บทที่ 3
กรอบทฤษฎีและระเบียบวิธีวิจัย

3.1 การวิเคราะห์อนุกรมเวลา (Time Series Analysis)

การวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาจะขึ้นอยู่กับการเปลี่ยนแปลงของเวลาในอดีตเป็นพื้นฐาน กล่าวคือ การวิเคราะห์อนุกรมเวลาเป็นวิธีที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลหรือค่าสังเกตที่มีการเปลี่ยนแปลงไปตามลำดับเวลาที่เกิดขึ้น หรือการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรในช่วงเวลาในอดีต การที่อนุกรมเวลาแสดงให้เห็นรูปแบบการเปลี่ยนแปลงในช่วงเวลาในอดีต ทำให้สามารถคาดการณ์ได้ว่าในอนาคตลักษณะการเปลี่ยนแปลงควรอยู่ในรูปแบบใด และสามารถพยากรณ์การเปลี่ยนแปลงข้อมูลในอนาคตได้ (ศิริลักษณ์ เล็กสมบูรณ์, 2531)

3.1.1 การทดสอบความนิ่งของข้อมูล (Unit Root Tests)

ข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่ง (Stationary) คือข้อมูลที่ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของกระบวนการเชิงสุ่ม (random process) นั้นมีค่าคงที่เมื่อเวลาได้เปลี่ยนไป และค่าความแปรปรวนระหว่างสองคาบเวลาขึ้นอยู่กับความล่า (lag) ระหว่างคาบเวลาทั้งสองนั้น (ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์ และ อารี วิบูลย์พงศ์, 2542) โดยเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

ค่าเฉลี่ย (Mean) : $E(X_t) = \text{constant} = \mu$ (3.1)

ความแปรปรวน (Variance) : $V(X_t) = \text{constant} = \sigma^2$ (3.2)

ความแปรปรวนร่วม(Covariance): $\text{cov}(x_t, x_{t+k}) = E(x_t-\mu)(x_{t+k}-\mu) = \sigma_k-\mu$ (3.3)

โดยที่ x_t คือ ข้อมูลอนุกรมเวลาซึ่งเป็นกระบวนการเชิงสุ่ม

ในการวิเคราะห์ข้อมูลที่เป็นอนุกรมเวลานั้น ข้อมูลจะต้องมีลักษณะนิ่ง เนื่องจากข้อมูลอนุกรมเวลานั้นมาจากกระบวนการเชิงสุ่ม การนำข้อมูลอนุกรมเวลาไปใช้โดยไม่ได้ทำการตรวจสอบว่าข้อมูลนั้นมีลักษณะนิ่งนั้น ค่าสถิติที่เกิดขึ้นจะมีการแจกแจงไม่มาตรฐาน (nonstandard distribution) ซึ่งทำให้การนำไปใช้เปรียบเทียบกับค่าในตารางมาตรฐานไม่ถูกต้องเนื่องจากค่า ต่าง ๆ นั้น มีสมมติฐานว่าข้อมูลนั้นมีการแจกแจงมาตรฐาน (standard distributions) ทำให้เกิดการลงความเห็นที่ผิดพลาดและความสัมพันธ์ที่ไม่แท้จริง (spurious regression) กล่าวคือ R^2 มีค่าสูง

มากและได้ค่าสถิติ t – test มีนัยสำคัญหรือสูงเกินกว่าความเป็นจริง

ในการใช้ข้อมูลอนุกรมเวลาจึงต้องทำการทดสอบว่าข้อมูลที่นำมาใช้มีลักษณะนิ่งหรือไม่ ซึ่งจะใช้การทดสอบ Unit Root โดยในการศึกษานี้จะพิจารณาเฉพาะวิธีของ Dickey-Fuller โดยวิธี DF (Dickey-Fuller Test) และ ADF (Augmented Dickey-Fuller Test) ซึ่งกำหนดโดยสมการ (3.4)

$$x_t = \rho x_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (3.4)$$

โดยกำหนดสมมติฐานหลัก $H_0: \rho = 1$

และสมมติฐานรอง $H_1: |\rho| < 1$

ถ้ายอมรับ H_0 แสดงว่าข้อมูลมีลักษณะไม่นิ่ง แต่ถ้าปฏิเสธ H_0 แสดงว่าข้อมูลนั้นมีลักษณะนิ่ง และจากสมการ (3.4) สามารถแปลงเป็นสมการได้ดังนี้ คือ

กรณีไม่มีค่าคงที่และแนวโน้มเวลา $\Delta x_t = \theta x_{t-1} + \varepsilon_t$ (3.5)

กรณีมีค่าคงที่ $\Delta x_t = \alpha + \theta x_{t-1} + \varepsilon_t$ (3.6)

กรณีมีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลา $\Delta x_t = \alpha + \beta t + \theta x_{t-1} + \varepsilon_t$ (3.7)

โดยกำหนดสมมติฐานหลัก $H_0: \theta = 0$

และสมมติฐานรอง $H_1: \theta < 0$

การยอมรับ H_0 แสดงว่าข้อมูลมีลักษณะไม่นิ่งแต่ถ้าปฏิเสธ H_0 แสดงว่าข้อมูลนั้นมีลักษณะนิ่ง

นอกจากนี้ถ้าสมการที่ (3.5) (3.6) และ (3.7) เข้าสู่ autoregressive processes จะได้สมการดังนี้

กรณีไม่มีค่าคงที่และแนวโน้มเวลา $\Delta x_t = \theta x_{t-1} + \sum_{i=1}^{\rho} \phi_i \Delta x_{t-i} + \varepsilon_t$ (3.8)

กรณีมีเฉพาะค่าคงที่ $\Delta x_t = \alpha + \theta x_{t-1} + \sum_{i=1}^{\rho} \phi_i \Delta x_{t-i} + \varepsilon_t$ (3.9)

กรณีมีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลา $\Delta x_t = \alpha + \beta t + \theta x_{t-1} + \sum_{i=1}^{\rho} \phi_i \Delta x_{t-i} + \varepsilon_t$ (3.10)

จากสมการที่ (3.8) (3.9) และ (3.10) มีจำนวนของ lagged difference terms ที่เพิ่มเข้ามา การที่ lagged เพิ่มมากขึ้นจะทำให้เกิดค่าความคลาดเคลื่อน (error terms) ที่มีลักษณะเป็น serial correlation และเมื่อนำการทดสอบ Augmented Dickey-Fuller Test (ADF) ซึ่งพัฒนามาจากวิธี Dickey-Fuller Test

(DF) เพื่อแก้ปัญหา serial correlation ในการตรวจสอบว่าข้อมูลนั้นมีลักษณะนิ่งหรือไม่โดยการเปรียบเทียบค่าสถิติ t ที่คำนวณได้กับค่าวิกฤติ MacKinnon (MacKinnon Critical Values) (Enders, 1995; Gujarati, 2003)

ในการหาจำนวนของ lag length ที่มีความเหมาะสมต่อการนำไปทดสอบนั้น (Enders, 1995) ได้เสนอวิธีที่เหมาะสมหลายวิธี เช่นการกำหนดจำนวนของ lag length ที่มีจำนวนมากพอ เช่นที่ P* แล้วดูว่า สัมประสิทธิ์ lag length นั้นแตกต่างจากศูนย์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติหรือไม่ โดยการทดสอบด้วยค่าสถิติ t (t-test) ถ้าไม่มีนัยสำคัญทางสถิติให้ทำการลด lag length ลงทีละ 1 จนกว่าสัมประสิทธิ์ lag length นั้นจะแตกต่างจากศูนย์อย่างมีนัยสำคัญ

3.1.2 แบบจำลอง Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (ARCH)

ในแบบจำลองเศรษฐมิติแบบดั้งเดิมได้มีการสมมติให้ความแปรปรวนของเทอมความคลาดเคลื่อนมีค่าคงที่หรือคงตัว ซึ่ง Enders (1995) ได้แสดงให้เห็นว่าข้อมูลเศรษฐกิจอนุกรมเวลาจำนวนมากในคาบเวลาจำนวนไม่น้อยมีความผันผวนสูงมาก ตามมาด้วยคาบเวลาที่อนุกรมดังกล่าวค่อนข้างจะมีความสงบซึ่งจะเห็นได้ว่าข้อสมมติที่ว่าความแปรปรวนของเทอมความคลาดเคลื่อน มีค่าคงที่หรือค่าคงตัวนั้น ไม่น่าจะเป็นข้อสมมติที่เหมาะสมหรือถูกต้อง ซึ่ง Enders (1995) กล่าวว่า ในหลายสถานการณ์ เราสนใจแต่เพียงความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไขเท่านั้น เช่นนักลงทุนในตลาดหุ้นอาจจะสนใจในการพยากรณ์อัตราผลตอบแทน (rate of return) และความแปรปรวนของหุ้นที่เราถือเท่านั้น ในขณะที่ความแปรปรวนแบบไม่มีเงื่อนไข (unconditional variance คือความแปรปรวนระยะยาวนั่นเอง) อาจจะไม่ใช่สิ่งที่สำคัญ ถ้านักลงทุนวางแผนที่จะซื้อขายหุ้นในช่วงไม่ยาวจนเกินไปนัก (ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์ และอารี วิบูลย์พงศ์, 2542)

วิธีหนึ่งที่มักจะใช้ในการพยากรณ์ความแปรปรวน คือแบบจำลองที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง x_{t+1} กับ ε_{t+1} และ x_t ซึ่งเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$x_{t+1} = \varepsilon_{t+1}\ x_t \qquad (3.11)$$

โดยที่ x_{t+1} คือ ตัวแปรที่เรากำลังพิจารณา

ε_{t+1} คือ ตัวเทอมรบกวน white noise (white noise disturbance term) ซึ่งมีความแปรปรวนเท่ากับ σ^2 ซึ่งเป็นค่าคงที่หรือคงตัว (constant)

x_t คือ ตัวแปรอิสระ (independent variable) ณ คาบเวลา t ซึ่งเป็นตัวแปรที่เราสังเกตได้

จากสมการ (3.11) ถ้า x_t มีค่าเท่ากับทุกคาบเวลาและเท่ากับค่าคงตัวหรือค่าคงที่ซึ่งสมมติว่าเท่ากับ x จะสามารถเขียนสมการ (3.11) ใหม่ได้ดังนี้

$$x_{t+1} = \varepsilon_{t+1}\, x \qquad (3.12)$$

เราจะได้ว่า $\{x_{t+1}\}$ sequence ก็จะมีลักษณะเป็น white noise process ด้วยความแปรปรวนคงที่หรือคงตัว อย่างไรก็ตาม $\{x_t\}$ sequence มักจะมีค่าไม่เท่ากัน ดังนั้นความแปรปรวนภายใต้เงื่อนไขของ x_t สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\mathrm{Var}(x_{t+1}|x_t) = \sigma^2 x_t^2 \qquad (3.13)$$

และถ้าค่าสืบเนื่อง (successive values) ของ $\{x_{t+1}\}$ มี positive serial correlation ความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไข ของ $\{x_t\}$ sequence ก็จะมี positive serial correlation ด้วย ในลักษณะเช่นนี้ $\{x_{t+1}\}$ sequence ก็จะทำให้เกิดคาบเวลาของความผันผวนใน $\{x_t\}$ sequence

ในทางปฏิบัติแล้ว เราอาจจะปรับปรุงแบบจำลองที่กล่าวมาแล้วข้างต้นให้อยู่ในรูปแบบดังนี้

$$\ln x_t = a_0 + a_1 \ln(x_{t+1}) + e_t \qquad (3.14)$$

โดยที่ e_t คือ เทอมความคลาดเคลื่อนซึ่งคือ $\ln(\varepsilon_t)$ นั่นเอง

และสามารถทำการถดถอยโดยใช้ OLS (OLS regression) แต่จุดอ่อนของวิธีนี้ก็คือเราสมมติไว้แน่นอนว่า $\{x_{t+1}\}$ เป็นสาเหตุของการเปลี่ยนแปลงความแปรปรวน และโดยเหตุผลทางทฤษฎีแล้วเราอาจจะไม่มีเหตุผลที่ดีเพียงพอในการเลือกตัวแปร $\{x_{t+1}\}$ ที่เป็นสาเหตุของการเปลี่ยนแปลงของความแปรปรวนได้ และสิ่งที่เป็นจุดอ่อนที่สำคัญอีกประการหนึ่งของแบบจำลองสมการ (3.14) ก็คือ เราได้สมมติว่าเทอมความคลาดเคลื่อน ซึ่งคือ $\{e_t\}$ sequence มีความแปรปรวนคงที่หรือไม่คงที่ ถ้าข้อสมมติดังกล่าวไม่ถูกต้องก็จะต้องมีการแปลงข้อมูล (data transformation) อีก

ในการวิเคราะห์อนุกรมเวลาส่วนใหญ่แล้วจะมีการกำหนด stochastic variable ให้มีความแปรปรวนคงที่ (homoscadastic) ซึ่งในการประยุกต์ใช้กับบางข้อมูลนั้น ค่าความแปรปรวนของค่าเทอมคลาดเคลื่อน จะไม่ใช่ฟังก์ชั่นของตัวแปรอิสระแต่มีค่าเปลี่ยนแปลงไปตามช่วงเวลาขึ้นอยู่กับขนาดของความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นในอดีต หรือกล่าวได้ว่าค่าความแปรปรวนของเทอมคลาดเคลื่อนนั้นขึ้นอยู่กับค่าความผันผวน (volatility) ของความคลาดเคลื่อนในอดีตที่ผ่านมา

ความเป็นไปได้ในการหาค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของอนุกรมเวลาไปพร้อมกันนั้นในขั้นต้นการพยากรณ์อย่างมีเงื่อนไขจะมีความแม่นยำเหนือกว่าการพยากรณ์อย่างไม่มีเงื่อนไขมาก ซึ่งจากแบบจำลอง Autoregressive Moving Average (ARMA) แสดงได้ดังนี้

$$x_t = a_0 + a_1 x_{t-1} + \varepsilon_t \tag{3.15}$$

และต้องการพยากรณ์ x_{t+1} การพยากรณ์อย่างมีเงื่อนไขของ x_{t+1} ดังนี้ คือ

$$E_t x_{t+1} = a_0 + a_1 x_t \tag{3.16}$$

และค่าเฉลี่ยแบบมีเงื่อนไขในการพยากรณ์ x_{t+1} ค่าความคลาดเคลื่อนของความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขที่พยากรณ์ได้ดังนี้

$$E_t[(x_{t+1} - a_0 - a_1 x_t)^2] = E_t \varepsilon_{t+1}^2 = \sigma^2 \tag{3.17}$$

ถ้าเปลี่ยนไปใช้การพยากรณ์แบบไม่มีเงื่อนไขแล้ว ผลที่ใช้จะเป็นค่าเฉลี่ยในช่วงระยะยาวของลำดับ $\{x_t\}$ ซึ่งเท่ากับ $\frac{a_0}{(1-a_1)}$ จะได้ค่าความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์อย่างไม่มีเงื่อนไข ตามสมการ (3.18) คือ

$$E_t\{[(x_{t+1} - \frac{a_0}{(1-a_1)}]^2 = E[(\hat{I}_{t+1} + a_1\hat{I}_t + a_1^2\hat{I}_{t-1} + a_1^3\hat{I}_{t-2} + ...)^2]$$

$$= \frac{\sigma^2}{(1-a_1^2)} \tag{3.18}$$

เมื่อ $\frac{1}{(1-a_1^2)} > 1$ ค่าความแปรปรวนที่ได้จากการพยากรณ์อย่างไม่มีเงื่อนไขจะสูงกว่าแบบมีเงื่อนไข ดังนั้นในการพยากรณ์อย่างไม่มีเงื่อนไขจึงมีความเหมาะสมกว่า ในลักษณะเดียวกันถ้าความแปรปรวนของ $\left\{\varepsilon_t\right\}$ ไม่เป็นค่าคงที่ จะสามารถประมาณค่าแนวโน้มของการเปลี่ยนแปลงความแปรปรวนโดยใช้ ARMA Model อธิบายได้โดยให้ $\left\{\hat{\varepsilon}_t\right\}$ แทนส่วนที่เหลือ (Residual) ที่ได้

จากการประมาณจากสมการ (3.15) ดังนั้นค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไข ของ x_{t+1} จะได้ดังสมการ (3.19)

$$\begin{aligned} Var(x_{t+1}|x_t) &= E_t[(x_{t+1} - a_0 - a_1 x_t)^2] \\ &= E_t \varepsilon_{t+1}^2 \qquad (3.19) \end{aligned}$$

และจากที่ให้ $E_t\varepsilon_{t+1}^2$ เท่ากับ σ_{t+1}^2 จึงแสดงว่าค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขไม่ใช่ค่าคงที่ และจะได้จากแบบจำลองในการประมาณค่าส่วนที่เหลือออกมาดังสมการ (3.20)

$$\hat{\varepsilon}_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + ... + \alpha_q \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + v_t \qquad (3.20)$$

โดยที่ v_t คือ white noise process

ถ้าค่าของ $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_q$ เท่ากับศูนย์ ค่าความแปรปรวนจากการประมาณจะเท่ากับค่าคงที่ α_0 หรือ คือค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของ x_t จะมีการเปลี่ยนแปลงสอดคล้องกับ autoregression ในสมการ (3.20) ดังนั้นจะสามารถใช้สมการ (3.20) ในการพยากรณ์ค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขที่เวลา t+1 ดังสมการ (3.21)

$$E_t\hat{\varepsilon}_{t+1}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{\varepsilon}_t^2 + \alpha_2 \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + ... + \alpha_q \hat{\varepsilon}_{t+1-q}^2 \qquad (3.21)$$

จากเหตุผลที่กล่าวมาสมการ (3.20) เรียกว่า autoregressive conditional heteroscadastic (ARCH) Model และสมการ (3.21) เป็น ARCH (q) ค่า $E_t\hat{\varepsilon}_{t+1}^2$ หรือ σ_{t+1}^2 จะประกอบด้วย 2 ส่วนคือ ค่าคงที่และความผันผวนในคาบเวลาที่ผ่านมา ซึ่งเขียนได้เป็นส่วนเหลือกำลังสองของคาบในอดีต (ARCH term) ส่วนค่าสัมประสิทธิ์ ($\alpha_0, \alpha_1, ..., \alpha_q$) สามารถหาค่าได้โดยใช้วิธี maximum likelihood

3.1.4 แบบจำลอง Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (GARCH)

Bollerslev (1986) ได้ขยายมาจาก ARCH model โดยมีขั้นตอน คือให้ค่าความคลาดเคลื่อนจากกระบวนการเป็นดังสมการ (3.24)

$$\varepsilon_t = v_t \sqrt{h_t} \qquad (3.22)$$

โดยที่ความแปรปรวนของ $v_t = \sigma_v^2 = 1$

และ

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^{p} \beta_i h_{t-i} \qquad (3.23)$$

เนื่องจาก $\{v_t\}$ เป็น white noise process ซึ่งเป็นอิสระกับ (ε_{t-i}) ค่าเฉลี่ยแบบมีเงื่อนไข (Conditional and Unconditional Means) ของ ε_t จะมีค่าเท่ากับศูนย์ ใส่ค่าคาดหมาย (Expected Value) ของ ε_t จะได้

$$E\varepsilon_t = Ev_t\sqrt{h_t} = 0 \tag{3.24}$$

โดยที่ความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไข ของ ε_t ถูกกำหนดโดย

$$E_{t-1}\varepsilon_t^2 = h_t \tag{3.25}$$

ดังนั้นความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไขของ ε_t จึงถูกกำหนดโดย h_t ในสมการ (3.25) แบบจำลองนี้จึงถูกเรียกว่า generalized autoregressive conditional heteroscedasticity หรือ GARCH (p,q) ซึ่งมีทั้งส่วนประกอบที่เป็น autoregressive moving average ในความแปรปรวนที่มีลักษณะ heteroscedastic variance จะเห็นได้ว่า ถ้า p = 0 และ q = 1 เราก็จะได้แบบจำลอง GARCH (0,1) ซึ่งก็คือ ARCH (1) หรือ ARCH (q=1) นั่นเอง โดยสรุปแล้ว ถ้า β_i ทุกตัวมีค่าเท่ากับศูนย์ แบบจำลอง GARCH ก็คือ ARCH (q) นั่นเอง และเพื่อที่จะทำให้ความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไขเป็นอันตะ (finite) รากลักษณะเฉพาะ (characteristic roots) ของสมการ (3.25) จะต้องอยู่ในวงกลมหน่วย (unit circle)

เนื่องจากแบบจำลอง GARCH มีลักษณะเป็น ARMA process ACF (autocorrelation function) และ PACF (partial autocorrelation function) ของส่วนตกค้างหรือส่วนที่เหลือ จะเป็นเครื่องชี้เกี่ยวกับ white-noise process อย่างไรก็ตาม ACF ของส่วนที่เหลือหรือส่วนตกค้างกำลังสอง (Squared Residuals) สามารถช่วยระบุถึง order ของ GARCH process ได้ เนื่องจาก $E_{t-1}\varepsilon_t = \sqrt{h_t}$ เราสามารถเขียนสมการ (3.25) ใหม่ ได้ดังนี้

$$E_{t-1}\varepsilon_t^2 = \gamma_0 + \sum_{i=1}^{q}\gamma_i\varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^{p}\beta_i h_{t-i} \tag{3.26}$$

จะเห็นได้ว่าสมการ (3.26) มีลักษณะคล้ายกับ ARMA (q,p) ใน $\{\varepsilon_t^2\}$ sequence มาก ถ้า heteroscedasticity แบบมีเงื่อนไขมีอยู่จริง แผนภาพสหสัมพันธ์ (correlogram) จะเป็นตัวบ่งบอกกระบวนการ (process) ดังกล่าว

3.1.5 แบบจำลอง Threshold ARCH (TARCH)

แนวคิดเกี่ยวกับ Threshold ARCH (TARCH) ได้พัฒนาขึ้นโดย Zokoian (1990) ซึ่งมีแนวคิดเกี่ยวกับผลกระทบจากความผันผวนของตลาดหลักทรัพย์ว่า ความผันผวนที่เกิดขึ้นก่อให้เกิดการเปลี่ยนแปลงของความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของราคาหลักทรัพย์ที่ไม่สมมาตรกัน (asymmetric) หรือก่อให้เกิดผลไม่เท่ากันในทิศทางบวกและลบจากการเปลี่ยนแปลงดังกล่าว แบบจำลอง TARCH จึงมีลักษณะเป็นแบบจำลองของความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไข ดังสมการ (3.27)

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha\varepsilon_{t-1}^2 + \gamma\varepsilon_{t-1}^2 d_{t-1} + \beta\sigma_{t-1}^2 \qquad (3.27)$$

เมื่อ dt = 1 ถ้า $\varepsilon_t < 0$

dt = 0 ถ้า $\varepsilon_t \geq 0$

จากสมการที่ 3.27 เป็นสมการที่อธิบายถึงความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขที่สามารถอธิบายเกี่ยวกับการเกิดข่าวดีและข่าวร้ายในตลาดหลักทรัพย์ ซึ่งถ้าหากมีข่าวดีเกิดขึ้นในตลาดหลักทรัพย์ ($\varepsilon_{t-1} < 0$, $d_t = 1$) จะส่งผลกระทบต่อความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขเท่ากับ α แต่ถ้าหากมีข่าวร้ายเกิดขึ้น ($\varepsilon_t \geq 0$) จะส่งผลกระทบต่อความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขเท่ากับ $\alpha+\gamma$ ถ้า $\gamma > 0$ สามารถกล่าวได้ว่ามีอิทธิพลหรือข่าวต่าง ๆ เกิดขึ้นในตลาดหลักทรัพย์ และถ้า $\gamma = 0$ แสดงถึงความไม่สมมาตรกัน (asymmetric) ของผลกระทบที่เกิดขึ้น สำหรับแบบจำลอง TARCH ในลำดับที่สูงขึ้นไป จะมีลักษณะแบบจำลองที่นำมาประมาณค่า ดังสมการที่ (3.28)

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{q}\alpha_o\varepsilon_{t-1}^2 + \sum_{k=1}^{q}\gamma_k\varepsilon_{t-1}^2 d_{t-1} + \sum_{j=1}^{q}\beta_j\sigma_{t-1}^2 \qquad (3.28)$$

3.1.6 แบบจำลอง EGARCH

EGARCH หรือ Exponential GARCH model ถูกเสนอโดย Nelson (1991) EGARCH model ให้ความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขมีค่าดังสมการ (3.29)

$$\log(\sigma_t^2) = \omega + \beta\log(\sigma_{t-1}^2) + \alpha\left|\frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}}\right| + \gamma\frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \qquad (3.29)$$

ข้อแตกต่างของ EGARCH model ระหว่างโปรแกรม EVIEWS กับโมเดลเดิมของ Nelson มีอยู่ 2 ประการ คือ ประการแรก Nelson ได้ตั้งสมมติฐานว่า error มีการแจกแจงแบบ general distribution

ส่วน EVIEWS ได้ตั้งสมมติฐานว่า error มีการแจกแจงแบบ normal distribution ประการที่สอง ค่า log ของความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของ Nelson แตกต่างกับของ EVIEWS เล็กน้อยดังสมการ (3.30)

$$\log\left(\sigma_t^2\right)=\omega+\beta\log\left(\sigma_{t-1}^2\right)+\alpha\left(\left|\frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}}\right|-\sqrt{\frac{2}{\pi}}\right)+\gamma\frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \qquad (3.30)$$

การประมาณค่าสมการภายใต้สมมติฐานที่ error มีการแจกแจงแบบปกติจะให้ค่าที่เหมือนกัน ยกเว้นค่า intercept term ω ที่แตกต่างกันเท่ากับ $\alpha\sqrt{\frac{2}{\pi}}$

และการประมาณค่า EGARCH model โดยโปรแกรม EVIEWS ได้ดังสมการ (3.31)

$$\log\left(\sigma_t^2\right)=\omega+\sum_{j=1}^{p}\beta\log\left(\sigma_{t-1}^2\right)+\sum_{i=1}^{q}\left(\alpha\left|\frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}}\right|+\gamma\frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}}\right) \qquad (3.31)$$

3.1.7 การวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลา Box-Jenkins

วิธีการวิเคราะห์อนุกรมเวลาของ Box-Jenkins เป็นวิธีการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาโดยการหารูปแบบที่เหมาะสมให้กับข้อมูลเพื่อใช้กับการพยากรณ์ในระยะช่วงเวลาสั้น ๆ การกำหนดรูปแบบที่เหมาะสมให้กับอนุกรมเวลานั้นจะใช้ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบออโต (AC) และค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์บางส่วนแบบออโต (PACF) ร่วมใช้ในการพิจารณารูปแบบที่จะกำหนดให้กับอนุกรมเวลาจะเป็นรูปแบบในกลุ่มของ ARIMA (p,d,q) (integrated autoregressive-moving average order p and q) โดยเป็นการรวมของรูปแบบ AR(p) และรูปแบบ MA(q) เข้าด้วยกัน ส่วน d คือ จำนวนครั้งของการหาผลต่าง

รูปแบบ AR(p) รูปแบบที่แสดงว่าค่าสังเกต X_t จะขึ้นอยู่กับค่า X_{t-1} X_{t-2} ….. X_{t-p} หรือค่าสังเกตที่เกิดขึ้นก่อนหน้า p ค่า

รูปแบบ MA(q) หมายถึง รูปแบบที่แสดงว่าค่าสังเกต X_t จะขึ้นอยู่กับค่าของความคลาดเคลื่อน ε_{t-1}, ε_{t-2}, ……, ε_{t-p}

รูปแบบ AR(p) MA(q) ARMA(p,q) และ ARIMA(p,d,q) มีการกำหนดรูปแบบดังนี้

AR (p) คือ $Y_t = \theta_0 + \varphi_1 Y_{t-1} + \dots + \varphi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t$

MA (q) คือ $Y_t = \theta_0 + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$

ARMA (p,d) คือ $Y_t = \theta_0 + \varphi_1 Y_{t-1} + \dots + \varphi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$

ARIMA (p,d,q) คือ $\Delta^d Y_t = \theta_0 + \varphi_1 \Delta^d Y_{t-1} + \dots + \varphi_p \Delta^d Y_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$

จากแบบจำลอง ARIMA (p,d,q) ข้างต้นสามารถอธิบายได้ดังนี้

Autoregressive Process : AR(p) แสดงให้เห็นว่าข้อมูลอนุกรมเวลาขึ้นอยู่กับค่าตัวมันเองในอดีต โดย p คือ จำนวนของระยะห่าง (lag) ของข้อมูลในอดีตจากปัจจุบัน

1) Moving Average Process : MA(q) แสดงว่าข้อมูลอนุกรมเวลาขึ้นอยู่กับความคลาดเคลื่อนในปัจจุบันและความคลาดเคลื่อนในอดีต โดย q คือ จำนวนของระยะห่าง (lag) ของค่าความคลาดเคลื่อนในอดีตจากปัจจุบัน

2) Autoregressive and Moving Average Process : ARMA(p,q) เป็นการรวมกันระหว่าง AR กับ MA นั่นคือ ข้อมูลอนุกรมเวลาขึ้นอยู่กับทั้งค่าของข้อมูลอนุกรมเวลาในอดีต และ ค่าความคลาดเคลื่อนทั้งในปัจจุบันและในอดีต

เป็นวิธีวิเคราะห์อนุกรมเวลาที่อาศัยขบวนการสโตคาสติก (Stochastic Process) โดยถือว่าข้อมูลที่เกิดขึ้นตามเวลาที่เปลี่ยนแปลงไป มีลักษณะการเกิดที่เป็นไปตามกฎความน่าจะเป็น ซึ่งการวิเคราะห์อนุกรมเวลาโดยวิธีวิธีนี้ ลักษณะของอนุกรมเวลาต้องเป็นอนุกรมเวลาที่มีคุณสมบัติ
สเตชันนารี (stationary) ดังนั้นการพิจารณาว่าอนุกรมเวลามีความนิ่งหรือไม่ จะพิจารณาได้จากลักษณะดังต่อไปนี้

1. ค่าเฉลี่ย $E(X_t)$ คงที่สำหรับทุกค่าของ t หรือไม่ ทำได้โดยการแบ่งอนุกรมเวลาออกมาเป็นส่วน ๆ แล้วหาค่าเฉลี่ยของอนุกรมเวลาแต่ละส่วน ถ้าค่าเฉลี่ยแต่ละส่วนย่อยไม่แตกต่างกันมาก สรุปได้ว่า EX_t คงที่

2. ค่าความแปรปรวน $V(X_t)$ คงที่ สำหรับทุก ๆ ค่าของ t หรือไม่ทำได้โดยการหาค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของอนุกรมเวลาแต่ละส่วน ถ้าค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานในแต่ละส่วนไม่แตกต่างกันมากสรุปว่า $V(X_t)$ คงที่

3. พิจารณาจากแนวโน้มและ/หรือปัจจัยฤดูกาล ด้วยการพล็อตอนุกรมเวลาในกรณีที่มีแนวโน้มและ/หรือปัจจัยฤดูกาล มักจะเห็นชัดเจนได้จากรูปที่เรียกว่า คอเรลโลแกรม (correlogram)

4. พิจารณาจาก correlogram ของค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบออโตของตัวอย่าง (r_k) กรณีที่อนุกรมเวลาเป็นแบบ stationary ค่า correlogram ของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (r_k) จะมีค่าลดลง

ค่อนข้างรวดเร็ว เมื่อ k มีค่าเพิ่มมากขึ้น ดังนั้นค่า autocorrelation (r_k) มีค่าลดลงค่อนข้างช้าจะเป็นข้อสังเกตว่าอนุกรมเวลานี้มีแนวโน้ม แต่ถ้าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (r_k) มีค่าลดลงค่อนข้างช้า และมีค่าค่อนข้างคงที่สูงที่ k=L, 2L, 3L จะเป็นข้อสังเกตว่าอนุกรมชุดนี้มีแนวโน้มและมีอิทธิพลของฤดูกาล (seasonal) และการเคลื่อนไหวของค่า correlogram ของ autocorrelation (r_k) มีลักษณะคล้ายลูกคลื่น โดยเฉพาะคลื่นจะครบรอบใน 2 ช่วงเวลา แสดงว่าอนุกรมเวลามีอิทธิพลของฤดูกาลเข้ามาเกี่ยวข้อง

เมื่อพิจารณาจากการตรวจสอบแล้วว่าอนุกรมเวลาที่ศึกษามีความไม่นิ่ง จะต้องทำการกำหนดรูปแบบให้กับอนุกรมเวลาที่ไม่นิ่งเสียก่อน โดยการหาค่าผลต่างสำหรับอนุกรมเวลาที่มีแนวโน้ม ถ้าอนุกรมเวลาที่มีอิทธิพลฤดูกาลให้หาผลต่างฤดูกาลจนได้อนุกรมเวลาที่มีความนิ่งถ้าอนุกรมเวลามีทั้งแนวโน้มและอิทธิพลของฤดูกาลให้หาผลต่าง ฤดูกาลจนได้อนุกรมเวลาที่มีความนิ่งแต่ถ้าอนุกรมเวลามีความแปรปรวนไม่คงที่ ให้แปลงอนุกรมเวลาเดิมโดยการหา logarithm $Z_t = Ln(X_t)$ จนกว่าจะได้อนุกรมเวลาใหม่ที่มีความแปรปรวนคงที่ จากอนุกรมเวลาใหม่เป็น stationary series แล้วจะทำตามขั้นตอนของ Box-Jenkins ดังนี้

ขั้นที่ 1 กำหนดตัวแบบ (identification)

กำหนดให้ ...	Y_t	ค่าสังเกตของอนุกรมเวลา ณ เวลา t
	δ	ค่าคงที่
	$\phi_1,\phi_2,...,\phi_p$	พารามิเตอร์ของ autoregressive parameter
	$\theta_1,\theta_2,...,\theta_q$	พารามิเตอร์ของค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (moving average parameter)
	ε_t	ค่าความคลาดเคลื่อน ณ เวลา t มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ σ^2

ดังนั้น moving average และ autoregressive อันดับที่ p และ q (autoregressive - moving average model of order p and q) : ARMA(p,q) มีตัวแบบทั่วไปดังสมการ (3.32)

$$Y_t = \delta+\phi_1 Y_{t-1}+\phi_2 Y_{t-2}+...+\phi_p Y_{t-p}+\varepsilon_t-\theta_1\varepsilon_{t-1}-\theta_2\varepsilon_{t-2}-...-\theta_q\varepsilon_{t-q} \quad (3.32)$$

สำหรับการกำหนดแบบจำลองว่าควรจะมี autoregressive (p) เท่าใด differencing (d) ที่ลำดับเท่าใด และ moving average (q) เท่าใด สามารถพิจารณาจาก ACF และ PACF โดยใช้ตารางที่ 3.1 พิจารณาร่วมในแบบจำลอง

ตารางที่ 3.1 การพิจารณา ACF และ PACF

แบบจำลอง	รูปแบบของ ACF	รูปแบบของ PACF
AR(p)	ลู่โค้งเข้าหาแกน	เกิดค่าที่ชัดเจนเพียง p ค่าแล้วหายไป
MA(q)	เกิดค่าที่ชัดเจนเพียง q ค่าแล้วหายไป	ลู่โค้งเข้าหาแกน
ARMA(p,q)	ลู่โค้งเข้าหาแกน	ลู่โค้งเข้าหาแกน

ที่มา: Gujarati (2003)

จากตารางที่ 3.1 อธิบายได้ว่า หาก correlagram ของ ACF มีลักษณะโค้งลู่เข้าหาแกน ในระนาบ ขณะที่ correlogram ของ PACF เกิดค่าขึ้นมาไม่กี่ค่าแล้วก็หายไป จำนวนแท่งของค่าที่เกิดขึ้นมาให้นับเป็นค่าที่ p ของ AR(p) ถ้า correlogram ของ ACF เกิดขึ้นมาไม่กี่ค่าแล้วหายไปในขณะที่ PACF จะลู่โค้งเข้าหาแกนระนาบนั้น เช่น ACF เกิดแท่งขึ้นเพียง 1 แท่ง และหลังจากนั้น ก็หายไปในขณะที่ PACF โค้งลู่เข้าหาแกนระนาบ สรุปได้ว่าแบบจำลองจะมีลักษณะเป็น MA(1) ถ้า ACF และ PACF โค้งเข้าหาแกนระนาบทั้งคู่แบบจำลองจะเป็น ARMA(p,q) และเมื่อรวมกับการทดสอบความนิ่งในขั้นตอนที่ 1 แล้วจะหาค่าของผลต่างได้ ซึ่งผลจากค่าของผลต่างจำนวน d ครั้ง นั้นก็จะได้แบบจำลอง ARIMA (p,d,q)

นอกจากการพิจารณา ACF และ PACF ยังมีค่าทางสถิติอื่นที่สำคัญต้องพิจารณาร่วม ได้แก่

1. ค่า Root Mean Square Error(RMSE) และค่า Theil’s Inequality Coefficient (U) ถ้าทั้งสองค่า มีค่าเข้าใกล้ศูนย์ (0) แสดงว่าแบบจำลองนี้สามารถใช้เป็นตัวแทนข้อมูลจริงได้อย่างเหมาะสม

2. ค่า Adjust R^2 ถ้าค่ายิ่งใกล้ 1 มากเท่าใดก็อธิบายได้ว่าตัวแปรอิสระสามารถเป็น ตัวอธิบายตัวแปรตามได้มากเท่านั้น

3. ค่า Akaike’ Information Criterion (AIC) ซึ่งมักนิยมใช้กับแบบจำลองที่ไม่เป็นเชิงเส้น เป็นค่าสถิติที่อยู่ในรูป natural logarithm ค่าสถิตินี้สามารถนำไปใช้ในการหาค่าย้อนหลัง (lag length) ที่เหมาะสมได้อีกด้วย การพิจารณาค่า AIC นี้ถ้าหากค่า AIC มีค่าน้อยเพียงใดแล้วแสดงว่าแบบจำลองนี้สามารถใช้เป็นตัวแทนข้อมูลจริงได้อย่างเหมาะสม

4. ค่า Schwarz’s Bayesian Information Criterion (BIC) คือ วิธีวัดปรับได้อย่างดี (goodness of fit) เป็นวิธีประยุกต์ที่คล้ายกับวิธี AIC การพิจารณาค่า BIC นั้น ถ้าหากค่า BIC ยิ่งน้อยมากเท่าใดแล้วแสดงว่าแบบจำลองนั้นสามารถใช้เป็นตัวแทนของข้อมูลจริงได้อย่างเหมาะสม

ขั้นที่ 2 การประมาณค่าพารามิเตอร์ (parameter estimation)

การประมาณค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบจะใช้การวิเคราะห์ตัวเลข (numerical analysis) ซึ่งจะต้องประมาณค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด โดยค่าประมาณที่เลือกจะต้องทำให้ผลรวมกำลังสองของความคลาดเคลื่อน ($\sum e_t^2$) มีค่าต่ำที่สุด

ขั้นที่ 3 การตรวจสอบความเหมาะสมของตัวแบบ (diagnostic checking)

ต้องมีการตรวจสอบว่าตัวแบบที่เลือกไว้มีความเหมาะสมกับอนุกรมเวลาหรือไม่ โดยใช้การทดสอบวิธี Box-Pierce ซึ่งเป็นการทดสอบว่า

$H_0: \ \rho_1(e_t)=\rho_2(e_t)=...=\rho_m(e_t)=0$

$H_1: \rho_k(e_t)$ สำหรับ $k=1,2,...,m$ อย่างน้อยหนึ่งค่าไม่เท่ากับ 0

โดยใช้ตัวทดสอบสถิติ คือ $Q \ = \ n\sum_{k=1}^{m} r_k^2(e_t)$

กำหนดให้ ... n ขนาดของอนุกรมเวลา

m lag สูงที่สุดที่ต้องการทดสอบ

n_p จำนวนพารามิเตอร์ที่ประมาณขึ้นในตัวแบบ

จะยอมรับ H_0 เมื่อ $Q < \chi^2_{\alpha,(m-n_p)}$ แสดงว่า ค่าความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์เป็นอิสระกัน หรือ ตัวแบบที่กำหนดเหมาะสมดีแล้ว

ขั้นที่ 4 การพยากรณ์ (forecasting)

การพยากรณ์สามารถทำได้ทั้งแบบจุด (point forecast) และแบบช่วง (interval forecast) ซึ่งควรเป็นพยากรณ์ในช่วงเวลาสั้น ๆ เพื่อความเหมาะสมกับเครื่องมือทางเศรษฐมิติ ซึ่งในที่นี้ก็คือวิธี ARIMA การพยากรณ์โดยใช้วิธี ARIMA นี้ควรเป็นการพยากรณ์ในช่วงระยะเวลาสั้นและการพยากรณ์ข้อมูลไปข้างหน้านั้นจำเป็นต้องใช้แบบจำลองที่สามารถใช้ค่าพยากรณ์ที่ถูกต้องแม่นยำที่สุด ดังนั้นการพยากรณ์จึงต้องมีการทดสอบแบบจำลองโดยแบ่งการพยากรณ์ออกเป็น 3 ช่วง คือ historical forecast ใช้ข้อมูลตั้งแต่ T_1 ถึง T_2 ช่วง ex-post forecast ใช้ข้อมูลตั้งแต่ T_2 ถึง T_3 และช่วง ex-ante forecast เป็นการพยากรณ์ในช่วงเวลาอนาคตตั้งแต่ T_3 เป็นต้นไป

3.2 ระเบียบวิธีวิจัย

3.2.1 ข้อมูลที่ใช้ในการศึกษา

การศึกษาครั้งนี้ใช้ข้อมูลทุติยภูมิ (secondary data) ได้แก่ ผลตอบแทนของกลุ่ม 50 หลักทรัพย์ที่คำนวณจากมูลค่าตามราคาตลาด (market capitalization) ของกลุ่ม 50 หลักทรัพย์ ตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย ระยะเวลา 7 ปี เริ่มตั้งเดือนพฤษภาคม 2539 ถึงเดือนสิงหาคม 2550 จำนวน 134 เดือน

รวมทั้งทำการศึกษาจากเอกสารงานวิจัย ตลอดจนการรวบรวมเอกสารอ้างอิง และการวิเคราะห์ข้อมูลต่างๆ

3.2.2 การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลในการศึกษาครั้งนี้แบ่งออกเป็น 3 ส่วน คือ

การวิเคราะห์ส่วนแรก คือ นำข้อมูลมูลค่าตามราคาตลาดของกลุ่ม 50 หลักทรัพย์ มาทำการวิเคราะห์ผลตอบแทน โดยใช้สูตรคำนวณผลตอบแทนที่อ้างไว้โดย สมเกียรติ เดชาวิไกล (2545) ดังนี้

$$K = (d_0 + P_1 - P_0)/P_0$$

เมื่อ k คือ ผลตอบแทนที่คาดว่าจะได้รับจาการลงทุน (required rate of return)

d_0 คือ เงินปันผลที่ได้รับในระหว่างการถือหุ้นใน peroid ที่ 0 ถึง peroid ที่ 1

P_1 คือ ราคาหุ้นที่ขายไป ณ peroid ที่ 1

P_0 คือ ราคาหุ้นที่ซื้อมา ณ peroid ที่ 0

การวิเคราะห์ส่วนที่สอง นำข้อมูลมูลค่าตามราคาตลาดของกลุ่ม 50 หลักทรัพย์ ทำการทดสอบลักษณะ stationary หรือไม่ ถ้าข้อมูลเป็น non-stationary จะนำข้อมูลมาทำ differencing ไปจนกว่าข้อมูลจะ stationary ซึ่งจะทำให้ทราบ order of integration (d) อยู่ในระดับใด [i(d);d>0]

การวิเคราะห์ส่วนที่สาม แบ่งการศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลออกเป็น 2 ตอน คือ

ตอนที่หนึ่ง ทำการวิเคราะห์แบบจำลอง ARIMA กับดัชนีกลุ่ม 50 หลักทรัพย์ ตามขั้นต่างๆ ทั้งหมด 4 ขั้นตอน ได้แก่

1) ขั้นตอนการกำหนดแบบจำลอง (Identification) เพื่อพิจารณาแบบจำลองว่าควรมี autoregressive (p) เท่าใด differencing (d) ที่ลำดับเท่าใด และ moving average (q) เท่าใด โดยพิจารณาจาก ACF และ PACF

2) ขั้นตอนที่สองการประมาณค่าพารามิเตอร์ (parameter estimation) คือการพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์ของ AR (autoregressive) และ MA (moving average) เพื่อนำมาสร้างสมการความสัมพันธ์ที่จะนำไปใช้พยากรณ์

3) ขั้นตอนที่สาม การตรวจสอบความถูกต้อง (diagnostics checking) คือ การตรวจ สอบรูปแบบที่นำมาใช้ว่ามีความถูกต้องเหมาะสมหรือไม่

4) ขั้นตอนที่สี่การพยากรณ์ เป็นการนำสมการพยากรณ์มาพยากรณ์ผลที่คาดว่าจะเกิดขึ้นในช่วงเวลาต่าง ๆ

ตอนที่สอง ทำการวิเคราะห์แบบจำลอง GARCH กับข้อมูลมูลค่าตามราคาตลาดของกลุ่ม 50 หลักทรัพย์ โดยการนำสมการที่เหมาะสมจากการวิเคราะห์ตอนที่ 1 ของอนุกรมเวลา ARMA(p,q) มาใช้สำหรับ

1) การวิเคราะห์ ARIMA with GARCH โดยประมาณค่าความล่า p และ q เพื่อใช้ใน GARCH (p,q) โดยประมาณค่าพารามิเตอร์ของสมการด้วยวิธี Maximum Likelihood และพิจารณาค่าพารามิเตอร์ที่ได้ว่าแตกต่างจากศูนย์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ถ้าค่าที่ได้ไม่ตรงตามเงื่อนไขก็จะเปลี่ยนค่า p และ q จนกว่าจะได้ค่าที่ตรงตามเงื่อนไข

2) การวิเคราะห์ ARIMA with TARCH โดยประมาณค่าความล่า p, q และกำหนดค่า threshold order เริ่มต้นที่ 1 สำหรับการคำนวณ TARCH(p,q) โดยพิจารณาค่าพารามิเตอร์ที่ได้แตกต่างจากศูนย์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ถ้าค่าที่ได้ไม่ตรงตามเงื่อนไขก็จะเปลี่ยนค่า p, q และ threshold order จนกระทั่งได้รูปแบบสมการที่เหมาะสมที่สุด

3) การวิเคราะห์ ARIMA with EGARCH โดยประมาณค่าความล่า p, q และกำหนด ค่า threshold order เริ่มต้นที่ 1 สำหรับการคำนวณ EGARCH(p,q) และดำเนินการเหมือนกับการวิเคราะห์ ARIMA with TARCH