# บทที่ 3

# ทฤษฎีและแนวคิดที่ใช้ในการศึกษา

## 3.1 ทฤษฎีและแนวคิดที่ใช้ในการศึกษา

ในการศึกษาถึงความสัมพันธ์ระหว่างราคาปิดของหลักทรัพย์กับช่วงเวลาต่างๆ ในอดีต ความผันผวนของข้อมูลและการนำข้อมูลไปพยากรณ์ราคาที่คาดว่าจะเกิดขึ้นในอนาคต โดยใช้แนวคิดและทฤษฎีเกี่ยวกับการวิเคราะห์อนุกรม เวลาการทดสอบความเป็น stationary ของข้อมูล และการทดสอบ unit root แบบจำลอง Autoregressive Conditional heteroscedasticity (ARCH), แบบจำลอง Generalized Autoregressive Conditional heteroscedasticity (GARCH) และการตรวจสอบรูปแบบ ดังต่อไปนี้

### 3.1.1 การวิเคราะห์อนุกรมเวลา (Time Series Analysis)

การวิเคราะห์อนุกรมเวลาเป็นวิธีที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลหรือค่าสังเกตที่มีการเปลี่ยนแปลงไปตามลำดับเวลาที่เกิดขึ้น หรือการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรในช่วงเวลาที่ผ่านไป ลักษณะของการเปลี่ยนแปลงอาจมีหรือไม่มีรูปแบบก็ได้ แต่ถ้าอนุกรมเวลาแสดงให้เห็นรูปแบบการเปลี่ยนแปลงในช่วงเวลาที่ผ่านมาในอดีตก็จะทำให้สามารถคาดการณ์ได้ว่าในอนาคตลักษณะการเปลี่ยนแปลงควรอยู่ในรูปแบบใดและสามารถพยากรณ์การเปลี่ยนแปลงข้อมูลในอนาคตได้ การวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาจะขึ้นอยู่กับการเปลี่ยนแปลงของเวลาในอดีตเป็นพื้นฐาน(ศิริลักษณ์ เล็กสมบูรณ์, 2531)

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright © by Chiang Mai University
All rights reserved

### 3.1.2 การทดสอบความนิ่งของข้อมูล (Stationary) และการทดสอบ Unit root

ข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่ง (stationary) คือข้อมูลที่ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของกระบวนการเชิงสุ่มนั้นมีค่าคงที่เมื่อเวลาได้เปลี่ยนไป และค่าความแปรปรวนระหว่างสองคาบเวลาขึ้นอยู่กับความล้าหลัง (lag) ระหว่างคาบเวลาทั้งสอง (ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์ และ อารี วิบูลพงศ์) โดยสามารถเขียนเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ตามสมการที่ (1) – (3)

ค่าเฉลี่ย (Mean) : $E(x_t)$ constant $= \mu$ (1)

ความแปรปรวน (Variance) : $V(x_t)$ constant $= \sigma^2$ (2)

ความแปรปรวนร่วม (Covariance): $\mathrm{cov}(x_t, x_{t+k}) = E(x_t - \mu)(x_{t+k} - \mu) = \sigma_k - \mu$ (3)

โดยที่ $X_t$ แทนข้อมูลอนุกรมเวลาซึ่งเป็นกระบวนการเชิงสุ่ม

ในการวิเคราะห์ข้อมูลที่เป็นอนุกรมเวลานั้น ข้อมูลจะต้องมีลักษณะนิ่ง เนื่องด้วยข้อมูลอนุกรมเวลานั้นมาจากกระบวนการเชิงสุ่ม (random process) การนำข้อมูลอนุกรมเวลาไปใช้โดยไม่ได้ทำการตรวจสอบว่าข้อมูลนั้นมีลักษณะนิ่งนั้น ถ้าข้อมูลอนุกรมเวลานั้นไม่นิ่งจะทำให้ค่าสถิติที่เกิดขึ้นมีการแจกแจงไม่มาตรฐาน (nonstandard distributions) ซึ่งทำให้การนำไปใช้เปรียบเทียบกับค่าในตารางมาตรฐาน (standard tables) ไม่ถูกต้องเนื่องจากค่าต่าง ๆ นั้นมีสมมติฐานว่าข้อมูลนั้นมีการแจกแจงมาตรฐาน (standard distributions) ทำให้นำไปสู่การลงความเห็นที่ผิดพลาดและความสัมพันธ์ที่ไม่แท้จริง (spurious regression) กล่าวคือค่า $R^2$ มีค่าสูงมากและได้ค่าสถิติ t มีนัยสำคัญหรือสูงเกินกว่าความเป็นจริง (ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์ และ อารี วิบูลย์พงศ์ )

ในการใช้ข้อมูลอนุกรมเวลาจึงต้องทำการทดสอบว่าข้อมูลที่นำมาใช้มีลักษณะนิ่งหรือไม่ซึ่งจะใช้การทดสอบ Unit Root โดยในการศึกษานี้จะพิจารณาเฉพาะวิธีของ Dickey-Fuller โดยวิธี DF (Dickey-Fuller Test) และ ADF (Augmented Dickey-Fuller Test) ซึ่งกำหนดโดยสมการที่ (4)

$$X_t = \rho X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4)$$

โดยกำหนดสมมติฐานหลัก $H_0: \rho = 1$

และ $H_1: |\rho| < 1$

ถ้ายอมรับ $H_0$ แสดงว่าข้อมูลมีลักษณะไม่นิ่ง แต่ถ้าปฏิเสธ $H_0$ แสดงว่าข้อมูลนั้นมีลักษณะนิ่ง และการทดสอบนี้ยังสามารถแปลงสมการได้ดังนี้ คือ

กรณีไม่มีค่าคงที่และแนวโน้มเวลา $\Delta X_t = \theta X_{t-1} + \varepsilon_t$ (5)

กรณีมีค่าคงที่ $\Delta X_t = \alpha + \theta X_{t-1} + \varepsilon_t$ (6)

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright © by Chiang Mai University
All rights reserved

กรณีมีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลา $$\Delta X_t = \alpha + \beta t + \theta X_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (7)$$

โดยกำหนดสมมติฐานหลัก $$H_0 : \theta = 0$$

และสมมติฐานรอง $$H_1 : \theta < 0$$

การยอมรับ $H_0$ แสดงว่าข้อมูลมีลักษณะไม่นิ่ง แต่ถ้าปฏิเสธ $H_0$ แสดงว่าข้อมูลนั้นมีลักษณะนิ่ง นอกจากนี้ถ้าสมการที่ (5) (6) และ (7) นำไปเข้ากระบวนการอัตราถดถอย (autoregressive processes) จะได้ดังนี้

กรณีไม่มีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลา $$\Delta X_t = \theta X_{t-1} + \sum^{\rho}_{i-1} \phi \Delta X_{t-I} + \varepsilon_t \qquad (8)$$

กรณีมีเฉพาะค่าคงที่ $$\Delta X_t = \alpha + \theta X_{t-1} + \sum^{\rho}_{i-1} \phi \Delta X_{t-I} + \varepsilon_t \qquad (9)$$

กรณีมีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลา $$\Delta X_t = \alpha + \beta t + \theta X_{t-1} + \sum^{\rho}_{i-1} \phi \Delta X_{t-I} + \varepsilon_t \qquad (10)$$

ซึ่งสมการที่ (8) (9) และ (10) เป็นการทดสอบ Augmented Dickey-Fuller Test (ADF) นั่นเอง ซึ่งพัฒนามาจากวิธี Dickey-Fuller Test (ADF) เพื่อแก้ปัญหา serial correlation ในการตรวจสอบว่าข้อมูลมีลักษณะนิ่งหรือไม่โดยการเปรียบเทียบค่าสถิติ t ที่คำนวณได้กับค่าวิกฤติ (critical value) ในตาราง ADF

### 3.1.3 แบบจำลอง Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (ARCH)

ในการวิเคราะห์อนุกรมเวลาส่วนใหญ่แล้วจะมีการกำหนด stochastic variable ให้มีความแปรปรวนคงที่ (homoscedastic) ซึ่งในการประยุกต์ใช้กับบางข้อมูลนั้นค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อน (error term) จะไม่ใช่ฟังก์ชั่นของตัวแปรอิสระแต่มีค่าเปลี่ยนแปลงไปตามช่วงเวลาขึ้นอยู่กับขนาดของความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นในอดีต และในบางงานศึกษา เช่น แบบจำลองของเงินเฟ้อ อัตราดอกเบี้ยหรือผลตอบแทนจากตลาดหลักทรัพย์ ในบางคาบเวลาจะมีค่าความผันผวน (volatility) สูง (และความคลาดเคลื่อนขนาดใหญ่) ตามด้วยคาบเวลาที่มีค่าความผันผวน (volatility) ต่ำ (และมีค่าความคลาดเคลื่อนที่มีขนาดเล็ก) สรุปได้ว่าค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อนจากการถดถอยจะขึ้นอยู่กับค่าความผันผวน (volatility) ของความคลาดเคลื่อนในอดีตที่ผ่านมา (Enders ใน ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์ และ อารี วิบูลย์พงศ์ )

ความเป็นไปได้ในการหาค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของอนุกรรมเวลาไปพร้อมกันนั้นในขั้นต้อนการพยากรณ์อย่างมีเงื่อนไขจะมีความแม่นยำเหนือกว่าการพยากรณ์อย่างไม่มี

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright © by Chiang Mai University
All rights reserved

เงื่อนไขมาก ซึ่งจากแบบจำลอง Autoregressive Moving Average (ARMA) ซึ่งแสดงได้ดังสมการ (11)

$$X_t = a_0 + a_1X_{t-1} + \in_t \tag{11}$$

และต้องการพยากรณ์ $X_{t+1}$ การพยากรณ์อย่างมีเงื่อนไขของ $X_{t+1}$ ดังนี้ คือ

$$E_tX_{t+1} = a_0 + a_1X_t \tag{12}$$

ถ้าเราใช้ค่าเฉลี่ยอย่างมีเงื่อนไขในการพยากรณ์ $X_{t+1}$ ค่าความคลาดเคลื่อนของความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขที่พยากรณ์ได้ดังสมการ (13)

$$E_t\left[(X_{t+1} - a_0 - a_1X_t)^2\right] = E_t \in^2_{t+1} = \sigma^2 \tag{13}$$

ถ้าเปลี่ยนไปใช้การพยากรณ์อย่างไม่มีเงื่อนไขแล้ว ผลที่จะใช้เป็นค่าเฉลี่ยในช่วง long-run ของลำดับ $\{X_t\}$ ซึ่งเท่ากับ $a_0 / (1- a_1)$ จะได้ค่าความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์อย่างไม่มีเงื่อนไขตามสมการ (14) คือ

$$\begin{aligned} E\left\{\left[X_{t+1} - a_0/(1-a_1)\right]^2\right\} &= E\left[(\in_{t+1} + a_1\in_t + a^2_t\in_{t-1} + a^3_1\in_{t-2}+\ldots)^2\right] \\ &= \sigma^2/(1-a^2_1) \end{aligned} \tag{14}$$

เมื่อ $1 / (1-a^2_1) > 1$ ค่าความแปรปรวนที่ได้จากการพยากรณ์อย่างไม่มีเงื่อนไขจะสูงกว่าแบบมีเงื่อนไข ดังนั้น ในการพยากรณ์อย่างมีเงื่อนไขจึงมีความเหมาะสมกว่าในลักษณะเดียวกัน ถ้าความแปรปรวนของ $\{E_t\}$ ไม่เป็นค่าคงที่ จะสามารถประมาณค่าแนวโน้มของกรเปลี่ยนแปลงความแปรปรวนโดยใช้ ARMA model อธิบายได้โดยให้ $\{\hat{E}_t\}$ แทนส่วนที่เหลือ (residuals) ที่ได้จากการประมาณจากสมการ (11) ดังนั้น ค่าความแปรปรวน อย่างมีเงื่อนไข (conditional variance) ของ $X_{t+1}$ จะได้สมการ (15)

$$\begin{aligned} Var(X_{t+1}|X_t) &= E_t\left[(X_{t+1} - a_0 - a_1X_t)^2\right] \\ &= E_t \in^2_{t+1} \end{aligned} \tag{15}$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright © by Chiang Mai University
All rights reserved

และจากที่ให้ $E_t \in^2_{t+1}$ เท่ากับ $\sigma^2_{t+1}$ จึงแสดงว่าค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขไม่ใช่ค่าคงที่และจะได้ แบบจำลองในการประมาณค่าส่วนที่เหลือ (residuals) ออกมาดังสมการ (16)

$$\hat{\in}^2_t = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{\in}^2_{t-1} + \ldots + \alpha_q \hat{\in}^2_{t-q} + V_t \tag{16}$$

เมื่อ $V_t$ = white noise process

ถ้าค่าของ $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_q$ เท่ากับศูนย์ ค่าความแปรปรวนจากการประมาณจะเท่ากับค่าคงที่ $\alpha_0$ อีกนัยหนึ่ง คือ ค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของ $X_t$ จะมีการเปลี่ยนแปลงสอดคล้องกับ ในสมการ (16) ดังนั้น จะสามารถใช้สมการ (16) ในการพยากรณ์ค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขที่เวลา t+1 ดังสมการ (17)

$$E_t \hat{\in}^2_{t+1} = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{\in}^2_t n + \alpha_2 \hat{\in}^2_{t-1} + \ldots + \alpha_q \hat{\in}^2_{t+1-q} \tag{17}$$

จากเหตุผลที่กล่าวมา สมการที่ (16) เรียกว่า autoregressive conditional heteroscedastic (ARCH) model และสมการ (17) เป็น ARCH (q) สมการ (17) ค่า $E_t \in^2_{t+1}$ หรือ $\sigma^2_{t+1}$ จะประกอบด้วย 2 องค์ประกอบ คือค่าคงที่และความผันผวน (volatility) ในคาบเวลาที่ผ่านมา ซึ่งเขียนได้เป็นส่วนเหลือกำลังสองของคาบในอดีต (ARCH term) ส่วนค่าสัมประสิทธิ์ ($\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_q$) สามารถหาค่าได้โดยใช้วิธี maximum likelihood

### 3.1.4 แบบจำลอง Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (GARCH)

Bollerslev (1986) ได้ขยายมาจาก ARCH model โดยมีขั้นตอน คือให้ค่าความคลาดเคลื่อนจากกระบวนการเป็นดังสมการ (18)

$$\in_t = V_t \sqrt{h_t} \tag{18}$$

เมื่อ $\sigma^2_v = 1$

q p

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright © by Chiang Mai University
All rights reserved

และ $$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1} \alpha_i \in^2_{t-i} + \sum_{i=1} \beta_i h_{t-i} \quad (19)$$

เมื่อ $\{V_t\}$ คือ white noise process ที่เป็นค่าอิสระจากเหตุการณ์ในอดีต ($\varepsilon_{t-1}$) ค่าเฉลี่ยอย่างมีเงื่อนไขของ $\varepsilon_t$ จะมาจาก $h_t$ ในสมการ (19)

GARCH (p,q) นั้นใช้กระบวนการ autoregressive variance ได้ดังสมการ (20)

$$E_{t-1} \in^2_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \in^2_{t-i} + \sum_{i=1}^{p} \beta_i h_{t-i} \quad (20)$$

ถ้ากำหนดให้ค่า p=0 และ q=1 จะได้เป็น ARCH(1) หรือถ้าค่า $\beta_I$ ทั้งหมดมีค่าเป็นแบบจำลอง GARCH(p,q) จะเทียบเท่ากับแบบจำลอง ARCH(q) คุณสมบัติที่สำคัญของแบบจำลอง GARCH คือค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของ disturbances ของค่า $X_t$ สร้างขึ้นมาจากกระบวนการ ARMA จะแสดงถึงรูปแบบคุณลักษณะเดียวกัน เช่น ถ้าการประมาณค่า $\{X_t\}$ ด้วยกระบวนการ ARMA ค่าสหสัมพันธ์ในตัวเอง (Autocorrelation Function หรือ ACF) ซึ่งเป็นสหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรสุ่มที่หน่วยเวลาห่างกันของกระบวนการเดียวกันและสหสัมพันธ์ในตัวเองส่วนย่อย (Partial Autocorrelation Function หรือ PACF) ของส่วนเหลือควรจะบ่งถึงกระบวนการ white noise และ ACF ของกำลังสองของส่วนเหลือนำมาช่วยในการระบุถึงลำดับของกระบวนการ GARCH

### 3.1.5 การตรวจสอบรูปแบบ (Diagnostic Checking)

การสร้างสมการพร้อมทั้งประมาณค่าพารามิเตอร์แล้วนั้น จะต้องทำการตรวจสอบรูปแบบว่าสมการพยากรณ์ที่ได้มามีความเหมาะสมหรือไม่และรูปแบบใดของสมการที่ดีที่สุด โดยใช้การทดสอบต่าง ดังนี้

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

#### 3.1.5.1 การทดสอบ Ljung-Box Q-Statistics

Copyright © by Chiang Mai University

การทดสอบ Ljung-Box Q-Statistics เป็นการทดสอบว่าสหสัมพันธ์ในตัวเองในส่วนเหลือทุกช่วงเวลาที่ห่างกัน k มีความเป็นอิสระกันหรือไม่ โดยมีสมมุติฐานดังนี้

All rights reserved

$$H_0 : \rho_1(\hat{a}_t) = \rho_2(\hat{a}_t) = \ldots = \rho_k(\hat{a}_t) = 0$$

และ $H_1 : \rho_1(\hat{a}_t) = \rho_2(\hat{a}_t) = \ldots = \rho_k(\hat{a}_t) \neq 0$

คำนวณตามสมการที่ (28) คือ

$$Q_{LB} = T(T+2)\sum_{j=1}^{k}\frac{r_j^2}{T-j} \qquad (28)$$

เมื่อ $r_j$ คือสหสัมพันธ์ในตัวเองลำดับที่ j = 1,…,k

T คือจำนวนของค่าสังเกต

ภายใต้ส่วนที่เหลือจากการประมาณด้วยแบบจำลอง ARMA ค่า $Q_{LB}$ มีการแจกแจงแบบไคสแควร์ ($\chi^2$) ด้วยระดับความเป็นอิสระ (degree of freedom) เท่ากับจำนวนของสหสัมพันธ์ในตัวเองลบด้วยจำนวนของพารามิเตอร์ Autoregressive (AR) และ Moving Average (MA) ที่ได้มาจากการประมาณหรือ k-m

จะยอมรับสมมติฐานหลักเมื่อ $Q_{LB} \leq \chi^2_{a,k-m}$ คือส่วนเหลือเป็นอิสระต่างกันที่ความล่า k และถ้าปฏิเสธสมมติฐานหลักเมื่อ $Q_{LB} > \chi^2_{a,k-m}$ คือเกิดสหสัมพันธ์ในตัวเองอย่างน้อยหนึ่งค่าในส่วนเหลือที่ไม่เท่ากับศูนย์

**3.2.5.2 เกณฑ์การเลือกรูปแบบของแบบจำลองที่ดีที่สุด**

ในการหารูปแบบของแบบจำลอง เมื่อได้รูปแบบของแบบจำลองที่เหมาะสมหลายรูปแบบจึงต้องมีแนวทางในการเลือกรูปแบบของแบบจำลองที่ดีที่สุด โดยพิจารณาค่า Akaike Information Criterion (AIC) และ Schwartz Criterion (SC) รูปแบบที่ให้ค่า AIC และ SC น้อยที่สุดจะเป็นรูปแบบที่ดีที่สุด โดย Akaike Information Criterion (AIC) คำนวณตามสมการที่ (29) และ Schwartz Criterion (SC) คำนวณตามสมการที่ (30)

Akaike Information Criterion (AIC) $\quad -2\ell / \eta + 2k / \eta \qquad (29)$

Schwartz Criterion (SC) $\quad -2\ell / \eta + k\log\eta / \eta \qquad (30)$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright © by Chiang Mai University
All rights reserved

โดยที่ $k$ เป็นจำนวนของพารามิเตอร์ที่ทำการประมาณค่า

$\eta$ เป็นจำนวนของค่าสังเกต

$\ell$ เป็นค่าของ log likelihood function ที่ใช้พารามิเตอร์ที่ถูกประมาณค่า k ตัว

### 3.1.6 แนวคิดการกำหนดราคา Options Premium ตาม Black and Scholes Model

**Call Options Formula**

การกำหนดแบบจำลองการกำหนดราคา options premium ตามแนวคิดของ Black and Scholes Model อยู่ภายใต้ข้อสมมุติที่เกี่ยวข้องกับตัวแปรที่ใช้ในการกำหนดราคา ซึ่งเป็นส่วนที่ทำให้แบบจำลองสามารถอธิบายได้ แต่ทั้งนี้ข้อสมมุติต่าง ๆ ก็จะเป็นปัจจัยหลักที่ทำให้แบบจำลองจะสามารถใช้ประโยชน์ในการกำหนดราคาที่เป็นจริงได้หรือไม่ โดยข้อสมมุติที่ใช้มีดังนี้

- ความแปรปรวนของผลตอบแทนหลักทรัพย์มีค่าคงที่ตลอดอายุสัญญา ($\sigma^2$)
- อัตราดอกเบี้ยคงที่ตลอดช่วงอายุสัญญา
- ราคาหลักทรัพย์เคลื่อนไหวลักษณะต่อเนื่อง (continuous data) ไม่เคลื่อนไหวแบบเป็นขั้นบันได (discrete data)
- ผลตอบแทนหลักทรัพย์สามารถอธิบายโดย lognormal distribution
- ไม่มีต้นทุนธุรกรรม (transaction cost)
- ไม่มีการจ่ายเงินปันผลและ options เป็นแบบ European options

ซึ่งจะได้กล่าวต่อไปในส่วนของผลจากการกำหนดข้อสมมุติ ที่มีต่อการกำหนดราคา Options Premium ในความเป็นจริง และงานวรรณกรรมปริทัศน์ ที่เกี่ยวข้องกับการทดสอบประสิทธิภาพของตลาด options

จากแบบจำลอง Multi-Period call options model ที่ได้กล่าวมาแล้วนั้นใช้สำหรับการอธิบายข้อมูลที่กำหนดแบบไม่ต่อเนื่อง ในแต่ละช่วงเวลา เช่น ข้อมูลระหว่างเดือน ระหว่างอาทิตย์ ระหว่างวัน หรือ ระหว่างนาที ซึ่งการกำหนดช่วงเวลาให้สั้นลงเรื่อยๆ ค่า n จะเพิ่มขึ้นจนเป็น $\alpha$ ซึ่งจะได้ว่าข้อมูลเปลี่ยนจากแบบไม่ต่อเนื่องเป็นข้อมูลแบบต่อเนื่อง (continuous data) เป็นไปตามข้อสมมุติฐานของ Black and Scholes Model ทั้งนี้ แนวคิดการกำหนดราคา Options premium ตาม Black and Scholes สำหรับ call options สามารถสรุปได้ดังนี้

$$C = S\,N(d_1) - Ee^{-rT}N(d_2) \tag{31}$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright © by Chiang Mai University
All rights reserved

โดยที่ $d_1 = ( \ln (S/E) + (r+ 1/2\sigma^2) T) / r\sqrt{T}$ (32)

และ $d_2 = d1 - \sigma\sqrt{T}$ (33)

ln คือ ลอการิซึมฐานธรรมชาติ (natural logarithm)

e คือ exponential (e = 2.7183)

$\sigma^2$ คือ ความแปรปรวนของราคาหลักทรัพย์ ซึ่งเป็นตัวแทนความผันผวนของหลักทรัพย์ (volatility)

N (ø) คือ ฟังก์ชันการแจกแจงแบบปกติ (normal distribution function)

E คือ ราคาใช้สิทธิของ option

r คือ อัตราดอกเบี้ยปลอดความเสี่ยง

T คือ ระยะเวลาที่เหลืออยู่ของ option

**Put Options Formula**

Black and Scholes ได้เสนอแบบจำลองคำนวณ options premium สำหรับ put option ดังนี้

$$P = -S\,N(-d1) + Ee^{-rT} N(-d_2) \quad (34)$$

ทั้งนี้ ค่า $d_1$ และ $d_2$ จะเหมือนกับการคำนวณ call option แต่จะใช้เครื่องหมายตรงข้ามและสร้าง put – call parity ดังนี้

$$P = C - S + Ee^{-rT} \quad (35)$$

**3.1.7 การคำนวณค่า Volatility จากราคาปิด**

จากที่ผ่านมาได้ทราบว่าแบบจำลอง Black and Scholes นั้นมีข้อสมมุติว่าราคาหุ้นในอนาคตมีการกระจายแบบ lognormal หรืออีกนัยหนึ่งอัตราผลตอบแทนทบต้นอย่างต่อเนื่องของหุ้นมีลักษณะการกระจายแบบปกติโดยมีค่าเฉลี่ย ($\mu$) และความแปรปรวน ($\sigma^2$) คงที่ต่อหนึ่งหน่วยเวลา ค่าความแปรปรวนที่จะนำไปใช้ในแบบจำลอง Black and Scholes นั้นต้องเป็นค่าความแปรปรวนของอัตราผลตอบแทนทบต้นอย่างต่อเนื่องของหุ้นภายใต้ช่วงเวลาที่เหลือจนกว่า option นั้นจะหมดอายุ ($\sigma^2\tau$)

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright © by Chiang Mai University
All rights reserved

การกระจายตัวของหุ้นที่มีลักษณะ lognormal หมายความว่า ค่าความแปรปรวนในช่วงเวลาใดเวลาหนึ่งที่กำหนดให้จะเป็นสัดส่วนกับช่วงระยะเวลาทั้งหมด ดังนั้นวิธีที่จะคำนวณค่าความแปรปรวนในอนาคตหรือค่าความแปรปรวนของช่วงเวลาทั้งหมด จะทำการคำนวณจากข้อมูลอนุกรมเวลาในอดีต โดยสมมุติว่าความแปรปรวนของข้อมูลในอดีตที่นำมาคำนวณนั้นจะเป็นค่าคงที่ตลอดช่วงอายุของ options การคำนวณค่าเฉลี่ยของชุดข้อมูลสามารถทำได้ดังสูตร

$$\hat{u} = 1/n \sum_{i=1}^{n} R_j \tag{36}$$

เมื่อ $R_j = \ln(S_t/S_{t-1})$ (37)

โดยที่ $\hat{u}$ = ค่าเฉลี่ยของราคาปิดของหุ้นอย่างต่อเนื่องของชุดข้อมูลนี้

$N$ = จำนวนชุดของข้อมูล

$R_j$ = ราคาปิดของหุ้นอย่างต่อเนื่องในแต่ละช่วงเวลา j

โดยที่ j = 1, 2... n

$S_t$ = ราคาปิดของหุ้น ณ วันที่ t

$S_{t-1}$ = ราคาปิดของหุ้น ณ วันที่ t-1

และสามารถคำนวณความแปรปรวนของราคาปิดของหุ้นจากข้อมูลในอดีตที่เบี่ยงเบนรอบค่าเฉลี่ยดังนี้

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^{n} [\ R_j - \hat{\mu}\ ] \tag{38}$$

หลังจากที่ได้ค่าความแปรปรวนต่อหนึ่งหน่วยเวลา เช่น อาจเป็นต่อวัน ต่อสัปดาห์หรือต่อเดือน ตามลักษณะข้อมูลที่นำมาคำนวณ โดยในการศึกษานี้จะใช้ข้อมูลรายวันมาทำการคำนวณ ดังนั้นค่าความแปรปรวนที่ได้จะมีหน่วยเป็นต่อวัน ค่าที่ได้ต้องนำไปปรับให้เป็นค่าความแปรปรวนต่อปีโดยคูณด้วย 250 ซึ่งเป็นจำนวนวันทำการในหนึ่งปี หรือ 52 สัปดาห์จากนั้นก็จะถอดรากที่สองทำให้เป็นค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานต่อปี ซึ่งเรียกว่าค่า volatility และมีหน่วยเป็นเปอร์เซ็นต์ต่อปี

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright © by Chiang Mai University
All rights reserved

### 3.1.8 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Root Mean Squared Error: RMSE)

RMSE คือการวัดค่าความแตกต่างระหว่างค่าความจริงและค่าที่ถูกประมาณจากแบบจำลอง หากค่าเฉลี่ยค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองมีค่าน้อยแสดงว่าแบบจำลองสามารถประมาณค่าประมาณได้ใกล้เคียงกับค่าจริง (Pindyck and Rubinfeld, 1998 ) ดังนั้น หากค่าเฉลี่ยค่า

ความคลาดเลื่อนกำลังสอง มีค่าเท่ากับศูนย์ จึงหมายถึงไม่เกิดความคลาดเคลื่อนในแบบจำลอง ดังนั้นจึงสามารถพิจารณาค่าเฉลี่ยค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองได้ดังนี้

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}(Y^{s}{}_{t} - Y^{a}{}_{t})^{2}} \tag{39}$$

กำหนดให้ $Y_t^s$ = ค่าประมาณจากแบบจำลอง

$Y_t^a$ = ค่าที่แท้จริง

$T$ = จำนวนคาบเวลาที่ใช้ในการประมาณแบบจำลอง

**3.2 วิธีการวิจัย**

1) นำเอาผลตอบแทนของหุ้นตัวแม่ใช้สัญลักษณ์ดังนี้(BAY), (PICNI), (SHIN), (JAS), (CPF)* มาคำนวณค่าvolatility จากราคาปิดด้วยแบบจำลองแบล็คและโชลส์ และนำ volatility ที่ได้จากราคาปิดไปประเมินค่าใบสำคัญแสดงสิทธิด้วยแบบจำลองแบล็คและโชลส์

2) นำเอาผลตอบแทนของหุ้นตัวแม่ของหุ้นตัวแม่มาทดสอบ unit root และแก้ไขข้อมูลให้นิ่ง นำข้อมูลที่นิ่งแล้วมาใส่วิธีการ GARCH เพื่อคำนวณหาค่า volatility จากราคาปิดไปประเมินค่าใบสำคัญแสดงสิทธิด้วยแบบจำลองแบล็คและโชลส์

3) นำค่าใบสำคัญแสดงสิทธิทั้ง 2 แบบที่ได้ไปหาความแตกต่างจากราคาใบสำคัญแสดงสิทธิจริงในตลาดในรูป root mean square eror และดูค่าความคลาดเคลื่อนว่าการวิธีคำนวณค่า volatility จากราคาปิดด้วยวิธี GARCH และนำไปประเมินค่าใบสำคัญแสดงสิทธิให้ค่าความคลาดเคลื่อนแตกต่างจากการวิธีคำนวณค่า volatilityแบบจำลองแบล็คและโชลส์และนำไปประเมินค่าใบสำคัญแสดงสิทธิ อย่างไร

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

*สัญลักษณ์แทนค่าดังนี้

(BAY) $= \log(P_{t,bay}/P_{t,bay-1})_i$

Copyright © by Chiang Mai University

(PICNI) $= \log(P_{t,picni}/P_{t,\,picni-1})_i$

All rights reserved

(SHIN) $= \log(P_{t,shin}/P_{t,\,shin-1})_i$

(JAS) $= \log(P_{t,jas}/P_{t,\,jas-1})_i$

(CPF) $= \log(P_{t,cpf}/P_{t,\,cpf-1})_I$

โดย $P_{t,bay}$ คือราคาปิดหุ้นBAY ณ สัปดาห์ที่ t , $P_{t,bay-1}$คือราคาปิดBAYณ สัปดาห์ที่ t-1

$P_{t,\ picni}$คือราคาปิดหุ้นPICNI ณ สัปดาห์ที่ t , $P_{t,\ picni\ -1}$คือราคาปิดPICNIณ สัปดาห์ที่ t-1

$P_{t,shin}$ คือราคาปิดหุ้นSHIN ณ สัปดาห์ที่ t , $P_{t,\ shin\ -1}$คือราคาปิดSHIN ณ สัปดาห์ที่ t-1

$P_{t,jas}$ คือราคาปิดหุ้น JAS ณ สัปดาห์ที่ t , $P_{t,\ jas-1}$ คือราคาปิด JAS ณ สัปดาห์ที่ t-1

$P_{t,cpf}$ คือราคาปิดหุ้น CPF ณ สัปดาห์ที่ t , $P_{t,\ cpf-1}$ คือราคาปิด CPF ณ สัปดาห์ที่ t-1

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright © by Chiang Mai University
All rights reserved