บทที่ 2

กรอบแนวคิดทางทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้เป็นการศึกษาเกี่ยวกับแบบจำลองความผันผวนของผลตอบแทนในหลักทรัพย์บางหลักทรัพย์ของกลุ่มพลังงานในตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย โดยวิธีอารีมาการ์ช อีการ์ช และทีการ์ช ดังนั้นจึงได้ทำการค้นคว้าศึกษาเกี่ยวกับทฤษฎีและแนวคิดที่เกี่ยวข้องเพื่อใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้คือ

2.1 แบบจำลองในการตั้งราคาหลักทรัพย์

Sharpe(1960) ได้เสนอแนวคิดในการประมาณค่าอัตราผลตอบแทนและความเสี่ยงของหลักทรัพย์โดยเริ่มจากวิธี Single Factor Model และประยุกต์มาเป็น Capital Asset Pricing Model (CAPM) ดังนี้

2.1.1 Single Factor Model

แบบจำลองนี้เป็นการประมาณค่าความเสี่ยงของหลักทรัพย์โดยนำมาเทียบกับตลาด ซึ่งจะพบว่าโดยทั่วไปแล้วราคาของหลักทรัพย์มักจะเปลี่ยนแปลงไปตามการเปลี่ยนแปลงของราคาตลาด ถึงแม้ว่าราคาหุ้นส่วนใหญ่จะเปลี่ยนแปลงไปในทิศทางเดียวกับตลาด แต่เนื่องจากคุณสมบัติเฉพาะตัวของแต่ละหลักทรัพย์จึงทำให้ลักษณะการเคลื่อนไหวของราคาที่เปลี่ยนแปลงไปตามสภาพตลาดเป็นไปในอัตราที่ไม่เท่ากัน ดังนั้น Sharpe จึงได้พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของราคาหลักทรัพย์อันเนื่องมาจากการเปลี่ยนแปลงของราคาตลาดซึ่งเป็นเครื่องชี้นำเพียงตัวเดียวเท่านั้น จึงเรียกวิธีการเช่นนี้ว่า Single Factor Model ซึ่งรูปแบบสมการของ Single Factor Model เป็นดังนี้

$$R_{it} = \alpha + \beta R_{mt} + e_t \tag{2.1}$$

โดยที่ R_{it} คือ อัตราผลตอบแทนหลักทรัพย์ i ในเวลา t

α_i คือ จุดตัดแกนตั้งซึ่งแสดงถึง อัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์ i เมื่ออัตราผลตอบแทนของตลาดมีค่าเป็นศูนย์

β_i คือ beta coefficient แสดงถึงค่าความชันของเส้นสมการถดถอย ซึ่งเป็นการวัดค่าความอ่อนไหว (sensitivity) ของอัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์ i ที่มีการปรับตัวต่อการเปลี่ยนแปลงของอัตราผลตอบแทนของตลาด

R_m คือ อัตราผลตอบแทนของตลาดในเวลา t

e คือ ค่าความคลาดเคลื่อน (random error term) ในเวลา t

2.1.2 Capital Asset Pricing Model (CAPM)

แบบจำลองนี้แสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราผลตอบแทนที่คาดหวังกับความเสี่ยงของสินทรัพย์ โดยใช้วิเคราะห์หาอัตราผลตอบแทนที่คาดหวังของหลักทรัพย์ใดหลักทรัพย์หนึ่งเมื่อเทียบกับอัตราผลตอบแทนของตลาด โดยคำนึงถึงความเสี่ยงจากการลงทุนในหลักทรัพย์นั้นๆ ซึ่งอัตราผลตอบแทนที่คาดว่าจะได้รับ (expected return) จะเท่ากับอัตราผลตอบแทนจากสินทรัพย์ที่ไม่มีความเสี่ยง (risk-free asset) บวกด้วยค่าชดเชยความเสี่ยงอันเนื่องมาจากตลาด (market risk premium)คูณด้วยความเสี่ยงที่เป็นระบบ (systematic risk)

โดยรูปแบบสมการของ Capital Asset Pricing Model (CAPM) เป็นดังนี้

$$E(R_i) = R_f + [E(R_m) - R_f].\beta_i \qquad (2.2)$$

โดยที่ $E(R_i)$ คือ อัตราผลตอบแทนที่คาดว่าจะได้รับ

R_f คือ อัตราผลตอบแทนที่ไม่มีความเสี่ยง ซึ่งหมายถึงอัตราผลตอบแทนจาก การลงทุนในสินทรัพย์ที่ไม่มีความเสี่ยง เช่น พันธบัตรรัฐบาลหรือ อัตราดอกเบี้ยเงินฝากประจำของธนาคาร เป็นต้น

R_m คือ อัตราผลตอบแทนที่คาดว่าจะได้รับจากตลาด

β_i คือ ค่าความเสี่ยงที่เป็นระบบของหลักทรัพย์ i หรือเรียกว่า Beta Coefficient

$[E(R_i) - R_f]$ คือ ค่าชดเชยความเสี่ยงอันเนื่องมาจากตลาด (Market risk premium)

ค่า Beta Coefficient แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างความเสี่ยงของหลักทรัพย์กับความเสี่ยงของตลาด หรืออีกนัยหนึ่งคือเป็นเครื่องวัดระดับความเสี่ยงที่เป็นระบบของหลักทรัพย์นั้นๆ ดังนี้

1) ถ้าค่า β ของหลักทรัพย์มีค่ามากกว่า 1 แสดงว่า ความเสี่ยงของหลักทรัพย์จะผันแปรมากกว่าความเสี่ยงของตลาด เราจะเรียกหลักทรัพย์ประเภทนี้ว่า Aggressive stock

2) ถ้าค่า β ของหลักทรัพย์มีค่าน้อยกว่า 1 แสดงว่า ความเสี่ยงของหลักทรัพย์จะผันแปรน้อยกว่าความเสี่ยงของตลาด เราจะเรียกหลักทรัพย์ประเภทนี้ว่า Defensive stock

3) ถ้าค่า β ของหลักทรัพย์มีค่าเท่ากับ 1 แสดงว่า ความเสี่ยงของหลักทรัพย์จะผันแปรเท่ากับความเสี่ยงของตลาด

2.2 ทฤษฎีการกระจายการลงทุน

ในการกระจายการลงทุนในหลักทรัพย์ต่างๆ เช่น การลงทุนในพันธบัตรรัฐบาล หุ้นสามัญ หุ้นกู้ หุ้นบุริมสิทธิ์ เป็นต้น จะมีหลักการสำคัญในการลงทุนคือไม่ควรทุ่มเงินลงทุนในหลักทรัพย์ชนิดใดหรือธุรกิจใดโดยเฉพาะ ทั้งหมด แต่ก็ได้รับข้อโต้แย้ง ว่าผู้ลงทุนควรเอาเงินไปลงทุนในหลักทรัพย์ที่ดีมากเพียงชนิดเดียว ก็เป็นการลงทุนที่ดีได้ เช่นนักลงทุนอาจจะลงทุนในหุ้นสามัญของบริษัทที่เขามีการติดต่อ และรู้จักกับเจ้าหน้าทีบริหารระดับสูงของบริษัทเป็นอย่างดี แต่การลงทุนเช่นนี้มีโอกาสผิดพลาดมากมาย การใช้หลักการกระจายการลงทุนจึงเป็นหลักเกณฑ์ที่ดี เป็นการลดความเสี่ยงจากการลงทุน ซึ่งการลดความเสี่ยงดังกล่าวนี้มีลักษณะคล้ายกันการประกันภัย แต่เป็นการประกันภัยโดยไม่ต้องเสียค่าใช้จ่ายหรือเบี้ยประกันแต่อย่างใดเลย (อำนวย ลียาทิพย์กุล, 2521: 50–51)

2.3 ทฤษฎีกลุ่มหลักทรัพย์ของ Markowitz

Markowitz ถือว่าเป็นบิดาแห่งทฤษฎีกลุ่มหลักทรัพย์สมัยใหม่ ทั้งนี้ Markowitz ได้สังเกตว่าผู้ลงทุนพยายามที่จะลดความเสี่ยงโดยการกระจายการลงทุน แต่พบว่าการลงทุนในหลักทรัพย์หลายๆ ประเภทอาจมิใช่ช่วยลดความเสี่ยงหรือความแปรปรวนของอัตราผลตอบแทนของกลุ่มหลักทรัพย์เลย หากอัตราผลตอบแทนของกลุ่มหลักทรัพย์แต่ละชนิดนั้นเปลี่ยนแปลงไปในทิศทางเดียวกันอยู่ตลอดเวลา ตามแนวความคิดการสร้างกลุ่มหลักทรัพย์ของ Markowitz อยู่ภายใต้ข้อสมมตฐานอันเกี่ยวกับพฤติกรรมของผู้ลงทุน ดังต่อไปนี้

1) การตัดสินใจลงทุนในแต่ละทางเลือกของผู้ลงทุน จะพิจารณาจากการกระจายของโอกาสที่จะเกิดอัตราผลตอบแทนตลอดช่วงเวลาที่ลงทุนถือหลักทรัพย์นั้นๆ

2) ผู้ลงทุนจะพยายามทำให้อรรถประโยชน์ที่ได้รับสูงที่สุด และจะยังคงเส้นอรรถประโยชน์ ซึ่งแสดงถึงอรรถประโยชน์ส่วนเพิ่มในอัตราที่ลดลงตลอดช่วงการลงทุน

3) ผู้ลงทุนแต่ละคนจะประมาณความเสี่ยงในการลงทุน บนพื้นฐานของความแปรปรวนของอัตราผลตอบแทนที่คาดว่าจะได้รับ

4) การตัดสินใจของผู้ลงทุนขึ้นอยู่กับอัตราผลตอบแทนที่คาดว่าจะได้รับ และความเสี่ยงเท่านั้น

5) ภายใต้ความเสี่ยงระดับหนึ่ง ผู้ลงทุนจะเลือกการลงทุนที่ให้อัตราผลตอบแทนสูงสุด ในทำนองเดียวกันภายใต้อัตราผลตอบแทนระดับหนึ่งผู้ลงทุนจะเลือกการลงทุนที่มีความเสี่ยงต่ำที่สุด

2.4 การวิเคราะห์อนุกรมเวลา (Time Series Analysis)

การวิเคราะห์อนุกรมเวลา (Time Series) เป็นข้อมูลหรือค่าสังเกตที่มีการเปลี่ยนแปลงตามลำดับเวลาที่เกิดขึ้น หรือการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรในช่วงเวลาที่ผ่านไป ลักษณะของการเปลี่ยนแปลงอาจมีหรือไม่มีรูปแบบก็ได้ แต่ถ้าอนุกรมเวลาแสดงให้เห็นรูปแบบการเปลี่ยนแปลงในช่วงเวลาที่ผ่านมาในอดีตก็จะทำให้สามารถคาดการณ์ได้ว่าในอนาคตลักษณะการเปลี่ยนแปลงควรอยู่ในรูปแบบใด และสามารถพยากรณ์การเปลี่ยนแปลงข้อมูลในอนาคตได้ การวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลานี้จะขึ้นอยู่กับการเปลี่ยนแปลงของเวลาในอดีตเป็นพื้นฐาน (ศิริลักษณ์ เล็กสมบูรณ์, 2531)

2.5 การทดสอบความนิ่งของข้อมูล (Stationary) และการทดสอบ Unit Root

การทดสอบว่าข้อมูลที่นำมาศึกษามีความนิ่งหรือไม่ สามารถทำได้โดยการทดสอบ Unit Root ซึ่งทำได้โดยใช้การทดสอบ DF (Dickey – Fuller Test) ซึ่งเสนอโดย Dickey และ Fuller ในปี 1981 และวิธีการทดสอบ ADF (Augmented Dickey – Fuller Test) ซึ่งเสนอโดย Said และ Dickey ในปี 1984

ข้อมูลที่มีลักษณะนิ่ง (Stationary) หมายถึง ข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีค่าเฉลี่ย (Mean) และความแปรปรวน (Variance) เท่ากันตลอดระยะเวลาที่ศึกษา

ส่วนข้อมูลที่มีลักษณะไม่นิ่ง (Non-Stationary) หมายถึง ข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีค่าเฉลี่ย (Mean) และความแปรปรวน (Variance) ไม่เท่ากันตลอดระยะเวลาที่ศึกษาทั้งนี้การวิเคราะห์ข้อมูลที่เป็นอนุกรมเวลา ส่วนมากจะพบปัญหาความไม่นิ่งของข้อมูล ซึ่งสามารถแก้ไขได้ด้วยการทำให้ข้อมูลมีความนิ่งเสียก่อน โดยอาจใช้วิธีการหาผลต่าง (Difference) ของข้อมูล การแปลงให้อยู่ในรูป Logarithm หรือการทดสอบหาความสัมพันธ์ของตัวแปรในระยะยาว (Cointegration) เป็นต้น

ข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่ง(Stationary) คือ ข้อมูลที่ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของกระบวนการเชิงสุ่มนั้นมีค่าคงที่เมื่อเวลาได้เปลี่ยนไป และค่าความแปรปรวนระหว่างสองคาบเวลาขึ้นอยู่กับความล่า Lag ระหว่างคาบเวลาทั้งสอง โดยสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้ (ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์ และ อารี วิบูลย์พงศ์, 2542)

ค่าเฉลี่ย (mean) : $E(X_t) = \text{constant} = \mu$ (2.3)

ความแปรปรวน (variance) : $V(X_t) = \text{constant} = \sigma^2$ (2.4)

ความแปรปรวนร่วม (covariance) : $COV(X_{t,} X_{t+k}) = E(X_t - \mu)(X_{t+k} - \mu) = \sigma_k - \mu$ (2.5)

โดยที่ X_t แทนข้อมูลอนุกรมเวลาซึ่งเป็นกระบวนการเชิงสุ่ม

ในการวิเคราะห์ข้อมูลที่เป็นอนุกรมเวลานั้น ข้อมูลจะต้องมีลักษณะนิ่ง เนื่องจากข้อมูลอนุกรมเวลานั้นมาจากกระบวนการเชิงสุ่ม (random process) การนำข้อมูลอนุกรมเวลาไปใช้โดยไม่ได้ทำการตรวจสอบว่าข้อมูลมีลักษณะนิ่งนั้น ค่าสถิติที่เกิดขึ้นจะมีการแจกแจงไม่มาตรฐาน (standard distributions) ทำให้นำไปสู่การลงความเห็นที่ผิดพลาดและความสัมพันธ์ที่ไม่แน่จริง (spurious regression) กล่าวคือ R^2 มีค่าสูงมากและได้ค่าสถิติ t- test มีนัยสำคัญหรือสูงเกินกว่าความเป็นจริง

ในการใช้ข้อมูลอนุกรมเวลาต้องทำการทดสอบว่าข้อมูลที่นำมาใช้มีลักษณะนิ่งหรือไม่ ซึ่งจะใช้การทดสอบ Unit Root โดยการศึกษาจะพิจารณาเฉพาะวิธีของ Dickey –Fuller โดยวิธี DF (Dickey – Fuller test) และ ADF (augmented Dickey – Fuller test) ซึ่งกำหนดโดยสมการ

$$X_t = \rho X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.6)$$

โดยที่ X_t คือ ตัวแปรอิสระ

ρ คือ สัมประสิทธิ์อัตสหสัมพันธ์ (Autocorrelation coefficient)

ε_t คือ ค่าความคลาดเคลื่อนเชิงสุ่ม (Random error)

โดยกำหนดสมมติฐานหลัก $H_0 : \rho = 1$

และ $H_1 : |\rho| < 1$

ถ้ายอมรับ H_0 แสดงว่าข้อมูลมีลักษณะไม่นิ่ง แต่ถ้าปฏิเสธ H_0 แสดงว่าข้อมูลนั้นมีลักษณะนิ่ง และการทดสอบนี้ยังสามารถแปลงสมการได้ดังนี้ คือ

กรณีไม่มีค่าคงที่และแนวโน้มเวลา $\Delta X_t = \theta X_{t-1} + \varepsilon_t$ (2.7)

กรณีมีเฉพาะค่าคงที่ $\Delta X_t = \alpha + \theta X_{t-1} + \varepsilon_t$ (2.8)

กรณีมีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลา $\Delta X_t = \alpha + \beta_t + \theta X_{t-1} + \varepsilon_t$ (2.9)

โดยกำหนดสมมติฐานหลัก $H_0 : \theta = 0$

และสมมติฐานรอง $H_1 : \theta < 0$

การยอมรับ H_0 แสดงว่าข้อมูลมีลักษณะไม่นิ่ง แต่ถ้าปฏิเสธ H_0 แสดงว่าข้อมูลนั้นมีลักษณะนิ่ง นอกจากนี้สมการ (2.7) (2.8) (2.9) นำไปเข้ากระบวนการอัตถดถอย จะได้ดังนี้

กรณีไม่มีค่าคงที่และแนวโน้มเวลา $$\Delta X_t = \theta X_{t-1} + \sum_{i=1}^{\rho} \phi_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \qquad (2.10)$$

กรณีมีเฉพาะค่าคงที่ $$\Delta X_t = \alpha + \theta X_{t-i} + \sum_{i=1}^{\rho} \phi_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \qquad (2.11)$$

กรณีมีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลา $$\Delta X_t = \alpha + \beta t + \theta X_{t-i} + \sum_{i=1}^{\rho} \phi_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \qquad (2.12)$$

ซึ่งสมการที่ (2.10) (2.11) และ(2.12) เป็นการทดสอบ Augmented Dickey – Fuller test นั่นเอง ซึ่งพัฒนามาจากวิธี Dickey – Fuller test เพื่อแก้ปัญหา Serial Correlation ในการตรวจสอบว่าข้อมูลนั้นมีลักษณะนิ่งหรือไม่ โดยการเปรียบเทียบค่าสถิติ t ที่คำนวณได้กับค่าวิกฤตในตาราง ADF

2.6 การเลือกแบบจำลองที่เหมาะสมจากการทดสอบ Unit Root โดยการทดสอบสัมประสิทธิ์ของการถดถอย (Deterministic Regressors)

เป็นการทดสอบว่า แบบจำลองใดเป็นแบบจำลองที่เหมาะสมที่สุดระหว่างกรณีของแบบจำลองที่ไม่มีค่าคงที่และแนวโน้มเวลา (None) แบบจำลองที่มีค่าคงที่ (Intercept) และแบบจำลองที่มีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลา (Trend and Intercept) โดยการทดสอบการมีนัยสำคัญทางสถิติของสัมประสิทธิ์ของตัวถดถอย (ค่าคงที่หรือค่าแนวโน้มเวลา) โดยขั้นตอนการทดสอบดังนี้ (ปิยนุช เรืองขจร, 2550)

ขั้นตอนที่ 1 เริ่มการทดสอบจากแบบจำลองกรณีที่มีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลาตามสมการ (2.13)

$$\Delta Y_t = a_0 + \gamma Y_{t-1} + a_{2t} + \sum \beta_i \Delta Y_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (2.13)$$

ทำการทดสอบสมมุติฐานว่าง $H_0 : \gamma = 0$ โดยใช้ τ_τ statistic ถ้าเกิดการปฏิเสธสมมุติฐานว่างแสดงว่า ข้อมูล Y_t มีลักษณะนิ่งแล้ว และเลือกใช้แบบจำลองที่มีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลา

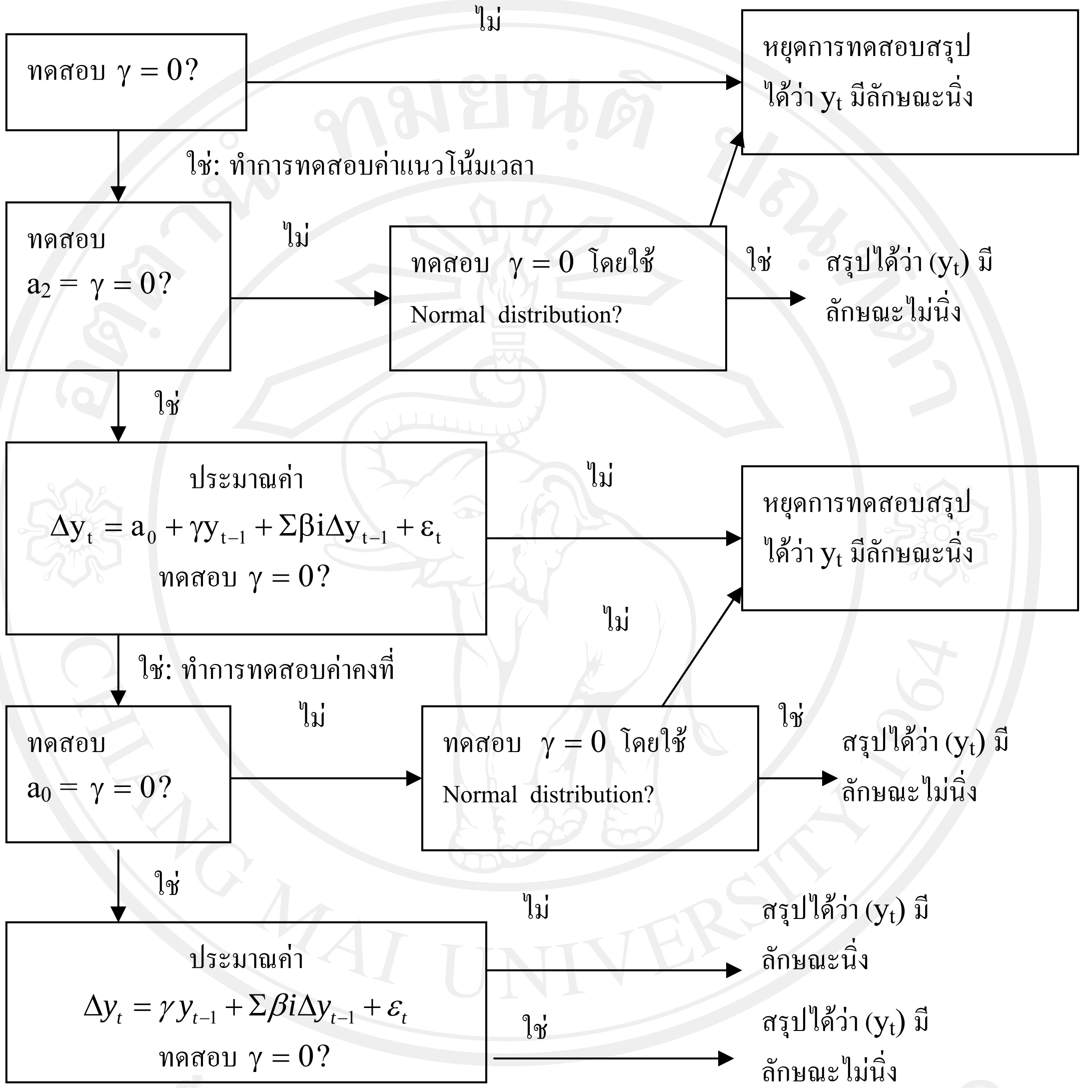
ขั้นตอนที่ 2 ถ้าเกิดการยอมรับสมมติฐานว่างในขั้นตอนที่ 1 แสดงว่าในแบบจำลองดังกล่าวมีตัวถดถอยที่ไม่จำเป็นอยู่ในสมการ ซึ่งอาจทำให้อำนาจการทดสอบของสมการลดลง ดังนั้น จึงต้องมีการทดสอบความมีนัยสำคัญทางสถิติของค่าแนวโน้ม (a_{2t}) ที่อยู่ในสมการ โดยการทดสอบสมมติฐานว่า

$H_0 : a_2 = \gamma = 0$ โดยใช้ ϕ_3 statistic ถ้าค่าสัมประสิทธิ์ของค่าแนวโน้มไม่มีนัยสำคัญทางสถิติให้ข้ามไปขั้นตอนที่ 3 อย่างไรก็ตามถ้าค่าสัมประสิทธิ์ของค่าแนวโน้มมีนัยสำคัญทางสถิติให้ทำการทดสอบความไม่นิ่งของข้อมูลอีกครั้งโดยใช้ การแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน (standardized normal distribution) ถ้าเกิดการปฏิเสธสมมติฐานว่าแสดงว่า ข้อมูล y_t มีลักษณะนิ่งแล้วและเลือกใช้แบบจำลองที่มีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลาแต่ถ้าเกิดการยอมรับสมมติฐานว่าง แสดงว่าข้อมูล y_t มีลักษณะไม่นิ่ง

ขั้นตอนที่ 3 ทำการประมาณค่าแบบจำลองตามสมการ (2.10) ที่ปราศจากค่าแนวโน้มเวลา และทดสอบ unit root โดยใช้ τ_μ statistic ถ้าเกิดการปฏิเสธสมมติฐานว่างแสดงว่าข้อมูล y_t มีลักษณะนิ่งแล้วและเลือกใช้แบบจำลองที่ปราศจากค่าแนวโน้มเวลา แต่ถ้าเกิดการยอมรับสมมติฐานว่างให้ทำการทดสอบความไม่นิ่งของข้อมูลอีกครั้งโดยใช้ การแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน (Standardized normal distribution) ถ้าเกิดการปฏิเสธสมมติฐานว่างแสดงว่า ข้อมูล y_t มีลักษณะนิ่งแล้วและเลือกใช้แบบจำลองที่มีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลาแต่ถ้าเกิดการยอมรับสมมติฐานว่าง แสดงว่าข้อมูล y_t มีลักษณะไม่นิ่ง

ขั้นตอนที่ 4 ทำการประมาณค่าแบบจำลองตามสมการ (2.10) ที่ปราศจากค่าแนวโน้มเวลา และค่าคงที่ และทดสอบUnit root โดยใช้ τ statistic ถ้าเกิดการปฏิเสธสมมติฐานว่าง แสดงว่าข้อมูล y_t มีลักษณะนิ่งแล้วและเลือกใช้แบบจำลองที่ปราศจากค่าแนวโน้มเวลาและค่าคงที่แต่ถ้าเกิดการยอมรับสมมติฐานว่าง แสดงว่าข้อมูล y_t มีลักษณะไม่นิ่ง

รูปที่ 2.1 ขั้นตอนการเลือกแบบจำลองที่เหมาะสม



ที่มา : Enders (1995)

2.7 แบบจำลอง Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA)

แบบจำลอง Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA) ได้มีการศึกษาโดย Box and Jenkins (1976) แต่ Wold (1938) ได้เป็นผู้ให้พื้นฐานทางทฤษฎีของกระบวนการหรือระบบ ARIMA บนพื้นฐานของ Wold แบบจำลอง ARIMA ได้ถูกพัฒนาขึ้นในสามทิศทาง ซึ่งได้แก่ ขั้นตอบสนองการประมาณค่าและการบ่งชี้ที่มีประสิทธิภาพ (efficient identification and estimation procedures) (สำหรับกระบวนการหรือระบบ AR,MA และ ARMA) การคลอบคลุมไปถึงผลลัพธ์ที่ได้รวบรวมเอา

อนุกรมเวลาเชิงฤดูกาล (seasonal time series) และการขยายของเขตไปเพื่อรวมเอากระบวนการหรือระบบไม่นิ่ง (nonstationary process (ARIMA)) เข้าไว้ด้วย (ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์, 2547)

โดยทั่วไปแล้วข้อมูลอนุกรมเวลาส่วนใหญ่มีลักษณะไม่นิ่ง (nonstationary) เนื่องจากข้อมูลอนุกรมเวลานั้นมาจากกระบวนการเชิงสุ่ม (random process) แต่ด้วยทฤษฎีของ AR และ MA หมายถึงข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่ง (stationary) ดังนั้นเมื่อข้อมูลที่รวบรวมได้มีลักษณะไม่นิ่ง เราจึงต้องทำการหาผลต่าง (differencing)

ความนิ่งและความไม่นิ่ง (Stationarity and Nonstationarity)

เครื่องมือทางด้านสัญลักษณ์ที่มีประโยชน์มากก็คือ backward shift operator, B. หรือ lag operator, L.(ซึ่งบางครั้งเราก็อาจใช้สัญลักษณ์ B หรือสัญลักษณ์ L สลับกันไปมาได้มีความหมายเหมือนกัน) ซึ่งถูกนำมาใช้ดังนี้

$$BX_t = X_{t-1} \tag{2.14}$$

ซึ่งถ้า B อยู่หน้า X_t จะมีผลต่อการ shift ข้อมูลถอยหลังไปหนึ่งคาบเวลา และถ้าเรามี

$$B(BX_t) = B_2 X_t = X_{t-2} \tag{2.15}$$

ซึ่งหมายความว่า X_t ได้ถูก shift ถอยหลังไปสองคาบเวลา

ผลต่างที่หนึ่ง (first difference)

$$X_t{}' = X_t - X_{t-1} \tag{2.16}$$

ถ้าเราใช้ backward shift operator จะได้

$$X_t{}' = X_t - BX_t = (1-B)X_t \tag{2.17}$$

ผลต่างอันดับที่สอง (second-order difference)

$$\begin{aligned} &= X_t' - X_{t-1}' \\ &= (X_t - X_{t-1}^t) - (X_{t-1} - X_{t-2}) \\ X_t'' &= X_t - 2X_{t-1} + X_{t-2} \\ &= (1-2B+B^2)X_t \\ &= (1-B)^2 X_t \end{aligned} \tag{2.18}$$

$(1-B)^2$ คือ ผลต่างอันดับที่สอง (second-order difference)

$1-B^2$ คือ ผลต่างที่สอง (second difference) ซึ่งไม่เหมือนกัน

$(1-B)^d X_t$ คือ ผลต่างอันดับที่ d

กระบวนการหรือระบบอัตตถดถอย (Autoregressive Processes)

กระบวนการหรือระบบ AR (p) ซึ่งคือกระบวนการหรือระบบ AR ที่มีอันดับที่ p เขียนในรูปของ ARIMA (p,d,q) ได้ดังนี้คือ

ARIMA (p,o,o)

$$X_t = \mu' + \varphi_1 X_{t-1} + \varphi_2 X_{t-2} + ... + \varphi_p X_{t-p} + e_t \qquad (2.19)$$

โดยที่ μ' คือ พจน์คงที่หรือคงตัว (constant term)

φ_j คือ พารามิเตอร์อัตถดถอยตัวที่ j

e_t คือ พจน์ความคลาดเคลื่อน ณ เวลา t

กระบวนการหรือระบบเฉลี่ยเคลื่อน (Moving Average Processes)

กระบวนการหรือระบบ MA(q) ซึ่งก็คือกระบวนการหรือระบบ MA ที่มีอันดับ q เขียนในรูปของ ARIMA(p,d,q)ได้ดังนี้คือ

ARIMA (p,o,o)

$$X_t = \mu' - e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - .... - \theta_q e_{t-q} \qquad (2.20)$$

โดยที่ μ' คือ พจน์คงที่หรือคงตัว (constant term)

θ_j คือ พารามิเตอร์เฉลี่ยเคลื่อนที่ตัวที่ j

e_t คือ พจน์ความคลาดเคลื่อน ณ เวลา t

ดังนั้นการผสมกันระหว่าง ARและMR ในรูปของกระบวนการ หรือระบบ ARIMA สำหรับข้อมูลที่มีลักษณะนิ่ง (stationary) จะมีรูปแบบเป็น ARIMA (p,0,q) สมมติให้ AR(1) และ MA(1) เราสามารถเขียนในรูป ARIMA ได้คือ ARIMA (1,0,1) ดังจะแสดงในสมการต่อไปนี้

$$X_t = \mu' + \theta_t X_{t-1} + e_t - \theta_t e_{t-1}$$

หรือ

$$\underbrace{(1-\theta_1 B)}_{\uparrow\ \mathrm{AR}(1)} X_t = \mu' + \underbrace{(1-\theta_1 B)}_{\uparrow\ \mathrm{MA}(1)} e_t$$

แต่ถ้าข้อมูลมีลักษณะไม่นิ่ง (nonstationary) จะต้องหาผลต่าง(difference) d ครั้ง เพื่อให้ข้อมูลมีลักษณะนิ่ง ดังนี้

ARIMA (1,1,1)

$$\begin{array}{ccc} (1-B) & (1-\varphi_1 B) X_t = \mu' + & (1-\theta_1 B) e_t \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ \text{First difference} & \text{AR(1)} & \text{MA(1)} \end{array}$$

หรือ
$$\left[1-B(1+\varphi_1)+\varphi_1 B^2\right] X_t = \mu' + e_t - \theta_1 e_{t-1}$$
$$X_t = (1+\varphi_1) X_{t-1} - \varphi_1 X_{t-2} + \mu' + e_t - \theta_1 e_{t-1}$$

2.8 แบบจำลอง Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (ARCH)

ในการวิเคราะห์อนุกรมเวลาส่วนใหญ่แล้วจะมีการกำหนด stochastic variable ให้มีความแปรปรวนคงที่ (homoscedastic) ซึ่งในการประยุกต์ใช้กับบางข้อมูลนั้นค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อน (error term) จะไม่ใช่ฟังก์ชั่นของตัวแปรอิสระแต่มีค่าเปลี่ยนแปลงไปตามช่วงเวลาขึ้นอยู่กับขนาดของความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นในอดีต และในบางงานศึกษา เช่น แบบจำลองของเงินเฟ้อ อัตราดอกเบี้ยหรือผลตอบแทนจากตลาดหลักทรัพย์ ในบางคาบเวลาจะมีค่าความผันผวน (volatility) สูง (และความคลาดเคลื่อนขนาดใหญ่) ตามด้วยคาบเวลาที่มีค่าความผันผวน (volatility) ต่ำ (และมีค่าความคลาดเคลื่อนที่มีขนาดเล็ก) สรุปได้ว่าค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อนจากการถดถอยจะขึ้นอยู่กับค่าความผันผวน (volatility) ของความคลาดเคลื่อนในอดีตที่ผ่านมา (สธนพล วิเชียรรัตนพันธ์, 2547: 29 อ้างถึงใน ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์, 2547: 641)

ความเป็นไปได้ในการหาค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของอนุกรมเวลาไปพร้อมกันนั้น ในขั้นต้นการพยากรณ์อย่างมีเงื่อนไขจะมีความแม่นยำเหนือกว่าการพยากรณ์อย่างไม่มีเงื่อนไขมาก ซึ่งจากแบบจำลอง Autoregressive Moving Average (ARMA) ซึ่งแสดงได้ดังนี้

$$X_t = a_0 + a_1 X_{t-1} + \varepsilon_t \tag{2.21}$$

และการพยากรณ์อย่างมีเงื่อนไขของ X_{t+1} ดังนี้คือ

$$E_t X_{t+1} = a_0 + a_1 X_t \tag{2.22}$$

และค่าเฉลี่ยแบบมีเงื่อนไขในการพยากรณ์ X_{t+1} ค่าความคลาดเคลื่อนของความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขที่พยากรณ์ได้ดังนี้คือ

$$E_t\left[\left(X_{t+1}-a_0-a_1X_t\right)^2\right]=E_t\varepsilon_{t+1}^2=\sigma^2 \quad (2.23)$$

ถ้าเปลี่ยนไปใช้การพยากรณ์อย่างไม่มีเงื่อนไขแล้ว ผลที่จะใช้เป็นค่าเฉลี่ยในช่วง Long-Run ของลำดับ $\{X_t\}$ ซึ่งเท่ากับ $\frac{a_0}{(1-a_1)}$ จะได้ค่าความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์อย่างไม่มีเงื่อนไขดังนี้

$$\mathrm{E}\left\{\left(X_{t+1}-\frac{a_0}{1-a_1}\right)^2\right\}=E\left[\left(\varepsilon_{t+1}+a_1\varepsilon_t+a_1^2\varepsilon_{t-1}+a_1^3\varepsilon_{t-2}+\ldots\right)^2\right] \quad (2.24)$$

เนื่องจาก $\frac{1}{(1-a_1)^2}>1$ เพราะฉะนั้นความแปรปรวน (variance) จากการพยากรณ์แบบไม่มีเงื่อนไข (unconditional variance) จึงมีค่าสูงกว่าความแปรปรวนของการพยากรณ์แบบมีเงื่อนไข ในลักษณะเดียวกันถ้าความแปรปรวนของ $\{\varepsilon_t\}$ ไม่เป็นค่าคงที่ จะสามารถประมาณค่าแนวโน้มของการเปลี่ยนแปลงความแปรปรวนโดยใช้ ARMA Model โดยให้ ε_t แทนส่วนที่เหลือที่ได้จากการประมาณจากสมการ(3.19) ดังนั้น ค่าความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไขของ X_{t+1} จะได้ดังนี้

$$Var\left(X_{t+1}\middle|X_t\right)=E\left[\left(X_{t+1}-a_0-a_1X_t\right)^2\right]=E_t\varepsilon_{t+1}^2 \quad (2.25)$$

และจากที่ให้ $E_t\varepsilon_{t+1}^2=\sigma_{t+1}^2$ จึงแสดงว่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขไม่ใช่ค่าคงที่และจะได้แบบจำลองในการประมาณค่าส่วนที่เหลือ (residuals) ออกมาดังนี้

$$\hat{\varepsilon}_t^2=\alpha_0+\alpha_1\hat{\varepsilon}_{t-1}^2+\ldots..+\alpha_q\hat{\varepsilon}_{t-q}^2+V_t \quad (2.26)$$

เมื่อ V_t =white noise process

ถ้าค่าของ $\alpha_1,\alpha_2,\ldots..,\alpha_q$ มีค่าเท่ากับศูนย์ ความแปรปรวนที่ประมาณค่ามาได้ (estimated variance) จะมีค่าคงที่หรือคงตัว (constant variance) α_0 อีกนัยหนึ่ง คือ ค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของ X_t จะมีการเปลี่ยนแปลงสอดคล้องกับในสมการ (3.24) และค่าพยากรณ์สามารถเขียนได้ดังนี้

$$E_t\hat{\varepsilon}_{t+1}^2=\alpha_0+\alpha_1\hat{\varepsilon}_t^2+\alpha_2\hat{\varepsilon}_{t-1}^2+\ldots..+\alpha_q\hat{\varepsilon}_{t+1-q}^2 \quad (2.27)$$

จากเหตุผลที่กล่าวมา สมการ (2.26) เรียกว่า Autoregressive Conditional Heteroscedastic (ARCH) Model และสมการ (2.27) เป็น ARCH(q) โดยค่า $E_t\hat{\varepsilon}_{t+1}^2$ หรือ σ_{t+1}^2 จะประกอบด้วย 2 องค์ประกอบ คือ ค่าคงที่และความผันผวน (volatility) ในคาบเวลาที่ผ่านมา ซึ่งเขียนได้เป็นส่วนเหลือ

กำลังสองของคาบในอดีต (ARCH term) ส่วนค่าสัมประสิทธิ์ ($\alpha_0, \alpha_1, ...\alpha_q$) สามารถหาค่าได้โดยใช้วิธี Maximum Likelihood

2.9 แบบจำลอง Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (GARCH)

แบบจำลอง ARCH ของ Engle, Robert F. ได้มีการพัฒนาต่อโดย Bollerslev ในปี 1986 ด้วยการให้ความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไข (Conditional Variance) มีลักษณะเป็น ARMA process โดยที่ให้ error process มีลักษณะดังนี้

$$\varepsilon_t = V_t \sqrt{\sigma_t^2} \tag{2.28}$$

โดยที่ความแปรปรวนของ $V_t = \sigma_v^2 = 1$ และ

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^{p} \beta_i \sigma_{t-i}^2 \tag{2.29}$$

เนื่องจาก $\{V_t\}$ คือ White noise process ที่เป็นค่าอิสระจากเหตุการณ์ในอดีต (ε_{t-1}) ค่าเฉลี่ยแบบมีเงื่อนไข (Conditional and Unconditional means) ของ ε_t จะมีค่าเท่ากับศูนย์ ใส่ค่าคาดหมาย (expected value) ของ ε_t จะได้

$$E\varepsilon_t = EV_t \sqrt{\sigma_t^2} = 0$$

ประเด็นสำคัญในการหาความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไข (Conditional Variance) ของ ε_t ถูกกำหนดโดย

$$E_{t-1}\varepsilon_t^2 = \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \varepsilon_{t-1}^2 + \sum_{i=1}^{p} \beta_i \sigma_{t-i}^2 \tag{2.30}$$

โดยที่ $\omega > 0$ และ $\sum_{i=1}^{q} \alpha_i + \sum_{j=1}^{p} \beta_j < 1$

ดังนั้นความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไขของ ε_t ถูกกำหนดโดย σ_t^2 ในสมการ(28) แบบจำลองนี้จึงเรียกว่า Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (GARCH) ซึ่งจะใช้ตัวย่อว่า GARCH (p,q) ได้เปิดโอกาสให้มีทั้งส่วนประกอบที่เป็น Autoregressive และ Moving Average ในการหาความแปรปรวนที่มีลักษณะ Heteroscedastic Variance จะเห็นว่า ถ้า p=0 และ q=1 เราก็จะได้แบบจำลอง GARCH (0,1) ซึ่งก็คือ ARCH (1) หรือ ARCH (q=1) นั่นเอง โดยสรุปว่าถ้า β_1 ทุกตัวมีค่าเท่ากับศูนย์แบบจำลอง GARCH (p,q) จะเทียบเท่ากับแบบจำลอง ARCH (q) คุณสมบัติที่สำคัญของแบบจำลอง GARCH คือค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของ disturbances ของค่า X_t สร้าง

ขึ้นมาจากกระบวนการ ARMA จึงสามารถคาดได้ว่าส่วนเหลือจากการทำ ARMA จะแสดงถึงรูปแบบคุณลักษณะเดียวกัน เช่น ถ้าการประมาณค่า $\{X_t\}$ ด้วยกระบวนการ ARMA ค่า Autocorrelation Function (ACF) ซึ่งเป็นสหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรสุ่มที่หน่วยเวลาห่างกันของกระบวนการเดียวกัน และ Partial Autocorrelation Function (PACF) ของส่วนที่เหลือ (residuals) ควรจะบ่งถึงกระบวนการ white noise และ ACF ของกำลังสองของส่วนเหลือ (aquared residuals) นำมาช่วยในการระบุถึงลำดับ (order) ของกระบวนการ GARCH (ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์, 2547: 648)

2.10 แบบจำลอง Exponential GARCH (EGARCH)

แบบจำลอง GARCH ต่างๆนอกจากใช้ได้อย่างประสบผลสำเร็จ แต่ก็มีข้อเสียอยู่สองประการในการประยุกต์ใช้กับการตั้งหรือการคำนวณค่าทรัพย์สินประเภททุน ประการแรก คือในกระบวนการ GARCH แบบสมมาตรนั้น ถ้ามีความผิดปกติ หรือ Shock เกิดขึ้นไม่ว่าในทางบวกหรือทางลบ แต่อยู่ในระดับหรือขนาดเดียวกัน ซึ่งให้ระดับความไม่แน่นอนที่เท่ากันแล้ว ค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไงก็จะเพิ่มขึ้นในทางบวกหรือทางลบอย่างมากจนน่าตกใจ (Engle and Bollerslev, 1986) อย่างไรก็ตาม Black (1976) ได้พบความสัมพันธ์ที่เป็นลบหือตรงกันข้ามกันระหว่างผลตอบแทนในปัจจุบันกับความไม่แน่นอนที่เกิดจากความอ่อนไหว (volatility) ในอนาคต เช่น ความไม่แน่นอนมักจะสูง เมื่อมีข่าวร้ายและลดลงเมื่อมีข่าวดี ลักษณะความไม่สมมาตรของความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไขนี้ ผู้เขียนงานวิชาการหลายท่านเรียกว่า leverage effect คืออิทธิพลจากค่ายกกำลัง ซึ่งแบบจำลอง GARCH แบบเส้นตรงไม่สามารถจับรูปแบบนี้ให้เห็นได้ เพราะค่าบวกหรือลบของผลตอบแทนในอดีตจะไม่มีส่วนมากำหนดความไม่แน่นอนที่อ่อนไหวในอนาคต กล่าวอีกนัยหนึ่งก็คือ เฉพาะขนาดค่าความคลาดเคลื่อนจากประมาณการถดถอยโดยมีการทอดระยะเวลา (lagged residuals) เท่านั้นที่มีส่วนกำหนดค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไข แต่ความเป็นบวกหรือลบของค่าความคลาดเคลื่อน ไม่มีส่วนเกี่ยวข้อง (Nelson, Daniel B., 1991) ซึ่งข้อจำกัดนี้เป็นจุดสำคัญประการแรกที่ก่อให้มีการพัฒนาแบบจำลอง EGARCH

ประการที่สอง แบบจำลอง GARCH ต่างๆกำหนดให้ตัวแปร (parameter) ต่างๆต้องไม่เป็นค่าลบเพื่อบังคับให้ค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขมีค่าเป็นบวกเสมอ อย่างไรก็ตามข้อกำหนดบังคับนี้มักถูกฝ่าฝืนจากค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้มาจากการคำนวณ

Nelson (1991) ระบุว่าแบบจำลอง EGARCH สามารถตอบเงื่อนไขข้อจำกัดทั้งสองประการของแบบจำลอง GARCH ประการแรก ความไม่แน่นอนที่อ่อนไหวในแบบจำลอง EGARCH ไม่เพียงขึ้นอยู่กับขนาดความผิดปกติ หรือ Shock ในผลตอบแทน (returns) ในอดีตแต่ยังขึ้นอยู่กับว่าความผิดปกตินั้นมีค่าเป็นวกหรือลบด้วย ประการที่สอง การที่ Nelson ใช้ log ค่าความแปรปรวนอย่างมี

เงื่อนไข ทำให้ค่าความแปรปรวนนั้นมีค่าที่เป็นบวกเสมอ ไม่ว่าตัวแปรที่นำมาใช้จะมีค่าสัมประสิทธิ์เป็นบวกหรือลบก็ตาม ดังนั้นจำไม่จำเป็นต้องระบุข้อจำกัดเกี่ยวกับตัวสัมประสิทธิ์อย่างแบบจำลอง GARCH

EGARCH หรือ Exponential GARCH model ถูกเสนอโดย Nelson (1991) EGARCH model ที่มีค่ายกกำลังสูง (exponential) เพื่อแก้ไขข้อจำกัดที่ปรากฏในแบบจำลอง GARCH (1,1) ให้ความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขมีค่าดังสมการ

$$\log(\sigma_t^2) = \omega + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \log(\sigma_{t-j}^2) + \sum_{i=1}^{q} \left(\alpha_i \left| \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right| + \gamma_i \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right) \qquad (2.31)$$

โดยที่ $\omega > 0$ และ $\sum_{j=1}^{p} \beta_j < 1$

ด้านซ้ายมือของสมการ คือ ค่า Log ของค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไข หมายความว่าอิทธิพลจากค่ายกกำลัง (leverage effect) เป็นค่าเลขยกกำลังสูง (Exponencial) แทนที่จะเป็นค่ายกกำลังสอง (Quadratic) ดังนั้นการทำนายค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไข จะได้ค่าที่ไม่เป็นลบเสมอ

นอกจากนี้การประมาณค่าแบบจำลอง EGARCH โดยใช้โปรแกรม Eviews จะมีข้อแตกต่างระหว่างโมเดลของ Nelson อยู่สองประการคือ

1) Nelson มีสมมติฐานว่า ค่าความคลาดเคลื่อน มีการแจกแจงแบบ general distribution ส่วน Eviews มีสมมติฐานว่า ค่าความคลาดเคลื่อน มีการแจกแจงแบบ normal distribution

2) ค่า log ของความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไข มีลักษณะแตกต่างกันเล็กน้อยดังนี้

Nelson

$$\log(\sigma_t^2) = \omega + \beta \ \log(\sigma_{t-1}^2) + \left(\alpha \ \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + \sqrt{\frac{2}{\Pi}} \right) + \theta \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}}$$

Eviews

$$\log(\sigma_t^2) = \omega + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \log(\sigma_{t-1}^2) + \sum_{i=1}^{q} \left(\alpha_i \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + \theta \ \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right)$$

ในการประมาณค่าแบบจำลองภายใต้สมมติฐานที่ว่าค่าความคลาดเคลื่อน มีการแจกแจงแบบ normal distribution ของ Eviews นั้นจะให้ค่าที่เหมือนกันยกเว้นค่า intercept term ω ที่แตกต่างกันเท่ากับ $\alpha\sqrt{\frac{2}{\Pi}}$

2.11 แบบจำลอง Threshold GARCH (TGARCH)

Threshold GARCH ถูกนำเสนอโดย Zakoïan (1994) และ Glosten, Jaganathan, and Runkle (1993) TGARCH model ให้ความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขมีค่าดังนี้

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \sigma_{t-j}^2 + \sum_{k=1}^{r} \gamma_k \varepsilon_{t-k}^2 d_{t-k} \tag{2.32}$$

โดย d_t เป็นตัวแปรหุ่น

เมื่อ $d_t = 1$, เมื่อ $\varepsilon_t < 0$

$d_t = 0$, เมื่อ $\varepsilon_t > 0$

ในแบบจำลองนี้ ข่าวดี คือ $\varepsilon_{t-i} > 0$ ข่าวร้าย คือ $\varepsilon_{t-i} < 0$ มีผลกระทบแตกต่างกันขึ้นกับความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไข ถ้าเป็นข่าวดีมีผลต่อ α_i ขณะที่เป็นข่าวร้ายมีผลต่อ $\alpha_i + \gamma_i$

ถ้า $\gamma_k > 0$ ข่าวร้ายจะทำให้ความผันผวนเพิ่มขึ้นสูง

ถ้า $\gamma_k \neq 0$ ข่าวดีจะทำให้ความผันผวนเพิ่มขึ้นแต่น้อยกว่าข่าวร้าย

ดังนั้นจึงเรียกว่า Leverage effect คือ ความไม่แน่นอนมักจะสูง เมื่อมีข่าวร้ายและลดลงเมื่อมีข่าวดี ลักษณะความไม่สมมาตรของความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไขนี้

2.12 การตรวจสอบรูปแบบ (Diagnostic Checking)

การสร้างสมการพร้อมทั้งประมาณค่าพารามิเตอร์แล้วนั้น จะต้องทำการตรวจสอบรูปแบบว่าสมการที่ได้มามีความเหมาะสมหรือไม่ และรูปแบบใดของสมการที่ดีที่สุด โดยใช้การทดสอบต่างๆ ดังนี้

1) การทดสอบ Ljung-Box Q-Statistic

การทดสอบ Ljung-Box Q-Statistic เป็นการทดสอบว่าสหสัมพันธ์ในตัวเองในส่วนเหลือทุกช่วงเวลาที่ห่างกัน k มีความอิสระกันหรือไม่ โดยมีสมมติฐานดังนี้

$$\mathrm{H}_0 : \rho(a_t) = \rho(a_t) = \ldots = \rho(a_t) = 0$$

$$\mathrm{H}_1 : \rho(a_t) \neq \rho(a_t) \neq \ldots \neq \rho(a_t) \neq 0$$

คำนวณตามสมการที่ (2.24) คือ

$$Q_{LB} - stat = T(T+2)\sum \left(r_j^2 / T - j \right) \tag{2.33}$$

เมื่อ r_j คือสหสัมพันธ์ในตัวเองลำดับที่ j โดยที่ j=1,…,k

T คือจำนวนค่าสังเกต

ภายใต้ส่วนเหลือจากการประมาณด้วยแบบจำลอง ARIMA ค่า Q_{LB} มีการแจกแจงแบบไคสแควร์ (χ^2) ด้วยระดับความเป็นอิสระ (Degree of Freedom) เท่ากับจำนวนของสายสัมพันธ์ในตัวเองลบด้วยจำนวนของพารามิเตอร์ Autoregressive (AR) และ Moving Average (MA) ที่ได้มาจากการประมาณหรือ k-m

จะยอมรับสมมติฐานหลักเมื่อ $Q_{LB} \leq \chi^2_{\alpha,k-m}$ คือส่วนที่เหลือเป็นอิสระต่อกันที่ความล่า k และถ้าปฏิเสธสมมติฐานหลักเมื่อ $Q_{LB} \geq \chi^2_{\alpha,k-m}$ คือเกิดสหสัมพันธ์ในตัวเองอย่างน้อยหนึ่งค่าในส่วนเหลือที่ไม่เท่ากับศูนย์

2) เกณฑ์การเลือกรูปแบบของแบบจำลองที่ดีที่สุด (Information criteria)

ในการหารูปแบบของแบบจำลอง เมื่อได้รูปแบบของแบบจำลองที่เหมาะสมหลายรูปแบบต้องมีแนวทางในการเลือกรูปแบบของแบบจำลองที่ดีที่สุด โดยพิจารณาจากค่า Akaike Information Criterion (AIC) และ Schwartz Criterion (SC) รูปแบบของแบบจำลองที่ให้ค่า AIC และ SC น้อยที่สุดจะเป็นรูปแบบที่ดีที่สุด โดย Akaike Information Criterion (AIC) สามารถคำนวณได้ตามสมการที่ (2.26) และ Schwartz Criterion (SC) คำนวณตามสมการที่ (2.27)

Akaike Information Criterion (AIC) $\quad -2\iota/\eta + 2k/\eta \qquad (2.34)$

Schwartz Criterion (SC) $\quad -2\iota/\eta + k\log\eta/\eta \qquad (2.35)$

โดยที่ k เป็นจำนวนของพารามิเตอร์ที่ทำการประมาณค่า

η เป็นจำนวนของค่าสังเกต

ι เป็นค่าของ log likelihood function ที่ใช้พารามิเตอร์ที่ถูกประมาณค่า k ตัว

2.13 การพยากรณ์ (Forecasting)

การศึกษานี้ได้แบ่งการพยากรณ์ออกเป็น 3 ช่วงคือ Historical Forecast Ex-post Forecast และ Ex-ante Forecast โดย Historical Forecast คือ การพยากรณ์ข้อมูลในอดีตจนถึงช่วงเวลาที่พิจารณา และเนื่องจากการพยากรณ์ข้อมูลล่วงหน้านั้นจะทำให้เกิดข้อจำกัดที่ว่าความแม่นยำของข้อมูลที่ได้จากการพยากรณ์นั้น มีความน่าเชื่อถือมากน้อยเพียงใด และแบบจำลองอารีมา เหมาะสำหรับการพยากรณ์ในระยะสั้น ดังนั้นเพื่อที่จะทราบว่าแบบจำลองที่ประมาณขึ้นมานั้นสามารถที่จะพยากรณ์ได้ถูกต้องแม่นยำเพียงใด จำได้ใช้การพยากรณ์แบบ Ex-post Forecast กล่าวคือ เป็นการพยากรณ์ข้อมูล ณ ช่วงเวลาที่มีข้อมูลจริงเกิดขึ้นแล้ว ยกตัวอย่างเช่น จะลดจำนวนค่าสังเกตการณ์ของอนุกรมเวลาลงจากข้อมูลที่มีทั้งหมด n ข้อมูล เหลือ n-5 ข้อมูล แล้วทำการถดถอยข้อมูลใหม่เพื่อดูค่า RMSE (Root

Mean Squared Error) และทำการพยากรณ์ล่วงหน้า (Ex-post Forecast) จำนวน 5 ข้อมูล เพื่อเปรียบเทียบกับข้อมูลจริงที่มีอยู่ และก็จะได้ค่า RMSE แล้วใช้ค่าสถิติดังกล่าวประกอบการพิจารณาเลือกแบบจำลองที่มีความเหมาะสม เมื่อได้แบบจำลองที่เหมาะสมภายหลังจากการวิเคราะห์ความถูกต้องแล้ว ก็สามารถนำแบบจำลองดังกล่าวใช้ในการพยากรณ์ และภายหลังจากที่เลือกแบบจำลองที่ใช้เป็นตัวแทนอนุกรมเวลาข้อมูลได้แล้ว จะทำการพยากรณ์ล่วงหน้า (Ex-ante Forecast) กล่าวคือเป็นการพยากรณ์ในช่วงเวลาที่ยังไม่มีข้อมูลจริงเกิดขึ้นต่อไป

2.14 การทดสอบความแม่นยำของผลการพยากรณ์ที่ได้

ในการศึกษาครั้งนี้จะทำการประเมินผลด้วย RMSE (Root Mean Squared Error) ซึ่งมีสูตรการคำนวณตามลำดับ ดังนี้

RMSE คือการวัดค่าความแตกต่างระหว่างค่าจริง และค่าที่ประมาณได้จากแบบจำลอง หาก RMSE มีค่าน้อย แสดงว่าแบบจำลองสามารถประมาณค่าประมาณได้ใกล้เคียงกับค่าจริง (Pindyck and Rubinfeld, 1998) ดังนั้นหากมีค่านี้มีค่าเท่ากับศูนย์แล้ว จะหมายความว่า ไม่เกิดความคลาดเคลื่อนในแบบจำลองนี้เลย RMSE คำนวณได้ดังนี้

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}(Y_t^s - Y_t^a)^2} \qquad (2.36)$$

โดยกำหนด Y_t^s = ค่าประมาณจากแบบจำลอง

Y_t^a = ค่าที่แท้จริง

T = จำนวนคาบเวลาที่ใช้ในการประมาณแบบจำลอง

2.15 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ขวัญหล้า จันทะพันธ์ (2546) การวิเคราะห์ความเสี่ยงและผลตอบแทนของหลักทรัพย์กลุ่มสื่อสาร ในตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย โดยทำการศึกษาจำนวน 4 หลักทรัพย์ได้แก่ Advance Info Service, Shin Sattelite, Telecom Asia และ United Communication โดยใช้ข้อมูลราคาปิดรายสัปดาห์ เริ่มศึกษาตั้งแต่วันที่ 4 มกราคม 2541 ถึงวันที่ 29 ธันวาคม 2545 แยกศึกษาเป็นรายปีและภาพรวม 5 ปี เพื่อเป็นตัวแทนของอัตราผลตอบแทนจากหลักทรัพย์ โดยใช้ข้อมูลจากดัชนีหลักทรัพย์แห่งประเทศไทยเป็นตัวแทนของอัตราผลตอบแทนของตลาด และใช้ค่าเฉลี่ยอัตราดอกเบี้ยเงินฝากประจำ 3 เดือน ของธนาคารพาณิชย์ขนาดใหญ่ 4 ธนาคาร คือธนาคารกรุงไทย จำกัด (มหาชน), ธนาคารกรุงเทพ จำกัด (มหาชน), ธนาคารกสิกรไทย จำกัด (มหาชน) และธนาคารไทยพาณิชย์ จำกัด

(มหาชน) เป็นตัวแทนของอัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์ที่ปราศจากความเสี่ยง โดยนำข้อมูลที่ได้มาทดสอบ unit root เนื่องจากข้อมูลอนุกรมเวลามักจะมีลักษณะเป็น nonstationary อาจก่อให้เกิดปัญหาการได้ผลของความสัมพันธ์ที่ไม่แท้จริง และใช้แบบจำลองการตั้งราคาหลักทรัพย์ (Capital Asset Pricing Model: CAPM) และแบบจำลองฟาร์มาและเฟรนช์ในการศึกษา ทำการประมาณค่าโดยใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุด โดยนำโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับคำนวณและประมวลผล ทำการวิเคราะห์ทางสถิติ ซึ่งผลการศึกษาในภาพรวม 5 ปี โดยใช้แบบจำลองทั้ง 2 แบบ หลักทรัพย์ Advance Info Service, Shin Sattelite มีค่า $\beta < 1$ และมีความสัมพันธ์เชิงบวก กล่าวได้ว่าเป็น defensive stock ส่วนหลักทรัพย์ที่เหลือให้ผลต่างกัน และเมื่อนำผลตอบแทนจากหลักทรัพย์ในกลุ่มสื่อสารที่ทำการศึกษามาเปรียบเทียบกับเส้นหลักทรัพย์เพื่อใช้เป็นข้อมูลในการตัดสินใจลงทุน ผลการวิเคราะห์พบว่า การใช้แบบจำลอง CAPM และแบบจำลอง Fama and French พบว่าทุกหลักทรัพย์ที่ทำการศึกษาอยู่เหนือเส้นตลาดหลักทรัพย์ แสดงว่าหลักทรัพย์ที่ทำการศึกษาให้ผลตอบแทนมากกว่าผลตอบแทนตลาด ณ ระดับความเสี่ยงที่เท่ากับความเสี่ยงของตลาดหลักทรัพย์ นั่นคือราคาหลักทรัพย์มีราคาต่ำกว่าที่ควรจะเป็น (undervalue) ในอนาคตราคาของหลักทรัพย์จะสูงขึ้น ส่งผลให้ผลตอบแทนหลักทรัพย์ลดลงจนเท่ากับระดับเดียวกับตลาด หรือปรับตัวลงมาเท่ากับเส้นตลาดหลักทรัพย์ นักลงทุนควรลงทุนในหลักทรัพย์เหล่านั้นก่อนที่ราคาจะปรับตัวเพิ่มขึ้น

ภัทร์ ตั้งตระกูล (2546) ศึกษาการวิเคราะห์ทางด้านเทคนิคด้วยแบบจำลองการ์ชเอ็มในหลักทรัพย์กลุ่มวัสดุก่อสร้างและตกแต่ง โดยในการศึกษานี้ได้แบ่งออกเป็นสองส่วน คือ ส่วนแรกทำการศึกษาถึงความสัมพันธ์ของการเคลื่อนไหวของราคาหลักทรัพย์ในปัจจุบันกับราคาปิดของหลักทรัพย์ในอดีตและความเสี่ยงซึ่งแทนด้วยความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของหลักทรัพย์ด้วยแบบจำลอง ARMA with GARCH-M ซึ่งผลการศึกษาพบว่าราคาหลักทรัพย์ทุกตัวในกลุ่มนี้จะถูกกำหนดด้วยราคาหลักทรัพย์ในอดีตอย่างมีนัยสำคัญ และข้อมูลหลักทรัพย์ทุกตัวยังปรากฏเทอม ARCH และ GARCH แสดงถึงการเกิดความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขที่เกิดขึ้นทุกข้อมูลหลักทรัพย์ ส่วนที่สองเป็นการประยุกต์แบบจำลอง ARMA with GARCH-M ในการวิเคราะห์หลักทรัพย์ทางด้านเทคนิค ซึ่งในการศึกษานี้ได้ทำการสร้างสัญญาณซื้อและขายหลักทรัพย์ด้วยช่วงความเชื่อมั่น ± 1.0 standard deviation จากแบบจำลอง ARMA with GARCH-M และเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ทางเทคนิคของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้กับดัชนีกำลังสัมพันธ์ (RSI) โดยจำลองสถานการณ์ข้อมูลสัญญาณซื้อและขายที่ได้ ผลการศึกษาพบว่าสัญญาณซื้อขายที่ได้จากสองวิธีให้ผลที่สอดคล้องกันแต่ช่วงความเชื่อมั่นจากแบบจำลองจะให้สัญญาณซื้อและขายถี่กว่าดัชนีกำลังสัมพันธ์ ในทุกหลักทรัพย์ ช่วงความเชื่อมั่นจากแบบจำลอง ARMA with GARCH-M และดัชนีกำลังสัมพันธ์ให้

ผลตอบแทนต่อการลงทุนแล้วดัชนีกำลังสัมพันธ์จะให้ค่าสูง เหมาะสำหรับลงทุนในระยะยาว ผลตอบแทนต่อการลงทุนแล้วดัชนีกำลังสัมพัทธ์จะให้ค่าสูงกว่าช่วงความเชื่อมั่นซึ่งจะเหมาะสมกับนักลงทุนระยะยาว

ธวัชชัย ช่างสม(2548) ทำการวิเคราะห์ทางด้านเทคนิคสำหรับราคาหุ้นกลุ่มพลังงานของตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย โดยใช้เครื่องมือทางเทคนิค ทั้งหมด 6 ประเภท ทำการวิเคราะห์แบบรายวัน แบบรายสัปดาห์เป็นระยะเวลา 2 ปี และ 4 ปี การศึกษาครอบคลุมทั้งหมด 6 หลักทรัพย์และประเมินในด้านอัตราผลตอบแทนในช่วงเวลาที่กำหนด ในรูปอัตราผลตอบแทนเฉลี่ย หรือประสิทธิภาพในการให้สัญญานซื้อและขายในแต่ละครั้ง และหาความเป็นไปได้ที่จะทำตามสัญญานซื้อแล้วได้กำไร ในการทดสอบนี้มีเงินลงทุนเริ่มต้นต่อเครื่องมือ ต่อหลักทรัพย์มีค่าเท่ากับ 10,000 บาท

ผลการศึกษาใช้เครื่องมือทางเทคนิคเพื่อทำการซื้อและขายตามสัญญาน และทำตามสมมติฐานที่ได้ตั้งไว้ พบว่าเครื่องมือ moving average และ oscillator โดยทำการวิเคราะห์แบบรายสัปดาห์ของหุ้น BANPU ทั้งในระยะเวลา 2 ปี และ 4 ปี ในอัตราผลตอบแทนสูงสุด สำหรับการวิเคราะห์ประสิทธิภาพของเครื่องมือหรืออัตราผลตอบแทนเฉลี่ยนั้นพบว่า เครื่องมือ moving average และ oscillator ต่างก็ให้อัตราผลตอบแทนเฉลี่ยสูงสุดเหมือนกัน ทั้งในการวิเคราะห์แบบรายสัปดาห์ระยะเวลา 2 ปี และ 4 ปี ในการหาอัตราผลตอบแทนรวมที่ได้จากการใช้เครื่องมือทางเทคนิค กับหลักทรัพย์ทั้ง 6 ตัวได้อัตราผลตอบแทนรวมทั้งหมดเท่ากับร้อยละ 213.26 หรือหากใช้เงินลงทุน 10,000 บาทต่อ 1 หุ้นต่อ 1 เครื่องมือทางเทคนิคหรือคิดเป็นเงินลงทุนทั้งหมดเท่ากับ 360,000 บาทจะได้กำไรเท่ากับ 767,754 บาท

ผลการศึกษาหาค่าโอกาส ที่เครื่องมือทางเทคนิคให้สัญญานซื้อขายแล้วได้กำไร พบว่าแม้หลักทรัพย์บางตัวจะให้ผลตอบแทนสุทธิที่สูง แต่ไม่ได้หมายความว่าการให้สัญญานซื้อแต่ละครั้งจะมีโอกาสได้กำไรทุกครั้ง และยังพบอีกว่าการวิเคราะห์ข้อมูลราคาแบบรายสัปดาห์ จะให้ค่าโอกาสที่ซื้อหุ้นแล้วจะได้กำไรสูงกว่าการวิเคราะห์แบบรายวัน

ปาริฉัตร รัตนพัวพันธ์ (2547) ทำการวิเคราะห์ทางด้านเทคนิคด้วยแบบจำลองการ์ชเอ็ม โดยศึกษาหลักทรัพย์ในกลุ่มพลังงาน ทำการศึกษาโดยทดสอบความนิ่งของข้อมูลโดยวิธี Unit root และศึกษาถึง ความแม่นยำและความสามารถในการพยากรณ์ของแบบจำลองการ์ชเอ็ม ที่มีต่อหลักทรัพย์จำนวน 5 หลักทรัพย์ในกลุ่มพลังงานได้แก่ BANPU,EGCOMP,PTT,PTTEP และ RATCH โดยการนำข้อมูลตั้งแต่มกราคม 2542 ถึงธันวาคม 2546 รวม 260 สัปดาห์ การซื้อขายมีสมมติฐานคือ ซื้อ

หลักทรัพย์ครั้งละ 100 หุ้นในวันถัดจากวันที่มีสัญญานซื้อ และขายหลักทรัพย์ทั้งหมดที่ถืออยู่เมื่อมีสัญญานขาย มูลค่าการซื้อขายเท่ากับผลคูณของราคาปิดกับจำนวนหุ้น ไม่มีการทำ shot sell และจะทำการซื้อขายเมื่อมีสัญญานซื้อและสัญญานขายเท่านั้น

ผลการศึกษา unit root พบว่าหลักทรัพย์ทั้ง 4 ตัวยกเว้น PTT มีลักษณะนิ่งในผลต่างลำดับที่ 1 (I1)ส่วน PTT นั้นมีลักษณะนิ่งในผลต่างลำดับที่ 2 (I2)ด้วย และจากการใช้แบบจำลองการ์ชเอ็ม เปรียบเทียบผลกำไรขาดทุนกับ relative strength index นั้นพบว่า ในหลักทรัพย์ BANPU,PTT(I1) และ RATCH แบบจำลองการ์ชเอ็มให้ผลตอบแทนที่กำไร แต่หลักทรัพย์ EGCOMP และ PTT(I2) ให้ผลขาดทุน แต่โดยรวมแล้ว relative strength index ให้ผลตอบแทนที่สูงกว่า

ปิยนุช เรืองขจร (2550) ทำการประมาณค่าความผันผวนของผลตอบแทนของราคาน้ำมันดิบ ถ่านหิน และก๊าซธรรมชาติโดนวิธีอารีมาอีการ์ช รีมาการ์ชเอ็มและอารีมาการ์ช ซึ่งใช้ข้อมูลอนุกรมเวลาราคาปิดรายวันของราคาน้ำมันดิบเบรนท์ในตลาดซื้อขายล่วงหน้า NYMEX ของประเทศสหรัฐอเมริกา ตั้งแต่เดือนมกราคม 2546 ถึงเดือนกุมภาพันธ์ 2550 จำนวน 1,040 ข้อมูล ข้อมูลราคาปิดของราคาถ่านหินของตลาดประเทศสหรัฐอเมริกา ตั้งแต่เดือนสิงหาคม 2546 ถึงเดือนกุมภาพันธ์ 2550 จำนวน 876 ข้อมูล และข้อมูลปิดรายวันของตลาดประเทศสหรัฐอเมริกา ตั้งแต่เดือนสิงหาคม 2546 ถึงเดือนกุมภาพันธ์ 2550 จำนวน 881 ข้อมูล

ผลการทดสอบ unit root โดยวิธี Augmented Dickey-Fuller test (ADF test) พบว่าข้อมูลผลตอบแทนของราคาพลังงานทั้ง 3 ชนิดมีลักษณะนิ่งที่ระดับ Level (I(0)) จากการพิจารณาผลคอเรลโลแกรม ได้ทำการเลือกแบบจำลองที่เหมาะสมเพียงรูปแบบเดียวสำหรับผลตอบแทนราคาพลังงานแต่ละชนิดโดยใช้ แบบจำลองอารีมาอีการ์ช อารีมาการ์ชเอ็มและอารีมาการ์ช และเมื่อทำการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองทั้งหมดพบว่า มีลักษณะเป็น white noise ณ ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ 0.05

ผลการพยากรณ์ผลตอบแทนของราคาพลังงานแต่ละชนิดในช่วง historical forecast และ ex-post forecast พบว่าแบบจำลองที่ให้ค่า root mean square error ต่ำที่สุดสำหรับผลตอบแทนของราคาน้ำมันดิบ ถ่านหิน และก๊าซธรรมชาติคือ แบบจำลอง AR(1) AR(9) MA(1) MA(9) MA(14) และ E-GARCH(1,2) , แบบจำลอง AR(1) AR(10) MA(1) MA(10) และGARCH(1,1) และแบบจำลอง AR(2) AR(10) MA(2) MA(10) และ GARCH(1,1) ตามลำดับ ดังนั้นแบบจำลองดังกล่าวจึงมีความเหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์ผลตอบแทนล่วงหน้าในอนาคตของพลังงานแต่ละชนิด