บทที่ 2

กรอบแนวคิดทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 กรอบแนวความคิด

การศึกษาในครั้งนี้เป็นการศึกษาความผันผวนของนักท่องเที่ยวต่างชาติที่เข้ามาเที่ยวประเทศไทย โดยผู้ศึกษาได้รวบรวมแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งได้จากการค้นคว้าข้อมูลจากแหล่งต่างๆ เพื่อนำมาใช้เป็นแนวทางในการศึกษา

2.2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.2.1 การวิเคราะห์อนุกรมเวลา (Time Series Analysis)

อนุกรมเวลา (Time Series) หมายถึง ชุดของข้อมูลที่เก็บรวบรวมตามระยะเวลาเป็นช่วง ๆ อย่างต่อเนื่องกัน ข้อมูลที่แสดงการเคลื่อนไหว ซึ่งเปลี่ยนแปลงไปตามระยะเวลาเป็นช่วง ๆอย่างต่อเนื่อง ซึ่งอาจเก็บเป็นรายเดือนรายวัน รายไตรมาส หรือรายปี ขึ้นอยู่กับประโยชน์ที่จะนำไปใช้ข้อมูลอนุกรมเวลามีประโยชน์มากในการวิเคราะห์และการตัดสินใจวางแผนทางธุรกิจหรือคาดคะเนขั้นแผนงานให้มีความผิดพลาดน้อยที่สุดโดยใช้ข้อมูลในอดีตเป็นพื้นฐานในการพยากรณ์ข้อมูลในอนาคต

2.2.2 การทดสอบความนิ่งของข้อมูล (Unit Root Test)

การทดสอบยูนิทรูทในที่นี้ จะนำเสนอวิธี การทดสอบตามแนวทางของ Dickey-Fuller (1981) สมมุติแบบจำลองเป็นดังนี้

$$X_t = \psi X_{t-1} + e_t \qquad (1)$$

โดยที่ X_t, X_{t-1} คือ ตัวแปร ณ เวลา t และ t-1

e_t คือความคลาดเคลื่อนเชิงสุ่ม (Random Error)

ψ คือสัมประสิทธิ์อัตสหสัมพันธ์ (Autocorrelation Coefficience)

จาก

$$X_t = \psi X_{t-1} + e_t$$

$$X_t - X_{t-1} = \psi X_{t-1} - X_{t-1} + e_t$$

$$\Delta X_t = (\psi - 1)X_{t-1} + e_t$$

$$\Delta X_t = \chi X_{t-1} + e_t \qquad (2)$$

โดยให้ $\chi = (\psi - 1)$ หรือ $\psi = 1 + \chi; -1 \neq \chi \neq 0$

χ คือ ค่าพารามิเตอร์

สมมุติฐานของดิกกี้ฟลูเลอร์ คือ

$H_0 : \chi = 0$ มียูนิทรูท

$H_0 : \chi \neq 0$ ไม่มียูนิทรูท

โดยใช้สถิติ “ t ” ซึ่งมีสูตรดังต่อไปนี้

$$t = \frac{\hat{\chi}}{S.E.\bar{\chi}}$$

การตัดสินใจยอมรับสมมุติฐาน H_0 เมื่อค่าสถิติ t-statistic ของสัมประสิทธิ์ในรูปสัมบูรณ์มีค่าน้อยกว่าค่าวิกฤติ Mackinnon critical Value หมายความว่า X_t มียูนิทรูท หรือ X_t มีลักษณะไม่นิ่ง

แต่ถ้ายอมรับ H_1 เมื่อค่าสถิติ t-statistic ของสัมประสิทธิ์ในรูปสัมบูรณ์มีค่ามาก กว่าค่าวิกฤติ Mackinnon critical Value หมายความว่า X_t ไม่มียูนิทรูทหรือ X_t มีลักษณะนิ่ง

เนื่องจากข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา t มีส่วนสัมพันธ์กับข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา t-1 ค่าคงที่และแนวโน้มดังนั้นจึงพิจารณาสมการ 3 รูปแบบที่แตกต่างกันในการทดสอบว่ามียูนิทรูท ดังนี้คือ

$$\Delta X_t = \chi X_{t-1} + e_t \qquad (3)$$

$$\Delta X_t = \zeta + \chi X_{t-1} + e_t \qquad (4)$$

$$\Delta X_t = \zeta + \eta T + \chi X_{t-1} + e_t \qquad (5)$$

การตั้งสมมุติฐานเป็นดังที่กล่าวมาแล้วข้างต้น การทดสอบยูนิทรูทโดยใช้การทดสอบ ดิกกี้ - ฟลูเลอร์ (Dicky-Fuller test) ซึ่งหากแบบทดลองที่ใช้ในการทดสอบมีปัญหา Autocorrelation ก็จะ ทำให้ค่าสถิติที่ได้มานั้นไม่สามารถนำมาใช้ได้อย่างถูกต้อง ดังนั้นจึงได้มีการเสนอให้รับสมการใหม่โดยการเพิ่มขบวนการถดถอยในตัวเอง (Autoregressive Processes) เข้าไปในสมการ (3) – (5) วิธีการนี้ เรียกว่าอ๊อกเม้นเทดดิกกี้-ฟลูเลอร์ (Augmented Dicky-Fuller test) ดังมีรายละเอียดดังนี้

$\Delta X_t = \chi X_{t-1} + \Sigma\lambda \Delta X_{t-1} + e_t$ แนวเดินเชิงสุ่ม

$\Delta X_t = \zeta + \chi X_{t-1} + \Sigma\lambda \Delta X_{t-1} + e_t$ แนวเดินเชิงสุ่มและจุดตัดแกน

$\Delta X_t = \zeta + \eta T + \chi X_{t-1} + \Sigma\lambda \Delta X_{t-1} + e_t$ แนวเดินเชิงสุ่มจุดตัดแกนและแนวโน้ม

โดย X_t คือ ข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา t

X_{t41} คือ ข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา t-1

$\zeta, \eta, \chi, \lambda$ คือ ค่าพารามิเตอร์

T คือ ค่าแนวโน้ม

e_t คือ ความคลาดเคลื่อนเชิงสุ่ม

2.2.3 แบบจำลอง Auto Regressive (AR(p))

แบบจำลอง Auto Regressive เป็นรูปแบบที่แสดงว่าค่าสังเกต y_t ถูกกำหนดจากค่าของ $y_{t41},\ldots,y_{t4p}$ หรือ ค่าสังเกตที่เกิดขึ้นก่อนหน้า p โดยกระบวนการหรือระบบ AR(p) คือ กระบวนการหรือระบบ Auto Regressive ที่มีอันดับที่ p ซึ่งเขียนอยู่ในรูปสมการได้ดังนี้

AR (p) คือ $x_t \mid \sigma 2\, \lambda_1 x_{t41}\, 2\, \lambda_2 x_{t42}\, 2 \ldots 2\, \lambda_p x_{t4p}\, 2\, \kappa_t$ (6)

โดยที่ σ คือ ค่าคงที่ (Constant Term)

λ_j คือ พารามิเตอร์ตัวที่ j

κ_t คือ ความคลาดเคลื่อน ณ เวลา t

ในกรณี ของ AR(1) สามารถเขียนรูปแบบสมการได้ดังนี้

$x_t \mid \sigma 2\, \lambda_1 x_{t41}\, 2\, \kappa_t$ (7)

และในกรณี ของ AR(2) สามารถเขียนรูปแบบสมการได้ดังนี้

$x_t \mid \sigma 2\, \lambda_1 x_{t41}\, 2\, \lambda_2 x_{t42}\, 2\, \kappa_t$ (8)

2.2.4 แบบจำลอง Moving Average (MA(q))

แบบจำลอง Moving Average (MA) เป็นรูปแบบที่แสดงว่าค่าสังเกต y_t ถูกกำหนดจากค่าความคลาดเคลื่อน $\kappa_{t41},\ldots,\kappa_{t4q}$ หรือค่าความคลาดเคลื่อนที่อยู่ก่อนหน้า โดยกระบวนการ หรือระบบ MA(q) คือ กระบวนการ Moving Average ที่มีอันดับ q ซึ่งเขียนในรูปของ MA(q) ได้ดังนี้

MA(q) คือ $x_t \mid \sigma 2\, \kappa_t\, 4\, \chi_1 \kappa_{t41}\, 4\, \chi_2 \kappa_{t42}\, 4 \ldots 4\, \chi_q \kappa_{t4q}$ (9)

โดยที่ σ คือ ค่าคงที่ (Constant Term)

χ_j คือ พารามิเตอร์เฉลี่ยเคลื่อนที่ตัวที่ j

κ_t คือ ความคลาดเคลื่อน ณ เวลา t

ในกรณี MA(1) สามารถเขียนรูปแบบสมการได้ดังนี้

$x_t \mid \sigma 2\, \kappa_t\, 4\, \chi_1 \kappa_{t41}$ (10)

และในกรณี MA(2) สามารถเขียนรูปแบบสมการได้ดังนี้

$$x_t \mid \ \sigma 2\, \kappa_t\, 4 \chi_1 \kappa_{t41}\, 4 \chi_2 \kappa_{t42} \qquad (11)$$

2.2.5 แบบจำลอง Auto Regressive Moving Average (ARMA(p.q))

แบบจำลอง Auto Regressive Moving Average (ARMA) เป็นแบบจำลองที่นำเอากระบวนการ Auto Regressive และ Moving Average มาใช้รวมกัน โดยกระบวนการหรือระบบ ARMA(p,q) คือกระบวนการหรือระบบ Auto Regressive ที่มีอันดับที่ p และ Moving Average ที่มีอันดับ q ซึ่งเขียนอยู่ในรูปสมการได้ดังนี้

แบบจำลอง ARMA(p,q)

$$y_t \mid \ \iota\ 2 \lambda y_{t41}\, 2 \lambda y_{t42}\, 2 \ldots 2 \lambda y_{t4p}\, 2\, \kappa_t\, 4 \chi_1 \kappa_{t41}\, 4 \ldots 4 \chi_q \kappa_{t4q} \qquad (12)$$

โดยที่

	y_t	คือ ค่าสังเกตในอนุกรมเวลา ณ เวลา t
	P	คือ อันดับของ Auto Regressive
	q	คือ อันดับของ Moving Average
	ι	คือ ค่าคงที่ (Constant Term)
	t	คือ เวลา
	λ	คือ พารามิเตอร์ของ Auto Regressive
	χ	คือ พารามิเตอร์ของ Moving Average
	κ_t	คือ กระบวนการ white noise ซึ่งก็คือ ค่าความคลาดเคลื่อน ณ เวลา t

2.2.6 แบบจำลอง Autoregressive conditional Heteroscedasticity (ARCH)

ในการวิเคราะห์อนุกรมเวลาส่วนใหญ่แล้วจะมีการกำหนด Stochastic Variable ให้มีความแปรปรวนคงที่ (Homoscedastic) ซึ่งในการประยุกต์ใช้กับบางข้อมูลนั้นค่าความแปรปรวนของค่าความคาดเคลื่อน (Error Term) จะไม่ใช่ฟังค์ชั่นของตัวแปรอิสระแต่มีค่าเปลี่ยนแปลงไปตามช่วงเวลาที่ขึ้นอยู่กับขนาดของความคาดเคลื่อนที่เกิดในอดีต และในบางการศึกษา เช่น แบบจำลองของเงินเฟ้อ อัตราดอกเบี้ยหรือผลตอบแทนจากตลาดหลักทรัพย์ในบางคาบเวลาจะมีความผันผวน (Volatility) สูง (และค่าความคลาดเคลื่อนขนาดใหญ่) ตามด้วยคาบเวลาที่มีความผันผวน

(Volatility) ต่ำ (และค่าความคลาดเคลื่อนขนาดเล็ก) สรุปได้ว่าค่าความคลาดเคลื่อนในอดีตที่ผ่านมาจากการถดถอยจะขึ้นอยู่กับค่าความผันผวน (Volatility) ของค่าความคลาดเคลื่อนในอดีตที่ผ่านมา

ความเป็นไปได้ในการหาค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของอนุกรมเวลาไปพร้อมกันนั้นในขั้นต้นการพยากรณ์อย่างมีเงื่อนไขจะมีความแม่นยำเหนือการพยากรณ์อย่างไม่มีเงื่อนไขมาก ซึ่งจากแบบจำลอง Autoregressive Moving Average (ARMA) ซึ่งสมมุติว่าเรามีแบบจำลอง ARMA ที่นิ่ง (stationary) ดังนี้

$$x_t \,|\, a_0 \, 2 \, a_1 x_{t41} \, 2 \, \kappa_t \tag{13}$$

และต้องการพยากรณ์ x_{t21} อย่างมีเงื่อนไข ดังนี้คือ

$$E_t x_{t21} \,|\, a_0 \, 2 \, a_1 x_t \tag{14}$$

ถ้าเราใช้ค่าเฉลี่ยแบบมีเงื่อนไขในการพยากรณ์ x_{t21} ค่าความคลาดเคลื่อนของความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขที่พยากรณ์ได้ดังนี้ คือ

$$E_t\left((x_{t21} \, 4 \, a_0 \, 4 \, a_1 x_t)^2\right) | \; E_t \kappa_{t21}^2 \,|\, \omega^2 \tag{15}$$

ถ้าเปลี่ยนไปใช้การพยากรณ์อย่างไม่มีเงื่อนไขแล้ว ผลที่จะใช้เป็นค่าเฉลี่ยในช่วง Long-Run ของลำดับ $\{x_t\}$ ซึ่งเท่ากับ $\dfrac{a_0}{(1 \, 4 \, a_1)}$ จะได้ความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์อย่างไม่มีเงื่อนไขดังนี้ คือ

$$E\{(x_{t21} \, 4 \, \frac{a_0}{(1 \, 4 \, a_1)})^2\} \,|\, E[(\kappa_{t21} \, 2 \, a_1 \kappa_t \, 2 \, a_1^2 \kappa_{t41} \, 2 \, a_1^3 \kappa_{t42} \, 2 \, ...)^2] \tag{16}$$

เมื่อ $\dfrac{1}{(1 \, 4 \, a_1)^2} \} 1$ ค่าความแปรปรวน (Variance) จากการพยากรณ์แบบไม่มีเงื่อนไข (Unconditional Variance) จะมีค่าสูงกว่าความแปรปรวนของการพยากรณ์แบบมีเงื่อนไข (Conditional Variance) ในลักษณะเดียวกันถ้าความแปรปรวน (variance) ของ $\{\kappa_t\}$ ไม่คงที่หรือไม่คงตัว (constant) เราสามารถจะประมาณค่าความแปรปรวน (variance) ได้โดยการใช้แบบจำลอง ARMA สมมุติว่าเรามีแบบจำลองดังนี้

$$x_t \,|\, a_0 \, 2 \, a_1 x_{t41} \, 2 \, \kappa_t \tag{17}$$

เพราะฉะนั้นความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไข (conditional variance) ของ x_{t21} สามารถเขียนได้ดังนี้

$$Var(x_{t21} | x_t) \,|\, E[(x_{t21} \, 4 \, a_0 \, 4 \, a_1 x_t)^2] \,|\, E_t \kappa_{t21}^2 \tag{18}$$

และจากที่ให้ $E_t \kappa_{t21}^2 \,|\, \omega_{t21}^2$ จึงแสดงว่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขไม่ใช่ค่าคงที่และจะได้แบบจำลองในการประมาณค่าส่วนที่เหลือ (Residuals) ออกมาดังนี้

$$\kappa_t^2 \,|\, \zeta_0 \, 2 \, \zeta_1 \kappa_{t21}^2 \, 2 \, ... \, 2 \, \zeta_q \kappa_{t4q}^2 \, 2 \, \tau_t \tag{19}$$

เมื่อ τ_t = white noise process

2.2.7 แบบจำลอง Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (GARCH)

แบบจำลอง ARCH ของ Engle, Robert F. ได้มีการพัฒนาต่อโดย Bollerslev ในปี 1986 ด้วยการให้ความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไข (Conditional Variance) มีลักษณะเป็น ARMA process โดยที่ให้ Error Process มีลักษณะดังนี้ คือ

$$\kappa_t = \tau_t\sqrt{\omega_t^2} \qquad (20)$$

โดยที่ความแปรปรวนของ $\tau_t = \omega_v^2 = 1$ และ

$$\omega_t^2 = \zeta_0 + \sum_{i=1}^{q}\zeta_i\kappa_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^{p}\eta_i\omega_{t-i}^2 \qquad (21)$$

เมื่อ $\{\tau_t\}$ คือ white noise process ที่เป็นค่าอิสระจากเหตุการณ์ในอดีต (κ_{t-1}) ค่าเฉลี่ยแบบมีเงื่อนไขของ κ_t จะเท่ากับศูนย์ ดังนี้ คือ

$$E\kappa_t = E\tau_t\sqrt{\omega_t^2} = 0 \qquad (22)$$

สำหรับการหาความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไขของ κ_t ถูกกำหนดโดยสมการ

$$E_{t-1}\kappa_t^2 = \omega_t^2 = \zeta_0 + \sum_{i=1}^{q}\zeta_i\kappa_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^{p}\eta_i\omega_{t-i}^2 \qquad (23)$$

ดังนั้นความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไขของ κ_t ถูกกำหนดโดย ω_t^2 ในสมการ (23) แบบจำลองนี้เรียกว่า Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (GARCH) (p,q) นั้นใช้กระบวนการ Autoregressive และ Moving Average ในการหาค่าความแปรปรวนที่มีลักษณะ Heteroscedasticity Variance จะเห็นว่าถ้า p=0 และ q=1 เป็น GARCH (0,1) หรือคือ GARCH (1) นั่นเอง โดยสรุปว่า η_i ทั้งหมดมีค่าเป็นศูนย์แบบจำลอง GARCH (p,q) จะเทียบเท่ากับแบบจำลอง ARCH (q) คุณสมบัติที่สำคัญของแบบจำลอง GARCH คือค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไข disturbances ของค่า x_t สร้างขึ้นมาจากกระบวนการ ARMA จึงสามารถคาดได้ว่าส่วนเหลือจากการทำ ARMA จะแสดงถึงรูปแบบคุณลักษณะเดียวกัน เช่น ถ้าการประมาณค่า $\{x_t\}$ ด้วยกระบวนการ ARMA ค่า Autocorrelation Function (ACF) ซึ่งเป็นค่าสหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรสุ่มที่หน่วยเวลาห่างกันของกระบวนการเดียวกันและ Partial Autocorrelation Function (PACF) ของส่วนที่เหลือ (Residuals) ควรจะบ่งถึงกระบวนการ white noise และ ACF ของกำลังสองของส่วนที่เหลือ (Aquared Residuals) นำมาช่วยในการระบุถึงลำดับ (Order) ของกระบวนการ GARCH (ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์, 2547 อ้างถึงใน สธนพล วิเชียรรัตนพันธ์, 2547)

แบบจำลอง GARCH ต่างๆ นอกจากใช้ได้ประสบผลสำเร็จ แต่ก็มีข้อเสียอยู่สองประการในการประยุกต์ใช้กับการตั้งหรือคำนวณค่าทรัพย์สินประเภททุน

ประการแรก คือ ในกระบวนการ GARCH แบบสมมาตรนั้น ถ้ามีความผิดปกติ หรือ SHOCK เกิดขึ้น ไม่ว่าในทางบวกหรือทางลบ แต่อยู่ในระดับหรือขนาดเดียวกัน ซึ่งให้ระดับความแน่นอนที่เท่ากันแล้ว ค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขก็จะเพิ่มขึ้นในทางบวกหรือทางลบอย่างมากจนน่าตกใจ (Bollerslev, 1986) อย่างไรก็ตาม มีการพบว่าความสัมพันธ์ที่เป็นลบตรงกันข้ามกันระหว่างผลตอบแทนในปัจจุบันกับความไม่แน่นอนที่เกิดจากความผันผวน (Volatility) ในอนาคต เช่น ความไม่แน่นอนมักจะสูงเมื่อมีข่าวร้ายและลดลงเมื่อมีข่าวดี ลักษณะความไม่สมมาตรของความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไขนี้ เรียกว่า leverage effect คือ อิทธิพลจากค่ายกกำลัง ซึ่งแบบจำลอง GARCH แบบเส้นตรงไม่สามารถจับรูปแบบนี้ให้เห็นได้ เพราะค่าบวกหรือลบของผลตอนแทนในอดีตจะไม่มีส่วนมากำหนดความไม่แน่นอนที่ผันผวนในอนาคต หรือกล่าวว่าเฉพาะขนาดของค่าความคลาดเคลื่อนจากกการประมาณการถดถอยโดยมีการทอดระยะเวลา (lagged residuals) เท่านั้นมีส่วนกำหนดค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไข แต่ความเป็นบวกหรือลบของค่าความคลาดเคลื่อนไม่มีส่วนเกี่ยวข้อง ซึ่งข้อจำกัดนั้นเป็นจุดที่สำคัญประการแรกที่ก่อให้มีการพัฒนาแบบจำลองอื่นๆ เช่น EGARCH, TGARCH เป็นต้น

ประการที่สอง แบบจำลอง GARCH ต่างๆ กำหนดให้ตัวแปรต่างๆ ต้องไม่เป็นค่าลบเพื่อบังคับค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขมีค่าเป็นบวกเสมอ อย่างไรก็ตามข้อกำหนดบังคับนี้มักถูกฝ่าฝืนจากค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้มาจากการคำนวณ

2.2.8 แบบจำลอง Multivariate GARCH

รูปแบบหนึ่งของแบบจำลองพลวัตที่ความสัมพันธ์ของ Variances และ Co Variances ของ error terms สำหรับ N สมาชิกของ $y_t \mid / y_{1t},\dots,y_{Nt} 0$ มีความสัมพันธ์กันดังสมการ

$$y_t \mid \sigma_t \, 2 \, \kappa_t \qquad (24)$$

$$\kappa_t \mid H_t^{1/2} Z_t \ , H_t^{1/2} \text{ เป็น NxN matrix} \qquad (25)$$

$$Z_t \mid i.i.d \qquad E / Z_t 0 \mid 0 \qquad Var / Z_t 0 \mid I_N$$

$$\sigma_t \mid \mathrm{E} / y_t / I_{t41} 0 \mid \mathrm{E}_{t41}(y_t)$$

$$H_t \mid H_t^{1/2} \Big/ H_t^{1/2} \Big0 \mid Var / y_t / I_{t41} 0 \mid Var_{t41}(y_t)$$

โดยที่ I_{t41} เป็นข้อมูลข่าวสารที่เวลา t-1 $H_t^{1/2}$ เป็นเมตริก NxN ซึ่ง H_t เป็น Condition Variance Matrix ของ y_t ค่าของ σ_t และ H_t จะขึ้นกับ parameters χ ที่ไม่ทราบค่าโดย

มีเงื่อนไขของ parameters χ คือ $H_t > 0\ \forall t$ ส่วนมากจะพยายามหลีกเลี่ยงการมีจำนวน parameter มากๆ แต่ต้องเพียงพอสำหรับสภาพพลวัตของ H_t

รูปแบบต่างๆของ M-GARCH โดยพิจารณาจาก conditional covariances

รูปแบบ VEC

รูปแบบของ VEC ในแบบจำลองนี้ h_{ijt} เป็น linear function ของ squared errors ในอดีต , cross product ของ errors และค่าในอดีตของ H_t ตัวอย่าง VEC (1,1) คือ (Bollerslev; Engle and Wooldridge, 1988 **)**

$$h_t = c + A\xi_{t-1} + Gh_{t-1} \qquad (26)$$

โดยที่ $h_t = \text{vech } H_t$

$\xi_t = \text{vech}\left(\varepsilon_t \varepsilon_t'\right)$

Vech เป็นกระบวนการที่ใช้สามเหลี่ยมด้านล่างของ NxN matrix โดยจะมีทั้งหมด N(N+1)/2x1 vector:

$$\text{vech } H_t = (h_{11t}, h_{21t}, h_{22t}, h_{31t}, \ldots, h_{NNt})'$$

$$\begin{pmatrix} h_{11t} & h_{12t} & h_{13t} & \cdots & h_{1Nt} \\ h_{21t} & & & & \\ h_{31t} & & & & \\ \vdots & & & & \\ h_{N1t} & & & & h_{NNt} \end{pmatrix}$$

vec เป็นกระบวนการที่เปลี่ยนจากหนึ่ง matrix เป็น column vector :

$$H_t = (h_{11t}, h_{21t}, \ldots h_{N1t}, h_{12t}, h_{22t}, \ldots h_{NNt})'$$

$$\begin{pmatrix} h_{11t} \\ h_{21t} \\ h_{22t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{1,t-1}^2 \\ \varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_{11,t-1} \\ h_{21,t-1} \\ h_{22,t-1} \end{pmatrix}$$

จำนวน parameters ที่ใช้ $= \dfrac{N(N+1)(N(N+1)+1)}{2}$ (สำหรับ N= 2,3,4 จะได้จำนวน parameters = 21, 78, 210 ตามลำดับ)

เพื่อที่จะลดจำนวน parameter ให้น้อยลง Bollerslev, Engle and Wooldridge (1988) ได้เสนอแบบจำลอง diagonal VEC (DVEC) ซึ่ง A และ G เป็น diagonal matrices ทำให้ลดจำนวน parameter จาก 21 เหลือ 9 เมื่อ N=2 และจาก 78 เหลือ 18 เมื่อ N=3 ค่า variance h_{iit} ในแต่ละตัวจะ

ขึ้นกับค่า error กำลังสองของตัวมันเอง ใน period ที่แล้วและค่า variance ใน period ที่แล้ว ($h_{ii,t41}$) เท่านั้น ส่วนค่า covariance h_{ijt} จะขึ้นกับค่า error ของ i และ j ใน period ที่แล้ว และค่า covariance ในอดีต $h_{ij,t41}$ โดยมีข้อกำหนดว่าจะไม่เกิด spillover effect

เราสามารถเขียนรูปแบบได้ดังนี้

$$h_{11t} \mid c_1 \, 2 \, / \kappa_{1,t41} \quad \kappa_{2,t41} 0 \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12/2} \\ a_{12/2} & a_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \kappa_{1,t41} \\ \kappa_{2,t41} \end{pmatrix} 2 \, \mathrm{E}_{t42} \left(/ \kappa_{1,t41} \quad \kappa_{2,t42} 0 \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12/2} \\ g_{12/2} & g_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \kappa_{1,t41} \\ \kappa_{2,t41} \end{pmatrix} \right\}$$

$$h_{12t} \mid c_2 \, 2 \, / \kappa_{1,t41} \quad \kappa_{2,t41} 0 \begin{pmatrix} a_{21} & a_{22/2} \\ a_{22/2} & a_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \kappa_{1,t41} \\ \kappa_{2,t41} \end{pmatrix} 2 \, \mathrm{E}_{t42} \left(/ \kappa_{1,t41} \quad \kappa_{2,t42} 0 \begin{pmatrix} g_{21} & g_{22/2} \\ g_{22/2} & g_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \kappa_{1,t41} \\ \kappa_{2,t41} \end{pmatrix} \right\}$$

$$h_{22t} \mid c_3 \, 2 \, / \kappa_{1,t41} \quad \kappa_{2,t41} 0 \begin{pmatrix} a_{31} & a_{32/2} \\ a_{32/2} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \kappa_{1,t41} \\ \kappa_{2,t41} \end{pmatrix} 2 \, \mathrm{E}_{t42} \left(/ \kappa_{1,t41} \quad \kappa_{2,t42} 0 \begin{pmatrix} g_{31} & g_{32/2} \\ g_{32/2} & g_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \kappa_{1,t41} \\ \kappa_{2,t41} \end{pmatrix} \right\}$$

นำค่า h ในแต่ละส่วนมารวมกันได้ดังนี้

$$H_t \mid \begin{pmatrix} c_1 & c_2 \\ c_2 & c_3 \end{pmatrix} 2 \begin{pmatrix} \kappa_{1,t41} & \kappa_{2,t41} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \kappa_{1,t41} & \kappa_{2,t41} \end{pmatrix} \mathrm{x} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12/2} & a_{21} & a_{22/2} \\ a_{12/2} & a_{13} & a_{22/2} & a_{23} \\ a_{21} & a_{22/2} & a_{31} & a_{32/2} \\ a_{22/2} & a_{23} & a_{32/2} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \kappa_{1,t41} & 0 \\ \kappa_{2,t41} & 0 \\ 0 & \kappa_{1,t41} \\ 0 & \kappa_{2,t41} \end{pmatrix} 2 \, \mathrm{E}_{t42} \Psi..\beta$$

ซึ่งสามารถจัดให้อยู่ในรูปแบบทั่วไปของ H_t ใน VEC(1,1) ดังนี้

$$H_t \mid C \, 2 \, / I_N \cup \kappa'_{t41} 0 \tilde{A} / I_N \cup \kappa_{t41} 0 2 \, \mathrm{E}_{t42} \left\{ / I_N \cup \kappa'_{t41} 0 \tilde{G} / I_N \cup \kappa_{t41} 0 \right\}$$

โดยมีเงื่อนไขเพื่อที่จะให้ H_t เกิด positive คือ $C \varnothing 0, \tilde{A} \varnothing 0, \tilde{G} \varnothing 0$

รูปแบบ **BEKK**

รูปแบบของ BEKK (1,1,K) (Engle and Kroner, 1995) คือ

$$H_t \mid C'C \, 2 \sum_{k \mid 1}^{k} A'_k \kappa_{t41} \kappa'_{t41} A_k \, 2 \sum_{k \mid 1}^{k} G'_k H_{t41} G_k \qquad (27)$$

โดยที่ C , A_k และ G_k เป็น NxN matrices แต่ C เป็นสามเหลี่ยมบนของ matrix

$$\begin{pmatrix} h_{11t} & h_{21t} \\ h_{12t} & h_{22t} \end{pmatrix} \mid \begin{pmatrix} C_{11} & 0 \\ C_{21} & C_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{11} & C_{21} \\ 0 & C_{22} \end{pmatrix} 2 \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}' \begin{pmatrix} \kappa^2_{1,t41} & \kappa_{1,t41}\kappa_{2,t41} \\ \kappa_{2,t41}\kappa_{1,t41} & \kappa^2_{2,t41} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} 2 \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix}' \begin{pmatrix} h_{11,t41} & h_{21,t41} \\ h_{21,t41} & h_{22,t41} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix}$$

มีจำนวน parameters = $\frac{N(5N+1)}{2}$ (สำหรับ N = 2,3,4 จะได้จำนวน parameters = 11, 24, 42 ตามลำดับ)

Bivariate Factor-GARCH(1,1,1)

$$h_{11t} = w_{11}^{1} + \varsigma_1^2 h_t \tag{28}$$

$$h_{21t} = w_{21}^{1} + \varsigma_1 \varsigma_2 h_t \tag{29}$$

$$h_{22t} = w_{22}^{1} + \varsigma_2^2 h_t \tag{30}$$

โดยที่ $\varsigma_2 = (1 - w_1 \varsigma_1)/(1 - w_1)$

$$h_t = w + \zeta^2 f_{t-1}^2 + \eta^2 h_{t-1}$$

$$f_t = w' \kappa_t$$

ถ้าเราเขียน $y_t - \sigma_t = \kappa_t = \varsigma f_t + e_t$ และสมมุติว่า f_t (the common shock , a scalar r.v.) และ e_t (the idiosyncratic shock, a Nx1 vector) ไม่สัมพันธ์กัน ซึ่ง $Var_{t-1}(e_t) = \mathrm{T}^{1}$ และ $Var_{t-1}(f_t) = h_t$ เราจะได้ว่า

$$Var_{t-1}(\kappa_t) = \mathrm{T}^{1} + \varsigma \varsigma' h_t$$

จะเกิด Weak stationary occurs ถ้า $\zeta_k^2 + \eta_k^2 < 1, \ \forall k$ มีจำนวน parameters เท่ากับ $\frac{N(N+5)}{2}$ (สำหรับ N = 2,3,4 จะได้จำนวน parameters = 7, 12, 18 ตามลำดับ)

รูปแบบต่างๆของ MGARCH โดยพิจารณาจาก conditional correlations

CCC and DCC รูปของแบบจำลองนี้ H_t เขียนอยู่ในรูปของ

$$H_t = D_t R_t D_t \tag{31}$$

$$D_t = diag\left(h_{11t}^{1/2} \ldots h_{NNt}^{1/2}\right)$$

$R_t = (\psi_{ijt})$ โดยที่ $\psi_{ijt} = 1$

R_t เป็น NxN Matrix ของ conditional correlations และ h_{iit} ถูกนิยามให้เป็น Univariate GARCH model ดังนี้

$$h_{ijt} = \psi_{ijt} \sqrt{h_{iit} h_{jjt}} \quad \forall \neq j \tag{32}$$

H_t มีค่าเป็นบวกจาก R_t และค่า h_{iit} แต่ละตัวที่มีค่าเป็นบวก

CCC : Constant condition correlations

ในกรณีนี้ $R_t = R = (\psi_{ij}), \psi_{ii} = 1$ ค่า conditional correlation มีค่าคงที่ (CCC) ดังนั้น $h_{ijt} = \psi_{ij} \sqrt{h_{iit} h_{jjt}} \quad \forall i \neq j$ จำนวน parameters ที่จำเป็นคือ $\frac{N(N+5)}{2}$ (Bollerslev, 1990).

DCC : Dynamic condition correlations

Tse and Tsui (2002) ได้เสนอ $DCC_T(M)$:

$$R_t = (1-\chi_1-\chi_2)R + \chi_1\psi_{t-1} + \chi_2 R_{t-1} \quad (33)$$

$$\psi_{ij,t-1} = \frac{\sum_{m=1}^{M} u_{i,t-m}u_{j,t-m}}{\sqrt{\left(\sum_{m=1}^{M} u_{i,t-m}^2\right)\left(\sum_{m=1}^{M} u_{j,t-m}^2\right)}} \quad (34)$$

$$u_{it} = \kappa_{it}/\sqrt{h_{iit}} \quad (35)$$

โดยที่ χ_1, χ_2 >0 และ χ_1 +χ_2 <1 และ R จะมีรูปแบบเหมือน R ในแบบจำลอง CCC และค่า $\psi_{ij,t-1}$ จะเท่ากับ 1 ในทุกๆค่าของ i

ψ_{t-1} เป็น sample correlation matrix ของ κ_t

สำหรับ $\vartheta = t-M, t-M+1, ..., t-1$ ซึ่งเงื่อนไขที่จำเป็นเพื่อให้แน่ใจว่า ψ_{t-1} จะเป็น positive คือ $M \geq N$

R_t เป็นค่าเฉลี่ยของ correlation matrices (R, ψ_{t-1}, R_{t-1}) ซึ่ง R_t จะมากกว่าศูนย์เสมอก็ต่อเมื่อทั้งสามตัวประกอบมีค่ามากกว่าศูนย์

จำนวน parameter ที่จำเป็นคือ $\frac{(N+1)(N+4)}{2}$

ถ้า $\chi_1 = \chi_2 = 0$ จะได้รูปแบบจำลองเป็น CCC

DCC : Dynamic condition correlations

$DCC_E(1,1)$:

$$R_t = (diagQ_t)^{-1/2} Q_t (diagQ_t)^{-1/2}$$

Q_t เป็น NxN matrix ที่สมมาตรและมากกว่าศูนย์ดังนี้

$$Q_t = (1-\chi_1-\chi_2)\bar{Q} + \chi_1 u_{t-1}u_{t-1}' + \chi_2 Q_{t-1}$$

โดยที่ $u_t = (u_{1t}...u_{Nt})'$, $u_{it} = \kappa_{it}/\sqrt{h_{iit}}$, $\bar{Q}$ เป็น NxN matrix ที่สมมาตรและมากกว่าศูนย์และ $\chi_1, \chi_2 > 0$ และ $\chi_1 + \chi_2 < 1$ จะได้ว่า Q_t มากกว่าศูนย์และ R_t มากกว่าศูนย์

Q_t เป็น covariance matrix ของ u_t ถ้า q_{iit} ไม่เท่ากับหนึ่ง จะทำให้เปลี่ยนรูปแบบเป็น correlation matrix ดังสมการ R_t ด้านบน (Engle, 2002)

จำนวน parameter ที่จำเป็นคือ $\frac{(N+1)(N+4)}{2}$

ถ้า $\chi_1 = \chi_2 = 0$ และ $\overline{q_{iit}} = 1$ จะได้รูปแบบจำลองเป็น CCC

ในทั้งสองแบบจำลองของ DCC ค่า correlation ทั้งหมดมีลักษณะเป็นพลวัต ซึ่งลดจำนวน parameter ที่จำเป็นลงเมื่อเปรียบเทียบกับแบบจำลอง VEC และ BEKK แต่มันจะมีข้อจำกัดจำนวนมาก โดยเฉพาะเมื่อ N มีค่ามาก

2.2.9 แบบจำลองในการศึกษาความผันผวนของหลายตัวแปรพร้อมกัน

ในส่วนนี้จะนำเสนอแบบจำลองทางเศรษฐมิติที่ใช้ในการศึกษาความผันผวนของ จำนวนนักท่องเที่ยวต่างชาติที่เข้ามาในประเทศไทย อัตราแลกเปลี่ยนของแต่ชาติเทียบกับเงินบาทและอัตราเงินเฟ้อของแต่ละชาติ ได้แก่ แบบจำลอง Dynamic Conditional Correlation (DCC) ของ Engle (2002). และแบบจำลอง Vector Autoregressive Moving Average – GARCH (VARMA-GARCH) ของ Ling and McAleer (2003) ดังนี้

พิจารณารูปแบบสมการ

$$y_t = E(y_t / F_{t-1}) + \kappa_t \quad (36)$$

$$\kappa_t = D_t \xi_t, \quad (37)$$

โดยที่

$y_t = (y_{1t},...,y_{mt})', \xi_t = (\xi_{1t},...,\xi_{mt})'$	คือ	ลำดับของเวคเตอร์เชิงสุ่ม Independently and Identically Distributed (iid),
F_t	คือ	ข้อมูลที่มีอยู่ ณ.เวลาที่ t
$D_t = diag(h_{1t}^{1/2},...,h_{mt}^{1/2}), m$	คือ	จำนวนของตัวแปรที่ต้องการศึกษา
$t = 1,…,n.$	คือ	เวลา ณ เวลาที่ 1,…,*n*.

ในแบบจำลอง Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (GARCH) นั้น Bollerslev (1990) กำหนดให้เป็นความผันผวนอย่างมีเงื่อนไข (Conditional variance) ของ จำนวนนักท่องเที่ยวต่างชาติที่เข้ามาในประเทศไทย อัตราแลกเปลี่ยนของแต่ชาติเทียบกับเงินบาทและอัตราเงินเฟ้อของแต่ละชาติ ตามกระบวนการ GARCH (p,q) คือ

$$\omega_t^2 = \zeta_0 + \sum_{i=1}^{q} \zeta_i \kappa_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^{p} \eta_i \omega_{t-i}^2 \quad (38)$$

เมื่อ ζ_i เป็นตัวแทนของ ARCH effects (ผลกระทบในระยะสั้น) และ η_i เป็นตัวแทนของ GARCH effects (ผลกระทบ ในระยะยาว โดยเรียกว่า $\zeta_i + \eta_i$)

2.2.10 แบบจำลอง Vector Autoregressive Moving Average – GARCH (VARMA-GARCH)

เพื่อที่จะรวมความสัมพันธ์ซึ่งกันและกันของความผันผวนอย่างมีเงื่อนไข Conditional variance) ระหว่างตัวแปรภายในนั้น Ling and McAleer (2003) ได้สร้างแบบจำลอง ดังต่อไปนี้

$$H_t = W + \sum_{j=1}^{r} A_{ij} \vec{\kappa}_{t-j} + \sum_{j=1}^{s} B_{ij} H_{i,t-j} \quad (39)$$

เมื่อ $H_t = (h_{1t},...,h_{mt})', \vec{\kappa} = (\kappa^2_{1t},...,\kappa_{mt}^2)'$ และ $W, A_i (i = 1,...,r)$ และ $B_i (i = 1,...,s)$ คือ mxm

เมตริก VARMA-GARCH กำหนดให้ตัวแปรสุ่มทางบวก (Positive shocks) และ ตัวแปรสุ่มทางลบ (Negative shock) มีผลต่อความผันผวนอย่างมีเงื่อนไข (Conditional variance)

เมื่อ A_{ij} เป็นตัวแทนของ ARCH effects (ผลกระทบในระยะสั้น) และ B_{ij} เป็นตัวแทนของ GARCH effects (ผลกระทบ ในระยะยาว โดยเรียกว่า $\sum_{j=1}^{r} A_{ij} + \sum_{j=1}^{s} B_{ij}$)

2.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

กัญญาพร จิตต์จำนงค์ (2547) ได้เลือกทำการศึกษาปัจจัยที่มีผลกระทบต่อรายได้จากการท่องเที่ยวของนักท่องเที่ยวระหว่างประเทศ ในกรณีศึกษานี้ มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาถึงสถานการณ์ทั่วไปของการท่องเที่ยวปัจจัยที่มีผลกระทบต่อรายได้จากการท่องเที่ยวของนักท่องเที่ยวชาวต่างประเทศที่เดินทางเข้ามาในประเทศไทย กรณีศึกษานักท่องเที่ยวชาวญี่ปุ่น เยอรมัน อังกฤษ สหรัฐอเมริกา และจีน โดยทำการศึกษาข้อมูลช่วงปี พ.ศ. 2523-2544 ซึ่งได้แบ่งการวิเคราะห์ออกเป็น 2 ส่วนคือ การวิเคราะห์เชิงปริมาณโดยอาศัยเครื่องมือทางสถิติที่เรียกว่า การวิเคราะห์ถดถอยเชิงซ้อน (Multiple Regression Analysis) มาช่วยในการวิเคราะห์ พบว่า ปัจจัยทางด้านรายได้เฉลี่ยต่อหัวมีนัยสำคัญทางสถิติกับนักท่องเที่ยวชาวญี่ปุ่น เยอรมนี อังกฤษ เมริกา และจีน ปัจจัยทางด้านอัตราแลกเปลี่ยนเงินตราต่างประเทศมีนัยสำคัญทางสถิติกับนักท่องเที่ยวชาวญี่ปุ่น เยอรมนี อังกฤษ และอเมริกา ปัจจัยทางด้านงบประมาณส่งเสริมการท่องเที่ยวมีนัยสำคัญทางสถิติกับนักท่องเที่ยวชาวญี่ปุ่น เยอรมนี อเมริกา และจีน โดย จากการวิเคราะห์การท่องเที่ยวโดยวิธี Boston Consulting Group : BCG ซึ่งเป็นการวิเคราะห์อัตราการเจริญเติบโตของจำนวนนักท่องเที่ยว และอัตราการเจริญเติบโตของรายได้จากการท่องเที่ยวในช่วงปีพ.ศ. 2541-2545 พบว่านักท่องเที่ยวชาวอเมริกา อังกฤษ และจีน อยู่ในช่วง Star6 กลยุทธ์ที่ใช้ในช่วงนี้คือ การรักษาตลาดและเพิ่มตลาดให้มากขึ้นเนื่องจากในช่วงนี้เป็นช่วงที่ตลาดสามารถเจริญเติบโตอีกมาก ดังนั้นควรพัฒนาการท่องเที่ยวให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น สำหรับนักท่องเที่ยวชาวเยอรมนี และญี่ปุ่น อยู่ในช่วง Question Marka ซึ่งช่วงนี้เป็นช่วงที่เริ่มเจริญเติบโต กลยุทธ์ที่ใช้คือ การเพิ่มการตลาดให้มากขึ้น โดยการส่งเสริมและพัฒนาการท่องเที่ยวให้มีประสิทธิภาพมากขึ้นเพื่อดึงดูดนักท่องเที่ยวให้เข้ามาเที่ยวเพิ่มมากขึ้น ซึ่งจากการวิเคราะห์แนวทางที่จะพัฒนาการท่องเที่ยวคือ การส่งเสริมและพัฒนาการท่องเที่ยวให้มีประสิทธิภาพมากขึ้นโดย การจัดทำกิจกรรมส่งเสริมการท่องเที่ยวในรูปแบบต่างๆ ให้มีความหลากหลาย การส่งเสริมการท่องเที่ยวในรูปแบบต่างๆ ให้มีความ

หลากหลาย การส่งเสริมแหล่งท่องเที่ยวให้เป็นที่รู้จักมากขึ้น การพัฒนาเส้นทางคมนาคม การพัฒนาบุคลากร และการจัดทำรายการส่งเสริมการขาย เป็นต้น

อภิสิทธิ์ สรรพดิลก (2548) ศึกษาเรื่อง การส่งผ่านความไม่แน่นอนของปัจจัยที่มีผลในตลาดซื้อขายไฟฟ้าจากประสบการณ์ของต่างประเทศโดยใช้วิธีแบบจำลอง Multivariate Garch ซึ่งเป็นการศึกษาการส่งผ่านความไม่แน่นอนของปัจจัยต่างๆ ที่มีผลต่อราคาไฟฟ้าในตลาดการซื้อขายไฟฟ้าของประเทศอังกฤษและกลุ่มประเทศนอร์ดิค เพื่อนำประสบการณ์จากตลาดซื้อขายไฟฟ้าจากต่างประเทศมาคาดคะเนผลที่คาดว่าจะเกิดในประเทศไทยภายหลักการปรับโครงสร้างและแปรรูปกิจการไฟฟ้า โดยความไม่แน่นอนของราคาในตลาดการซื้อขายไฟฟ้า ในประเทศอังกฤษและในกลุ่มประเทศนอร์ดิค น่าจะสะท้อนถึงความไม่แน่นอนของราคาไฟฟ้า ที่จะเกิดขึ้นในประเทศไทยภายใต้รูปแบบการซื้อขายไฟฟ้าที่เหมือนกัน ผลการศึกษาพบว่าความไม่แน่นอนของราคาไฟฟ้าถูกส่งผ่านมาจากความไม่แน่นอนของราคาไฟฟ้าในอดีตเป็นหลักในทั้งสองประเทศ ซึ่งสามารถลดความไม่แน่นอนนี้ได้ด้วยเครื่องมือทางการเงิน เช่นตลาดซื้อขายล่วงหน้า ในขณะที่ปัจจัยอื่นที่ส่งผลต่อการส่งผ่านความแน่นอนของราคาไฟฟ้าจะขึ้นอยู่กับปัจจัยภายในของแต่ละประเทศ เช่น สภาพภูมิอากาศ กำลังการผลิตไฟฟ้าและจำนวนผู้ทำการซื้อขายไฟฟ้าในตลาด นอกจากนี้หากนำรูปแบบตลาดของกลุ่มประเทศนอร์ดิคที่ใช้ช่วงเวลาในการซื้อขายครั้งละหนึ่งชั่วโมงมาประยุกต์ใช้ในประเทศไทยจะทำให้เกิดความไม่แน่นอนน้อยกว่าการใช้รูปแบบกรซื้อขายไฟฟ้าที่ใช้ช่วงเวลาครั้งละครึ่งชั่วโมงของประเทศอังกฤษ

Bollerslev, Engle andWooldridge (1988) เป็นผู้นำเสนอ ซึ่งแบบจำลองที่ไม่มีข้อจำกัดในรูปแบบใดเลยจะใช้วิธี maximum likelihood ในการคำนวณหา parameter เมื่อ k คือ จำนวน time series ที่ปรากฏในแบบจำลอง รูปแบบของแบบจำลองที่ง่ายกว่าที่ถูกเสนอจะอยู่ในลักษณะของ Diagonal Vech โดยจะถือว่า lag ที่มีค่าสัมประสิทธิ์ไม่เท่ากับศูนย์เท่านั้นที่มีผลกระทบต่อแบบจำลอง ทำให้สามารถลด Parameterที่จำเป็นให้เหลือ แบบจำลอง Diagonal Vech สามารถที่จะอธิบายความสัมพันธ์ได้ดังเช่นแบบจำลอง GARCH ทั่วไป อย่างไรก็ตามข้อจำกัดของจำนวน Parameterที่จำเป็นเพื่อให้แน่ใจว่าจะเกิด positive definiteness of the conditional covariance นั้นค่อนข้างจะยากเมื่อจำนวนของ time series ที่เกิดขึ้นใน model มีจำนวนมากแบบจำลองในลักษณะ Constant Conditional Correlation Multivariate GARCH ถูกนำเสนอในปี 1990 โดย Bollerslev จากการคำนวณ univariate GARCHในแต่ละtime series และคำนวณหา correlation matrix ข้อสมมุติของ correlation ที่คงที่นั้นทำให้เหมาะกับแบบจำลองที่มีขนาดใหญ่และแน่ใจว่าการประมาณค่านี้

จะเกิด positive definite โดยมีข้อจำกัดเบื้องต้นว่าในแต่ละ condition variance ไม่เป็นศูนย์และ correlation matrix ต้อง full rank อย่างไรก็ตาม การคำนวณด้วย constant correlation ไม่ให้วิธีที่ให้ค่า standard errors ที่คงที่ในการใช้กระบวนการประมาณค่าในหลายๆขั้นตอน ซึ่ง Tsui and Yu (1999) พบว่า constant correlation นั้นสามารถที่จะถูกปฏิเสธในสินทรัพย์บางประเภท

Engle and Kroner (1995) ได้พัฒนารูปแบบแบบจำลองกำลังสองในสมการ condition covariance เพื่อให้เกิดเฉพาะ positive definiteness ของการประมาณค่าในโครงสร้างดังเดิมในรูปแบบของ vech ในชื่อว่า BEKK model

Alexander (2001) เสนอรูปแบบ factor GARCH model สำหรับประมาณค่า covariance matrices ที่มีขนาดใหญ่ แบบจำลอง Factor หรือ Orthogonal MV-GARCH ให้วิธีในการประมาณค่า dynamic covariance matrix ด้วยการใช้รูปแบบของแบบจำลอง univariate GARCH Alexander แสดงถึงจำนวนที่จำกัดของ factor ที่สามารถอธิบายนัยสำคัญทั้งหมดของความแปรปรวน อย่างไรก็ตามการลดจำนวน Parameter ที่ใช้ประมาณค่าให้เหลือ o(k) ถูกจำกัดด้วยความยุ่งยากในการอธิบายค่า coefficient ของแบบจำลอง univariate GARCH และความไม่มีคุณภาพของระบบซึ่งมีความสัมพันธ์กันน้อยเช่นในกรณีของหุ้น

Engle (2002) เสนอการคำนวณลักษณะใหม่ซึ่งยังคงใช้ลักษณะ แบบจำลอง constant correlation ของ Bollerslev โดยให้ correlation มีการเปลี่ยนแปลงตลอดเวลาเป็น Dynamic Condition Correlation MV-GARCH จำนวน Parameter ที่ใช้ในการประมาณค่าด้วยวิธี maximum likelihood คือ O(k)

Tse and Tsui (2002) ได้นำเสนอรูปแบบของแบบจำลอง dynamic correlation multivariate GARCH แต่ไม่ได้พยายามที่จะแยกการประมาณค่าให้เป็นแต่ละกระบวนการ univariate GARCH และ ประมาณค่าด้วย dynamic correlation เหมือนในแบบจำลองของ Engle(2001) จำนวนของ Parameterที่จำเป็นในการประมาณค่าคือ จากรูปแบบของแบบจำลองที่กล่าวมาข้างต้นถูกนำมาใช้ในการอธิบายการส่งผ่านความไม่แน่นอน ดังเช่นในงานวิจัยของ Andrew C. Worthington และ Helen Higgs ที่ได้ทดสอบส่งผ่านราคาไฟฟ้าและความไม่แน่นอน