะไรเป็นปัจจัยสำคัญ (เลือกตอบได้มากกว่าหนึ่งข้อ)

- คุณภาพโดยรวมติดอันดับ1ใน5 ของประเทศ
- คณะเศรษฐศาสตร์ติดอันดับ1ใน5 ของประเทศ
- หลักสูตรน่าสนใจ วุฒิปริญญาโท สองภาษา ในระยะเวลา 5 ปี
- สภาพแวดล้อมดี มีห้องสมุด โรงอาหาร รถราง ฯลฯ
- อื่นๆ(โปรดระบุ).....

12. การพักผ่อนหย่อนใจในแต่ละวันของท่าน (เลือกตอบได้มากกว่าหนึ่งข้อ)

- |   |   |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> เล่นกีฬา เล่นดนตรี                 | <input type="checkbox"/> อ่านหนังสือของ SET TSI |
| <input type="checkbox"/> ชมภาพยนตร์ ฟังเพลง เกี่ยวกับเพื่อน | <input type="checkbox"/> เล่นหุ่นจำลอง          |
| <input type="checkbox"/> อินเทอร์เน็ต เล่นเกมส์             | <input type="checkbox"/> อื่นๆ(โปรดระบุ).....   |

13. จากเอกสารข้อมูลชี้แจง ท่านคิดว่าหลักสูตรตรี-โท สองภาษา มีระยะเวลาการศึกษา 5 ปี เหมาะสมแล้วหรือไม่

เหมาะสม

 ไม่เหมาะสม

ถ้าไม่เหมาะสม ท่านคิดว่าเป็นเพราะสาเหตุใด.....

และควรเปลี่ยนเป็นระยะเวลาเท่าไร.....

14. จากเอกสารข้อมูลชี้แจง ท่านคิดว่าหลักสูตรตรี-โท สองภาษา มีค่าธรรมเนียมการศึกษาเหมาะสมแล้วหรือไม่

 เหมาะสม

 ไม่เหมาะสม

ถ้าไม่เหมาะสม ท่านคิดว่าเป็นเพราะสาเหตุใด.....

และควรเปลี่ยนเป็นจำนวนเท่าไร.....

15. คณะเศรษฐศาสตร์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ มีการจัด หลักสูตรปริญญาตรี-โท สองภาษา โดยเปิดรับผู้สนใจจากนักเรียนมัธยมปลายชั้นปีที่ 6 ทุกสถาบัน ท่านคิดว่าท่านตัดสินใจที่จะเลือกศึกษาต่อในหลักสูตรนี้หรือไม่

 ตัดสินใจที่จะ เลือกหลักสูตร

 ตัดสินใจที่จะ ไม่เลือกหลักสูตร

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

Copyright © by Chiang Mai University

All rights reserved

ขอขอบพระคุณทุกท่าน โครงการเศรษฐศาสตร์มหาบัณฑิต

คณะเศรษฐศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

## ภาคผนวก ง

เอกสารประกอบ Marginal Effect

1 Marginal Effects & Discrete Change (Xk)

2 Simplified marginal effects in discrete choice models (Dummy Variables)

สรุปได้ว่า การตีความโดย Partial Change in Predicted Probability หรือ Marginal Effect

1. หากความสัมพันธ์ของ  $x_k$  กับ Predicted Probability Curve มีลักษณะใกล้เคียงเส้นตรง Marginal Effect ณ ค่า Mean ของ  $x_k$  จะเป็นตัวแทนที่ดีในการตีความ ณ ทุกค่าของ  $x_k$  กล่าวคือ จะตีความได้ว่าหากตัวแปรอิสระเปลี่ยนแปลงไป 1 หน่วย จะทำให้ Predicted Probability เปลี่ยนแปลงไปกี่หน่วย โดยกำหนดให้สิ่งอื่น ๆ คงที่

(สามารถดูรายละเอียดเพิ่มเติมได้ที่ <http://www.nd.edu/~rwilliam/xsoc73994/L08.pdf>)

2. การตีความ Dummy Variables คือ Discrete Change มีความหมายว่า หากค่า Dummy Variables เปลี่ยนจาก 0 เป็น 1 แล้ว Predicted Probability จะเปลี่ยนแปลงไปเท่าไร

(สามารถดูรายละเอียดเพิ่มเติมได้ที่ ภาคผนวกในงานวิจัยชิ้นนี้)



## Simplified marginal effects in discrete choice models

Soren Anderson<sup>a</sup>, Richard G. Newell<sup>b,\*</sup>

<sup>a</sup> *University of Michigan, Ann Arbor, MI, USA*

<sup>b</sup> *Resources for the Future, 1616 P St. NW, Washington, DC 20036, USA*

Received 27 February 2003; received in revised form 10 June 2003; accepted 24 June 2003

---

### Abstract

We show that with a simple normalization of explanatory variables, marginal effects in probit and logit models simplify dramatically, becoming a function of only the estimated constant term. Related simplifications hold for computation of asymptotic variances of these effects.

© 2003 Elsevier B.V. All rights reserved.

*Keywords:* Discrete choice; Marginal effect; Normalization

*JEL classification:* C25; C81

---

### 1. Introduction

It is well known that parameter estimates from discrete choice models, such as probit and logit, must be transformed to yield estimates of the marginal effects—that is, the change in predicted probability associated with changes in the explanatory variables (see, for example, Greene, 2003, p. 667). The marginal effects are nonlinear functions of the parameter estimates and the levels of the explanatory variables, so they cannot generally be inferred directly from the parameter estimates. Some statistical packages will not directly compute these effects, forcing users to program these procedures themselves. Beyond any computational issues, we believe the approach we suggest builds intuition and clarifies the relationship between discrete choice parameter estimates and their associated marginal and dummy variable effects.

We show that after a simple normalization of the explanatory variables so that they equal 0 at the desired reference point, marginal effects for continuous variables simplify dramatically, becoming a function of only the estimated constant term. We present similar simplifications for computation of the

\* Corresponding author. Tel.: +1-202-328-5111; fax: +1-202-939-3460.

E-mail address: [newell@rff.org](mailto:newell@rff.org) (R.G. Newell).

asymptotic variance of marginal effects, as well as for the effects of dummy variables on predicted probabilities.

## 2. Normalization of explanatory variables

The first step in this simplification is to center all continuous variables at the desired reference point. The most commonly chosen reference point for calculating marginal effects in models with non-linear explanatory variables is at the variable means. Taking deviations from means will yield a 0 value for the normalized variable at the mean of the original variable. If a log form is being used, the variable can first be normalized to equal one at the mean (i.e., by dividing by the variable's mean), and then logs can be taken so that the variable equals 0 at its logged mean.<sup>1</sup> Of course, the reference point is not limited to variables means; variables can be normalized to equal 0 at any desired value. Categorical or dummy variables can be treated similarly, and should be coded (i.e., as 0 or 1) so that the constant term corresponds to the desired reference group for which the marginal effects will be calculated (i.e., the omitted group).<sup>2</sup>

## 3. Marginal and discrete effects of explanatory variables

The predicted probability from a binary choice model is given by

$$E[y | \mathbf{x}] = F(\beta' \mathbf{x}), \quad (1)$$

where  $y$  is a choice variable,  $\mathbf{x}$  is a vector of explanatory variables,  $\beta$  is a vector of parameter estimates, and  $F$  is an assumed cumulative distribution function. Assuming  $F$  is the standard normal distribution ( $\Phi$ ) produces the probit model, while assuming  $F$  is the logistic distribution ( $A$ ) produces the logit model, where  $A(\beta' \mathbf{x}) = \exp(\beta' \mathbf{x}) / (1 + \exp(\beta' \mathbf{x}))$ .

In these models, marginal effects for continuous variables (i.e., the marginal changes in expected probability  $\partial E[y] / \partial \mathbf{x}$ ) are equal to

$$\partial E[y | \mathbf{x}] / \partial \mathbf{x} = f(\beta' \mathbf{x}) \beta, \quad (2)$$

where  $f$  is the corresponding probability density function. For the probit model  $f$  is given by  $\phi$ , the standard normal density function, where

$$\phi(\beta' \mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} (\beta' \mathbf{x})^2\right), \quad (3)$$

<sup>1</sup> Under this model specification, marginal effects are interpreted as the change in predicted probability associated with *percent* changes in the continuous independent variables.

<sup>2</sup> Note that while model coefficients are invariant to centering of first-order terms, they are not invariant to centering of higher-order terms such as variable interactions or quadratic terms.

Table 1  
Lookup table for computing marginal/discrete effects and their variances

Constant term, $c$	Distribution function $F(c)$ (predicted probability)		Density function $f(c)$ (marginal effect scale factor)	
	Logit $\Lambda(c)$	Probit $\Phi(c)$	Logit $\gamma(c)$	Probit $\phi(c)$
0.000	0.500	0.500	0.250	0.399
0.213	0.553	0.584	0.247	0.390
0.312	0.577	0.622	0.244	0.380
0.388	0.596	0.651	0.241	0.370
0.453	0.611	0.675	0.238	0.360
0.512	0.625	0.696	0.234	0.350
0.565	0.638	0.714	0.231	0.340
0.616	0.649	0.731	0.228	0.330
0.664	0.660	0.747	0.224	0.320
0.710	0.670	0.761	0.221	0.310
0.755	0.680	0.775	0.218	0.300
0.799	0.690	0.788	0.214	0.290
0.841	0.699	0.800	0.210	0.280
0.884	0.708	0.812	0.207	0.270
0.925	0.716	0.823	0.203	0.260
0.967	0.724	0.833	0.200	0.250
1.008	0.733	0.843	0.196	0.240
1.050	0.741	0.853	0.192	0.230
1.091	0.749	0.862	0.188	0.220
1.133	0.756	0.871	0.184	0.210
1.175	0.764	0.880	0.180	0.200
1.218	0.772	0.888	0.176	0.190
1.262	0.779	0.896	0.172	0.180
1.306	0.787	0.904	0.168	0.170
1.352	0.794	0.912	0.163	0.160
1.399	0.802	0.919	0.159	0.150
1.447	0.810	0.926	0.154	0.140
1.498	0.817	0.933	0.149	0.130
1.550	0.825	0.939	0.144	0.120
1.605	0.833	0.946	0.139	0.110
1.664	0.841	0.952	0.134	0.100
1.726	0.849	0.958	0.128	0.090
1.793	0.857	0.963	0.122	0.080
1.866	0.866	0.969	0.116	0.070
1.938	0.874	0.974	0.110	0.061
2.063	0.887	0.980	0.100	0.047
2.197	0.900	0.986	0.090	0.036
2.342	0.912	0.990	0.080	0.026
2.502	0.924	0.994	0.070	0.017
2.681	0.936	0.996	0.060	0.011
2.887	0.947	0.998	0.050	0.006
3.134	0.958	0.999	0.040	0.003
3.444	0.969	1.000	0.030	0.000
3.871	0.980	1.000	0.020	0.000
4.586	0.990	1.000	0.010	0.000
$\geq 7.621$	1.000	1.000	0.000	0.000

For negative values of  $c$ , note that  $f(-c)=f(c)$  and  $F(-c)=1-F(c)$ .

while for the logit model the logistic density function is given by

$$\gamma(\beta'x) = A(\beta'x)(1 - A(\beta'x)).$$

The density function  $f(\beta'x)$  can therefore be thought of as a scale factor that translates raw parameter estimates into marginal effects. The point of this note is to find simple forms for this scale factor, as well as analogous factors for the effects of dummy variables and the variances of these effects.

With all continuous variables normalized to equal 0 at the desired reference point,  $\beta'x$  simplifies to  $c$ , and  $f(\beta'x)$  simplifies to  $f(c)$ , where  $c$  is the estimated constant term. As  $c$  gets increasingly positive,  $F(c)$  approaches 1,  $f(c)$  approaches 0, and the marginal effects therefore approach 0. Similarly, as  $c$  becomes increasingly negative,  $F(c)$  approaches 0, and  $f(c)$  and the marginal effects again approach 0. This pattern is shown in more detail in Table 1, which gives the full range of values of  $f(c)$  for associated values of  $c$ . To convert parameter vector  $\beta$  to its associated marginal effects, one can simply multiply by the value of  $f(c)$  for the estimated value of  $c$ . Note that because both distributions are symmetric,  $f(-c) = f(c)$ , and the predicted probability at  $-c$  is given by  $1 - F(c)$ .

The discrete effect of a dummy variable is found by taking the difference in the predicted probability with and without that dummy variable equal to 1. Given the normalizations described above, this results in the following simple relationship for the discrete probability effect of a dummy variable:

$$E[y | d = 1] - E[y | d = 0] = F(c + d) - F(c), \quad (5)$$

where  $d$  is the estimated parameter for the dummy variable. As  $c$  becomes increasingly positive, both the first and second terms of this expression approach 1, so the net effect of the dummy variable approaches 0. As  $c$  becomes increasingly negative, both the first and second terms approach 0 and, again, the net effect of the dummy variable approaches 0. The effect of a dummy variable for any value of  $c$  and  $d$  can be readily found using Table 1.<sup>3</sup>

#### 4. Variances of marginal and discrete effects

Variances for marginal effects can be calculated using the linear approximation approach (delta method). The asymptotic covariance matrix for the marginal effects is given by

$$\text{Asy. Var}[\phi(\beta'x)\beta] = \phi(\beta'x)^2 [\mathbf{I} - (\beta'x)\beta x'] \mathbf{V} [\mathbf{I} - (\beta'x)\beta x'] \quad (6)$$

for the probit model, and

$$\text{Asy. Var}[\gamma(\beta'x)\beta] = \gamma(\beta'x)^2 [\mathbf{I} + (1 - 2A(\beta'x))\beta x'] \mathbf{V} [\mathbf{I} + (1 - 2A(\beta'x))x\beta'] \quad (7)$$

<sup>3</sup> Simply substitute  $c+d$  for  $c$  to find the value of  $F(c+d)$  from Table 1.

for the logit model, where  $\mathbf{V}$  is the estimated asymptotic covariance matrix of  $\boldsymbol{\beta}$  (Greene, 2003, p. 675). Given the above normalizations, one can show that the asymptotic variance for the marginal effect of a particular continuous coefficient estimate  $\beta$  is given by

$$\text{Asy. Var}[\phi(\boldsymbol{\beta}'\mathbf{x})\beta] = \phi(c)^2(\sigma_\beta^2 + c^2\beta^2\sigma_c^2 - 2c\beta\sigma_{\beta c}) \quad (8)$$

for the probit model, and

$$\text{Asy. Var}[\gamma(\boldsymbol{\beta}'\mathbf{x})\beta] = \gamma(c)^2(\sigma_\beta^2 + (1 - 2\Lambda(c))^2\beta^2\sigma_c^2 + 2(1 - 2\Lambda(c))\beta\sigma_{\beta c}) \quad (9)$$

for the logit model, where  $\sigma_c^2$  is the asymptotic variance for the constant,  $\sigma_\beta^2$  is the asymptotic variance for the estimate of parameter  $\beta$ , and  $\sigma_{\beta c}$  is the asymptotic covariance between  $\beta$  and  $c$ .<sup>4</sup> One can now compute the asymptotic variance for the marginal effect using only Table 1 along with the estimated values of  $\beta$ ,  $c$ ,  $\sigma_\beta^2$ ,  $\sigma_c^2$ , and  $\sigma_{\beta c}$ .

To calculate the asymptotic variance for the effect of a dummy variable, we begin with the asymptotic covariance matrix for the predicted probabilities, which one can also compute using the delta method (Greene, 2003, p. 674):

$$\text{Asy. Var}[F(\boldsymbol{\beta}'\mathbf{x})] = f(\boldsymbol{\beta}'\mathbf{x})^2\mathbf{x}'\mathbf{V}\mathbf{x}. \quad (10)$$

Given the above normalizations, one can show that the asymptotic variance of the predicted probability for the reference group is  $f(c)^2\sigma_c^2$ , and the asymptotic variance for the dummy variable group is  $f(c+d)^2(\sigma_c^2 + \sigma_d^2 + 2\sigma_{cd})$  where  $\sigma_d^2$  is the asymptotic variance for dummy variable parameter  $d$ , and  $\sigma_{cd}$  is the asymptotic covariance between  $c$  and  $d$ . One can further show that the asymptotic variance of the effect of the dummy variable (i.e., of the difference in predicted probability) is

$$\text{Asy. Var}[F(c+d) - F(c)] = f(c)^2\sigma_c^2 + f(c+d)^2(\sigma_c^2 + \sigma_d^2 + 2\sigma_{cd}), \quad (11)$$

which, as before, can be easily computed using Table 1 along with the estimated values of  $c$ ,  $d$ ,  $\sigma_c^2$ ,  $\sigma_d^2$ , and  $\sigma_{cd}$ .

## 5. Concluding remarks

The need to compute marginal effects from probit and logit models rather than simply looking at raw parameter estimates is one of the few inconveniences of an otherwise extremely convenient modeling specification. We show that even this inconvenience can be minimized with an appropriate normalization of the explanatory variables. Using only the raw logit or probit estimates and the table given herein, one can compute all the desired marginal and discrete effects, along with their variances. In addition to

<sup>4</sup> Although this may not appear to be a dramatic simplification, we point out that without our normalizations, this calculation could potentially involve all  $n \times n$  entries in the estimated covariance matrix, where  $n$  is the number of model parameter estimates. With the simplification it can be done on a hand calculator.



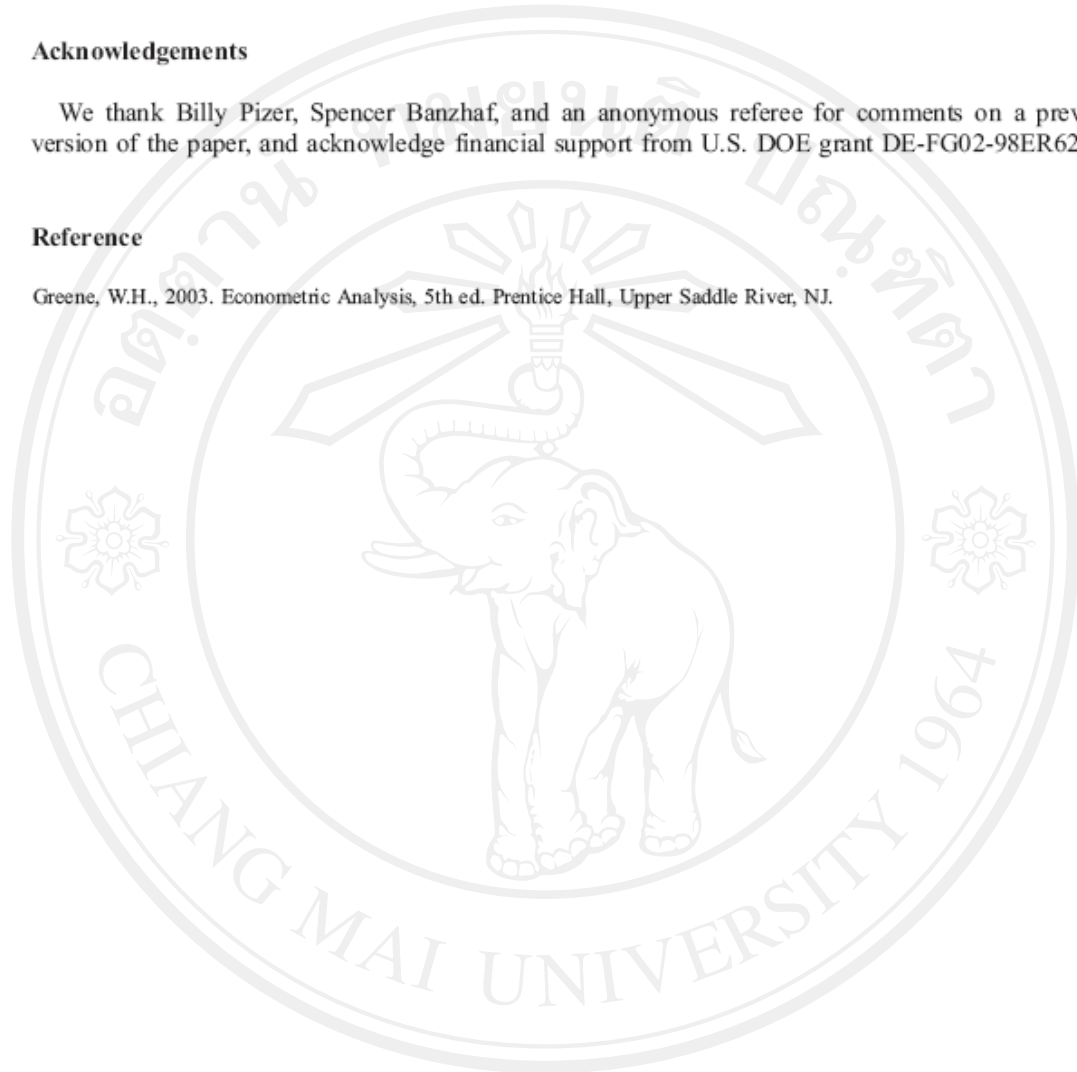
obviating the need for extra programming or reliance on software capabilities, this approach helps build intuition and clarifies the relationship between discrete choice parameter estimates and their associated effects.

#### Acknowledgements

We thank Billy Pizer, Spencer Banzhaf, and an anonymous referee for comments on a previous version of the paper, and acknowledge financial support from U.S. DOE grant DE-FG02-98ER62702.

#### Reference

Greene, W.H., 2003. *Econometric Analysis*, 5th ed. Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ.



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่  
Copyright© by Chiang Mai University  
All rights reserved

## ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-นามสกุล นายนที ฎีกาบดีจันทร์

วัน เดือน ปีเกิด 22 กรกฎาคม 2524

ประวัติการศึกษา สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาโท คณะเศรษฐศาสตร์  
มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ ปีการศึกษา 2553



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่  
Copyright© by Chiang Mai University  
All rights reserved