# บทที่ 2

# กรอบแนวคิดทางทฤษฎีและเอกสารที่เกี่ยวข้อง

## 2.1 กรอบแนวคิดทางทฤษฎี

บทนี้จะกล่าวถึงกรอบแนวคิดทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง คือ ทฤษฎีที่เกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างเงินทุนเคลื่อนย้ายระหว่างประเทศกับอัตราแลกเปลี่ยน ได้แก่ แบบจำลองของมันเดล-เฟลมมิ่ง และแบบจำลองดอร์นบุสช์ แนวคิดวิธีการคำนวณค่าดัชนีค่าเงินที่แท้จริง และทฤษฎีทางเศรษฐมิติในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ การทดสอบ Unit root การทดสอบแบบจำลอง Vector Autoregression โดยมีรายละเอียดดังนี้

### 2.1.1 แบบจำลองมันเดล-เฟลมมิ่ง : ราคาคงที่ ( The Mundell-Fleming Model : Fixed Prices)

แบบจำลองมันเดล-เฟลมมิ่ง หรือ M-F model เป็นแบบจำลองที่สร้างตามแนวคิดแบบเคนเซียน (Keynesian tradition) นั่นคืออุปทานรวม (Aggrate supply) จะมีบทบาทเฉื่อยในการกำหนดระดับราคา ในขณะที่อุปสงค์รวมจะกำหนดระดับกิจกรรมทางเศรษฐกิจ โดยรูปแบบของแบบจำลอง มันเดล-เฟลมมิ่ง จะมีการพิจารณาในภาค 2 ภาค คือ ด้านหนึ่งจะมีการเป็นไปตามเงื่อนไขแบบต่างๆ ที่เป็นตัวกำหนดดุลบัญชีเดินสะพัด ( current balance) และอีกด้านหนึ่งมีการเน้นการไหลเข้าสุทธิของทุน (net capital inflow) โดยมีข้อสมมติฐานดังนี้

1) เศรษฐกิจท้องถิ่น มีข้อสมมติว่า เส้นอุปทานรวมของระบบเศรษฐกิจเป็นเส้นแบนราบซึ่งผลที่ตามมาคือ ทำให้การปรับตัวของเศรษฐกิจต่อการเปลี่ยนแปลงของอุปสงค์รวมจะขึ้นอยู่กับระดับของกิจกรรมทางเศรษฐกิจ

**2)** ดุลการชำระเงินลักษณะเด่นของแบบจำลอง มันเดล-เฟลมมิ่ง อยู่ที่การระบุรายละเอียดในภาคต่างประเทศของระบบเศรษฐกิจ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในส่วนที่ดุลบัญชีเดินสะพัดถูกกำหนดเป็นอิสระจากบัญชีทุน ซึ่งทำให้การได้ดุลโดยรวมเกิดจากการปรับตัวในเศรษฐกิจท้องถิ่น

**บัญชีเดินสะพัด**

ในส่วนของบัญชีเดินสะพัด จุดเริ่มต้นอยู่ที่ข้อสมมติฐานว่า อัตราแลกเปลี่ยนจะไม่อยู่บนเส้น PPP แม้ว่าจะเป็นระยะยาวก็ตาม แต่ทว่าขนาดของการเกินดุลบัญชีเงินสะพัดจะขึ้นอยู่กับอัตราแลกเปลี่ยนแท้จริง (ในทิศทางเดียวกัน) และรายได้แท้จริง (ในทิศทางตรงกันข้าม) ดังนั้นการเกินดุลในบัญชีเดินสะพัดหรือ B ถูกกำหนดโดย

$$B = B(y, q) = B(y, S) \qquad (2.1)$$

โดยที่ y หมายถึง รายได้แท้จริง
q หมายถึง อัตราแลกเปลี่ยนที่แท้จริง
S หมายถึง อัตราแลกเปลี่ยนในนาม

**บัญชีทุน**

ในแบบจำลอง มันเดล-เฟลมมิ่ง นั้น อัตราดอกเบี้ยมีบทบาทมากในดุลการชำระเงิน โดยสมมติให้การคาดการณ์เกี่ยวกับอัตราแลกเปลี่ยนคงที่ (static) และการเคลื่อนย้ายเงินทุนเป็นไปอย่างไม่สมบูรณ์ โดยการไหลเข้าสุทธิของเงินทุนจะเป็นไปในทิศทางเดียวกับปริมาณที่อัตราดอกเบี้ยท้องถิ่นมากกว่าอัตราดอกเบี้ยในต่างประเทศ ซึ่งได้รวมเอาการลดค่าเงินท้องถิ่นที่คิดว่าจะเกิดขึ้นไว้ด้วย

$$K = K(r-r^*) = K(r) \qquad (2.2)$$

โดยที่ K หมายถึง การไหลเข้าสุทธิของเงินทุนประเทศท้องถิ่น
r หมายถึง อัตราดอกเบี้ยท้องถิ่น
r* หมายถึง อัตราดอกเบี้ยในต่างประเทศ

**เส้นดุลการชำระเงิน**

ดุลยภาพของดุลการชำระเงินจะเกิดขึ้นได้เมื่อปริมาณการไหลของเงินทุนในการแลกเปลี่ยนเงินตรามีจำนวนเพียงพอสำหรับใช้จ่ายในกรณีขาดดุลบัญชีเดินสะพัด หรือดูดกลืนส่วนเกิดดุลให้หมดไปได้ ในกรณีที่ระบบอัตราแลกเปลี่ยนลอยตัวอย่างแท้จริง ดุลการชำระเงินรวม คือ ดุลสำหรับการเปลี่ยนแปลงสุทธิในสำรองเงินตราต่างประเทศจะต้องอยู่ในดุลยภาพตลอดเวลา ซึ่งหมายความว่าผลรวมของการเกินดุลในบัญชีทุนและบัญชีเดินสะพัดต้องเท่ากับศูนย์ หรืออีกนัยหนึ่งการเกินดุลในบัญชีใดบัญชีหนึ่งจะต้องถูกหักลบไปด้วยการขาดดุลในอีกบัญชีหนึ่ง

เมื่อนำเอาสมการของบัญชีเดินสะพัดและบัญชีทุนรวมเข้าด้วยกัน ซึ่งใช้แสดงเงื่อนไขดุลยภาพใต้อัตราแลกเปลี่ยนเสรีหรือลอยตัวได้ดังนี้

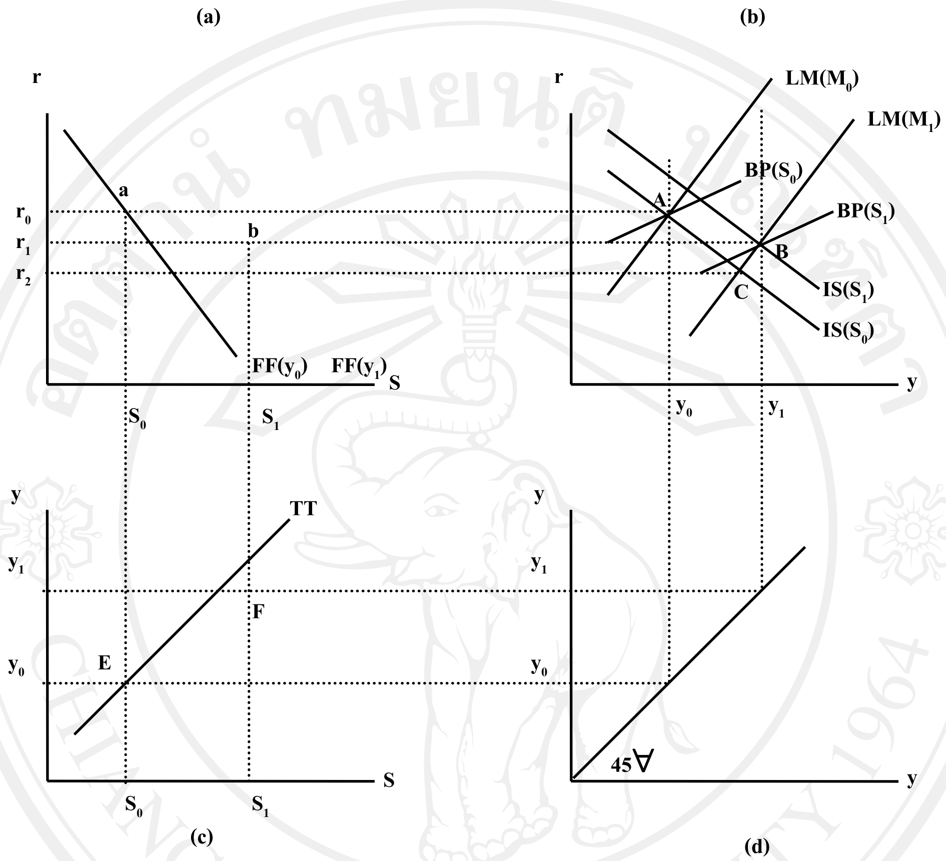
$$B(y, S) + K(r) = 0 \qquad (2.3)$$

หรืออาจนำมารวมกันเป็น $$F = B(y, S) + K(r) = F(y, S, r) = 0 \qquad (2.4)$$

โดยที่ $F_y < 0$, $F_S > 0$, $F_r > 0$ ซึ่งสามารถเขียนกราฟได้ ดังรูปที่ 2.1

จากรูปที่ 2.1 ในกรอบ (b) เส้นดุลการชำระเงิน (BP) แสดงจุดร่วมระหว่าง y และ r ซึ่งสอดคล้องกับดุลยภาพ ดุลการชำระเงิน ณ อัตราแลกเปลี่ยน (S) ระดับต่างๆ เส้นนี้จะลาดเฉียงขึ้นไปทางขวามือ (upward sloping) เนื่องจากเมื่อรายได้เพิ่มสูงขึ้น ณ ระดับอัตราแลกเปลี่ยนใดๆ ที่กำหนดให้นั้น บัญชีเดินสะพัดจะเลวลงกว่าเดิมเมื่ออุปสงค์การนำเข้าเพิ่มขึ้น ดังนั้นถ้าต้องการรักษาไว้ซึ่งดุลยภาพแล้ว จะต้องปรับปรงบัญชีทุน กล่าวคือ จะต้องมีการปรับปรุงเงินทุนไหลเข้าสุทธิจากการแลกเปลี่ยนเงินในตลาด ซึ่งจะทำได้โดยการเพิ่มอัตราดอกเบี้ยในประเทศท้องถิ่น ดังนั้นสิ่งที่ตามคือรายได้ที่เพิ่มสูงขึ้นนี้จะต้องสัมพันธ์กับอัตราดอกเบี้ยที่สูงขึ้นกว่าเดิมเพื่อก่อให้เกิดดุลภาพในดุลการชำระเงิน

**รูปที่ 2.1** นโยบายอัตราแลกเปลี่ยนลอยตัวในแบบจำลองมันเดล-เฟลมมิ่ง




ที่มา: อรุณ เกียระสาร (2544)

จากรูปที่ 2.1 ขนาดการเพิ่มขึ้นของอัตราดอกเบี้ยจะขึ้นอยู่กับ ความยืดหยุ่นต่ออัตราดอกเบี้ยของเงินทุนไหลเข้าสุทธิ หากมีความยืดหยุ่นมากขึ้น BP จะยิ่งแบบราบ ซึ่งหากการเคลื่อนย้ายเงินทุนเป็นไปอย่างสมบูรณ์ การเพิ่มขึ้นของอัตราดอกเบี้ยเพียงน้อยนิดก็จะกระตุ้นให้มีการไหลเข้าของเงินทุนอย่างมาก

อีกด้านหนึ่ง การเพิ่มขึ้นของอัตราแลกเปลี่ยน S ( เงินสกุลท้องถิ่นลดค่าลง) จะหมายความว่าอาจจะก่อให้เกิดการเกินดุลบัญชีเดินสะพัดในสัดส่วนที่มากกว่า หรือเกิดการขาดดุลบัญชีเดินสะพัดในสัดส่วนที่น้อยกว่า ณ ระดับกิจกรรมทางเศรษฐกิจระดับหนึ่ง เช่น $y_0$ ดังนั้นจะเกิดความต้องการเงินทุนไหลเข้าสุทธิน้อยลง ซึ่งจะมีผลทำให้อัตราดอกเบี้ยลดลงกว่าเดิม ฉะนั้นการเพิ่มของอัตราแลกเปลี่ยน S จะทำให้เส้น BP เคลื่อนย้ายลงมาข้างล่างหรือเลื่อนไปทางขวามือ

ในรูป (a) และ (c) เส้น TT เกิดจากสมการ B = B(y, q) = B(y, S) กรณีที่ระดับราคาคงที่ ซึ่งหมายความว่าในเศรษฐกิจท้องถิ่นนั้นรายได้จะเป็นตัวแบกภาระการปรับตัว ดังนั้นในภาค

ระหว่างประเทศในขณะนี้จะมีรายได้พร้อมกับอัตราแลกเปลี่ยนที่เป็นปัจจัยที่จะกำหนดดุลบัญชีเดินสะพัด เมื่อรายได้เพิ่มสูงขึ้น อัตราแลกเปลี่ยนจะสูงขึ้นตามไปด้วย นั่นคือค่าเงินสกุลท้องถิ่นจะลดลงเพื่อให้บัญชีเดินสะพัดได้ดุล

ในรูป (a) เกิดจากสมการ $F(y, S, r) = 0$ ดุลการชำระเงินเป็นส่วนเชื่ออัตราดอกเบี้ยที่สูง (บัญชีทุนที่ได้เปรียบเทียบหรือมีเงินทุนไหลเข้าเพิ่ม) กับราคาของเงินตราต่างประเทศที่ลดลง (ซึ่งทำให้ภาคต่างประเทศมีความสามารถในการแข่งขันลดลง) ผลก็ทำให้เส้น FF มีความลาดเอียงลาดลงจากซ้ายไปขวา ณ ระดับรายได้ที่กำหนด จะทำให้เส้น FF ขยับไปทางขวามือ เนื่องจากดุลยภาพจะเกิดขึ้นได้ก็ต่อเมือมีการลดค่าเงินเพื่อชดเชยมูลค่าอุปสงค์การนำเข้าที่เพิ่มขึ้น

ดุลยภาพจะพิจารณา ณ จุด A, a, E ณ อัตราดอกเบี้ย $r_0$ และอัตราแลกเปลี่ยน $S_0$ ดุลการชำระเงินจะอยู่ในดุลภาพ $(r_0, a, A, y_0, E, S_0)$ ซึ่งจะเห็นได้จากการที่จุด a อยู่บนเส้น FF และจุด A อยู่บนเส้น BP นอกจากนี้ ณ อัตราแลกเปลี่ยนแท้จริงที่เกิดขึ้น (q) ตลาดสินค้าจะได้ดุลยภาพดังนั้น AS = AD ไปตามเส้น IS $(S_0)$ ทำให้ส่วนผสม $(r_0, y_0)$ สอดคล้องกับดุลยภาพทั่วไปหรือดุลยภาพรวมในเศรษฐกิจประเทศท้องถิ่น และจากระดับรายได้ $y_0$ ไปยังเส้น $45^{\circ}$ ในรูป (d) และลากต่อไปยังเส้น TT ในรูป (c) จะได้จุด E ซึ่งตั้งอยู่บนเส้น TT จะมีการขาดดุลบัญชีเดินสะพัดเป็นศูนย์ ณ ส่วนผสมระหว่างอัตราแลกเปลี่ยนและรายได้ในระดับนี้ และไม่มีแนวโน้มว่าจะมีเงินทุนไหลออกหรือไหลเข้าประเทศสุทธิ

จากแนวคิดแบบจำลอง มันเดล-เฟลมมิ่ง ทำให้ทราบถึงความสัมพันธ์ระหว่างเงินทุนเคลื่อนย้ายสุทธิกับอัตราแลกเปลี่ยน ซึ่งอธิบายได้ว่าภายใต้ระบบอัตราแลกเปลี่ยนลอยตัวนั้น การไหลเข้าของเงินทุนจากต่างประเทศจะส่งผลให้เกิดการเกินดุลในบัญชีทุนมากขึ้น ส่งผลให้เกิดการลดลงของอัตราดอกเบี้ยและการลดลงของอัตราแลกเปลี่ยน (ค่าเงินของประเทศแข็งค่าขึ้น ดัชนีค่าเงินที่แท้จริงเพิ่มขึ้น)

**2.1.2 แนวคิดแบบจำลองดอร์นบุสช์: ราคาหนืด (The Dornbusch Model : Sticky Price)**

แนวคิดของดอร์นบุสช์จะอธิบายการปรับตัวในระยะสั้นและระยะยาวของอัตราแลกเปลี่ยน โดยกล่าวว่าตลาดสินค้าจะมีการปรับตัวไปช้าๆ ในขณะที่ตลาดเงินจะมีการปรับตัวอย่างรวดเร็วในทันทีต่อการเปลี่ยนแปลง ทำให้ตลาดเงินต้องปรับตัวให้เข้ากับภาวะความไม่สมดุลที่เกินขนาด เพื่อชดเชยให้กับความหนืดของการปรับตัวของระดับราคาในตลาดสินค้า เหตุผลก็คือ เมื่อระดับราคาสินค้าถูกกำหนดให้คงที่ในระยะเริ่มแรกแล้ว การเปลี่ยนแปลงในปริมาณเงิน (money stock) ที่เกิดขึ้นจะเท่ากับการเปลี่ยนแปลงในอุปทานเงินตราที่แท้จริงซึ่งผลที่ตามมาก็คือจะทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงในอุปสงค์เงินตราที่แท้จริงตามมาในทันที หากตลาดเงินปรับตัวเข้าสู่ดุลยภาพ การเปลี่ยนแปลงนี้จะสามารถเกิดขึ้นได้ก็ต่อเมื่อเกิดการปรับตัวขึ้นลงของอัตราดอกเบี้ย โดยเฉพาะอย่างยิ่งหากผลผลิตถูกสมมติให้คงที่ (อรุณ เกียระสาร, 2544)

อย่างไรก็ดี การหักเหของอัตราดอกเบี้ยของประเทศท้องถิ่นออกจากระดับอัตราดอกเบี้ยโลกนั้นอาจเกิดเพียงชั่วคราว ในที่สุดเมื่อราคาสินค้าเริ่มมีการตอบสนองที่เฉื่อยช้าลง การเปลี่ยนแปลงในอุปทานเงินตราที่แท้จริงก็จะเริ่มปรับตัวเองในทิศทางตรงกันข้าม และส่งผลให้กระบวนการปรับตัวต่างๆเป็นไปในทิศทางตรงกันข้ามเช่นกัน ทำให้อัตราดอกเบี้ย อุปสงค์รวม และอัตราแลกเปลี่ยนที่แท้จริง เคลื่อนกลับไปสู่จุดเริ่มต้น กระบวนการปรับตัวนี้จะสิ้นสุดเมื่อมีค่าที่แท้จริงกับไปสู่ดุลยภาพ และอัตราแลกเปลี่ยนในนาม ณ ระดับดุลยภาพระยะยาวใหม่นี้ก็จะเป็นการสะท้อนถึงส่วนสัดการเปลี่ยนแปลงที่เท่ากันในอุปทานเงินตรา

ตามแนวคิดของดอร์นบุสช์ ที่มองว่าตลาดการเงินจะปรับตัวเร็วกว่าตลาดสินค้าและบริการ ดังนั้นเมื่อเกิดการเปลี่ยนแปลงปริมาณเงินขึ้นภายในประเทศจะส่งผลกระทบทันทีต่อระดับอัตราแลกเปลี่ยนที่แท้จริงในระยะสั้น ในขณะที่ตลาดสินค้าและบริการ ระดับราคาค่าจ้างและผลผลิตยังไม่มีการปรับตัวใดๆในระยะสั้นหรือปรับตัวได้อย่างช้าๆ อันเป็นสาเหตุให้อัตราแลกเปลี่ยนในปัจจุบันต่างจากระดับ PPP ในระยะสั้น แต่ในระยะยาวยังคงเป็นไปตาม PPP

โดย ทฤษฎีอำนาจซื้อเสมอภาค หรือ PPP เป็นทฤษฎีที่อธิบายความสัมพันธ์ระหว่างอัตราแลกเปลี่ยนและราคาสินค้าแต่ละชนิดในแต่ละประเทศ ทฤษฎีนี้ขึ้นอยู่กับกฎของสินค้าราคาเดียว (Law of One Price) ซึ่งหมายถึง ภายใต้ข้อสมมติฐานของตลาดแข่งขันสมบูรณ์ ราคาสินค้าหรือบริการชนิดเดียวกัน ควรมีราคาเดียวเท่ากันในทุกตลาด กล่าวคือ ไม่ว่าสินค้าหรือบริการนั้นจะขายในประเทศไหนก็ตาม ราคาสินค้าหรือบริการนั้นจะต้องเท่ากัน เมื่อคิดอยู่ในรูปสกุลเงินเดียวกัน

จากเหตุผลดังกล่าวเมื่อมีเงินทุนไหลเข้ามาในประเทศมากขึ้น จะทำให้เงินสำรองระหว่างประเทศและปริมาณเงินภายในประเทศขยายตัวมากขึ้นกว่าการขยายตัวของอุปสงค์เงิน

ภายในประเทศ หรือทำให้อุปสงค์เงินตราที่แท้จริงที่เพิ่มขึ้น ซึ่งในระยะสั้นนี้ระดับราคายังไม่สามารถปรับตัวได้ อัตราดอกเบี้ยภายในประเทศจะลดลง อันหมายถึงการลดลงในผลตอบแทนที่คาดว่าจะได้รับจากการลงทุนภายในประเทศ นอกจากนั้นการที่มีปริมาณเงินทุนภายในประเทศเพิ่มขึ้นทำให้มีการคาดการว่าจะเกิดอัตราเงินเฟ้อหรือการลดลงในค่าเงินของประเทศขึ้นในอนาคต ซึ่งทำให้อัตราผลตอบแทนที่คาดว่าจะได้รับจากการลงทุนในต่างประเทศสูงขึ้นจนมาในระยะยาว เมื่อระดับราคาสามารถปรับตัวได้ การที่มีอุปสงค์เงินตราที่แท้จริงมากขึ้นจะทำให้เกิดการใช้จ่ายที่เพิ่มขึ้น ระดับราคาและอัตราเงินเฟ้อภายในประเทศจะค่อยๆปรับตัวสูงขึ้นจนทำให้อุปสงค์เงินตราที่แท้จริงที่เพิ่มขึ้นในตอนแรกค่อยๆลดลง อัตราดอกเบี้ยภายในประเทศจะปรับตัวเพิ่มขึ้นมาสู่ระดับและอัตราแลกเปลี่ยนจะลดลงทำให้ค่าเงินในประเทศต้องเพิ่มขึ้นเพื่อชดเชยผลตอบแทนที่ลดลงจากการลดลงของอัตราดอกเบี้ยในช่วงแรก

จากทฤษฏีนี้จะเห็นได้ว่า ผลของเงินทุนไหลเข้านี้ในช่วงแรกจะทำให้อัตราแลกเปลี่ยนที่แท้จริงต่ำลงเนื่องจากราคาภายในประเทศสูงขึ้น อันเป็นเหตุให้ความสามารถในการแข่งขันของประเทศต่ำลงและตามมาด้วยการขาดดุลบัญชีเดินสะพัด และแม้การปรับตัวเพื่อกลับมาสู่ระดับเดิมสามารถเกิดขึ้นได้ แต่ต้องใช้ระยะเวลา เนื่องจากระดับราคาไม่สามารถปรับตัวได้ทันที

ผลต่ออัตราแลกเปลี่ยนทันที (spot exchange rate) เงินทุนจากต่างประเทศที่ไหลเข้ามา ไม่ว่าจะเพื่อการลงทุนในสินทรัพย์ของประเทศหรือเก็งกำไรในส่วนต่างของอัตราดอกเบี้ยก็ตาม เงินสกุลต่างประเทศเหล่านี้ย่อมถูกเปลี่ยนเป็นเงินสกุลของประเทศก่อน ดังนั้นในช่วงที่มีเงินทุนไหลเข้ามาเป็นจำนวนมากจึงทำให้เกิดความต้องการในเงินสกุลของประเทศสูงขึ้น อันทำให้อัตราแลกเปลี่ยนต่ำลงทันที หรือเงินของประเทศจะมีค่าสูงขึ้นเมื่อเทียบกับต่างประเทศ

ภายหลังเมื่อนักลงทุนต่างประเทศต้องการนำเงินทุนกลับไป จำเป็นต้องแลกเงินเป็นสกุลเงินของตนกลับไป ทำให้ปริมาณเงินในประเทศสูงขึ้น ขณะที่เกิดการเพิ่มขึ้นในอุปสงค์ของเงินสกุลต่างประเทศเช่นกัน เป็นผลให้ค่าเงินของประเทศลดลงหรืออัตราแลกเปลี่ยนที่เป็น forward exchange rate เพิ่มสูงขึ้นเมื่อเกิดการไหลออกของเงินทุนจากต่างประเทศเหล่านั้น

นอกจากนั้นการมองถึงผลกระทบที่มีต่ออัตราแลกเปลี่ยน ยังอาจมองแยกเป็นผลที่เกิดในระยะสั้นและระยะยาวตามลักษณะการปรับตัวที่เกิดขึ้นของระดับราคา คือการมองในระยะสั้นจะมองในช่วงเวลาที่ระดับราคายังไม่ปรับตัวในขณะที่มีการปรับตัวในตลาดการเงินเกิดขึ้น ส่วนในระยะยาวนั้นจะมองว่าระดับราคาจะปรับตัวตามการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นในตลาดการเงิน

### 2.1.3 แนวคิด และวิธีการคำนวณค่าดัชนีค่าเงินที่แท้จริง (Real Effective Exchange Rate: REER)

การคำนวณค่าดัชนีค่าเงินที่แท้จริง (REER) ของประเทศใดประเทศหนึ่งนั้น จะต้องเริ่มจากค่าเงินของประเทศนั้นเทียบกับค่าเฉลี่ยของค่าเงินประเทศคู่ค้าสำคัญถ่วงน้ำหนักด้วยสัดส่วนการค้า โดยนำส่วนต่างเงินเฟ้อของประเทศดังกล่าวและคู่ค้าเข้ามาคำนวณด้วย แล้วเปรียบเทียบค่าที่คำนวณได้กับค่าของดัชนีในปีที่ใช้เป็นปีฐาน (ปกติให้เท่ากับ 100) ซึ่งถือว่าเป็นปีที่อัตราแลกเปลี่ยนที่แท้จริงอยู่ในดุลยภาพ แต่ถ้าดัชนีค่าเงินที่แท้จริงมีค่าสูงกว่าปีฐาน แสดงว่า ค่าเงินในขณะนั้นสูงเกินไป (overvalued) ในทางตรงข้ามหากดัชนีค่าเงินที่แท้จริงต่ำกว่าปีฐาน แสดงว่าค่าเงินในขณะนั้นต่ำเกินไป (undervalued) (เมทินี ศุภสวัสดิ์กุล, 2542) ซึ่งมีสูตรในการคำนวณดังนี้

$$REER = \sum_{i=1}^{n} w_i \times \frac{FC_i}{HC} \times \frac{P}{P_i} \quad \text{โดยที่} \quad \sum_{i=1}^{n} w_i = 1$$

| | | | |
|---|---|---|---|
| โดย | $n$ | = | จำนวนคู่ค้าสำคัญ |
| | $w_i$ | = | น้ำหนักของค่าเงินประเทศ $i$ ในสูตรดัชนีค่าเงิน ซึ่งอาจเป็นสัดส่วนการค้า สัดส่วนการส่งออก สัดส่วนการนำเข้าหรือสัดส่วนหนี้ เป็นต้น |
| | $P$ | = | ระดับราคาสินค้าภายในประเทศ |
| | $p_i$ | = | ระดับราคาสินค้าในประเทศคู่ค้า $i$ |
| | $\frac{FC_i}{HC}$ | = | ค่าเงินสกุลประเทศ $i$ ต่อ 1 หน่วยสกุลเงินประเทศนั้นๆ |

การคำนวณหาค่าดัชนีที่แท้จริง ( Real Effective Exchange Rate : REER) นั้น จะต้องเริ่มจากการคำนวณหาค่าดัชนีค่าเงิน ( Nominal Effective Exchange Rate : NEER) ก่อนจากนั้นจึงปรับค่าดัชนี NEER ด้วยดัชนีราคาเปรียบเทียบ เพื่อให้ได้ค่า REER ต่อไป ซึ่งค่า NEER ที่คำนวณได้นั้น อาจมีค่าแตกต่างกันไป ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับวิธีการคำนวณและปัจจัยต่างๆ ที่นำมาใช้ในการคำนวณดังนี้

1) วิธีหาค่าเฉลี่ย มี 2 วิธีหลัก คือ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (arithmetic mean) และค่าเฉลี่ยเรขาคณิต (geometric mean) ซึ่งจากผลการศึกษาที่ผ่านมา พบว่า ดัชนีค่าเงินที่คำนวณโดยค่าเฉลี่ยเลขคณิตจะมี upward bias เป็นส่วนใหญ่และมีความผันผวนมากกว่า และการคำนวณโดยค่าเฉลี่ย

เรขาคณิตจะช่วยแก้บกพร่องดังกล่าว จึงเป็นที่ยอมรับและใช้กันทั่วไปในปัจจุบัน ( Coughlin and Pollard, 1996 อ้างถึงใน เมทินี ศุภสวัสดิ์กุล, 2542) ซึ่งสูตรการคำนวณค่าเฉลี่ยทั้ง 2 วิธีเป็นดังนี้

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต :

$$Index_t^{Agr} = \sum_{i=1}^{n} w_i \left(\frac{E_{it}}{E_{ib}}\right) = w_1\left(\frac{E_{1t}}{E_{1b}}\right) + w_2\left(\frac{E_{2t}}{E_{2b}}\right) + \ldots w_n\left(\frac{E_{nt}}{E_{nb}}\right) \qquad (2.5)$$

ค่าเฉลี่ยเรขาคณิต :

$$Index_t^{Geo} = \prod_{i=1}^{n} \left(\frac{E_{it}}{E_{bt}}\right)^{w_i} = \left(\frac{E_{1t}}{E_{1b}}\right)^{w_1} \times \left(\frac{E_{2t}}{E_{2b}}\right)^{w_2} \times \ldots \left(\frac{E_{nt}}{E_{nb}}\right)^{w_n} \qquad (2.6)$$

โดยที่ $E_{it}$ คือ จำนวนเงินสกุลคู่ค้า $i$ ต่อ 1 หน่วยสกุลเงินของประเทศนั้นๆ (อัตราแลกเปลี่ยน) ณ เวลา $t$

$E_{ib}$ คือ จำนวนเงินสกุลคู่ค้า $i$ ต่อ 1 หน่วยสกุลเงินของประเทศนั้นๆ (อัตราแลกเปลี่ยน) ณ ปีฐาน

2) จำนวนสกุลเงินของประเทศคู่ค้า ส่วนใหญ่จะครอบคลุมสกุลเงินประมาณ 10-20 สกุล คิดเป็นมูลค่าการค้าไม่ควรต่ำกว่าร้อยละ 80 ของมูลค่าการค้าทั้งหมดของประเทศ งานศึกษาบางชิ้นจะรวมเฉพาะสกุลเงินที่ถูกกำหนดโดยกลไกตลาดเท่านั้น และไม่รวมสกุลเงินที่ผูกค่าไว้กับสกุลเงินที่รวมอยู่ในตะกร้าเงินแล้ว บางการศึกษายังพบว่าดัชนีค่าเงินที่ครอบคลุมสกุลเงินจำนวนมากไม่ได้เป็นเครื่องชี้ที่ดีกว่าดัชนีที่ครอบคลุมสกุลเงินจำนวนน้อยเสมอไป

3) น้ำหนักที่ใช้ถัวเฉลี่ย ส่วนใหญ่จะใช้สัดส่วนการค้าของประเทศคู่ค้าสำคัญสำหรับวิธีการถ่วงน้ำหนัก สามารถทำได้ 4 วิธีดังนี้

3.1) Mutilateral Exchange Rate Model (MERM) เป็นการคำนวณน้ำหนักของแต่ละสกุลเงินจากแบบจำลองทางเศรษฐมิติที่ให้ค่าความยืดหยุ่นต่อราคาของการส่งออกและนำเข้าของประเทศต่างๆที่ทำการค้ากั น ไม่เฉพาะระหว่างประเทศนั้นๆ กับประเทศคู่ค้า แต่รวมไปถึงผลต่อประเทศคู่แข่งด้วย โดย IMF ได้เคยจัดทำดัชนีค่าเงินของประเทศสมาชิกโดยใช้วิธีคำนวณน้ำหนัก อย่างไรก็ตาม วิธีนี้ไม่เป็นที่นิยมในปัจจุบันเท่าที่ควร เนื่องจากความเชื่อถือในความแม่นยำของแบบจำลองในการคำนวณค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ลดลง และต้องใช้ข้อมูลขนาดใหญ่ในการประมาณการ

3.2) Bilateral Weight แต่ละสกุลเงินของประเทศคู่ค้าจะถูกถ่วงน้ำหนักในสัดส่วนการค้าระหว่างประเทศคู่ค้านั้นๆ กับประเทศที่ต้องการคำนวณค่าเงินโดยไม่ได้คำนึงถึงประเทศคู่แข่ง เช่น กรณีดัชนีค่าเงินบาท น้ำหนักของแต่ละสกุลเงินในตะกร้า คำนวณได้จากสูตรดังนี้

$$w_i = \frac{X_i + M_i}{\sum_{i=1}^{n}(X_i + M_i)} = \frac{\text{มูลค่าการค้าระหว่างประเทศกับประเทศคู่ค้า i}}{\text{ผลรวมของมูลค่าการค้ากับประเทศคู่ค้าทั้งหมด n ประเทศ (ในดัชนีค่าเงิน)}}$$

โดยที่ $X_i$ คือ มูลค่าการส่งออกของประเทศไทยไปยังประเทศ $i$

$M_i$ คือ มูลค่าการนำเข้าของประเทศจากประเทศ $i$

$n$ คือ จำนวนประเทศคู่ค้าสำคัญที่รวมอยู่ในดัชนีค่าเงิน

3.3) Mutilateral Weight จะคำนึงถึงการแข่งขันในตลาดอื่นๆ นอกเหนือจากการแข่งขันระหว่างไทยกับคู่ค้า สามารถคำนวณได้จากสูตรดังนี้

$$w_i = \frac{WX_i + WM_i}{\sum_{i=1}^{n}(WX_i + WM_i)}$$

$$= \frac{\text{มูลค่าการค้าของประเทศคู่ค้า I กับประเทศต่างๆทั่วโลก}}{\text{ผลรวมของมูลค่าของประเทศคู่ค้าทั้งหมด n ประเทศ (ในดัชนีค่าเงิน) กับประเทศต่างๆทั่วโลก}}$$

โดยที่ $WX_i$ คือ มูลค่าการส่งออกของประเทศ $i$ ไปยังประเทศต่างๆ ทั่วโลก

$WM_i$ คือ มูลค่าการนำเข้าของประเทศ $i$ จากประเทศต่างๆ ทั่วโลก

3.4) Double Weight เป็นวิธีการถ่วงน้ำหนักที่คำนึงถึงการแข่งขันจากตลาดอื่นทั่วโลกนอกเหนือจากตลาดในประเทศผู้นำเข้า แต่ก็ไม่ได้ให้ความสำคัญกับตลาดเหล่านั้นมากเกินไป ซึ่ง IMF และ J.P. Morgan ได้ร่วมกันสร้างดัชนีนี้ขึ้นมา โดยใช้คำนวณดัชนีค่าเงินของดอลลาร์สหรัฐฯ (Export – weighted Index) ได้แก่

$$USindex = \prod_{i=1}^{n}\left(\frac{SI_i}{\$}\right)^{w_i}$$

โดยที่ $w_i$ = สัดส่วนการส่งออกของสหรัฐฯ ไปยังประเทศคู่ค้า $i$

$$= \frac{\text{มูลค่าการส่งออกของสหรัฐฯ ไปยังประเทศคู่ค้า i}}{\text{มูลค่าการส่งออกทั้งหมดของสหรัฐฯ}}$$

$n$ = จำนวนประเทศที่นำเข้าสินค้า

$$SI_i = \prod_{j=1}^{m} \left( \frac{TC_j}{TP_i} \right)^{y_j}$$

โดยที่ $SI_i$ = ดัชนีค่าเงินของประเทศคู่ค้า $i$ ที่นำเข้าสินค้าจากสหรัฐฯ

$\frac{TC_j}{TP_i}$ = จำนวนสกุลเงินของประเทศ $j$ (ยกเว้นสหรัฐฯ) ซึ่งส่งสินค้ามายังประเทศ $i$ เทียบกับหนึ่งหน่วยสกุลเงินของประเทศ $i$

$y_j$ = สัดส่วนการนำเข้าของประเทศ $i$ จากประเทศ $j$

$$= \frac{\text{มูลค่าการส่งออกของสหรัฐฯ ไปยังประเทศคู่ค้า i}}{\text{มูลค่าการส่งออกทั้งหมดของสหรัฐฯ}}$$

$m$ = จำนวนประเทศที่ส่งสินค้าออกไปยังประเทศ $i$ (ยกเว้นสหรัฐฯ)

4) ดัชนีราคา ในการคำนวณดัชนีค่าเงินที่แท้จริง ( REER) จะต้องใช้ดัชนีราคาเป็นตัวปรับดัชนีค่าเงินในรูป nominal term (NEER) หากวัตถุประสงค์ของการสร้างดัชนีค่าเงินที่แท้จริงเพื่อวัดถึงระดับความสามารถในการแข่งขันทางการค้า ดัชนีราคาที่ใช้ตามทฤษฎีควรเป็นดัชนีราคาสินค้าออก(Export Price Index) อย่างไรก็ตามดัชนีราคาสินค้าออกมีข้อจำกัดในเรื่อง Sampling bias กล่าวคือ สินค้าที่อยู่ในตะกร้าดัชนีราคาสินค้าออก จะครอบคลุมเฉพาะสินค้าที่ส่งออกไปแล้ว (traded goods) เท่านั้น แต่ไม่ได้ครอบคลุมไปถึงสินค้าที่มีศักยภาพในการส่งออก ( exportable goods) ด้วย

ดัชนีราคาสินค้าประเภทอื่นที่ครอบคลุมชนิดสินค้ามากกว่า (Aggregate Price Deflator) เช่น ดัชนีราคาสินค้าขายส่ง ( Wholesale Price Index) ดัชนีราคาผลิตภัณฑ์ภายในประเทศ (GDP Deflator) และต้นทุนค่าแรงต่อหนึ่งหน่วย (Unit Labor Cost) จะมีปัญหาดังกล่าวน้อยกว่า อย่างไรก็ตามในทางปฏิบัติ ดัชนีเหล่านี้มีข้อจำกัดในเรื่องของความล่าช้าและความถี่ของข้อมูลประกอบกับความสอดคล้องกันของประเภทสินค้าในตะกร้าของประเทศต่างๆ สำหรับต้นทุนค่าแรงต่อหน่วยส่วนใหญ่จะมีข้อมูลเฉพาะภาคอุตสาหกรรม ดังนั้นในการคำนวณและการประมาณดัชนีค่าเงินที่แท้จริงในทางปฏิบัติ มักใช้ดัชนีราคาสินค้าผู้บริโภค (Consumer Price Index) เนื่องจากข้อได้เปรียบ

ในเรื่องความรวดเร็วของข้อมูล ประกอบกับข้อมูลประมาณการอัตราเงินเฟ้อในอนาคตของประเทศส่วนใหญ่มักอิงกับการเปลี่ยนแปลงดัชนีราคาผู้บริโภค

สำหรับดัชนีค่าเงินที่แท้จริงที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้ จัดทำโดยการถ่วงน้ำหนักด้วยสัดส่วนการค้าเฉลี่ย ซึ่งคำนวณจากค่าเฉลี่ยเรขาคณิต ของอัตราแลกเปลี่ยนบาทต่อเงินสกุลของประเทศคู่ค้าสำคัญของไทย 21 ประเทศ ซึ่งครอบคลุมประมาณร้อยละ 90 ของมูลค่าการค้าและการส่งออกทั้งหมดของไทย โดยส่วนที่เหลืออีกร้อยละ 10 ได้กระจายเพิ่มน้ำหนักให้กับ 21 ประเทศคู่ค้าตามสัดส่วนการค้าของแต่ละประเทศเหล่านั้นจนผลรวมของน้ำหนักเท่ากับร้อยละ 100 ดัชนีค่าเงินบาทที่ใช้ครั้งนี้จึงมีลักษณะการคำนวณน้ำหนักเป็น Bilateral weight

สำหรับปีฐานที่ใช้คือ ปี พ.ศ. 2537 ซึ่งเป็นปีที่ดุลบัญชีเดินสะพัดขาดดุลร้อยละ 5.6 ของ GDP จึงเป็นปีที่เศรษฐกิจค่อนข้างมีเสถียรภาพ นอกจากนี้ยังเป็นปีที่เศรษฐกิจระหว่างประเทศของไทยได้รับผลกระทบจากปัจจัยอื่นนอกเหนือจากปัจจัยทางเศรษฐกิจน้อยกว่าปีอื่นโดยเปรียบเทียบ โดยสามารถแสดงรายละเอียดในการคำนวณได้ ดังนี้

สูตรการคำนวณดัชนีค่าเงินบาท (กรณี Trade – weight index และปี พ.ศ. 2537 เป็นปีฐาน)

$$NEER_t = \frac{\prod_{i=1}^{21}\left(\frac{FC_i}{B}\right)_t^{w_i}}{\prod_{i=1}^{21}\left(\frac{FC_i}{B}\right)_{2537}^{w_i}} \times 100$$

$$= \frac{\left[\left(\frac{FC_1}{B}\right)^{w_1} \times \left(\frac{FC_2}{B}\right)^{w_2} \times \ldots \left(\frac{FC_{22}}{B}\right)^{w_{21}}\right]_t}{\left[\left(\frac{FC_1}{B}\right)^{w_1} \times \left(\frac{FC_2}{B}\right)^{w_2} \times \ldots \left(\frac{FC_{22}}{B}\right)^{w_{21}}\right]_{2537}} \times 100$$

โดยที่ $\frac{FC_i}{B}$ = จำนวนเงินสกุลประเทศคู่ค้า $i$ ต่อ 1 บาท

$w_i$ = สัดส่วนการค้าเฉลี่ยในช่วงปี พ.ศ. 2538 - 2540 ของไทยกับประเทศ $i$

$$= \left[\frac{\text{มูลค่าส่งออกและนำเข้าของไทยกับประเทศ i}}{\text{ผลรวมของมูลค่าส่งออกและนำเข้าของไทย}}\right]_{\text{ค่าเฉลี่ย ปี 2538-2540}}$$

และเทียบค่าเฉลี่ยกับ ปี พ.ศ. 2537 โดยให้เท่ากับ 100 คือปีฐาน

$$RPCI_t \quad | \quad \frac{\left(\frac{CPI_1^{w_1}\,\Delta CPI_2^{w_2}\,\Delta \ldots CPI_{21}^{w_{21}}}{CPI_{TH}}\right)_t}{\left(\frac{CPI_1^{w_1}\,\Delta CPI_2^{w_2}\,\Delta \ldots CPI_{21}^{w_{21}}}{CPI_{TH}}\right)_{2537}} \Delta 100$$

โดยที่ $CPI_{1,\ldots,}CPI_{21}$ = ดัชนีราคาสินค้าผู้บริโภคของประเทศคู่ค้าที่ 1 – 21

$CPI_{TH}$ = ดัชนีราคาสินค้าผู้บริโภคของไทย

$$REER_t \quad | \quad \frac{NEER_t}{RPCI_t}$$

โดยที่ $REER$ = Real Effective Exchange Rate Index

$NEER$ = Nominal Effective Exchange Rate Index

$RPCI$ = Relative Price Index

### 2.1.4 กรอบแนวคิดทฤษฎีในการวิเคราะห์ทางเศรษฐมิติ

**1) การทดสอบ Unit Root**

นัยที่สำคัญของการทดสอบ Unit Root ต่อการวิเคราะห์ทางเศรษฐมิติก็คือ ถ้าหากพบว่าข้อมูลใดมีลักษณะเป็นข้อมูลอนุกรมเวลาในลักษณะที่ไม่นิ่ง Non – stationary คือมี integrated of order เท่ากับ 1 หรือ I (1) จำเป็นต้องปรับข้อมูลเหล่านั้นให้เป็น Stationary process เสียก่อน แล้วจึงจะทำการประมวลผลทางเศรษฐมิติต่อไป ยกเว้นเฉพาะในกรณีที่ตัวแปรเหล่านั้นมีความสัมพันธ์ในเชิงดุลยภาพระยะยาว ทั้งนี้เพื่อหลีกเลี่ยงปัญหาทางด้านความสัมพันธ์ที่ไม่แท้จริง (Spurious relationships)

การทดสอบ Unit Root หรืออันดับความสัมพันธ์ของข้อมูล นิยมทดสอบด้วยวิธีของ Dickey and Fuller เนื่องจากใช้ได้กับการศึกษาที่มีจำนวนข้อมูลไม่มากนัก เหมาะสมกับการประยุกต์ใช้กับการวิเคราะห์เชิงประจักษ์ในกรณีของประเทศกำลังพัฒนา ที่มักประสบปัญหาความพอเพียงของข้อมูล สามารถแบ่งออกได้ 2วิธี ดังนี้

**วิธีที่ 1 Dickey - Fuller Test (DF)** เริ่มต้นด้วยการประมาณการ Autoregressive Model ซึ่งมีสมการที่ต้องการทดสอบอยู่ 3 สมการ (At level) คือ

$\div X_t \mid \chi X_{t41}\, 2\, \kappa_t$ (random walk process) (2.7)

$\div X_t \mid \zeta\, 2 \chi X_{t41}\, 2\, \kappa_t$ (random walk with drift) (2.8)

$$\div X_t \mid \zeta\ 2\ \eta t\ 2\ \chi X_{t41}\ 2\ \kappa_t \text{ (random walk with drift and linear time trend)} \quad (2.9)$$

โดยที่

| | | |
|---|---|---|
| $\div X_{t\,t}$ | = | first differencing ของตัวแปรที่ทำการศึกษา |
| $\zeta,\ \eta, \chi$ | = | ค่า Parameters |
| $t$ | = | แนวโน้มเวลา (Time trend) |
| $\kappa_t$ | = | ตัวแปรสุ่ม (error terms) ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์และค่าความแปรปรวนคงที่ |

ในการทดสอบจะพิจารณาค่า $\chi$ โดยเปรียบเทียบกับค่า t – statistics ที่คำนวณได้ กับค่าที่เหมาะสมอยู่ในตาราง Dickey – Fuller ซึ่งมีสมมุติฐานการทดสอบดังนี้

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| สมมติฐานหลัก | $H_0$ | : | $\chi = 0$ | : non – stationary |
| สมมติฐานรอง | $H_1$ | : | $\chi < 0$ | : stationary |

ถ้ายอมรับ $H_0$ จะได้ว่าตัวแปรที่สนใจมี Unit root หรือมีลักษณะเป็น non – stationary
ถ้ายอมรับ $H_1$ จะได้ว่าตัวแปรที่สนใจไม่มี Unit root หรือมีลักษณะเป็น stationary

**วิธีที่ 2 Augmented Dickey - Fuller Test (ADF)** เป็นวิธีที่ใช้ทดสอบการหาค่า Unit Root ได้ดีกว่า โดยเฉพาะอย่างยิ่งในกรณีที่ ตัวแปรสุ่ม (error terms) $\kappa_t$ มีความสัมพันธ์กันเองในระดับสูง หรือ แบบจำลองที่ใช้ในการทดสอบมีปัญหา autocorrelation ดังนั้นเพื่อแก้ปัญหาดังกล่าวจึงทำการปรับสมการใหม่ โดยใส่ตัวแปรล่า (lag) เข้าไปในลำดับที่สูงขึ้น ได้สมการ 3 รูปแบบดังนี้

$$\div X_t = \chi X_{t41}\ 2 \sum_{i\mid 1}^{p} \lambda_i \div X_{t4i}\ 2\ \kappa_t \quad \text{(random walk process)} \quad (2.10)$$

$$\div X_t = \zeta\ 2\ \chi X_{t41}\ 2 \sum_{i\mid 1}^{p} \lambda \div X_{t4i}\ 2\ \kappa_t \quad \text{(random walk with drift)} \quad (2.11)$$

$$\div X_t = \zeta\ 2\ \eta\ 2\ \chi X_{t41}\ 2 \sum_{i\mid 1}^{p} \lambda_i \div X_{t4i}\ 2\ \kappa_t \text{ (random walk with drift - and linear time trend)} \quad (2.12)$$

โดยที่ $\div X_t$ = ค่าความแตกต่างครั้งที่ 1 ของตัวแปรที่ทำการศึกษา

$X_t$ = ข้อมูลตัวแปร ณ เวลาที่ $t$

$X_{t41}$ = ข้อมูลตัวแปร ณ เวลาที่ $t$ - $1$

$\zeta,\ \eta, \chi, \lambda$ = ค่าคงที่ หรือค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปร

$t$ = ค่าแนวโน้มเวลา (Time trend)

$\kappa_t$ = ตัวแปรสุ่ม (error terms) ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์และค่าความแปรปรวนคงที่

ซึ่งจำนวน lagged term (p) ที่เพิ่มเข้าไปในสมการจะขึ้นอยู่กับความเหมาะสมของแต่ละงานวิจัยหรือสามารถใส่จำนวน lag ไปได้จนกว่าส่วนของค่าความคลาดเคลื่อนจะไม่เกิดปัญหา autocorrelation

การทดสอบจะพิจารณาค่า $\chi$ โดยเปรียบเทียบค่า t – statistic ที่คำนวณได้กับค่าวิกฤต MacKinnon (MacKinnon critical values) มีสมมติฐานในการทดสอบ ดังนี้

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| สมมติฐานหลัก | $H_0$ | : | $\chi = 0$ | : non – stationary |
| สมมติฐานรอง | $H_1$ | : | $\chi < 0$ | : stationary |

ในกรณีที่ไม่สามารถปฏิเสธสมมติฐานหลักที่ตั้งไว้ได้ $(H_0)$ แสดงว่าตัวแปรทางเศรษฐกิจนั้นๆมีลักษณะเป็น Non – stationary หรือมี Unit root เมื่อสามารถสรุปได้ว่าข้อมูลตัวแปรทุกตัวมี order of integration ที่เท่าใด ก็จะทำการทดสอบโดยวิธี Vector Autoregression (VAR) ในขั้นตอนต่อไป

**2) Vector Autoregression (VAR)**

Johnston and Dinardo (1997) ได้กล่าวว่า ถ้าเรามี columm vector ซึ่งมีตัวแปรที่แตกต่างกัน k ตัว $y_t \mid \Psi y_{1t} y_{2t} \ldots y_{kt} \beta$ และเราสร้างแบบจำลองของเวกเตอร์นี้ในรูปของค่าที่ผ่านมาในอดีตของเวกเตอร์ดังกล่าวนี้ ผลที่ได้ก็คือ Vector Autoregression (VAR) VAR(p) process สามารถเขียนได้ดังนี้

$$y_t = m\,2\,A_1 y_{t41}\,2\,A_2 y_{t42}\,2 \ldots 2\,A_p y_{t4p}\,2\,\kappa_t \qquad (2.13)$$

โดยที่ $A_t$ = $k \Delta k$ matrix ของสัมประสิทธิ์

$m \quad = \quad k\,\Delta 1$ vector ของค่าคงตัวหรือค่าคงที่ (constants)

$\kappa \quad = \quad k\,\Delta 1$ ของ white noise process โดยที่คุณสมบัติดังนี้

$$\mathrm{E}(\kappa_t) \quad = \quad 0 \text{ สำหรับทุกค่าของ } t$$

$$\mathrm{E}(\kappa_t \kappa_s \Re) \quad = \quad \left[ \frac{\mathrm{T} \quad s \mid t}{0 \quad s \prod t} \right. \tag{2.14}$$

โดยที่ T = เมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมซึ่งถูกสมมุติให้มีลักษณะเป็นบวกแน่นอน (positive definite) สำหรับ $\kappa_t$ นั้นจะมีลักษณะ serially uncorrelated แต่อาจจะเป็น contemporaneously correlated ได้ (Johnston and Dinardo , 1997)

วิธีการของ VAR นี้ดูเบื้องต้นจะเหมือนกับ simultaneous-equation modeling ในลักษณะที่ว่าเราพิจารณาหลายตัวแปรภายใน (several endogenous variables) พร้อมๆกัน แต่ว่าใน VAR นั้นแต่ละตัวแปรภายใน ( endogenous variables) จะถูกอธิบายโดยค่าล่าหรือค่าล้าหลัง ( lagged values) หรือค่าในอดีต (past values) ของตัวแปรภายในนั้น และค่าล้าหรือค่าล้าหลังของตัวแปรภายในอื่นๆ (all other endogenous variables) ในแบบจำลอง โดยปกติแล้วจะไม่มีตัวแปรภายนอก (exogenous variables) ในแบบจำลอง (Gujarati, 2003)

Ender (1995) ได้ยกตัวอย่างระบบอย่างง่ายที่มีสองตัวแปรดังนี้

$$y_t \quad | \quad b_{10}\ 4\ b_{12} z_t\ 2\ \nu_{11} y_{t41}\ 2\ \nu_{12} z_{t41}\ 2\ \kappa_{yt} \tag{2.15}$$

$$z_t \quad | \quad b_{20}\ 4\ b_{21} y_t\ 2\ \nu_{21} y_{t41}\ 2\ \nu_{22} z_{t41}\ 2\ \kappa_{zt} \tag{2.16}$$

โดยที่มีข้อสมมุติว่า

$\not\in$ ทั้ง $y_t$ และ $z_t$ จะมีลักษณะนิ่ง

$\not\in$ $\kappa_{yt}$ และ $\kappa_{zt}$ คือ white noise disturbance โดยมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (standard deviation) เท่ากับ $\omega_y$ และ $\omega_z$ ตามลำดับ และ

$\not\in$ $''\kappa_{yt}$€ และ $''\kappa_{zt}$€จะเป็น uncorrelated white- noise disturbance

สมการ (2.15) และ (2.16) ก็คือ first-order vector autoregression (VAR) เนื่องจากความยาวของความล่า ( lag length) ที่ยาวที่สุดมีค่าเท่ากับ 1 โครงสร้างของระบบได้รวมข้อมูลที่สะท้อนกลับ (feed back) เนื่องจาก $y_t$ และ $z_t$ ถูกอนุญาตให้มีผลกระทบซึ่งกันและกัน ยกตัวอย่างเช่น $4\,b_{12}$ คือ

ผลกระทบในช่วงเวลาเดียวกัน (หรือในเวลาเดียวกัน) ของการเปลี่ยนแปลงของ $z_t$ ต่อ $y_t$ และ $\nu_{21}$ ก็คือ ผลกระทบของการเปลี่ยนแปลงใน $y_{t41}$ หนึ่งหน่วยต่อ $z_t$ จะสังเกตได้ว่า $\kappa_{yt}$ และ $\kappa_{zt}$ คือ pure innovation หรือ (shocks) ใน $y_t$ และ $z_t$ ตามลำดับ และแน่นอนที่สุดถ้า $b_{21}$ ไม่เท่ากับศูนย์ $\kappa_{yt}$ ก็จะมีผลกระทบซึ่งเกิดขึ้นในเวลาเดียวกันโดยทางอ้อม ( an indirect contemporaneous effect) ต่อ $z_t$ และ ถ้า $b_{12}$ ไม่เท่ากับศูนย์ $\kappa_{zt}$ จะมีผลกระทบในเวลาเดียวกันโดยทางอ้อม ต่อ $y_t$

สมการ (2.15) และ (2.16) ไม่ใช่สมการรูปแบบลดรูป (reduced - form equation) เนื่องจาก $y_t$ มีผลกระทบในเวลาเดียวกันต่อ $z_t$ และ $z_t$ ก็มีผลกระทบในเวลาเดียวกันต่อ $y_t$ จากสมการ (2.15) และ (2.16) เราเขียนในรูปเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{pmatrix} 1 & b_{12} \\ b_{21} & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y_t \\ z_t \end{pmatrix} \mid \begin{pmatrix} b_{10} \\ b_{20} \end{pmatrix} 2 \begin{pmatrix} \nu_{11} & \nu_{12} \\ \nu_{21} & \nu_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y_{t41} \\ z_{t41} \end{pmatrix} 2 \begin{pmatrix} \kappa_{yt} \\ \kappa_{zt} \end{pmatrix}$$

หรือ

$$Bx_t \mid \mathrm{B}_0 \, 2 \, \mathrm{B}_1 x_{t41} \, 2 \, \kappa_t$$

โดยที่

$$B \mid \begin{pmatrix} 1 & b_{12} \\ b_{21} & 1 \end{pmatrix}, \qquad x_t \mid \begin{pmatrix} y_t \\ z_t \end{pmatrix}, \qquad \mathrm{B}_0 \mid \begin{pmatrix} b_{10} \\ b_{20} \end{pmatrix}$$

$$\mathrm{B}_1 \mid \begin{pmatrix} \nu_{11} & \nu_{12} \\ \nu_{21} & \nu_{22} \end{pmatrix}, \qquad \kappa_t \mid \begin{pmatrix} \kappa_{yt} \\ \kappa_{zt} \end{pmatrix}$$

คูณข้างหน้าด้วย $B^{41}$ จะทำให้เราได้แบบจำลอง Vector Autoregressive (VAR) ในรูปแบบมาตรฐานทั่วไปนั่น คือ

$$x_t \mid A_0 \, 2 \, A_1 x_{t41} \, 2 \, e_t \qquad (2.17)$$

โดยที่ $A_0 \mid B^{41}\mathrm{B}_0$

$$A_1 = B^{-1}\mathrm{B}_1$$
$$e_t = B^{-1}\kappa_t$$

Enders (1995) ใช้สัญลักษณ์ดังนี้

$a_{io}$ = สมาชิกที่ $i$ ของเวกเตอร์ (Vector) $A_0$

$a_{ij}$ = สมาชิกใน row ที่ $i$ และ column ที่ $j$ ของเมทริกซ์ $A_1$

$e_{it}$ = สมาชิกที่ $i$ ของเวกเตอร์ (vector) $e_t$

การใช้สัญลักษณ์ใหม่ ทำให้เราสามารถเขียนสมการ (2.15) และ (2.16) ได้ใหม่ดังนี้

$$y_t = a_{10} + a_{11}y_{t-1} + a_{12}z_{t-1} + e_{1t} \quad (2.18)$$
$$z_t = a_{20} + a_{21}y_{t-1} + a_{22}z_{t-1} + e_{2t} \quad (2.19)$$

สมการ (2.15) และ (2.16) เราเรียกว่า structural VAR หรือ primitive system ส่วนสมการ (2.18) และ (2.19) เราเรียกว่า VAR ในรูปแบบมาตรฐาน (standard form) สิ่งที่สำคัญที่เราจะลืมไม่ได้ก็คือ พจน์ความคลาดเคลื่อน (error term) ซึ่ง $e_{1t}$ และ $e_{2t}$ แต่ละตัวจะประกอบไปด้วย shocks $\kappa_{yt}$ และ $\kappa_{zt}$ และเนื่องจาก $e_t = B^{-1}\kappa_t$ เราสามารถเขียนได้ดังนี้

$$e_{1t} = (\kappa_{yt} - b_{12}\kappa_{zt})/(1 - b_{12}b_{21}) \quad (2.20)$$
$$e_{2t} = (\kappa_{zt} - b_{21}\kappa_{yt})/(1 - b_{12}b_{21}) \quad (2.21)$$

เนื่องจาก $\kappa_{yt}$ และ $\kappa_{zt}$ เป็น white - noise process สิ่งที่ตามมาก็คือว่า $e_{1t}$ และ $e_{2t}$ มีค่าเฉลี่ย (mean) เท่ากับศูนย์ ความแปรปรวนคงที่หรือคงตัว (constant variances) และไม่มี serial correlation ในแต่ละตัว ในการหาคุณสมบัติของ $\{e_{1t}\}$ เราสามารถหาได้โดยการหาค่าคาดหมาย (expected value) ของสมการ (2.20) จะได้

$$Ee_{1t} = E(\kappa_{yt} - b_{12}\kappa_{zt})/(1 - b_{12}b_{21}) = 0 \quad (2.22)$$

ความแปรปรวน (variance) ของ $e_{1t}$ จะมีค่าเท่ากับ

$$
\begin{aligned}
Ee_{1t} &= E[(\kappa_{yt} - b_{12}\kappa_{zt})/(1 - b_{12}b_{21})]^2 \\
&= (\omega_y^2 + b_{12}^2\omega_z^2)/(1 - b_{12}b_{21})^2
\end{aligned}
\tag{2.23}
$$

จะเห็นได้ว่าความแปรปรวนของ $e_{1t}$ เป็นอิสระกับเวลา ( time-independent) autocovariance ของ $e_{1t}$ และ $e_{1t-i}$ โดยที่ i $\neq$ 0 คือ

$$
Ee_{1t}e_{1t-i} = E[(\kappa_{yt} - b_{12}\kappa_{zt})(\kappa_{yt-i} - b_{12}\kappa_{zt-i})]/(1 - b_{12}b_{21})^2 = 0 \tag{2.24}
$$

จะเห็นได้ว่า $e_{1t}$ เป็น stationary process ด้วยค่าเฉลี่ย (mean)เท่ากับศูนย์ ความแปรปรวนคงที่หรือคงตัว (constant variance) และมี autocovariances ทั้งหมดเท่ากับศูนย์ และในทำนองเดียวกันเราก็สามารถแสดงให้เห็นว่า $e_{2t}$ เป็น stationary process ด้วยค่าเฉลี่ย ( mean)เท่ากับศูนย์ ความแปรปรวนคงที่หรือคงตัว (constant variance) และมี autocovariances ทั้งหมดเท่ากับศูนย์เช่นกัน (Enders, 1995) Enders ได้ย้ำว่าจุดสำคัญที่ควรจะบันทึกไว้ก็คือ $e_{1t}$ และ $e_{2t}$ นั้นมีสหสัมพันธ์กัน โดยความแปรปรวนร่วมของทั้งพจน์ดังกล่าวสามารถหาได้ดังนี้

$$
\begin{aligned}
Ee_{1t}e_{2t} &= E[(\kappa_{yt} - b_{12}\kappa_{zt})(\kappa_{yt-i} - b_{12}\kappa_{yt})]/(1 - b_{12}b_{21})^2 \\
&= -(b_{21}\omega_y^2 + b_{12}\omega_z^2)/(1 - b_{12}b_{21})^2
\end{aligned}
\tag{2.25}
$$

โดยทั่วไปแล้วสมการ (2.25) จะมีค่าไม่เท่ากับศูนย์ ดังนั้น shocks ทั้งสองจึงมีความสัมพันธ์กัน ความสัมพันธ์ดังกล่าว สมการ (2.25) จะมีค่าเท่ากับศูนย์ก็ต่อเมื่อ $b_{12} = b_{21} = 0$ นั่นคือ ถ้าไม่มีผลกระทบในเวลาเดียวกัน ( contemporaneous effects) ของ $y_t$ ต่อ $z_t$ และ $z_t$ ต่อ $y_t$ นั่นคือ shocks ทั้งสองก็จะไม่มีความสัมพันธ์กัน

Enders ได้นิยามเมทริกซ์ความแปรปรวนความแปรปรวนร่วม ( variance-covariance matrix) ของ $e_{1t}$ และ $e_{2t}$ ดังนี้

$$
\Sigma = \begin{bmatrix} \mathrm{var}(e_{1t}) & \mathrm{cov}(e_{1t}, e_{2t}) \\ \mathrm{cov}(e_{1t}, e_{2t}) & \mathrm{var}(e_{2t}) \end{bmatrix}
$$

เนื่องจากสมาชิกทั้งหมดของ $\Sigma$ ไม่ขึ้นกับเวลา (time-independent) เราสามารถเขียน $\Sigma$ ในรูปแบบที่กระชับหรือกะทัดรัด ได้ดังนี้

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & \omega_{12} \\ \omega_{21} & \omega_2^2 \end{bmatrix}$$

โดยที่ $\mathrm{var}(e_{it}) = \omega_i^2$ และ $\omega_{12} = \omega_{21} = \mathrm{cov}(e_{1t}, e_{2t})$ (Enders, 1995, pp296-297)

**ความมีเสถียรภาพและความนิ่ง (stability and stationarity)**

ในแบบจำลอง first-order autoregressive model

$$y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$$

เงื่อนไขความมีเสถียรภาพ ( stability condition) ก็คือว่า $a_1$ จะต้องน้อยกว่า 1 ในค่าสัมบรูณ์ (absolute value) Enders กล่าวว่ามีความคล้ายกันโดยตรงระหว่างเงื่อนไขความมีเสถียรภาพนี้และเมทริกซ์ $A_1$ ในแบบจำลอง first-order VAR สมการ (2.17) และกล่าวเพิ่มเติมว่าด้วยการใช้ brute force method เพื่อหาผลเฉลยของระบบ, เราก็ iterate สมการ (2.17) ถอยหลังซึ่งจะได้

$$\begin{aligned} x_t &= A_0 + A_1(A_0 + A_1 x_{t-2} + e_{t-2}) + e_t \\ &= (I + A_1)A_0 + A_1^2 x_{t-2} + A_1 e_{t-1} + e_t \end{aligned}$$

โดยที่ $I = 2 \times 2$ เมทริกซ์เอกลักษณ์ (identity marix)
หลังจาก n iteration จะได้

$$x_t = (I + A_1 + \dots + A_1^n)A_0 + \sum_{i=0}^{n} A_1^i e_{t-i} + A_1^{n+1} x_{t-n-1}$$

ขณะที่เรา iterate backward ต่อไป เราจะพบว่า การที่จะมีการลู่เข้า ( convergence) นั้น $A_1^n$ จะต้องอันตรธานหายไป เมื่อ n เข้าใกล้อนันต์ ( infinity) ดังที่ Enders ได้แสดงไว้ดังข้างล่างความมีเสถียรภาพนั้นต้องมีว่าราก ( roots) ของ $(1 - a_{11}L)(1 - a_{22}L) - (a_{12}a_{21}L^2)$ อยู่นอกวงกลมหน่วย (unit circle) (สำหรับเงื่อนไขความมีเสถียรภาพสำหรับระบบที่เป็น higher-order นั้น โปรดดูจากภาคผนวก 6 ของ Enders) ในขณะนี้สมมุติว่าเงื่อนไขความมีเสถียรภาพเป็นจริงเราก็สามารถเขียน particular solution สำหรับ $x_t$ ได้ดังนี้

$$x_t \quad | \quad \sigma 2 \underset{i|\,0}{\overset{\leftarrow}{\text{——}}} A_1^i e_{t4i} \qquad (2.26)$$

โดยที่ $\sigma |$ Ψ$\bar{y}\ \bar{z}$β$^{\Re}$

และ $\bar{y} |$ Ψ$_{10}(1\,4\,a_{22})\,2\,a_{12}a_{20}$β$/ \div$

$\bar{z} |$ Ψ$_{20}(1\,4\,a_{11})\,2\,a_{21}a_{10}$β$/ \div$

$\div\, |\ (1\,4\,a_{11})(1\,4\,a_{22})\,4\,a_{12}a_{21}$

หาค่าคาดหมาย ( expected value) ของสมการ (2.26) ค่าเฉลี่ยแบบไม่มีเงื่อนไข (unconditional mean of $x_t$ ) ก็คือ $\sigma$ เพราะฉะนั้นค่าเฉลี่ยแบบไม่มีเงื่อนไขของ $y_t$ และ $z_t$ ก็คือ $\bar{y}$ และ $\bar{z}$ ตามลำดับ สำหรับความแปรปรวนและความแปรปรวนร่วมของ $y_t$ และ $z_t$ สามารถหาได้ดังนี้ในขั้นแรกสร้างเมทริกซ์ความแปรปรวน ความแปรปรวนร่วม ( variance-covariance matrix) ดังนี้

$$f(x_t\ 4\ \sigma)^2 \quad | \quad f\left(\underset{i|\,0}{\overset{\leftarrow}{\text{——}}} A_1^i e_{t4i}\right\}$$

และเราทราบว่า

$$f e_t^2 \quad | \quad f\left(\frac{e_{1t}}{e_{2t}}\right\}\Psi_{1t} \quad e_{2t}\,\beta$$

และเนื่องจาก $f e_t e_{t41}\ |\ 0$ สำหรับ $i \prod 0$ เราจะได้ว่า

$$f(x_t\ 4\ \sigma)^2 \quad | \quad (I\ 4\ A_1^2\ 2\ A_1^4\ 2\ A_1^6\ 2\ \ldots)\text{O}$$
$$| \quad (I\ 4\ A_1^2)^{41}\text{O}$$

โดยที่เราสมมุติว่าเงื่อนไขความมีเสถียรภาพเป็นจริง ดังนั้น $A_1^n$ จะเข้าใกล้ศูนย์ในขณะที่ n เข้าใกล้อนันต์ (infinity)

ถ้าเราสามารถจะสรุปจากเงื่อนไขแรกเริ่ม ( initial condition) $\{y_t\}$ และ $\{z_t\}$ ลำดับ (sequences) จะมีลักษณะนิ่งทางความแปรปรวนร่วมร่วมกัน ( jointly covariance stationary) ถ้าเงื่อนไขความมีเสถียรภาพเป็นจริง แต่ละลำดับ ( sequence) จะมีค่าเฉลี่ย (mean) ที่ไม่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลาและเป็นอันตะ ( finite and time-invariant mean) และมีค่าความแปรปรวนที่ไม่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลาและอันตะ ( finite and time-invariant variance) เช่นกัน ถ้าเราจะพิจารณาอีกทางหนึ่งเกี่ยวกับเงื่อนไขความมีเสถียรภาพ (stability condition) เราจะใช้ lag operators ในการเขียนแบบจำลอง VAR สมการ (2.18) และ (2.19) ใหม่ ดังนี้

$$y_t = a_{10} + a_{11}Ly_t + a_{12}Lz_t + e_{1t}$$
$$z_t = a_{20} + a_{21}Ly_t + a_{22}Lz_t + e_{2t}$$

หรือ

$$(1 - a_{11}L)y_t = a_{10} + a_{12}Lz_t + e_{1t}$$
$$(1 - a_{22}L)z_t = a_{20} + a_{21}Ly_t + e_{2t}$$

ถ้าเราใช้สมการสุดท้ายในการหาค่า $z_t$ เราจะได้ว่า

$$Lz_t = L(a_{20} + a_{21}Ly_t + e_{21})/(1 - a_{22}L)$$

ดังนั้น

$$(1 - a_{11}L)y_t = a_{10} + a_{12}L\{(a_{20} + a_{21}Ly_t + e_{2t})/(1 - a_{22}L)\} + e_{1t}$$

โปรดสังเกตว่าเราได้แปลง (transform) the first-order VAR ใน $\{y_t\}$ และ $\{z_t\}$ sequences ไปสู่ second-order stochastic difference equation ใน $\{y_t\}$ sequence และ หาค่าของ $y_t$ เราจะได้

$$y_t = \frac{a_{10}(1 - a_{22}) + a_{12}a_{20} + (1 - a_{22}L)e_{1t} + a_{12}e_{2t-1}}{(1 - a_{11}L)(1 - a_{22}L) - a_{12}a_{21}L^2} \qquad (2.27)$$

ในทำนองเดียวกันเราสามารถหาผลเฉลยสำหรับ $z_t$ ได้ดังนี้

$$z_t \quad | \quad \frac{a_{20}(1\,4\,a_{11})\,2\,a_{21}a_{10}\,2\,(1\,4\,a_{11}L)e_{2t}\,2\,a_{21}e_{1t41}}{(1\,4\,a_{11}L)(1\,4\,a_{22}L)\,4\,a_{12}a_{21}L^2} \qquad (2.28)$$

ทั้งสมการ (2.27) และ (2.28) มีสมการลักษณะเฉพาะ ( characteristic equation) นั่นคือ ถ้าจะมีการลู่เข้า ( convergence) เราจะต้องมีเงื่อนไข ว่าราก ( roots) ของพหุนาม ( polynomial) $(1\,4\,a_{11}L)(1\,4\,a_{22}L)\,4\,a_{12}a_{21}L^2$ จะต้องอยู่ข้างนอกวงกลมหน่วย (unit circle)

ใน second-order difference equation ราก (roots) อาจจะมีลักษณะจริง ( real) หรือเชิงซ้อน (complex) โปรดสังเกตว่าทั้ง $y_t$ และ $z_t$ มีสมการเฉพาะ ( characteristic equation) เหมือนกัน (ตราบเท่าที่ทั้ง $a_{12}$ และ $a_{21}$ ไม่เท่ากับศูนย์ ผลเฉลยสำหรับสองลำดับ ( sequences) จะมี characteristic roots เหมือนกัน) ดังนั้น $y_t$ และ $z_t$ จะมี time path ที่คล้ายกัน

**การประมาณค่า (estimation) และ identification**

วัตถุประสงค์สูงสุดของการทำการทำนายระยะสั้นในแม่นยำสามารถที่จะทำได้ดีที่สุดก็โดยการขจัดค่าประมาณของพารามิเตอร์ที่ไม่สำคัญทิ้งไปจากแบบจำลองข้อวิจารณ์ของ Sims (1990) เกี่ยวกับ “incredible identification restrictions” ที่มีอยู่ในตัวของ structural models ได้กล่าวว่ามีกลยุทธ์ในการประมาณค่าทางเลือกอีกวิธีหนึ่ง จากสมการ (2.17) เราสามารถเขียนในกรณีทั่วไปได้ดังนี้

$$x_t \quad | \quad A_0\,2\,A_1x_{t41}\,2\,A_2x_{t42}\,2\ldots A_px_{t4p}\,2\,e_t \qquad (2.29)$$

โดยที่ $x_t$ = n×1 เวกเตอร์ซึ่งประกอบไปด้วยตัวแปร n ตัวใน VAR

$A_0$ = n×1 เวกเตอร์ของเทอมตัดแกน (intercept terms)

$A_i$ = n×1 เมทริกซ์ของสัมประสิทธิ์

และ $e_i$ = n×1 เวกเตอร์ของพจน์คลาดเคลื่อน (error terms)

วิธีการของ Sims นำมาซึ่งมากกว่าการหาตัวแปรที่เหมาะสมที่จะรวมเข้าไปอยู่ใน VARและการหา lag length ที่เหมาะสมเล็กน้อย ตัวแปรที่จะถูกรวมเข้าไปใน VAR ถูกเลือกตามแบบจำลองทางเศรษฐศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง การทดสอบ lag length จะเป็นการเลือก lag length ที่เหมาะสม ทั้งนี้เพื่อลดจำนวนของพารามิเตอร์ที่จะประมาณค่าให้ลดลง

เมทริกซ์ $A_0$ จะมีพจน์ตัดแกน (intercept terms) อยู่ n ตัว และเมทริกซ์ $A_i$ แต่ละเมทริกซ์จะมีสัมประสิทธ์อยู่ $n^2$ ตัว เพราะฉะนั้นสัมประสิทธิ์ที่จะต้องประมาณค่าจะมีทั้งหมดรวมกันเท่ากับ $n$ 2 $pn^2$ เทอม และอย่างไม่ต้องสงสัย VAR อาจจะมีพารามิเตอร์มากเกินไปก็ได้ ถ้าหากพบว่าค่าประมาณของสัมประสิทธิ์จำนวนไม่น้อยสามารถที่จะเอาออกไปจากแบบจำลองได้ด้วยความเหมาะสม

อย่างไรก็ตามเป้าหมายของเราก็คือ การหาความสัมพันธ์ระหว่างกันที่สำคัญระหว่างตัวแปรต่างๆ และไม่ได้เป็นการพยากรณ์ระยะสั้น การใส่ข้อจำกัดที่เรียกว่า zero restrictions อาจจะทำให้เราสูญเสียข้อมูลที่สำคัญไป ยิ่งกว่านั้นตัวถดถอยต่างๆ น่าจะมีลักษณะ highly collinear ดังนั้น การใช้ t-tests สำหรับแต่ละสัมประสิทธิ์อาจจะไม่ตัวชี้แนะที่น่าไว้ใจได้ในการที่จะลดจำนวนพารามิเตอร์ของแบบจำลอง

โปรดสังเกตว่าทางขวามือของสมการ (2.29) มีแต่ตัวแปรที่ถูกกำหนดมาก่อน (predeterminedvariables) เท่านั้น และพจน์ความคลาดเคลื่อน ( error terms) ได้ถูกสมมุติว่าเป็น serially uncorrelated ด้วยความแปรปรวนคงที่หรือคงตัว ( constant) ดังนั้น แต่ละสมการในระบบสมการดังกล่าวสามารถที่จะประมาณค่าได้โดยใช้ OLS และยิ่งกว่านั้นค่าประมาณ OLS (OLS estimates) ยังมีลักษณะคล้องจอง ( consistent) และมีประสิทธิภาพเชิงเส้นกำกับ ( asymptotically efficient) แม้ว่าความคลาดเคลื่อนข้ามสมการจะมีความสัมพันธ์กัน และ seemingly unrelated regression (SUR) ก็จะไม่ช่วยเพิ่มประสิทธิ์ภาพของการประมาณค่าแต่ประการใด ทั้งนี้เพราะว่าการถดถอยของทุกสมการจะมีตัวแปรทางขวามือเหมือนกันทุกประการ (identical)

ประเด็นที่ว่าตัวแปรใน VAR จำเป็นที่จะต้องมีลักษณะนิ่ง (stationary) ยังคงอยู่ Sims และคนอื่นๆ เช่น Watson (1988) ได้แนะนำไม่ให้ใช้ differencing แม้ว่าตัวแปรในแบบจำลองจะมี a unit root ท่านเหล่านี้ได้แย้งว่าเป้าหมายของการวิเคราะห์ VAR ก็คือ การหาความสัมพันธ์ระหว่างกันของตัวแปรไม่ใช่ค่าประมาณของพารามิเตอร์ ข้อแย้งหลักที่ไม่ให้ใช้ differencing ก็คือว่า การทำ differencing เป็นการทิ้งข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนไปด้วยกัน (comovement) ของข้อมูล (data) (เช่น ความเป็นไปได้ของความสัมพันธ์แบบ cointegrating) ในทำนองเดียวกันก็จะมีการแย้งว่าข้อมูล (data) ไม่จำเป็นต้องเอาแนวโน้มออก (detrended) ใน VAR ตัวแปรที่แสดงแนวโน้มจะถูกประมาณการ(approximated) อย่างดีโดย a unit root บวก drift อย่างไรก็ตามทัศนะส่วนใหญ่ก็คือว่า รูปแบบ (form) ของตัวแปรใน VAR ควรจะจำลอง (minic) กระบวนการสร้างข้อมูลที่ถูกต้อง (true data-generating process) สิ่งนี้เป็นสิ่งที่ถูกต้องอย่างยิ่ง ถ้าจุดประสงค์คือการประมาณค่า structural model อย่างไรก็ตามเราจะพิจารณากรณีนี้อีกครั้งในโอกาสต่อไป แต่สำหรับตอนนี้เราจะสมมุติว่าตัวแปรทั้งหมดมีลักษณะนิ่ง (stationary) (Enders, 1995)

**Identification**

เพื่อให้เข้าใจง่ายถึงวิธีการ identification เราจะใช้ตัวอย่างในสมการ ( 3.35) และ (3.36) ซึ่งเป็น structural first-order VAR ที่มี 2 ตัวแปร เราไม่สามารถประมาณค่าสมการทั้งสองได้โดยตรง ทั้งนี้เพราะมีผลกระทบย้อนกลับ ( feedback) อยู่ในระบบสมการดังกล่าวทั้งสองสมการ เหตุผลคือ $z_t$ นั้นมีความสัมพันธ์กับพจน์ความคลาดเคลื่อน (error term) $\kappa_{yt}$ และ $y_t$ มีความสัมพันธ์กับเทอมความคลาดเคลื่อน (error term) $\kappa_{zt}$ เทคนิคการประมาณค่ามาตรฐานจะต้องมีเงื่อนไขว่าตัวถดถอย (regressors) จะต้องไม่มีความสัมพันธ์กับพจน์ความคลาดเคลื่อน ( error term) (Enders, 1995) Enders ได้กล่าวว่าไม่มีปัญหาดังกล่าวในการประมาณค่าระบบสมการ VAR ในรูปแบบมาตรฐาน (standard form) ซึ่งคือรูปแบบสมการ (2.18) และ (2.19) วิธีการ OLS สามารถประมาณค่าสมาชิก 2 ตัวของ $A_0$ และ 4 ตัวของ $A_1$ ยิ่งกว่านั้นส่วนที่เหลือหรือส่วนตกค้าง (residuals) จากการถดถอยทั้งสองสมการสามารถทำให้เราคำนวณค่าประมาณของความแปรปรวน ( variance) ของ $e_{1t}$ และ $e_{2t}$ และของความแปรปรวนร่วม ( covariance) ระหว่าง $e_{1t}$ และ $e_{2t}$ ประเด็นก็คือว่าเป็นไปได้หรือไม่มีจะนำเอาข้อมูลทั้งหมดที่อยู่ในระบบดั้งเดิม ( primitive system) จากระบบสมการ (2.15) และ (2.16) ที่ได้ประมาณค่าไว้กลับคืนมา หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งก็คือว่า primitive form นั้น identifiable หรือไม่ โดยกำหนดค่าประมาณ OLS (OLS estimates) ของแบบจำลอง VAR ในรูปแบบของสมการ (2.18) และ (2.19) มาให้

คำตอบสำหรับคำถามนี้ก็คือ “ไม่ นอกเสียจากว่าเราเต็มใจที่จะใส่ข้อจำกัดอย่างเหมาะสมเข้าไปใน primitive system” เหตุผลนั้นชัดเจนถ้าเราเปรียบเทียบจำนวนของพารามิเตอร์ใน structural VAR กับจำนวนของพารามิเตอร์ที่นำกลับคืนมาจาก standard form VAR model การประมาณค่าสมการ (2.18) และ (2.19) จะให้ค่าประมาณของสัมประสิทธิ์ 6 ค่า (ซึ่งคือ $a_{10}$, $a_{20}$, $a_{11}$, $a_{12}$, $a_{21}$ และ $a_{22}$) และ ค่าของ var $(e_{1t})$, var $(e_{2t})$ และ cov $(e_{1t}, e_{2t})$ อย่างไรก็ตาม primitive system ซึ่งคือ สมการ (2.15) และ (2.16) มีพารามิเตอร์ 10 ตัว นอกจากสัมประสิทธิ์ค่าตัดแกน (intercept coefficients) สองตัวซึ่งคือ $b_{10}$ และ $b_{20}$ สัมประสิทธิ์อัตถดถอย ( autoregressive coefficients) 4 ตัว ซึ่งคือ $\nu_{11}$, $\nu_{12}$, $\nu_{21}$ และ $\nu_{22}$ และสัมประสิทธิ์ผลกระทบย้อนกลับ ( feedback coefficients) อีก 2 ตัว คือ $b_{12}$ และ $b_{21}$ แล้ว ยังมีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 2 ตัวคือ $\omega_y$ และ $\omega_z$ รวมแล้วเป็น 10 ตัว โดยสรุปแล้ว primitive system จะมีพารามิเตอร์ 10 ตัว ในขณะที่ VAR มีพารามิเตอร์เพียง 9 ตัว เท่านั้น นอกเสียจากว่าเราจะใส่ข้อจำกัด 1 ข้อจำกัดของพารามิเตอร์เข้าไปมิฉะนั้นเป็นไปไม่ได้ที่เราจะ identify primitive system ซึ่งจะเรียกสมการ (2.15) และ (2.16) ว่า underidentified แต่ถ้า primitive system ซึ่งคือ สมการ (2.15) และ (2.16) ถูกใส่ข้อจำกัดเท่ากับ 1

ข้อจำกัด primitive system จะมีลักษณะ exactly identified และถ้าพารามิเตอร์มากกว่า 1 ตัว ถูกใส่ข้อจำกัด primitive system จะมีลักษณะoveridentified

วิธีหนึ่งที่จะ identify แบบจำลองก็คือ การใช้ระบบเวียนเกิด ( recursive system) ซึ่งเสนอโดยSims (1990) สมมุติว่าเรามีความเต็มใจที่จะใส่ข้อจำกัด 1 ข้อ ใน primitive system ซึ่งจะทำให้สัมประสิทธิ์ $b_{21}$ | 0 เพราะฉะนั้นจากสมการ (2.15) และ (2.16) และจากการใส่ข้อจำกัด $b_{21}$ | 0 จะได้

$$y_t \;|\; b_{10} \,4\, b_{12} z_t \,2\, \nu_{11} y_{t41} \,2\, \nu_{12} z_{t41} \,2\, \kappa_{yt} \tag{2.30}$$

$$z_t \;|\; b_{20} \,4\, \nu_{21} y_{t41} \,2\, \nu_{22} z_{t41} \,2\, \kappa_{zt} \tag{2.31}$$

กำหนดข้อจำกัดดังกล่าวมาให้ (ซึ่งอาจจะมาจากแบบจำลองทางเศรษฐศาสตร์เป็นการเฉพาะก็ได้) เราจะเห็นได้อย่างชัดเจนว่า $z_t$ จะมีผลกระทบเวลาเดียวกัน ( contemporaneous) ต่อ $y_t$ แต่ $y_t$ ในคาบที่แล้วจึงจะมีผลกระทบต่อ ″$z_t$€sequence ในคาบนี้

การใส่ข้อจำกัด $b_{21}$ | 0 หมายความว่า $B^{41}$ จะมีลักษณะดังนี้

$$B^{41} \;|\; \begin{pmatrix} 1 & 4\, b_{12} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

ในตอนนี้เราจะเอา $B^{41}$ เมทริกซ์ใหม่ที่ใส่ข้อจำกัด ( restriction) เข้าไปแล้วคูณข้างหน้า primitive system จะได้

$$\begin{pmatrix} y_t \\ z_t \end{pmatrix} \;|\; \begin{pmatrix} 1 & 4\, b_{12} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} b_{10} \\ b_{20} \end{pmatrix} 2 \begin{pmatrix} 1 & 4\, b_{12} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \nu_{11} & \nu_{12} \\ \nu_{21} & \nu_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y_{t41} \\ z_{t41} \end{pmatrix} 2 \begin{pmatrix} 1 & 4\, b_{12} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \kappa_{yt} \\ \kappa_{zt} \end{pmatrix}$$

หรือ

$$\begin{pmatrix} y_t \\ z_t \end{pmatrix} \;|\; \begin{pmatrix} b_{10} \,4\, b_{12} b_{20} \\ b_{20} \end{pmatrix} 2 \begin{pmatrix} \nu_{11} \,4\, b_{12} \nu_{21} & \nu_{12} \,4\, b_{12} \nu_{22} \\ \nu_{21} & \nu_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y_{t41} \\ z_{t41} \end{pmatrix} 2 \begin{pmatrix} \kappa_{yt} \,4\, b_{12} \kappa_{zt} \\ \kappa_{zt} \end{pmatrix} \tag{2.32}$$

ประมาณค่าระบบสมการดังกล่าวนี้ด้วยวิธี OLS จะได้ค่าประมาณพารามิเตอร์ทางทฤษฎี (theoretical parameter estimates)

$$y_t \;\; | \;\; a_{10}\, 2\, a_{11} y_{t41}\, 2\, a_{12} z_{t41}\, 2\, e_{1t}$$
$$z_t \;\; | \;\; a_{20}\, 2\, a_{21} y_{t41}\, 2\, a_{22} z_{t41}\, 2\, e_{2t}$$

โดยที่ $a_{10} \;|\; b_{10}\, 4\, b_{12} b_{20}$

$a_{11} \;|\; \nu_{11}\, 4\, b_{12} \nu_{21}$

$a_{12} \;|\; \nu_{12}\, 4\, b_{12} \nu_{22}$

$a_{20} \;|\; b_{20}$

$a_{21} \;|\; \nu_{21}$

$a_{22} \;|\; \nu_{22}$

เนื่องจาก $e_{1t} \;|\; \kappa_{yt}\, 4\, b_{12} \kappa_{zt}$ และ $e_{2t} \;|\; \kappa_{zt}$ เราสามารถจะคำนวณพารามิเตอร์ของเมทริกซ์ความแปรปรวน-ความแปรปรวนร่วม (variance-covariance matrix) ได้ดังนี้

$$\text{var}\,(e_1) \;|\; \omega_y^2\, 2\, b_{12}^2 \omega_z^2 \tag{2.39a}$$
$$\text{var}\,(e_1) \;|\; \omega_z^2 \tag{2.39b}$$
$$\text{cov}\,(e_1, e_2) \;|\; 4\, b_{12} \omega_z^2 \tag{2.39c}$$

จะเห็นได้ว่าเรามี 9 สมการและมีตัวไม่ทราบค่าจาก primitive system 9 ค่า เช่นกัน เราก็จะสามารถหาค่า $b_{10}, b_{12}, \nu_{11}, \nu_{12}, b_{20}, \nu_{21}, \nu_{22}, \omega_y^2$ และ $\omega_z^2$ ได้

และโปรดสังเกตว่าค่าประมาณ (estimates ของ ″$\kappa_{yt}$€ และ ″$\kappa_{zt}$€sequences เราก็สามารถที่จะคำนวณได้เช่นเดียวกัน ส่วนตกค้างหรือส่วนที่เหลือ ( residuals) จากสมการที่สองนั่นคือ ″$e_{2t}$€ sequence ก็คือค่าประมาณ ( estimates) ของ ″$\kappa_{zt}$€ sequences และเราก็ทราบว่า $e_{1t} \;|\; \kappa_{yt}\, 4\, b_{12} \kappa_{zt}$ เพราะฉะนั้นเราก็สามารถหาค่าประมาณของ ″$\kappa_{zt}$€ sequence ได้

ในสมการ (15) ข้อสมมุติ (ข้อจำกัด) $b_{21} \;|\; 0$ หมายความว่า $y_t$ ไม่ได้มีผลกระทบในเวลาเดียวกัน (contemporaneous effect) ต่อ $z_t$ ในสมการที่ (2.32) ข้อจำกัดดังกล่าวได้แสดงออกมาว่าทั้ง $\kappa_{yt}$ และ $\kappa_{zt}$ shocks กระทบต่อค่าของ $y_t$ ในเวลาเดียวกัน แต่ $\kappa_{zt}$ shocks เท่านั้นที่กระทบต่อของ $z_t$ ในเวลาเดียวกัน ค่าที่สังเกตได้ของ $e_{2t}$ นั้นเป็นผลของ pure shocks ต่อ ″$z_t$€sequence การแยกส่วนที่เหลือหรือส่วนตกค้าง (residuals) ในลักษณะสามสิ่งหรือสามด้านเช่นนี้ เรียกว่า Choleski decomposition (Enders, 1995)

**การวิเคราะห์ Impulse Response Function**

ถ้า autoregression มี moving average อยู่เราก็สามารถเขียน vector moving average (VMA) ตามข้อเท็จจริงแล้วสมการ (2.26) ก็คือ ตัวแทน VMA (VMA representation) ของสมการ (2.17) ในลักษณะที่ว่าตัวแปร (นั่นคือ $y_t$ และ $z_t$ ) ถูกเขียนในรูปของค่าในปัจจุบันและในอดีตของ shocks ทั้งสองชนิดนั่นคือ $e_{1t}$ และ $e_{2t}$ นั่นเอง VMA representation นี้เป็นลักษณะเฉพาะที่สำคัญของระเบียบวิธีของ Sims ในลักษณะที่ว่ามันทำให้เราหา time path ของ shocks ต่างๆ ที่มีต่อตัวแปรที่อยู่ในระบบ VAR และเพื่อทำให้การอธิบายเข้าในง่ายขึ้น เราจะใช้ตัวอย่างเดิมที่มี 2 ตัวแปร และเป็นแบบจำลองแบบ first-order ในการอธิบาย โดยเริ่มต้นจากการเขียนสมการ (2.18) และ (2.19) ในรูปแบบของเมทริกซ์ซึ่งจะได้

$$\begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{10} \\ a_{20} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ z_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

และใช้สมการ (2.26) จะได้

$$\begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y} \\ \bar{z} \end{bmatrix} + \sum_{i=0}^{\infty} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^i \begin{bmatrix} e_{1t-i} \\ e_{2t-i} \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

จากสมการที่ (2.34) เราเขียน $y_t$ และ $z_t$ ในรูปของ $\{e_{1t}\}$ และ $\{e_{2t}\}$ ตามลำดับ อย่างไรก็ตามจะเป็นการดีในรายละเอียดที่เราจะเขียนสมการ (2.34) ในรูปของ $\{\varepsilon_{yt}\}$ และ $\{\varepsilon_{zt}\}$ ตามลำดับ

จากสมการ (2.20) และ (2.21)สามารถเขียนเวคเตอร์ของ ความคลาดคลาดเคลื่อน ( vector of error ) ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \end{bmatrix} = \frac{1}{1-b_{12}b_{21}} \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} \\ -b_{21} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{yt} \\ \varepsilon_{zt} \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

แทนค่าสมการ (2.35) ลงในสมการ (2.24) จะได้

$$\begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y}_t \\ \bar{z}_t \end{bmatrix} + \frac{1}{1-b_{12}b_{21}} \sum_{i=0}^{\infty} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^i \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} \\ -b_{21} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_{yt-i} \\ \kappa_{zt-i} \end{bmatrix}$$

เพื่อให้เกิดความกะทัดรัดในการใช้สัญลักษณ์ เราจะนิยาม 2 ×2 เมทริกซ์ (matrix) $\lambda_i$ ด้วยสมาชิก $\lambda_{jk}(i)$ ดังนี้

$$\lambda_i = \frac{A_1^i}{1-b_{12}b_{21}} \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} \\ -b_{21} & 1 \end{bmatrix}$$

ดังนั้น moving average representation ของสมการ (2.33) และ (2.34) สามารถเขียนในพจน์ของ $\{\kappa_{yt}\}$ และ $\{\kappa_{zt}\}$ ตามลำดับ ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y}_t \\ \bar{z}_t \end{bmatrix} + \sum_{i=0}^{\infty} \begin{bmatrix} \lambda_{11}(i) & \lambda_{12}(i) \\ \lambda_{21}(i) & \lambda_{22}(i) \end{bmatrix}^i \begin{bmatrix} \kappa_{yt-i} \\ \kappa_{zt-i} \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

หรือเขียนให้กะทัดรัดกว่านี้จะได้

$$x_t = \sigma + \sum_{i=0}^{\infty} \lambda_i \kappa_{t-i} \quad (2.37)$$

moving average representation เป็นเครื่องมือที่เป็นประโยชน์มากที่จะตรวจสอบปฏิกิริยาระหว่างกันระหว่าง $\{y_t\}$ และ $\{z_t\}$ ตามลำดับ สัมประสิทธิ์ $\lambda_i$ สามารถที่จะใช้เพื่อที่จะสร้างผลกระทบของ $\kappa_{yt}$ และ $\kappa_{zt}$ shocks ต่อ time path ทั้งหมดของ $\{y_t\}$ และ $\{z_t\}$ sequences ถ้าเราเข้าใจสัญลักษณ์ เราจ ะเห็นได้ชัดเจนว่า สมาชิกทั้ง 4 ซึ่งคือ $\lambda_{jk}(0)$ ก็คือ ตัวคูณผลกระทบ ( impact multipliers) นั่นเอง ยกตัวอย่างเช่น สัมประสิทธิ์ $\lambda_{12}(0)$ ก็คือ ผลกระทบที่เกิดขึ้นทันทีทันใดของการเปลี่ยนแปลงใน $\kappa_{zt}$ หนึ่งหน่วยที่มีต่อ $y_t$ ในลักษณะเดียวกัน สมาชิก $\lambda_{11}(1)$ และ $\lambda_{12}(1)$ ก็คือผลตอบสนอง (response) 1คาบเวลา ของการเปลี่ยนแปลงหนึ่งหน่วยใน $\kappa_{yt-1}$ และ $\kappa_{zt-1}$ ต่อ $y_t$ ตามลำดับ และถ้าเราเพิ่มเวลาขึ้นอีก 1 คาบเวลา ก็หมายความว่า $\lambda_{11}(1)$ และ $\lambda_{12}(1)$ ก็จะเป็นผลกระทบของการเปลี่ยนแปลง 1 หน่วยใน $\kappa_{yt}$ และ $\kappa_{zt}$ ต่อ $y_{t+1}$ (Enders, 1995)

โปรดสังเกตว่าเราใช้คำว่า shocks บ่อยมาก อันที่จริงแล้ว Gujarati (2003) กล่าวว่า stochastic error terms นั้นในภาษา VAR เราจะเรียกว่า shocks, impulses หรือ innovations

ผลกระทบสะสม (accumulated effects) ของ unit impulses ใน $\varepsilon_{yt}$ และหรือ $\varepsilon_{zt}$ สามารถหาได้จากผลบวกที่เหมาะสมของสัมประสิทธิ์ของ impulse response functions ยกตัวอย่างเช่น หลังจาก n คาบเวลา ผลกระทบของ $\varepsilon_{zt}$ ต่อค่าของ $y_{t+n}$ ก็คือ $\lambda_{12}(n)$ ดังนั้นหลังจาก n คาบเวลา ผลบวกสะสมของผลกระทบของ $\varepsilon_{zt}$ ต่อ $\{y_t\}$ sequence ก็คือ

$$\sum_{i=0}^{n} \lambda_{12}(i)$$

ถ้าให้ n เข้าใกล้อนันต์ (infinity) เราจะได้ตัว multiplier ระยะยาว (long-run multiplier) เนื่องจากเราสมมุติว่า $\{y_t\}$ และ $\{z_t\}$ sequences มีลักษณะนิ่ง (stationary) เราจะได้ว่า

$$\sum_{i=0}^{n} \lambda_{jk}^{2}(i)$$ มีลักษณะอันตะ (finite) สำหรับทุกค่าของ j และ k

4 เซตของสัมประสิทธิ์ $\lambda_{11}(i)$, $\lambda_{12}(i)$, $\lambda_{21}(i)$ และ $\lambda_{22}(i)$ เรียกว่า impulse response functions พล็อต impulse response functions (นั่นคือ พล็อตสัมประสิทธิ์ $\lambda_{jk}(i)$ กับ i) เป็นวิธีทางปฏิบัติที่จะเห็น (เป็นตัวแทน) พฤติกรรมของอนุกรม $\{y_t\}$ และ $\{z_t\}$ ในการตอบสนองต่อ shocks ต่างๆ ในทางปฏิบัติแล้วอาจเป็นไปได้ที่เราจะทราบทุกค่าของพารามิเตอร์ของ primitive system (3) และ (4) และด้วยองค์ความรู้ดังกล่าวก็เป็นไปได้ที่จะหา time path ของผลกระทบของ pure $\varepsilon_{yt}$ หรือ $\varepsilon_{zt}$ shocks ได้ อย่างไรก็ตาม Enders (1995) กล่าวว่า วิธีการนี้ไม่มีสำหรับนักวิจัยเนื่องจาก VAR ที่ถูกประมาณค่านั้นมีลักษณะ under identified (ดังที่ได้อธิบายมาแล้วข้างต้น) ดังนั้น นักเศรษฐมิติจึงต้องใส่ข้อจำกัดเพิ่มขึ้นไปอีก 1 ข้อจำกัด ในกรณี VAR system ที่มี 2 ตัวแปร เพื่อที่จะ identify the impulse responses ได้

ข้อจำกัดสำหรับ identification ที่เป็นไปได้ข้อหนึ่งก็คือ การใช้ Choleski decomposition Enders ยกตัวอย่างว่า มีความเป็นไปได้ที่เราจะใส่ข้อจำกัดเข้าไปในระบบในลักษณะที่ว่าค่าของ $y_t$ ที่เกิดขึ้นในเวลาเดียวกันจะไม่มีผลกระทบในเวลาเดียวกันต่อ $z_t$ ซึ่งในทางคณิตศาสตร์แล้วข้อจำกัดนี้ก็คือ การให้ $b_{21} = 0$ ใน primitive system นั่นเอง ในเทอมของสมการ (2.35) พจน์ความคลาดเคลื่อนสามารถแตกย่อยออกมาได้มาได้นี้

$$e_{1t} \quad | \quad \kappa_{yt}\ 4\ b_{12}\,\kappa_{zt} \qquad (2.38)$$

$$e_{2t} \quad | \quad \kappa_{zt} \qquad (2.37)$$

ดังนั้นถ้าเราใช้สมการ (2.37) ความคลาดเคลื่อน (errors) ที่เราสังเกตได้ทั้งหมดจาก $''e_{2t}$€sequence ก็จะเป็นผลมาจาก $\kappa_{zt}$ shocks กำหนด $''\kappa_{2t}$€sequence ที่คำนวณมาแล้วมาให้องค์ความรู้ของค่าของ $''e_{1t}$€sequence และสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (correlation coefficient) ระหว่าง $e_{1t}$ และ $e_{2t}$ จะทำให้เราสามารถคำนวณหาค่าของ $''\kappa_{yt}$€ sequence ได้โดยใช้สมการ (2.38) แม้ว่า Choleski decomposition นี้ จะบังคับระบบดังกล่าวในลักษณะที่ว่า $\kappa_{yt}$ shock ไม่มีผลกระทบโดยตรงต่อ $z_t$ แต่ก็จะมีผลกระทบโดยทางอ้อมในลักษณะที่ว่าค่าล่าหรือค่าล้าหลัง ( lagged values) ของ $y_t$ มีผลกระทบต่อค่าของ $z_t$ จุดสำคัญก็คือว่า การแบ่งย่อยดังกล่าวได้บังคับให้มีความไม่สมมาตร (asymmetry) อย่างสำคัญ (ที่เป็นไปได้) ในระบบเนื่องจาก $\kappa_{zt}$ shock มีผลกระทบในเวลาเดียวกันต่อทั้ง $y_t$ และ $z_t$ ด้วยเหตุดังกล่าวนี้สมการ (2.38) และ (2.37) จะถูกเรียกเพื่อแสดงนัยการเรียงลำดับ (an ordering) ของตัวแปร $\kappa_{zt}$ shock จะมีผลกระทบโดยตรงต่อ $e_{1t}$ และ $e_{2t}$ แต่ $\kappa_{yt}$ จะไม่มีผลกระทบต่อ $e_{2t}$ ดังนั้น $z_t$ ก็จะมาก่อน (prior) $y_t$ (Enders, 1995)

สมมุติว่าค่าประมาณของสมการ (2.18) และ (2.19) ให้ค่า $a_{10} \mid a_{20} \mid 0$, $a_{11} \mid a_{22} \mid 0.7$และ $a_{12} \mid a_{21} \mid 0.2$ และสมมุติว่าสมาชิกของเมทริกซ์ $\Sigma$ มีลักษณะว่า $\omega_1^2 \mid \omega_2^2$ และ cov $(e_{1t}, e_{2t})$อยู่ในลักษณะที่ว่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ( correlation coefficient) ระหว่าง $e_{1t}$ และ $e_{2t}$ (ใช้สัญลักษณ์ว่า $\psi_{12}$) มีค่าเท่ากับ 0.8 ดังนั้น ความคลาดเคลื่อนที่ถูกแบ่งย่อยแล้วสามารถเขียนได้ดังนี้

$$e_{1t} \quad | \quad \kappa_{yt}\ 2\ 0.8\kappa_{zt} \qquad (2.38)$$

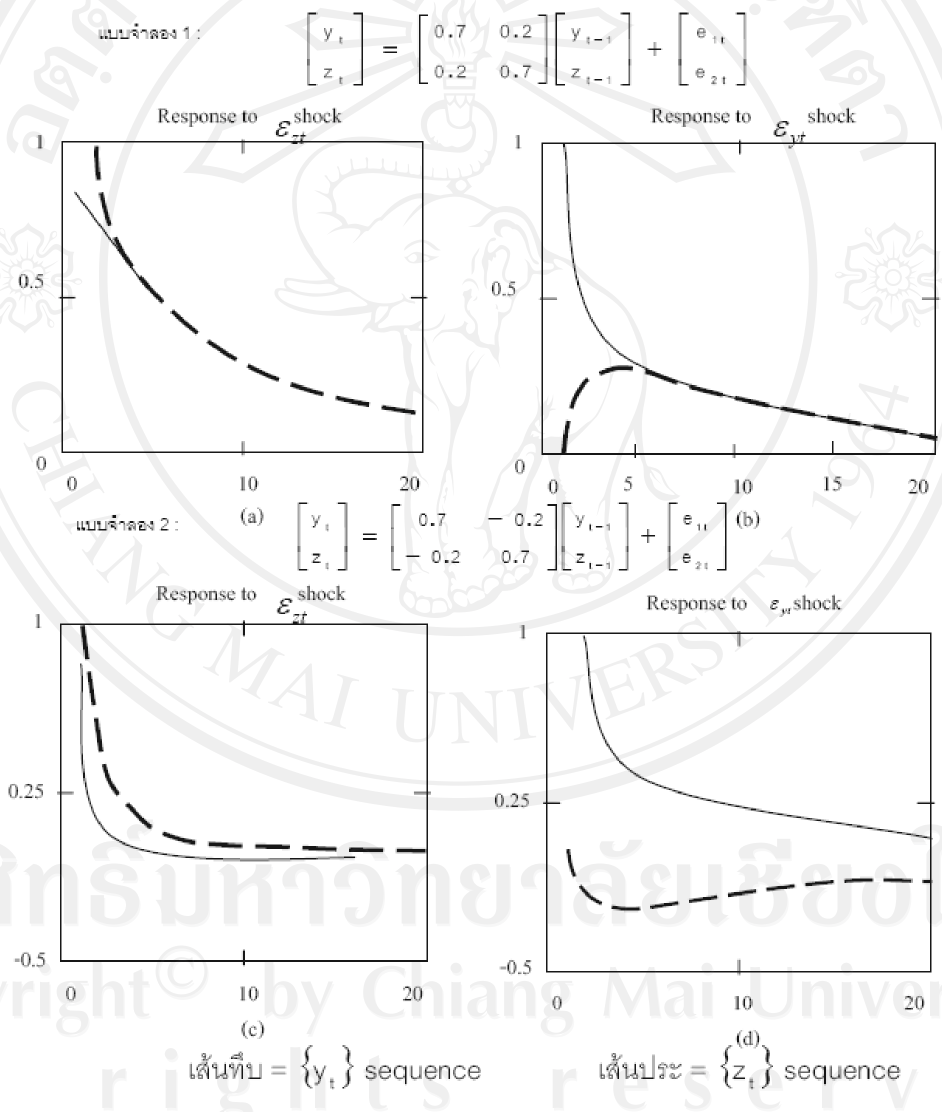
$$e_{2t} \quad | \quad \kappa_{zt} \qquad (2.39)$$

ต่อไปนี้เราจะพิจารณาว่า ถ้ามี shocks หนึ่งหน่วยไปสู่ $\kappa_{zt}$ และ $\kappa_{yt}$ จะมีผลกระทบต่อ time path ของ $''y_t$€และ $''z_t$€sequences อย่างไร จากสมการ (2.38) และ (2.39) ถ้ามี shock ใน $\kappa_{zt}$ 1 หน่วย และจากสมการ (2.39) เราจะเห็นว่า $e_{2t}$ จะเพิ่มขึ้น 1 หน่วย ซึ่งก็จะทำให้ $z_t$ เพิ่มขึ้น 1 หน่วยด้วย และจะทำให้ $y_t$ เพิ่มขึ้น 0.8 หน่วย (จากสมการ (2.38))

ในคาบเวลาต่อมา $\kappa_{zt21}$ จะกลับมาที่ศูนย์แต่ลักษณะของ autoregressive ของระบบมีลักษณ ะ ว่า $y_{t21}$ และ $z_{t21}$ จะไม่กลับไปสู่ค่าระยะยาวทันทีทันใด เนื่องจาก $z_{t21} \mid 0.2y_t\ 2\ 0.7z_t\ 2\ \kappa_{zt21}$ เราจะได้ว่า $z_{t21} \mid 0.2(0.8)\ 2\ 0.7(1) \mid 0.86$ ในทำนองเดียวกันกับ

$z_{t21}$ | $0.2y_t$ 2 $0.7z_t$ | (0.7)(0.8) 2 0.2(1) | 0.76 ซึ่งทำเช่นนี้เรื่อยๆ ไปดังจะเห็นจากรูปที่ 1 ซึ่งจะเห็นได้ว่าค่าต่อๆ มาของ ″$y_t$€และ ″$z_t$€sequences จะลู่เข้าไปสู่ระดับระยะยาวการลู่เข้า (convergence) นี้ ได้รับการรับประกันจากความมีเสถียรภาพของระบบ นั่นคือ characteristic roots ทั้งสองมีค่าเท่ากับ 0.5 และ 0.9

**รูปที่ 2.2 Impulse Respond Function**




หมายเหตุ : ในทุกกรณี $e_{1t}$ | $0.8\kappa_{zt}$ 2 $\kappa_{yt}$ และ $e_{2t}$ | $\kappa_{zt}$

ที่มา : Enders (1995, p308)

ผลกระทบของ shock 1 หน่วย ใน $\kappa_{yt}$ แสดงโดยกราฟทางขวามือ ( b) ของรูปที่ 2.2 ความไม่สมมาตร (asymmetry) ของการแบ่งย่อยสามารถจะดูได้ทันทีโดยการเปรียบเทียบ 2 กราฟบนสุด shock1 หน่วย ใน $\kappa_{yt}$ เป็นสาเหตุให้ค่าของ $y_t$ เพิ่มขึ้น 1 หน่วย อย่างไรก็ตามไม่มีผลกระทบใ น ช่วงเวลาเดียวกันต่อค่าของ $z_t$ ดังนั้น $y_t = 1$ และ $z_t = 0$ ในคาบเวลาต่อมา $\kappa_{yt21}$ จะกลับมามีค่าเป็นศูนย์ ธรรมชาติของอัตถดถอย (autoregressive) ของระบบมีลักษณะที่ทำให้ $y_{t21} | 0.7 y_t 2 0.2 z_t$ และ $z_{t21} | 0.2 y_t 2 0.7 z_t | 0.2$ จุดที่เหลืออื่นๆ ในรูปที่ 2.2 ก็คือ impulse reponse สำหรับคาบเวลา $y_{t22}$ จนกระทั่งถึง $y_{t220}$ เนื่องจากระบบมีลักษณะนิ่ง ( stationary) impulse responses ก็จะลดลงในท้ายที่สุด

Enders ได้ตั้งคำถามว่า เราสามารถจะหาผลลัพธ์ ( consequences) ของการทำให้ Choleski decomposition เป็นไปในทิศทางตรงกันข้ามในลักษณะที่ว่า $b_{12}$ (แทนที่จะเป็น $b_{21}$) ถูกจำกัดให้มีค่าเท่ากับศูนย์ได้หรือไม่ เนื่องจาก $A_1$ มีลักษณะสมมาตร (นั่นคือ $a_{11} | a_{22}$ และ $a_{12} | a_{21}$) impulse responses ของ shock ใน $\kappa_{yt}$ จะมีลักษณะคล้ายกันกับ impulse responses ในกราฟ (b) สิ่งที่แตกต่างกันก็คือ เส้นทึบจะแสดงถึง time path ของ $''z_t$€sequences และเส้นประคือ time path ของ $''y_t$€sequence

Enders ได้กล่าวว่า สิ่งสำคัญที่จะต้องบันทึกไว้ก็คือ ความสำคัญของการเรียงลำดับ (ordering) ขึ้นอยู่กับขนาด (magnitude) ของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่าง $e_{1t}$ และ $e_{2t}$ ให้ $\psi_{12}$ คือ สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ดังนั้นจะได้ว่า $\psi_{12} | \omega_{12} / \omega_1 \omega_2$ สมมุติว่าแบบจำลองที่เราประมาณค่าได้ให้ $\Sigma$ มา ในลักษณะที่ทำให้ ในกรณีนี้การเรียงลำดับ ( ordering) จะไม่มีความสำคัญเลย เมื่อ $\psi_{12} | 0$ สมการ (2.38) และ (2.39) จะกลายมาเป็น $e_{1t} | \kappa_{yt}$ และ $e_{2t} | \kappa_{zt}$ ดังนั้นถ้าไม่มีสหสัมพันธ์ข้ามสมการ ส่วนที่เหลือหรือส่วนตกค้าง ( residuals) จากสมการ $y_t$ และ $z_t$ จะมีค่าเท่ากับ shock $\kappa_{yt}$ และ shocks $\kappa_{zt}$ ตามลำดับเท่านั้น ในกรณีปลายสุดอีกข้างหนึ่ง ( other extreme) ถ้า $\psi_{12} | 1$ เราก็จะมี shock เพียงอันเดียว (single shock) ในระบบที่มีผลกระทบในเวลาเดียวกันต่อทั้งสองตัวแปร ภายใต้ข้อสมมุติ $b_{21} | 0$ สมการ (2.38) และ (2.39) จะกลายมาเป็น $e_{1t} | \kappa_{zt}$ และ $e_{2t} | \kappa_{zt}$ และถ้า $b_{12} | 0$ สมการ (2.38) และ (2.39) ก็จะกลายมาเป็น $e_{1t} | \kappa_{yt}$ และ $e_{2t} | \kappa_{yt}$ โดยปกติแล้วนักวิจัยต้องการที่จะต้องการทดสอบนัยสำคัญของ $\psi_{12}$ เช่นการใช้กฎหัวแม่มือ ( rule of thumb) หรือกฎแห่งการปฏิบัติ ถ้า $|\psi_{12}| \} 0.2$ สหสัมพันธ์ (correlation) นั้นจะถูกลงความเห็นว่ามีนัยสำคัญ ถ้า $|\psi_{12}| \} 0.2$ กระบวนการปกติก็คือ การหา impulse response function โดยใช้การเรียงลำดับเฉพาะ หลังจากนั้นให้เปรียบเทียบผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นกับ impulse function ที่ได้จากการทำให้(reversing) การเรียงลำดับเป็นไปในทิศทางตรงกันข้าม ถ้าการแจงเหตุสู่ผล (implication) มีความแตกต่างกันอย่างมาก การตรวจจอบเพิ่มเติมถึงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรเป็นสิ่งที่จะต้องทำ

**การแยกส่วนประกอบของความแปรปรวน (variance decomposition)**

ใน VAR ที่ไม่ได้ใส่ข้อจำกัดนั้นมีพารามิเตอร์มากเกินไป เพราะฉะนั้นก็จะไม่มีประโยชน์สำหรับการพยากรณ์ระยะสั้น อย่างไรก็ตาม Enders ได้กล่าวว่า การเข้าใจคุณสมบัติของความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ก็จะช่วยมากในการเปิดเผยความสัมพันธ์ระหว่างกันในหมู่ตัวแปรในระบบสมมุติว่าถ้าเราทราบสัมประสิทธิ์ของ $A_0$ และ $A_1$ และต้องการที่จะพยากรณ์ค่าต่างๆ ของ $x_{t2i}$ ภายใต้เงื่อนไขของค่าสังเกตของ $x_t$ เราจะได้ว่า

$$E_t x_{t21} = A_0 + A_1 x_t$$

ทั้งนี้เนื่องจากเรามีสมการ

$$x_{t21} = A_0 + A_1 x_t \; 2 \; e_t$$

เพราะฉะนั้น ความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์หนึ่งคาบไปข้างหน้าก็สามารถเขียนได้ดังนี้

$$x_{t21} - E_t x_{t21} = e_{t23}$$

และจาก

$$\begin{aligned} x_{t22} &= A_0 + A_1 x_{t21} \; 2 \; e_{t22} \\ &= A_0 + A_1 / A_0 \; 2 \; A_1 x_t \; 2 \; e_{t21} 0 2 \; e_{t22} \end{aligned}$$

เราจะได้

$$E_t x_{t22} = / I \; 2 \; A_1 0 A_0 \; 2 \; A_1^2 x_t$$

เพราะฉะนั้น ความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์สองคาบไปข้างหน้าสามารถเขียนได้ดังนี้

$$x_{t22} - E_t x_{t22} = e_{t22} \; 2 \; A_1 e_{t21}$$

เพราะฉะนั้น การพยากรณ์อย่างมีเงื่อนไขและความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ n คาบไปข้างหน้า สามารถเขียนได้ตามลำดับดังนี้

$$E_t x_{t+n} = (I + A_1 + A_1^2 + \ldots + A_1^{n-1})A_0 + A_1^n x_t$$

$$x_{t+n} - E_t x_{t+n} = e_{t+n} + A_1 e_{t+n-1} + A_1^2 e_{t+n-2} + \ldots + A_1^{n-1} e_{t+1}$$

เราจะเห็นได้ว่าความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์จะอยู่ในรูปของ VMA (vector moving average)

Enders กล่าวว่าแบบจำลอง VMA และ VAR ได้บรรจุสารสนเทศ (information) ชนิดเดียวกันหรือเหมือนกัน แต่จะเป็นการสะดวกที่เราจะอธิบายคุณสมบัติของความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ในรูปของ $\{\kappa_t\}$ sequence และจากสมการ (2.37) เราจะได้ว่า

$$x_{t+n} = \sigma + \sum_{i=0}^{\infty} \lambda_i \kappa_{t+n-i}$$

ดังนั้น ความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ n คาบเวลาไปข้างหน้าจะสามารถเขียนได้ดังนี้

$$x_{t+n} - E_t x_{t+n} = \sum_{i=0}^{n-1} \lambda_i \kappa_{t+n-i}$$

ถ้าเราพิจารณาเฉพาะ $\{y_t\}$ sequence เท่านั้น เราจะได้ความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ n คาบเวลาไปข้างหน้าดังนี้

$$\begin{aligned} y_{t+n} - E_t y_{t+n} = {} & \lambda_{11}(0)\kappa_{yt+n} + \lambda_{11}(1)\kappa_{yt+n-1} + \ldots + \lambda_{11}(n-1)\kappa_{yt+1} \\ & + \lambda_{12}(0)\kappa_{zt+n} + \lambda_{12}(1)\kappa_{zt+n-1} + \ldots + \lambda_{12}(n-1)\kappa_{zt+1} \end{aligned}$$

ถ้าเราให้ $\omega_y(n)^2$ คือ ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ n คาบเวลาไปข้างหน้าของ $y_{t+n}$ เราจะได้ว่า

$$\begin{aligned} \omega_y(n)^2 = {} & \omega_y^2[\lambda_{11}(0)^2 + \lambda_{11}(1)^2 + \ldots + \lambda_{11}(n-1)^2] \\ & + \omega_z^2[\lambda_{12}(0)^2 + \lambda_{12}(1)^2 + \ldots + \lambda_{12}(n-1)^2] \end{aligned}$$

เนื่องจากทุกค่าของ $\lambda_{jk}(i)^2$ มีค่าไม่เป็นลบ (non-negative) ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์จะเพิ่มขึ้นเมื่อมีการพยากรณ์ที่ไกลออกไปนั่นคือ เมื่อ n เพิ่มขึ้น Enders กล่าวว่าเป็นไปได้ที่เราจะแยกส่วนประกอบของความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ n คาบเวลาไปข้างหน้าอันเนื่องมาจากแต่ละ shock และสัดส่วนของ $\omega_y(n)^2$ เนื่องจาก shocks ใน $\{\varepsilon_{yt}\}$ และ $\{\varepsilon_{zt}\}$ sequences สามารถเขียนตามลำดับได้ดังนี้

$$\frac{\omega_y^2[\lambda_{11}(0)^2+\lambda_{11}(1)^2+\dots+\lambda_{11}(n-1)^2]}{\omega_y(n)^2}$$

และ
$$\frac{\omega_z^2[\lambda_{12}(0)^2+\lambda_{12}(1)^2+\dots+\lambda_{12}(n-1)^2]}{\omega_y(n)^2}$$

เพราะฉะนั้น ส่วนประกอบของความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์จะบอกเราเกี่ยวกับสัดส่วนของการเคลื่อนไหวในหนึ่ง sequence อันเนื่องมาจาก shocks ของตัวแปรนั้นเองเมื่อเทียบกับ shocks อันเนื่องมาจากตัวแปรอื่น **ถ้า shocks ของ $\varepsilon_{zt}$ ไม่ได้อธิบายความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ของ $\{y_t\}$ เลยในการพยากรณ์ไปข้างหน้า เราจะกล่าวว่า $\{y_t\}$ sequence มีลักษณะนอกระบบ (exogenous)** ในสถานการณ์เช่นนี้ $\{y_t\}$ sequence จะมีลักษณะเป็นอิสระกับ shocks ของ $\varepsilon_{zt}$ และ $\{z_t\}$ sequence ในกรณีปลายสุดอีกกรณีหนึ่งนั้น ถ้า shocks ของ $\varepsilon_{zt}$ สามารถอธิบายความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ทั้งหมดใน $\{y_t\}$ sequence ณ การพยากรณ์ไปข้างหน้าทั้งหมด เราจะสรุปได้ว่า $\{y_t\}$ จะเป็นตัวแปรในระบบ (endogenous) อย่างสิ้นเชิง ในการวิจัยเชิงประยุกต์นั้นจะเป็นแบบฉบับเลยสำหรับที่ตัวแปรตัวหนึ่งจะอธิบายเกือบจะทั้งหมดของความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ทั้งหมด ณ การพยากรณ์ไปข้างหน้าระยะสั้น แต่จะเป็นสัดส่วนที่น้อยลง เมื่อระยะของการพยากรณ์ไปข้างหน้ายาวขึ้นเราสามารถคาดหวังแบบแผนดังกล่าวนี้ได้ ถ้า shocks ของ $\varepsilon_{zt}$ มีผลกระทบในระยะเดียวกันต่อ $y_t$ น้อยมาก แต่มีผลกระทบต่อ $\{y_t\}$ sequence ที่มีความล่าหรือล้าหลัง (lag)

โปรดสังเกตว่าการแยกส่วนประกอบของความแปรปรวนจะมีปัญหาอย่างเดียวกับที่เกิดขึ้นในการวิเคราะห์ impulse response function ในการหา $\{\varepsilon_{yt}\}$ และ $\{\varepsilon_{zt}\}$ sequences เราจำเป็นจะต้องใส่ข้อจำกัดลงไปที่เมทริกซ์ B การแยกส่วนประกอบแบบ Choleski ที่ใช้ในสมการ (2.38) และ (2.37) จำเป็นที่จะต้องมีว่า ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์หนึ่งคาบเวลาของ $z_t$ ทั้งหมดจะต้องเนื่องมาจาก $\varepsilon_{zt}$ ถ้าเราใช้การเรียงลำดับอีกทางเลือกหนึ่ง เราจะได้ว่า ความ

แปรปรวนของความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์หนึ่งคาบเวลาของ $y_t$ ทั้งหมด จะต้องเนื่องมาจาก $\kappa_{yt}$ ผลกระทบที่รุนแรงของข้อสมมุติทางเลือกเหล่านี้จะลดน้อยลง ณ การพยากรณ์ในคาบเวลาที่ไกลขึ้นในทางปฏิบัติเราจำเป็นที่จะต้องตรวจสอบส่วนประกอบของความแปรปรวน ณ คาบการพยากรณ์ต่างๆ เมื่อ n เพิ่มขึ้น ส่วนประกอบต่างๆ ของความแปรปรวนควรที่จะลู่เข้า (converge) ยิ่งกว่านั้น ถ้าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ( correlation coefficient) $\psi_{12}$ มีค่าแตกต่างจากศูนย์อย่างมีนัยสำคัญ เราจะได้รับส่วนประกอบของความแปรปรวนต่างๆ ภายใต้การเรียงลำดับต่างๆ

อย่างไรก็ตามการวิเคราะห์ impulse response และส่วนประกอบของความแปรปรวน (ซึ่งรวมกันเรียกว่า innovation accounting) สามารถที่จะเป็นเครื่องมือที่เป็นประโยชน์ในการตรวจสอบความสัมพันธ์ในหมู่ตัวแปรทางด้านเศรษฐศาสตร์ ถ้าหากสหสัมพันธ์ในหมู่ innovations ต่างๆ มีค่าน้อย identification problem ไม่น่าจะเป็นสิ่งสำคัญ การเรียงลำดับในทางอื่นๆ จะให้ impulse response และส่วนประกอบของความแปรปรวนคล้ายๆ กัน และแน่นอนที่สุดการเคลื่อนไหวในช่วงเวลาเดียวกันของตัวแปรทางด้านเศรษฐศาสตร์จำนวนมากก็มีสหสัมพันธ์สูงมาก ( Enders, 1995)

### 2.2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

**Augstine (1994)** ได้ทำการทดสอบ Cointegration เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ในระยะยาวระหว่างอัตราแลกเปลี่ยนที่แท้จริง (real effective exchange rate) กับดุลการค้า โดยใช้ข้อมูลรายไตรมาสตั้งแต่ปี ค.ศ. 1973- 1991 ของประเทศในเอเชีย 9 ประเทศ ได้แก่ เกาหลี สิงคโปร์ มาเลเซีย อินเดีย อินโดนีเซีย ศรีลังกา ปากีสถาน ฟิลิปปินส์ และไทย ซึ่งผลการศึกษาพบว่า มี 7 ประเทศ ที่อัตราแลกเปลี่ยนมีความสัมพันธ์ในทิศทางบวกกับดุลการค้า ยกเว้น 2 ประเทศ คือ ประเทศอินเดีย และศรีลังการ ที่ความสัมพันธ์เป็นไปในทิศทางตรงกันข้าม นอกจากนี้ยังได้นำเทคนิคกระบวนการ Johansen Maximum Likelihood Procedure มาทดสอบเพิ่มเติม ซึ่งผลการทดสอบพบว่า cointegration vector มีลักษณะเป็นหนึ่งเดียว และอัตราแลกเปลี่ยนมีความสัมพันธ์ในทิศทางบวกกับดุลการค้าใน 8 ประเทศ ยกเว้นประเทศมาเลเซีย

**Ronald MacDonald and Taylor (1995)** ทำการศึกษาปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการกำหนดอัตราแลกเปลี่ยน โดยใช้แบบจำลอง Flexible-price Monetary Model ในการศึกษานี้ใช้ข้อมูลอัตราแลกเปลี่ยนชนิดรายเดือนของปอนด์สเตอร์ริงต่อดอลลาร์สหรัฐฯ ตั้งแต่เดือนมกราคม ค.ศ. 1976 ถึง

เดือนธันวาคม ค.ศ. 1988 ผลการศึกษาโดยใช้เทคนิค Multivariate Cointegration Technique พบว่ามี Cointegrating Relationship ระหว่างอัตราแลกเปลี่ยนและปริมาณเงิน อัตราดอกเบี้ยระยะยาว รายได้ประชาชาติ ตัวแปรทุกตัว ยกเว้น อัตราดอกเบี้ยระยะยาวของสหรัฐฯ ค่าสัมประสิทธิ์มีเครื่องหมายเป็นไปตาม Flexible-price Monetary Model นอกจากนี้ได้ใช้ Error Correction Model (ECM) ทำการคาดคะเนอัตราแลกเปลี่ยนตั้งแต่เดือนมกราคม ค.ศ. 1989 ถึงเดือนธันวาคม ค.ศ. 1990 โดยเปรียบเทียบกับแบบจำลอง Random walk model จากการพิจารณาค่า Root Mean Square Error (RMSE) พบว่า ECM ใช้คาดคะเนอัตราแลกเปลี่ยนได้ดีกว่าแบบจำลอง Random walk model

**รังสรรค์ หทัยเสรี (2539)** ได้ทำการวิเคราะห์พฤติกรรมการเคลื่อนไหวของอัตราแลกเปลี่ยนของเงินบาทในช่วงที่ระบบอัตราแลกเปลี่ยนเป็นแบบตะกร้าเงิน โดยมีการนำเทคนิค Cointegration และ Vector Autoregressive มาประยุกต์ใช้ ได้แบ่งการทดสอบออกเป็นสองส่วน คือ ส่วนแรกจะเป็นการทดสอบสมมุติฐาน เพื่อดูว่าทฤษฎีการกำหนดอัตราแลกเปลี่ยนตามแนวคิดของ Purchasing Power Parity (PPP) นั้น สามารถนำมาใช้เป็นฐานสำหรับการอธิบายพฤติกรรมการเคลื่อนไหวของอัตราแลกเปลี่ยนของเงินบาทได้มากน้อยเพียงไร ซึ่งจากผลวิเคราะห์พบว่า ไม่มีหลักฐานทางสถิติอย่างเพียงพอที่ทำให้ยอมรับสมมุติฐานที่ว่า พฤติกรรมการเคลื่อนไหวของอัตราแลกเปลี่ยนของเงินบาทในรูปตัวเงิน ( nominal exchange rate) สามารถอธิบายได้ด้วยอัตราเงินเฟ้อโดยเปรียบเทียบระหว่างไทยกับประเทศคู่ค้าสำคัญที่มีสกุลเงินอยู่ในระบบตะกร้าเงินของไทย ได้แก่ สหรัฐอเมริกา อังกฤษ ญี่ปุ่น เยอรมัน สิงคโปร์ และมาเลเซีย นอกจากนี้ยังพบว่าตัวแปรทางด้านอัตราแลกเปลี่ยนของเงินบาทในรูปตัวเงิน และทางด้านอัตราเงินเฟ้อโดยเปรียบเทียบระหว่างไทยกับประเทศคู่ค้าสำคัญต่างเป็นตัวแปรที่มีคุณสมบัติแบบ non-stationary สำหรับส่วนที่สองนั้น ได้ทำการทดสอบสมมุติฐานเพื่อตรวจสอบและเปรียบเทียบดูว่า ปัจจัยทางด้านการเงิน (monetary shocks) กับปัจจัยทางด้านภาคเศรษฐกิจจริง (real shocks) นั้น ปัจจัยใดมีน้ำหนักหรือความสำคัญมากกว่าในการอธิบายพฤติกรรมการเคลื่อนไหวของอัตราแลกเปลี่ยนที่แท้จริง (real exchange rate) ของเงินบาทซึ่งได้เบี่ยงเบนไปจากแนวโน้มที่ควรจะเป็นตามทฤษฎี PPP ผลการวิเคราะห์ พบว่าปัจจัยทางด้านภาคเศรษฐกิจจริงจะสำคัญมากกว่าปัจจัยทางด้านภาคการเงินในการอธิบายพฤติกรรมของอัตราแลกเปลี่ยนที่แท้จริงของเงินบาท

**เขมิกา ฤกษ์วันเพ็ญ (2547)** ได้ทำการทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างการส่งออกและการขยายตัวทางเศรษฐกิจของประเทศไทย โดยใช้วิธีแกรงเกอร์คอแซลลิตี้ (Granger Causality) เพื่อศึกษาความสัมพันธ์เชิงเป็นเหตุเป็นผลระหว่างอัตราการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจกับอัตราการ

ขยายตัวของการส่งออกของประเทศไทย โดยใช้ข้อมูลทุติยภูมิแบบรายปีในช่วงปี พ.ศ.2512 – 2544 ในรูปลอกการิทึมและค่าที่แท้จริง และได้ทำการทดสอบ Unit Root หรืออันดับความสัมพันธ์ของข้อมูล เพื่อดูความนิ่งของข้อมูลด้วยวิธี Augmented Dickey-Full (ADF) Test แล้วจึงสร้างแบบจำลอง Vector Autoregression Model (VAR) โดยกำหนดช่วงเวลา (Lag Length) ด้วยวิธี Akaike Information Criterion (AIC) และ Schwarz Criterion (SC) โดยแบบจำลอง VAR ที่ได้จะมีช่วงเวลาเท่ากับ $p+d_{max}$ (โดยที่ p คือช่วงเวลาของระบบ และ $d_{max}$ คือ Maximum Order of Integration) จากนั้นจึงทดสอบความสัมพันธ์เชิงเป็นเหตุเป็นผลด้วยวิธีแกรงเกอร์คอแซลลิติ้ โดยใช้ Modified – WALD statistic ที่พัฒนาโดย Toda และ Yamamoto (1995)

ผลการทดสอบ Unit Root ของตัวแปรโดยใช้วิธี Augmented Dickey-Full (ADF) Test พบว่าตัวแปรทุกตัวมี Order of Integration เดียวกัน คือ I(1) ต่อจากนั้นจึงสร้างแบบจำลอง VAR ได้จำนวนช่วงเวลาของระบบที่เหมาะสม คือ 5 และได้ VAR Order เท่ากับ 6 เมื่อนำแบบจำลองมาทดสอบแกรงเกอร์คอแซลลิติ้ เพื่อหาความสัมพันธ์เชิงเป็นเหตุเป็นผลระหว่างการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจและการส่งออก พบว่าปฏิเสธสมมติฐานหลักในกรณีที่การส่งออกไม่ได้เป็นตัวขับเคลื่อนการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ ที่ระดับความเชื่อมั่น 95 % และปฏิเสธสมมติฐานหลักในกรณีที่การเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจไม่ได้เป็นตัวส่งเสริมการส่งออก ที่ระดับความเชื่อมั่น 95 % เช่นกัน โดยทั้งสองกรณีค่าสัมประสิทธิ์รวมมีค่าเป็นบวก หมายความว่า การส่งออกเป็นตัวขับเคลื่อนการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ ในขณะเดียวกันการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจก็ส่งเสริมการส่งออกด้วย นั่นคือ การส่งออกและการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจส่งผลกระทบซึ่งกันและกัน (Bidirectional Causality) โดยความยืดหยุ่นของการส่งออกต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจมีค่าเท่ากับ 0.362 ในขณะที่ค่าความยืดหยุ่นของการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจต่อการส่งออกมีค่ามากถึง 2.726 นั่นแสดงให้เห็นว่าการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจมีส่วนช่วยผลักดันให้เกิดการส่งออกมากกว่าที่การส่งออกมีส่วนในการผลักดันการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ

**นิภาพร สนองบุญ (2548)** ได้ทำการทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างอัตราแลกเปลี่ยนกับดัชนีราคาภายใต้ระบบอัตราแลกเปลี่ยนลอยตัวของประเทศไทยตามทฤษฎีความเสมอภาคของอำนาจซื้อ โดยใช้เทคนิค Cointegration ตามวิธีของ Engle and Granger ซึ่งข้อมูลที่ใช้เป็นข้อมูลรายเดือนตั้งแต่เดือนสิงหาคม พ.ศ. 2540 ถึงเดือนธันวาคม พ.ศ. 2547 ของประเทศคู่ค้าที่สำคัญ คือ ประเทศสหรัฐอเมริกา ประเทศญี่ปุ่น ประเทศสิงคโปร์ ประเทศจีน(ฮ่องกง) ประเทศมาเลเซีย และประเทศอังกฤษ จากการศึกษาพบว่า อัตราแลกเปลี่ยนเงินตราต่างประเทศที่เป็นตัวเงินมีความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพในระยะยาวกับดัชนีราคาโดยเปรียบเทียบ สำหรับกรณีประเทศสหรัฐอเมริกา ประเทศ

ญี่ปุ่น ประเทศจีน(ฮ่องกง) และประเทศอังกฤษ แต่ไม่พบความสัมพันธ์กันในกรณีประเทศสิงคโปร์และประเทศมาเลเซีย และผลจากการประมาณแบบจำลอง Error Correction Model พบว่า กรณีประเทศสหรัฐอเมริกา ประเทศญี่ปุ่น ประเทศจีน(ฮ่องกง) และประเทศอังกฤษนั้น อัตราแลกเปลี่ยนเงินตราต่างประเทศสามารถปรับตัวเพื่อแก้ไขข้อผิดพลาดในอดีตได้ และส่วนของการเบี่ยงเบนออกจากดุลยภาพในช่วงเวลาก่อนจะมีค่าลดลงเรื่อยๆ นอกจากนี้ยังมีการทดสอบความสัมพันธ์ที่เป็นเหตุเป็นผลกัน ซึ่งพบว่า กรณีประเทศญี่ปุ่น และประเทศสิงคโปร์ มีความสัมพันธ์แบบ 2 ทาง คือ การเปลี่ยนแปลงของอัตราแลกเปลี่ยนเงินตราต่างประเทศเป็นเหตุทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงของดัชนีราคาโดยเปรียบเทียบ และในทางกลับกันการเปลี่ยนแปลงของดัชนีราคาโดยเปรียบเทียบก็เป็นเหตุทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงของอัตราแลกเปลี่ยนเงินตราต่างประเทศ สำหรับกรณีประเทศสหรัฐอเมริกา ประเทศมาเลเซีย และประเทศอังกฤษ นั้น พบว่า มีความสัมพันธ์แบบทางเดียวกัน คือ การเปลี่ยนแปลงดัชนีราคาโดยเปรียบเทียบเป็นเหตุทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงของอัตราแลกเปลี่ยนเงินตราต่างประเทศ ยกเว้นประเทศจีน(ฮ่องกง) ที่ไม่พบความสัมพันธ์กัน

**สุภาภรณ์ คูสุวรรณ (2549)** ได้ทำการวิเคราะห์ผลกระทบของอัตราแลกเปลี่ยนลอยตัวแบบจัดการที่มีดุลการค้าของไทย โดยเปรียบเทียบผลกระทบของดัชนีค่าเงินบาทและดัชนีค่าเงินบาทที่แท้จริง โดยใช้วิธี Cointegration and Error Correction ของ Johansen and Juselius มาประยุกต์กับแบบจำลอง Vector Autoregressive (VAR) สำหรับข้อมูลที่ใช้ศึกษาเป็นข้อมูลรายเดือน เริ่มตั้งแต่เดือนกรกฎาคม พ.ศ. 2540 ถึงเดือนมิถุนายน พ.ศ.2548 ซึ่งเป็นช่วงที่ประเทศไทยมีการเปลี่ยนแปลงระบบอัตราแลกเปลี่ยนจากระบบตะกร้าเงินมาเป็นระบบลอยตัวภายใต้การจัดการ จากการศึกษาพบว่า ตัวแปรรายได้ประชาชาติที่แท้จริง ดัชนีค่าเงินบาท และดัชนีค่าเงินบาทที่แท้จริง ต่างมีความสัมพันธ์ในระยะยาวกับดุลการค้าอย่างมีนัยสำคัญ และดัชนีค่าเงินบาทมีผลกระทบต่อดุลการค้ามากกว่าดัชนีค่าเงินบาทที่แท้จริง โดยพิจารณาจากค่าสัมประสิทธิ์ นอกจากนี้ยังพบว่าดุลการค้ายังมีความสัมพันธ์ในระยะสั้นกับรายได้ประชาชาติที่แท้จริง ดัชนีค่าเงินบาท และดัชนีค่าเงินบาทที่แท้จริงอีกด้วย กล่าวคือ หากดุลการค้า เกิดการเบี่ยงเบนออกไปจากดุลยภาพในระยะยาว อันเนื่องมาจากเกิดการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรในระยะสั้น ก็จะมีกลไกการปรับตัวในระยะสั้นเพื่อให้เข้าสู่ดุลยภาพในระยะยาว โดยส่วนที่เบี่ยงเบนออกไปนั้นจะมีค่าลดลงเรื่อยๆ ในแต่ละช่วงเวลา และเมื่อนำไปพิจารณาร่วมกับผลการศึกษาของวิธีกำลังสองน้อยที่สุดอย่างง่าย (Ordinary Least Square : OLS) พบว่าทั้งตัวแปรรายได้ประชาชาติที่แท้จริง ดัชนีค่าเงินบาท และดัชนีค่าเงินบาทที่แท้จริง มีอิทธิพลต่อดุลการค้าของไทย

**ณพล หงสกุลวสุ (2550)** ได้ทำการศึกษาหาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรทางเศรษฐกิจมหภาค 4 ตัว ได้แก่ ความผันผวนของอัตราดอกเบี้ย ความผันผวนของอัตราเงินเฟ้อ ความผันผวนของอุปทานทางการเงิน และความผันผวนของอัตราการเติบโตทางเศรษฐกิจ ว่ามีความสัมพันธ์ต่อความผันผวนของอัตราแลกเปลี่ยนอย่างไร และเพื่อศึกษาหาความสัมพันธ์ระหว่างความผันผวนของอัตราแลกเปลี่ยนที่มีต่อการเคลื่อนย้ายทุน โดยได้ทำการศึกษาในประเทศเอเชียที่สำคัญๆ ได้แก่ ประเทศไทย มาเลเซีย สิงคโปร์ ฟิลิปปินส์ เกาหลีใต้ และญี่ปุ่น ซึ่งการหาความสัมพันธ์ของตัวแปรต่างๆในการศึกษานี้ โดยใช้เทคนิคทางสถิติแบบ GARCH(1, 1) T-GARCH และ E-GARCH ข้อมูลที่ใช้ในการศึกษานี้ ใช้ข้อมูลรายเดือน ตั้งแต่เดือน มกราคม พ.ศ. 2540 ถึง เดือนธันวาคม พ.ศ. 2549 รวม 120 เดือน ซึ่งผลจาการทดสอบพบว่า ตัวแปรอัตราแลกเปลี่ยนของทุกประเทศมีค่า AR(1) ซึ่งมีความหมายว่า อัตรารแลกเปลี่ยนในช่วงเวลาที่ผ่านมา มีอิทธิพลต่ออัตราแลกเปลี่ยนในช่วงเวลาปัจจุบัน และแบบจำลองของทุกประเทศมีนัยสำคัญที่แสดงว่าความแปรปรวนของแบบจำลองมีลักษณะที่ไม่นิ่ง หรือเรียกว่า Heteroskedasticity ซึ่งเป็นการยืนยันว่าการใช้แบบจำลอง GARCH ซึ่งถูกสร้างมาสำหรับแบบจำลองที่มีปัญหาเรื่องความแปรปรวนไม่นิ่งได้อย่างเหมาะสม และเมือทดสอบคุณสมบัติด้านความนิ่งของข้อมูลพบว่าอัตราแลกเปลี่ยนและการเคลื่อนย้ายทุนของทุกประเทศมีลักษณะนิ่งที่ระดับผลต่างอันดับหนึ่ง (First Different)

นอกจากนี้ผลการศึกษาพบว่า ความผันผวนของอัตราดอกเบี้ยมีความสัมพันธ์ไปในทิศทางเดียวกันกับความผันผวนอัตราแลกเปลี่ยน ในกรณีประเทศไทย มาเลเซีย สิงค์โปร์ และฟิลิปปินส์ ส่วนในกรณีประเทศเกาหลีใต้ และญี่ปุ่น พบว่า ความผันผวนของอัตราดอกเบี้ยมีความสัมพันธ์ในทิศทางตรงกันข้ามกับความผันผวนของอัตราแลกเปลี่ยน ส่วนความผันผวนของอัตราเงินเฟ้อมีความสัมพันธ์ในทิศทางเดียวกันกับความผันผวนของอัตราแลกเปลี่ยนในทุกประเทศ แต่ในประเทศไทย มาเลเซีย และสิงค์โปร์ ยังพบความสัมพันธ์ในทิศทางตรงกันข้ามด้วย และจากการศึกษาความผันผวนของอุปทานทางการเงินพบว่ามีความสัมพันธ์ในทิศทางเดียวกันกับความผันผวนของอัตราแลกเปลี่ยนในกรณีประเทศไทย มาเลเซีย แลญี่ปุ่น ส่วนในกรณีประเทศเกาหลีใต้ มีความสัมพันธ์ในทิศทางตรงกันข้าม และกรณีประเทศฟิลิปปินส์พบความสัมพันธ์ทั้งทิศทางเดียวกันและตรงกันข้าม ส่วนกรณีในประเทศสิงค์โปร์ไม่มีนัยสำคัญที่แสดงถึงความสัมพันธ์การศึกษาในส่วนความผันผวนของอัตราการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ พบว่ามีความสัมพันธ์ในทิศทางตรงกันข้ามกับความผันผวนของอัตราแลกเปลี่ยน ในกรณีประเทศไทย สิงค์โปร์ เกาหลีใต้ และญี่ปุ่น ส่วนกรณีประเทศฟิลิปปินส์พบความสัมพันธ์ในทิศทางเดียวกัน กรณีประเทศมาเลเซียพบความสัมพันธ์ทั้งสองทิศทาง

นอกจากนี้การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความผันผวนของอัตราแลกเปลี่ยนและการเคลื่อนย้ายทุนพบว่ามีความสัมพันธ์ในทิศทางตรงกันข้าม ในกรณีประเทศไทย ฟิลิปปินส์ และญี่ปุ่น ส่วนในกรณีประเทศมาเลเซีย สิงค์โปร์ และเกาหลีใต้ ไม่มีนัยสำคัญที่แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างความผันผวนของอัตราแลกเปลี่ยนและการเคลื่อนย้ายทุน